

AKADEMIA TECHNICZNO-ROLNICZA
IM. JANA I JĘDRZEJA ŚNIADECKICH
W BYDGOSZCZY

ZESZYTY NAUKOWE NR 129

ELEKTROTECHNIKA 5



BYDGOSZCZ — 1985

AKADEMIA TECHNICZNO-ROLNICZA
IM. JANA I JĘDRZEJA ŚNIADECKICH
W BYDGOSZCZY



ZESZYTY NAUKOWE NR 129

ELEKTROTECHNIKA 5

BYDGOSZCZ — 1985

PRZEWODNICZĄCY KOMITETU REDAKCYJNEGO
doc. dr hab. Juliusz Skonieczny

REDAKTOR NAUKOWY
dr inż. Janusz Hebenstreit

OPRACOWANIE REDAKCYJNE I TECHNICZNE
mgr Halina Koziolkiewicz, Zbigniew Gackowski

Wydano za zgodą Rektora
Akademii Techniczno-Rolniczej
w Bydgoszczy

ISSN 0209-0570

**WYDAWNICTWO UCZELNIANE AKADEMII TECHNICZNO-ROLNICZEJ
W BYDGOSZCZY**

Wyd. I Nakład 100 + 50 Ark. wyd. 4,92 Ark. druk. 5 Papier kl. V

Oddano do druku w listopadzie. Druk ukończono w grudniu

MNSzWiT Cena zł 72

Prasowe Zakłady Graficzne RSW „Prasa-Książka-Ruch” w Bydgoszczy,

ul. Dworcowa 13

Zamówienie nr 3830/85. H-10.

Wydanie 2. 4/2016

86 D. 13/87

S p i s t r e ś c i

	str.
1. Zdzisław Gientkowski - Analiza pola magnetycznego w szczelinie powietrznej silnika indukcyjnego	5
2. Janusz Hebenstreit - Uproszczone obliczenia elektromagnetyczne przetwornika elektromechanicznego prądu stałego o tarczowej ferromagnetycznej części wtórnej	19
3. Janusz Hebenstreit - Algorytm projektowania hamulca wiroprądowego o wirniku tarczowym ferromagnetycznym	33
4. Maciej Hippner - Metody graficznej prezentacji wyników obliczeń rozkładu pola magnetycznego	55
5. Paweł Granowski - Ocena własności przekładników teletechnicznych prądu stałego na podstawie ich charakterystyk magnetycznych	69

Zdzisław Gientkowski

ANALIZA POLA MAGNETYCZNEGO
W SZCZELINIE POWIETRZNEJ SILNIKA INDUKCYJNEGO

W artykule przedstawiono analityczno-iteracyjną metodę obliczania pola magnetycznego w szczelinie powietrznej silnika indukcyjnego, pozwalającą określić skład harmonicznych indukcji magnetycznej, uwarunkowany nasyceniem zębów stojana i wirnika. Podano algorytm obliczeń na EMC, przykład obliczeń oraz eksperymentalną weryfikację proponowanej metody. Przeprowadzone badania potwierdzają przydatność metody w praktyce inżynierskiej, szczególnie tam, gdzie wystarcza znajomość składowych harmonicznych pola, natomiast nie jest potrzebna dokładna znajomość jego kształtu.

1. WPROWADZENIE

W zagadnieniach związanych z analizą zjawisk magnetycznych w maszynach indukcyjnych często pojawia się problem obliczania pola magnetycznego w szczelinie powietrznej. Istnieje szereg metod rozwiązywania tego problemu. W przypadkach kiedy wymagana jest znajomość dokładnego kształtu pola, powszechnie stosuje się obliczenia numeryczne oparte na metodach elementów skończonych i różnic skończonych. Metody te są w przypadku maszyn indukcyjnych bardzo pracochłonne i wymagają długiego czasu obliczeń. Dlatego też, w szeregu zagadnień praktycznych, szczególnie tam, gdzie nie jest wymagana znajomość dokładnego kształtu pola, stosuje się prostsze metody, pozwalające uzyskać informacje o kształcie pola /np. w postaci składowych harmonicznych/ przy znacznie mniejszym nakładzie pracy i mniejszym zaangażowaniu środków techniki obliczeniowej. Są to z reguły metody analityczne lub mieszane, wspomagane EMC [6].

Proponowana metoda obliczania pola magnetycznego w szczelinie powietrznej maszyny indukcyjnej jest w zasadzie metodą numeryczną, wykorzystującą elementy metod analitycznych. Pozwala ona wyznaczyć składowe harmoniczne indukcji magnetycznej, uwarunkowane nasyceniem zębów stojana i wirnika. Po niewielkiej modyfikacji, polegającej na uwzględnieniu spadków napięcia magnetycznego na jarzmach, dokładność obliczeń wzrasta, a zakres stosowania metody można rozszerzyć na przypadki o większym nasyceniu obwo-
du magnetycznego.

Wykorzystanie zależności, obowiązujących dla pola dwuwymiarowego, do wyznaczania składowych normalnych indukcji magnetycznej, wprawdzie nieco komplikuje model matematyczny, jednak w ogólności skraca czas obliczeń z uwagi na wyeliminowanie powtarzania obliczeń dla różnych punktów na obwodzie maszyny, co ma miejsce w przypadku analizy jednowymiarowej [6].

Z uwagi na to, że obliczenia dotyczą pola stacjonarnego, odpowiadającego stanowi ustalonemu, kiedy wartość prądu magnesującego jest ściśle określona, w rozważaniach przyjęto wymuszenie prądowe.

2. WYPROWADZENIE ZALEŻNOŚCI OBLICZENIOWYCH

Równania pola magnetycznego w szczelinie powietrznej maszyny indukcyjnej zostały wyprowadzone przy następujących założeniach:

- obwód magnetyczny maszyny jest symetryczny,
- szczelina powietrzna jest równomierna na całym obwodzie,
- rzeczywista szczelina powietrzna jest zastąpiona obliczeniową,
- wpływ strumieni rozproszenia na nasycenie drogi strumienia głównego pomija się,
- nasycenia jarzma stojana i wirnika nie uwzględnia się.

W obszarze szczeliny powietrznej nie płyną żadne prądy, przenikalność $\mu = \text{const.}$, a pole magnetyczne jest polem bezźródłowym, które można scharakteryzować za pomocą skalarnego potencjału magnetycznego φ . Funkcję skalarnego potencjału magnetycznego znajduje się rozwiązując równanie Laplace'a dla rozpatrywanego obszaru. Znając tę funkcję można określić wszystkie pozostałe wielkości pola.

Warunki brzegowe dla obszaru szczeliny powietrznej można zapisać w następującej postaci:

$$y = \delta' \quad / \delta' = k_c \delta /$$

$$F_1/x/ = \begin{cases} F_{1/1/} & \text{dla} & 0 \leq x \leq t_1 \\ F_{2/1/} & \text{dla} & t_1 \leq x \leq 2t_1 \\ \dots & \dots & \dots \\ F_{n/1/} & \text{dla} & /n-1/ t_1 \leq x \leq n t_1 \\ \dots & \dots & \dots \\ F_{Z_1/1/} & \text{dla} & /Z_1-1/ t_1 \leq x \leq Z_1 t_1 \end{cases} \quad (1)$$

$y = 0$ /powierzchnia wirnika/

$$F_2/x/ = \begin{cases} F_{1/2/} & \text{dla} & 0 \leq x \leq t_2 \\ F_{2/2/} & \text{dla} & t_2 \leq x \leq 2t_2 \\ \dots & \dots & \dots \\ F_{n/2/} & \text{dla} & /n-1/ t_2 \leq x \leq n t_2 \\ \dots & \dots & \dots \\ F_{Z_2/2/} & \text{dla} & /Z_2-1/ t_2 \leq x \leq Z_2 t_2 \end{cases} \quad (2)$$

gdzie:

- $F_{n/1}$, $F_{n/2}$ - napięcie magnetyczne na powierzchni stojana i wirnika /indeks 1 odnosi się do stojana, indeks 2 - do wirnika/
 Z_1 , Z_2 - liczby zębów stojana i wirnika
 t_1 , t_2 - podziałki zębowe stojana i wirnika
 δ - długość zastępczej szczeliny powietrznej
 k_c - współczynnik Cartera

Rozwijając w szereg Fouriera funkcje opisujące warunki brzegowe, otrzymuje się:

$$F_1 / x/ = \sum_{k=1}^{\infty} (a_{k/1/} \cos k \frac{2\pi}{T} x + b_{k/1/} \sin k \frac{2\pi}{T} x) \quad (3)$$

$$F_2 / x/ = \sum_{k=1}^{\infty} (a_{k/2/} \cos k \frac{2\pi}{T} x + b_{k/2/} \sin k \frac{2\pi}{T} x) \quad (4)$$

gdzie:

$$T = t_1 Z_1 = t_2 Z_2$$

Współczynniki rozkładu $a_{k/1/}$, $b_{k/1/}$, $a_{k/2/}$, $b_{k/2/}$, określone ze wzorów Eulera, mają postać:

$$a_{k/1/} = \frac{2}{\pi} \frac{\sin k \frac{\pi}{T} t_1}{k} \sum_{n=1}^{Z_1} F_{n/1/} \cos k \frac{\pi}{T} (2n-1) t_1 \quad (5)$$

$$b_{k/1/} = \frac{2}{\pi} \frac{\sin k \frac{\pi}{T} t_1}{k} \sum_{n=1}^{Z_1} F_{n/1/} \sin k \frac{\pi}{T} (2n-1) t_1 \quad (6)$$

$$a_{k/2/} = \frac{2}{\pi} \frac{\sin k \frac{\pi}{T} t_2}{k} \sum_{n=1}^{Z_2} F_{n/2/} \cos k \frac{\pi}{T} (2n-1) t_2 \quad (7)$$

$$b_{k/2/} = \frac{2}{\pi} \frac{\sin k \frac{\pi}{T} t_2}{k} \sum_{n=1}^{Z_2} F_{n/2/} \sin k \frac{\pi}{T} (2n-1) t_2 \quad (8)$$

Potencjał magnetyczny skalarny w szczelinie powietrznej jest określony równaniem Laplace'a $\nabla^2 \varphi = 0$, którego ogólne rozwiązanie metodą Fouriera w kartezjańskim układzie współrzędnych ma postać:

$$\varphi(x, y) = \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ \left[A_k \cos hk \frac{2\pi}{T} y + B_k \sin hk \frac{2\pi}{T} y \right] \cos k \frac{2\pi}{T} x + \left[C_k \cos hk \frac{2\pi}{T} y + D_k \sin hk \frac{2\pi}{T} y \right] \sin k \frac{2\pi}{T} x \right\} \quad (9)$$

Współczynniki A_k, B_k, C_k, D_k można określić przez porównanie (9), przy $y = \delta'$ i $y = 0$, z odpowiednimi funkcjami, opisującymi warunki brzegowe (3), (4). Obliczone w ten sposób współczynniki mają postać:

$$\begin{aligned} A_k &= a_k/2/ \\ B_k &= \frac{a_k/1/ - a_k/2/ \cosh k \frac{2\pi}{T} \delta'}{\sinh k \frac{2\pi}{T} \delta'} \\ C_k &= b_k/2/ \\ D_k &= \frac{b_k/1/ - b_k/2/ \cosh k \frac{2\pi}{T} \delta'}{\sinh k \frac{2\pi}{T} \delta'} \end{aligned} \quad (10)$$

Składową normalną indukcji magnetycznej na powierzchniach stojana i wirnika określa się z zależności:

$$B_1/x/ = -\mu_0 \left. \frac{\partial \varphi(x, y)}{\partial y} \right|_{y = \delta'} \quad (11)$$

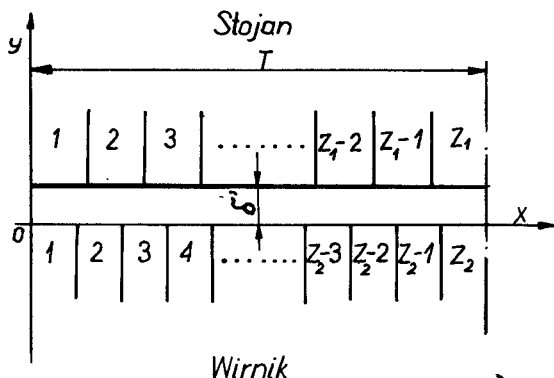
$$B_2/x/ = -\mu_0 \left. \frac{\partial \varphi(x, y)}{\partial y} \right|_{y = 0} \quad (12)$$

Po zróżniczkowaniu (9) z uwzględnieniem (11) i (12), otrzymuje się następujące wyrażenia, określające składowe normalne indukcji magnetycznej w szczelinie powietrznej:

$$\begin{aligned} B_1/x/ = -\mu_0 \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ \left[A_k k \frac{2\pi}{T} \sinh k \frac{2\pi}{T} \delta' + \right. \right. \\ \left. \left. + B_k k \frac{2\pi}{T} \cosh k \frac{2\pi}{T} \delta' \right] \cos k \frac{2\pi}{T} x + \right. \\ \left. + \left[C_k k \frac{2\pi}{T} \sinh k \frac{2\pi}{T} \delta' + \right. \right. \\ \left. \left. + D_k k \frac{2\pi}{T} \cosh k \frac{2\pi}{T} \delta' \right] \sin k \frac{2\pi}{T} x \right\} \end{aligned} \quad (11 a)$$

$$B_2/x/ = -\mu_0 \sum_{k=1}^{\infty} \left(B_k k \frac{2\pi}{T} \cos k \frac{2\pi}{T} x + D_k k \frac{2\pi}{T} \sin k \frac{2\pi}{T} x \right) \quad (12 a)$$

Korzystając z otrzymanych wyrażeń, można określić strumienie magnetyczne, przypadające na podziałki zębów stojana i wirnika:



Rys.1. Schemat obliczeniowy obszaru szczeliny powietrznej i strefy zębowej

$$\Phi_{n/1} = l_1 \int_{(n-1)t_1}^{nt_1} B_1(x) dx \quad (13)$$

$$\Phi_{n/2} = l_1 \int_{(n-1)t_2}^{nt_2} B_2(x) dx \quad (14)$$

gdzie:

l_1 - długość czynna pakietu blach w kierunku osiowym maszyny

Po podstawieniu funkcji $B_1(x)$ i $B_2(x)$ w wyrażeniu (13) i (14), otrzymujemy ostateczną postać tych wyrażeń:

$$\begin{aligned} \Phi_{n/1} = -\mu_0 l_1 \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ \left[A_k \sinh k \frac{2\pi}{T} \delta' + B_k \cosh k \frac{2\pi}{T} \delta' \right] \cdot \right. \\ \cdot 2 \cos k \frac{\pi}{T} (2n-1) t_1 \sin k \frac{\pi}{T} t_1 + \\ \left. + \left[C_k \sinh k \frac{2\pi}{T} \delta' + D_k \cosh k \frac{2\pi}{T} \delta' \right] \cdot \right. \\ \left. \cdot 2 \sin k \frac{\pi}{T} (2n-1) t_1 \sin k \frac{\pi}{T} t_1 \right\} \quad (15) \end{aligned}$$

gdzie:

$$1 \leq n \leq Z_1$$

oraz

$$\begin{aligned} \Phi_{n/2} = -\mu_0 l_1 \sum_{k=1}^{\infty} \left[2 B_k \cos k \frac{\pi}{T} (2n-1) t_2 \sin k \frac{\pi}{T} t_2 + \right. \\ \left. + 2 D_k \sin k \frac{\pi}{T} (2n-1) t_2 \sin k \frac{\pi}{T} t_2 \right] \quad (16) \end{aligned}$$

gdzie:

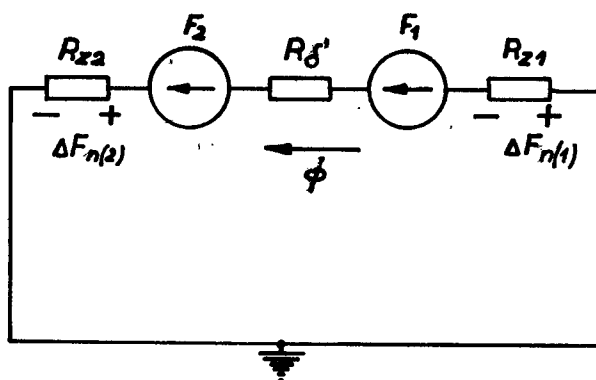
$$1 \leq n \leq Z_2$$

W celu uwzględnienia nasycenia zębów stojana i wirnika, należy określić zależność pomiędzy spadkiem napięcia magnetycznego w zębach stojana i wirnika $\Delta F_{n/1/}$, $\Delta F_{n/2/}$ a strumieniami magnetycznymi zębów $\Phi_{n/1/}$, $\Phi_{n/2/}$

$$\begin{aligned} \Delta F_{n/1/} &= f_1(\Phi_{n/1/}) \\ \Delta F_{n/2/} &= f_2(\Phi_{n/2/}) \end{aligned} \quad (17)$$

Zależności te mogą być obliczone za pomocą istniejących metod obliczania obwodów magnetycznych maszyn elektrycznych, np. [3, 5] lub innych.

Schemat zastępczy, będący elektryczną analogią obwodu magnetycznego maszyny /przy wymienionych założeniach/, przedstawiono na rys.2.



Rys.2. Analogia elektryczna obwodu magnetycznego

3. METODYKA OBLICZEŃ

W celu obliczenia pola magnetycznego w szczelinie powietrznej maszyny indukcyjnej, proponuje się metodę iteracyjną, której istota jest omówiona niżej. Kolejność obliczeń dla przyjętej metody może być następująca:

Najpierw dla zadanych typów uzwojeń stojana i wirnika oraz całkowitych prądów żłobkowych, odpowiadających określonej chwili czasowej, określa się krzywe napięć magnetycznych $F_{n/1/}$, $F_{n/2/}$ /dla pierwszego obliczenia określa się tylko $F_{n/1/}$, przyjmując napięcie magnetyczne wytwarzane przez uzwojenie wirnika równe zero/.

Następnie, z zależności (15) i (16), z uwzględnieniem (10), określa się strumienie zębów stojana i wirnika, a według zależności graficznych (17) - spadki napięć magnetycznych w zębach $\Delta F_{n/1/}$ i $\Delta F_{n/2/}$.

Pierwszy krok iteracji kończy się obliczeniem nowych wartości napięć magnetycznych $F_{n/1/}^*$, $F_{n/2/}^*$ dla wszystkich zębów stojana i wirnika, z

uwzględnieniem spadków napięć magnetycznych na zębach, według zależności:

$$F_{n/1}^{*(1)} = F_{n/1} - F_{n/1}^{(1)} \quad \text{dla } 1 \leq n \leq Z_1 \quad (18)$$

$$F_{n/2}^{*(1)} = - (F_{n/2} - \Delta F_{n/2}^{(1)}) \quad \text{dla } 1 \leq n \leq Z_2 \quad (19)$$

gdzie:

$F_{n/1}^{*(1)}, F_{n/2}^{*(1)}$ - nowe wartości napięć magnetycznych, skorygowane o spadki napięć magnetycznych na zębach
 l - numer iteracji

Zasada znaków w wyrażeniach (18) i (19) wynika z elektrycznego schematu zastępczego dla obwodu magnetycznego, przedstawionego na rys.2.

Otrzymane w wyniku pierwszego kroku iteracyjnego nowe wartości napięć magnetycznych na granicach rozpatrywanego obszaru są wielkościami wyjściowymi do następnego kroku.

Obliczenia są powtarzane tak długo, aż spadki napięć magnetycznych w zębach $\Delta F_{n/1}^{(1)}, \Delta F_{n/2}^{(1)}$ lub strumienie $\Phi_{n/1}^{(1)}, \Phi_{n/2}^{(1)}$ w dwóch kolejnych krokach procesu iteracyjnego będą sobie równe /z dowolnie założoną dokładnością/.

4. ZBIEŻNOŚĆ PROCESU ITERACYJNEGO

Analiza zależności obliczeniowych wykazuje, że rozpatrywany proces iteracyjny nie zawsze jest zbieżny. Może się zdarzyć, że strumienie magnetyczne zębów po pierwszym kroku iteracji spowodują spadki napięć magnetycznych w zębach większe niż napięcia magnetyczne, wytwarzane przez uzwojenia. W takim przypadku otrzymuje się ujemne strumienie magnetyczne zębów i w zależnościach (18) i (19) zamiast zmniejszenia napięć na granicach obszaru, otrzymuje się ich zwiększenie. Spowoduje to dalsze zwiększenie strumieni zębów i proces iteracyjny będzie rozbieżny.

W celu zapewnienia zbieżności procesu iteracyjnego zastosowano metodę podrelaksacji strumieni magnetycznych zębów. Istota tej metody polega na tym, że przy określaniu spadków napięć magnetycznych z krzywych (17), wartości strumieni, na podstawie których określa się spadki napięć magnetycznych w zębach dla następnego kroku iteracji, są korygowane według zależności:

$$\Phi^{(l)*} = \Phi^{(l-1)*} + \left[\Phi^{(l)} - \Phi^{(l-1)*} \right] \frac{1}{W} \quad (20)$$

gdzie:

$\Phi^{(l)*}$ - skorygowana wartość strumienia dla następnego kroku iteracji
 $\Phi^{(l)}$ - wartość strumienia uzyskana w danym kroku iteracji na podstawie wyrażen (15) i (16)

- $\Phi^{(1-1) \times}$ - skorygowana wartość tegoż strumienia, przyjęta w końcu poprzedniego kroku iteracji
- W - współczynnik podrelaksacji

Wartość współczynnika podrelaksacji W określa się na początku obliczeń, wychodząc z założenia, że maksymalny spadek napięcia magnetycznego w zębach nie jest większy od odpowiednich napięć magnetycznych, wytwarzanych przez uzwojenia. W trakcie obliczeń wartość ta pozostaje stała.

5. PRZYKŁAD OBLICZEŃ

Pole magnetyczne według zaproponowanej metody obliczono dla szczeliny powietrznej silnika indukcyjnego pierścieniowego produkcji radzieckiej typu AK 52-4 o następujących danych:

- podziałka zębowa stojana	$t_1 = 13,25$ mm
- podziałka zębowa wirnika	$t_2 = 8,8$ mm
- długość czynna pakietu blach	$l_1 = 144$ mm
- podziałka biegunowa	$\tau = 119,5$ mm
- liczba zębów stojana	$Z_1 = 36$
- liczba zębów wirnika	$Z_2 = 54$
- długość szczeliny powietrznej	$\delta = 0,5$ mm
- liczba zwojów uzwojenia stojana	$z_1 = 156$
- współczynnik Cartera	$k_c = 1,594$

Współczynnik podrelaksacji W przyjęto równym 10, a przenikalność magnetyczną powietrza $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m.

Krzywe napięć magnetycznych $F_1/x/$, wytwarzanych przez uzwojenie stojana, określono dla chwili czasowej, kiedy prąd w fazie U osiąga wartość maksymalną $I_U = I_m$, a prądy w fazach V i W mają przeciwne kierunki i są równe połowie maksymalnej wartości prądu w fazie U / $I_V = I_W = -0,5 I_m /$. Krzywe te wyznaczono dla czterech wartości prądu stojana, równych 0,5; 1,0; 1,5 i 2,0 wartościom prądu stanu jałowego, co odpowiada maksymalnym wartościom prądu 3, 6, 9 i 12 A.

Wartości $F_1/x/$, odpowiadające tym prądom /dla jednej podziałki biegunowej/, przedstawiono w tabelicy 1.

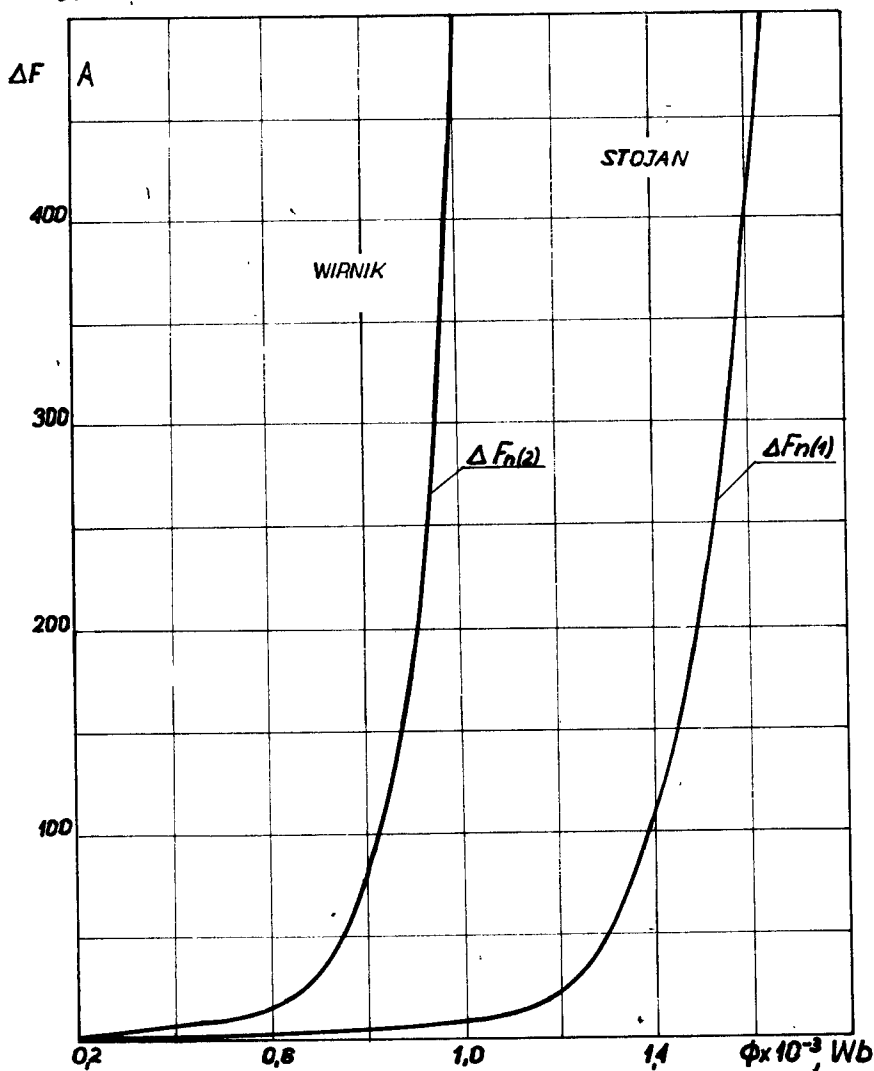
T a b l i c a 1

Wartości napięcia magnetycznego $F_1(x)$ dla różnych wartości prądu stojana

Nr zęba Prąd	1	2	3	4	5	6	7	8	9
3 A	39	117	156	159	234	195	156	117	39
6 A	78	234	312	390	468	390	312	234	78
9 A	117	351	468	585	702	585	468	351	117
12 A	156	468	624	780	936	780	624	468	156

Początkowe napięcie magnetyczne $F_2/x/$, wytwarzane przez uzwojenie wirnika, na pierwszym etapie obliczeń przyjęto równym zero.

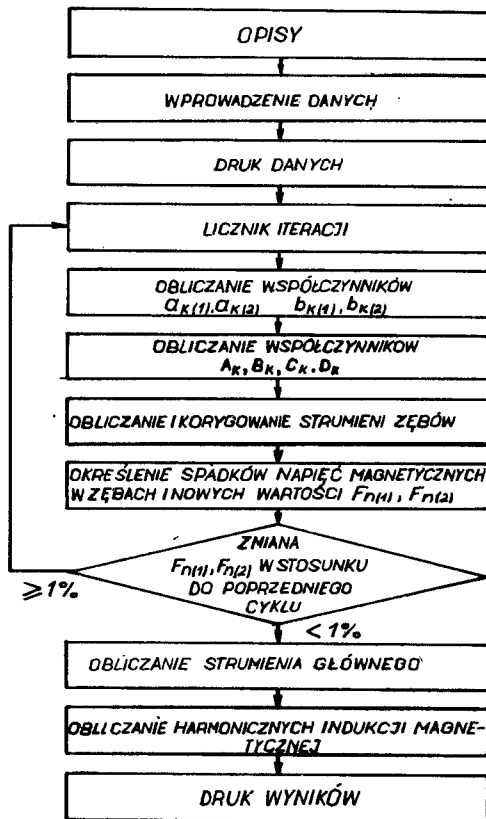
Zależności spadków napięć magnetycznych w zębach $\Delta F_{n/1/}$, $\Delta F_{n/2/}$ w funkcji odpowiednich strumieni, obliczone wg [3, 5], przedstawiono na rysunku 3.



Rys.3. Krzywe spadków napięcia magnetycznego w zębach stojana i wirnika

Górne granice sum, występujących w wyrażeniach obliczeniowych, przyjęto jako równe trzykrotnej ilości zębów odpowiednio stojana i wirnika.

Obliczenia przeprowadzono na maszynie cyfrowej ES-1020. Algorytm obliczeń przedstawiono na rys.4, a wyniki obliczeń w tabelicy 2.



Rys.4. Schemat blokowy obliczania indukcji magnetycznej w szczelinie powietrznej silnika indukcyjnego

T a b l i c a 2

Wyniki obliczeń indukcji magnetycznej w szczelinie powietrznej silnika indukcyjnego AK 52-4

Amplituda prądu stojana	B_{1m}	B_{3m}	B_{5m}	B_{sr}	B_m	α_1	K_μ
A	T	T	T	T	T	-	-
3	0,495	0,009	0,018	0,321	0,537	0,597	1,086
6	0,755	0,114	0,027	0,510	0,728	0,699	1,456
9	0,855	0,168	0,056	0,595	0,798	0,746	1,880
12	0,908	0,204	0,084	0,646	0,843	0,776	2,300

Na rys.5 przedstawiono wartości względne najbardziej znaczących harmonicznych indukcji magnetycznej w szczelinie powietrznej, w funkcji współ-

czynnika nasycenia obwodu magnetycznego K_μ :

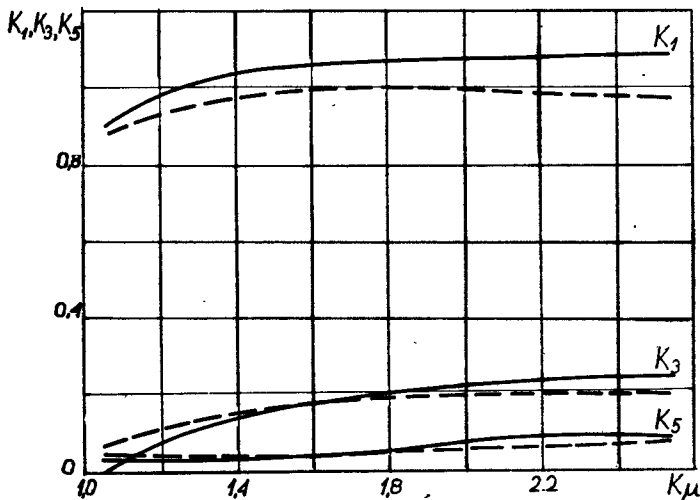
$$K_1 = \frac{B_{1m}}{B_m}; \quad K_3 = \frac{B_{3m}}{B_m}; \quad K_5 = \frac{B_{5m}}{B_m}$$

gdzie:

B_{1m}, B_{3m}, B_{5m} - amplitudy harmonicznych przestrzennych indukcji magnetycznej

B_m - wartość maksymalna indukcji magnetycznej

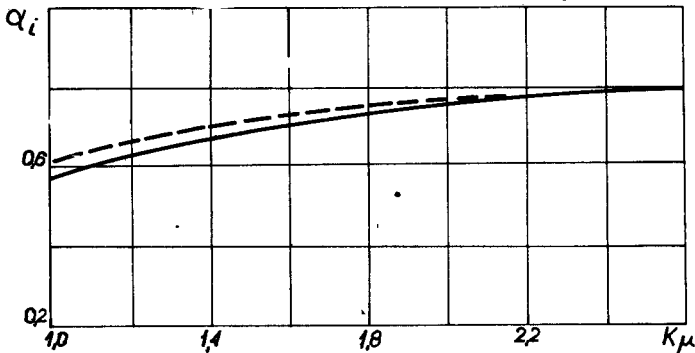
Na tymże rysunku przedstawiono analityczne krzywe, uzyskane w rezultacie analizy harmonicznej przebiegów indukcji magnetycznej, uzyskanych doświadczalnie.



Rys.5. Zależność harmonicznych indukcji magnetycznej /wartości względne/ od współczynnika nasycenia obwodu magnetycznego:
 — obliczeniowa, - - - eksperymentalna

Jak wynika z rysunku, zbieżność wyników obliczeniowych z doświadczalnymi należy uznać za zadowalającą. W odniesieniu do pierwszej harmonicznej dla $1 \leq K_\mu \leq 2,2$ rozbieżność wyników nie przekracza 10%. Dla większych wartości współczynnika nasycenia zbieżność wyników pogarsza się, co jest oczywiste biorąc pod uwagę poczynione założenia.

Na rys.6 przedstawiono zależność współczynnika wypełnienia podziałki biegunowej α_1 w funkcji współczynnika nasycenia obwodu magnetycznego. Dla porównania na tymże rysunku przedstawiono analityczną zależność, uzyskaną na podstawie badań pól dużej ilości maszyn indukcyjnych, podaną w literaturze [3, 5]. Maksymalna rozbieżność przebiegów nie przekracza 5%. Świadczy to również o poprawności wyników, uzyskiwanych za pomocą przedstawionej metody.



Rys.6. Zależność współczynnika wypełnienia podziałki biegunowej α_i od współczynnika nasycenia obwodu magnetycznego K_μ : — wg [5],
 - - - uzyskana na podstawie obliczeń proponowaną metodą

6. WNIOSKI

Z przeprowadzonych badań wynikają następujące wnioski:

1. Proponowana metoda analizy pola magnetycznego pozwala określić analitycznie pole w dowolnym punkcie szczeliny powietrznej silnika indukcyjnego, z wystarczającą dla obliczeń inżynierskich dokładnością.
2. Metoda pozwala uwzględnić nasycenie zębów stojana i wirnika, a po niewielkiej modyfikacji, również jarzm.
3. Metoda jest szczególnie przydatna w przypadkach, w których nie jest wymagana znajomość kształtu pola, a jedynie jego składowych harmonicznych, uwarunkowanych nasyceniem obwodu magnetycznego.
4. Metoda zapewnia zadowalającą dokładność dla spotykanych w maszynach indukcyjnych nasycień obwodu magnetycznego, a nawet nieco większych.
5. Metoda jest stosunkowo prosta i pozwala uzyskać poprawne wyniki przy mniejszej /w porównaniu z innymi metodami/ pracochłonności i krótszym czasie pracy EMC.

LITERATURA

- [1] Dąbrowski M.: Pola i obwody magnetyczne maszyn elektrycznych. WNT, Warszawa 1970
- [2] Demidovič B.P., Maron I.A.: Čislennyje metody analiza. Moskwa 1967
- [3] Dubicki B.: Maszyny elektryczne, t.III, Silniki elektryczne indukcyjne. PWN, Warszawa 1964
- [4] Kanatorovič J.V., Kopyłow V.I.: Problizennyje metody vyššego analiza. Gosizdat, Moskwa - Leningrad 1962

- [5] Kopylov I.P.: Projektirovanie električeskich mašin. Energija, Moskva 1980
- [6] Śliwiński T.: Odształcenie krzywej pola w szczelinie a prąd magnesujący silnika indukcyjnego. Przegląd Elektrotechniczny, 1980, nr 7-8

ANALYSIS OF MAGNETIC FIELD IN INDUCTION MOTOR AIR GAP

Summary

The paper introduces the analytic-iterative method of calculating the magnetic field in the air gap of an induction motor. The method enables the calculation of higher harmonics values of the magnetic induction conditioned by the saturation ratio of the stator and rotor teeth. The algorithm of the calculation for the computer is given and the method suggested has been verified experimentally. The method was tested for its usability in technical applications, particularly in the cases where the knowledge of the harmonics of the magnetic field is sufficient and the detailed information on its shape not required.

АНАЛИЗ МАГНИТНОГО ПОЛЯ В ВОЗДУШНОМ ЗАЗОРЕ АСИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ

Резюме

В статье представлен аналитическо-итерационный метод расчета магнитного поля в воздушном зазоре асинхронного электродвигателя, позволяющий определить гармонический состав магнитной индукции, обусловленный насыщением зубцов статора и ротора. Приводится алгоритм расчетов на ЭВМ, пример расчета, а также экспериментальная верификация предлагаемого метода. Проведенные исследования подтверждают пригодность метода для инженерных расчетов, особенно там, где не требуется точная картина магнитного поля, а лишь его гармонический состав.

Janusz Hebenstreit

UPROSZCZONE OBLICZENIA ELEKTROMAGNETYCZNE
 PRZETWORNIKA ELEKTROMECHANICZNEGO PRĄDU STAŁEGO
 O TARCZOWEJ FERROMAGNETYCZNEJ CZĘŚCI WTORNEJ

W artykule przedstawiono stosunkowo proste zależności, umożliwiające obliczanie parametrów elektromagnetycznych przetwornika prądu stałego o tarczowej ferromagnetycznej części wtórnej. Przetwornik tego typu może pracować w układach napędowych jako sprzęgło lub hamulec elektromagnetyczny wiroprądowy. Rozważania teoretyczne zweryfikowano doświadczalnie, uzyskując dużą zbieżność wyników badań i obliczeń. Podane w pracy zależności mogą być, po niewielkich zmianach, wykorzystane także do obliczeń przetworników o walcowej i liniowej części wtórnej.

WYKAZ OZNACZEŃ

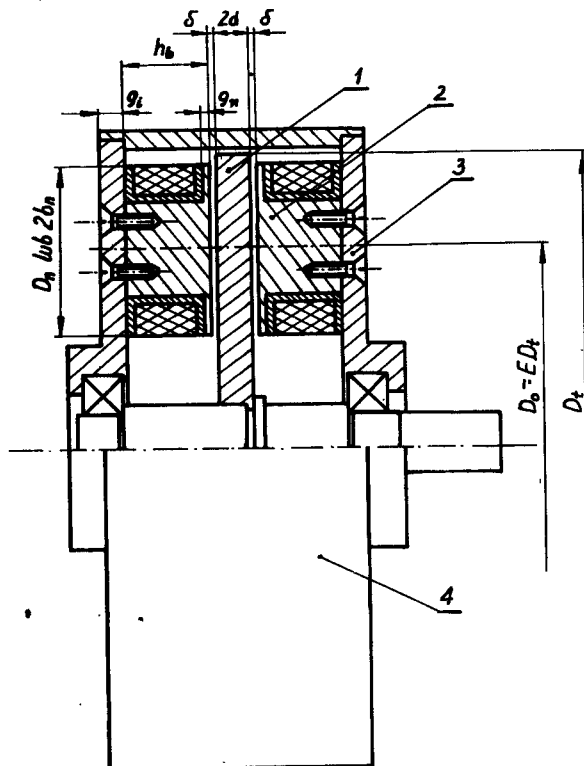
- a_{μ}, b_{μ} - współczynniki aproksymacji przeliczonej charakterystyki magnesowania dla pola magnetycznego o natężeniu powyżej wartości krytycznej;
- B_z^0 - składowa normalna indukcji magnetycznej w szczelinie powietrznej [T];
- B_0 - amplituda składowej normalnej indukcji w szczelinie powietrznej [T];
- $B_{c\gamma n}, B_{s\gamma n}$ - amplitudy składowej normalnej indukcji magnetycznej w szczelinie powietrznej, występujące odpowiednio przy funkcjach \cos i \sin [T];
- $2d$ - grubość części wtórnej [m];
- $D_{st} = 2R_t$ - średnica tarczowej części wtórnej [m];
- \vec{E}_{Fe} - wektor natężenia pola elektrycznego w części wtórnej [V/m];
- \vec{H}_p - wektor natężenia pola magnetycznego w szczelinie powietrznej [A/m];
- \vec{H}_{Fe} - wektor natężenia pola magnetycznego w części wtórnej [A/m];
- \vec{J}_{Fe} - wektor gęstości prądu w części wtórnej [A/m²];
- M_2 - moment elektromagnetyczny obrotowy działający na część wtórną [Nm];
- p - liczba par biegunów po jednej stronie tarczy;

P_1	- jednostkowe straty mocy czynnej w części wtórnej $[W/m^2]$;
R_t	- promień tarczy wirnika $[m]$;
V	- spadek napięcia magnetycznego $[A]$;
x, y, z	- osie współrzędnych układu ortokartezjańskiego;
α_{Fe}	- zespolony współczynnik tłumienia pola elektromagnetycznego w części wtórnej $[1/m]$;
γ_{2Fe}	- konduktywność materiału części wtórnej $[S/m]$;
δ	- długość szczeliny powietrznej $[m]$;
$\epsilon = R_o/R_t$	- stosunek odległości osi biegunów od osi obrotu i promienia części wtórnej;
μ	- przenikalność magnetyczna środowiska $[H/m]$;
μ_o	- przenikalność powietrzna $\mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7} H/m$;
μ_{2Fe}	- przenikalność magnetyczna części wtórnej $[H/m]$;
ω	- prędkość kątowna $[1/s]$ ($\omega = \omega_2 - \omega_1$);
ω_1	- prędkość kątowna części pierwotnej $[1/s]$;
ω_2	- prędkość kątowna części wtórnej $[1/s]$.

1. WPROWADZENIE

W układach napędowych, w których zachodzi konieczność płynnej regulacji prędkości obrotowej w szerokim przedziale, a także do hamowania pojazdów trakcyjnych, wykorzystuje się przetworniki elektromechaniczne, zasilane prądem stałym. Pełnią one rolę sprzęgieł bądź hamulców elektromagnetycznych wiropędowych. Zasada działania tych przetworników polega na wykorzystaniu siły ponderomotorycznej, będącej wynikiem współdziałania prądów wirowych indukowanych w litej części wtórnej z polem magnetycznym w szczelinie powietrznej, które wznieca uzwojenie zasilane prądem stałym. Pomimo różnic w konstrukcji między sprzęgłem a hamulcem wiropędowym, mechanizm zjawisk elektromagnetycznych jest identyczny - w obu bowiem przypadkach problem teoretyczny można sprowadzić do wyznaczenia rozkładu pola magnetycznego i rozptyłu prądów wirowych w litym przewodniku przemieszczającym się w stacjonarnym polu magnetycznym, a następnie siły ponderomotorycznej lub momentu obrotowego działającego na przewodnik, przy zadanym rozkładzie wielkości wymuszającej, tj. przepływie lub składowej normalnej indukcji magnetycznej. Tak sformułowany problem teoretyczny był przedmiotem między innymi prac [1, 3, 5, 7-10, 12, 13, 15], przy czym w pracach [1, 3, 5, 7-10, 12] rozpatrywano przetworniki, w których część wtórna wykonana była z materiału ferromagnetycznego, w pracach zaś [13], [15] - przetworniki o części wtórnej nieferromagnetycznej. Co prawda w wymienionych pracach uzyskano stosunkowo proste równania sił lub momentów obrotowych, ale wyznaczenie charakterystyk mechanicznych w postaci $F = f(v)$ lub $M = f(n)$ - gdzie: v - prędkość liniowa części wtórnej, n - prędkość obrotowa - wymaga zastosowania maszyn cyfrowych. Z tego powodu stosowanie wyników tych prac w praktyce inżynierskiej może być niejednokrotnie trudne. Pomimo coraz szerszego stosowania ETO, w praktyce nadal

wymaga się opracowywania stosunkowo prostych algorytmów obliczeniowych, przy jednoczesnym zapewnieniu dużej zbliżności wyników obliczeń i badań eksperymentalnych. W prezentowanej pracy przedstawiono prosty sposób obliczania charakterystyki mechanicznej tarczowego przetwornika prądu stałego o litej ferromagnetycznej części wtórnej i budowie, jak na rys.1.

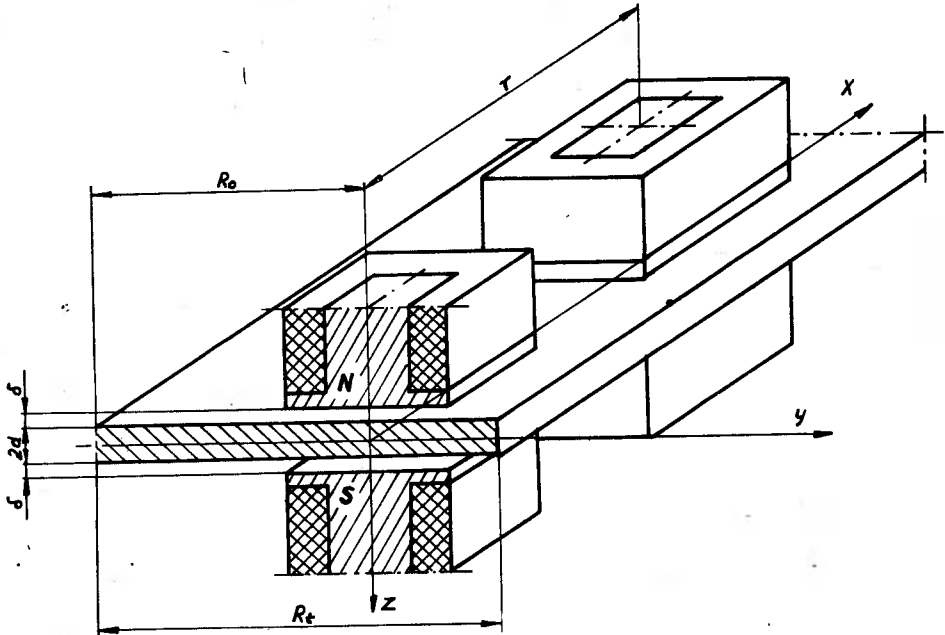


Rys.1. Przetwornik elektromechaniczny prądu stałego o tarczowej ferromagnetycznej części wtórnej

Rozpatrzono przypadek, gdy polaryzacja elektromagnesów umieszczonych po przeciwległych stronach części wtórnej jest przeciwna. Przedstawione zależności są uproszczeniem analiz zawartych w pracach [3, 7, 8], a jednocześnie są uzyskane inną metodą niż podane w [10, 12].

2. ZAŁOŻENIA UPRASZCZAJĄCE. MODEL MATEMATYCZNY

Przeprowadzając analizę zjawisk elektromagnetycznych w przetworniku, jak na rys.1, można dokonać uмышленego rozwinięcia przetwornika i rozpatrywać obiekt z rys.2 [5, 7, 8, 10].



Rys.2. Przetwornik zorientowany w ortokartezjańskim układzie współrzędnych x, y, z

Ponadto czyni się jeszcze następujące założenia upraszczające:

- składowa normalna indukcji magnetycznej na powierzchniach przyszczelinowych, tj. $z = -(d+\delta)$ i $z = d+\delta$, występuje tylko w obszarze ograniczonym konturem nabiegownika;
- rzeczywisty rozkład składowej normalnej indukcji magnetycznej zastępuje się rozkładem dyskretnym, jak na rys.3;
- układ współrzędnych prostokątnych x, y, z o początku umieszczonym w połowie grubości części wtórnej jest nieruchomy względem elektromagnesów - rys.2;
- część wtórna jest jednorodną i izotropową płytą ferromagnetyczną o stałej przenikalności magnetycznej, równej wartości na powierzchni $\mu_{2Fe} = \mu_{2sFe}$ i stałej konduktywności $\sigma_{2Fe} = \text{const.}$;
- pomija się straty histerezowe w płycie;
- pomija się zjawiska zachodzące na krawędziach płyty.

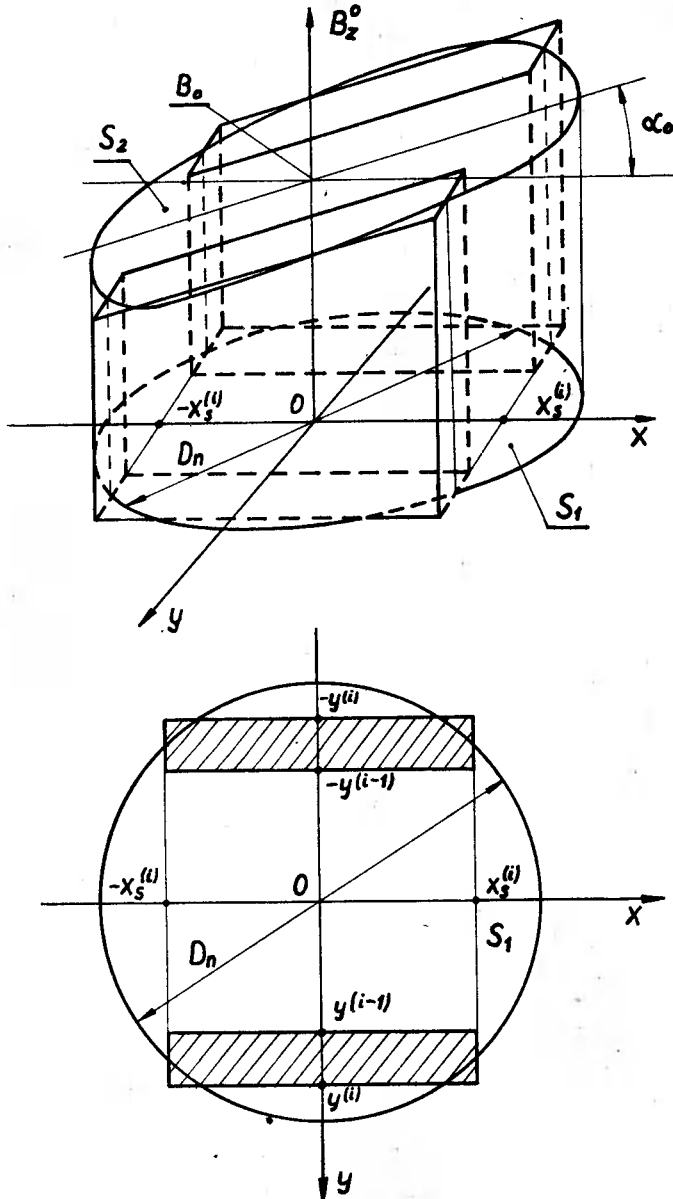
Uwzględniając założenia a/ i b/ można przyjęty rozkład indukcji rozwinąć wzdłuż osi x i y w szereg trygonometryczny Fouriera - otrzymuje się wówczas następujący ogólny opis matematyczny warunku brzegowego [6, 7]:

$$B_z^0(x, y) = \sum_{\nu=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left[B_{c\nu} \cos\left(\nu \frac{\pi}{T} x\right) + B_{s\nu} \sin\left(\nu \frac{\pi}{T} x\right) \right] \cos\left(n \frac{\pi}{R_t} y\right) \quad (2.1)$$

Obydwa składniki wzoru (2.1) wystąpią tylko wówczas, gdy uwzględniana jest deformacja pola głównego /wytworzonego przez elektromagnes/ w wyniku re-

akcji prądów wirowych indukowanych w płycie. Jeżeli założy się, że $B_{c \vee n} \gg B_{s \vee n}$, a ponadto uwzględniona zostanie tylko pierwsza harmoniczna rozkładu przestrzennego funkcji $B_z^0(x, y)$, to zależność (2.1) przyjmuje postać:

$$B_z^0(x, y) = B_c \cos\left(\frac{\pi}{l} x\right) \cos\left(\frac{\pi}{R_t} y\right) \quad (2.2)$$



Rys.3. Dyskretyzacja założonego rozkładu składowej normalnej indukcji magnetycznej pod biegunem o polaryzacji "N"

Znajomość opisu analitycznego warunku brzegowego sprowadza problem do rozwiązania wewnętrznego zagadnienia brzegowego pierwszego rodzaju, tj. typu Dirichleta. Uwzględniając poczynione założenia upraszczające, po znanych przekształceniach równań Maxwella [4, 14], w których pomija się prądy przesunięcia i konwekcji, otrzymuje się następujące wektorowe równania różniczkowe cząstkowe, opisujące pole elektromagnetyczne w poszczególnych obszarach:

- w szczelinach powietrznych

$$\nabla^2 \vec{H}_{p1,3} = 0 \quad (2.3)$$

- w części wtórnej

$$\nabla^2 \vec{H}_{Fe} - \mu_{2Fe} \gamma_{2Fe} \omega R_o \frac{d\vec{H}_{Fe}}{dx} = 0 \quad (2.4)$$

$$\vec{E}_{Fe} = \frac{(\nabla \times \vec{H}_{Fe})}{\gamma_{2Fe}} \quad (2.5)$$

3. POLE ELEKTROMAGNETYCZNE W CZĘŚCI WTÓRNEJ

Wyznaczenie rozkładu pola magnetycznego i elektrycznego w poszczególnych środowiskach przetwornika omawianego typu wymaga rozwiązania równań (2.3) - (2.5) - okazuje się jednak, że w przypadku spełnienia warunku:

$$\frac{\delta}{\tau} < \frac{0,1}{\pi \sqrt{1 + \left(\frac{\tau}{R_t}\right)^2}} \quad (3.1)$$

wartość składowej normalnej indukcji magnetycznej wzdłuż osi z w szczelinie powietrznej pozostaje praktycznie stała [5, 8], a zatem pole elektromagnetyczne w części wtórnej można wyznaczyć na podstawie zależności (2.4) i (2.5) przy uwzględnieniu warunku brzegowego (2.2). Rozpisując wektorowe równania różniczkowe (2.4) i (2.5) na osie współrzędnych przyjętego układu odniesienia, po zastosowaniu metody rozdzielania zmiennych Fouriera i uwzględnieniu warunków brzegowych, otrzymuje się następujące zależności na składowe natężenia pola magnetycznego i elektrycznego w części wtórnej:

$$H_{xFe}(x, y, z) = - \frac{2 \sqrt{2} B_c}{\mu_{2Fe}} \frac{R_t}{\xi d} \frac{p \cos\left(\frac{\pi}{R_t}\right)y}{\pi^2 + \left(\frac{p}{\xi}\right)^2} \frac{A}{\operatorname{ch} 2A + \cos 2A} \times \\ \operatorname{Im} \left\{ \exp \left[j \left(\frac{\pi}{4} + \frac{p x}{R_t \xi} \right) \right] \operatorname{ch}(\alpha_{Fe}^* d) \operatorname{sh}(\alpha_{Fe} z) \right\} \quad (3.2)$$

$$H_{yFe}(x, y, z) = - \frac{2\pi \sqrt{2} B_c}{\mu_{2Fe}} \frac{R_t}{d} \frac{\sin\left(\frac{\pi}{R_t} y\right)}{\pi^2 + \left(\frac{p}{\epsilon}\right)^2} \frac{A}{\operatorname{ch} 2A + \cos 2A} \pi \operatorname{Re} \left\{ \exp \left[j \left(\frac{\pi}{4} + \frac{p x}{R_t \epsilon} \right) \right] \operatorname{ch}(\alpha_{Fe}^* d) \operatorname{sh}(\alpha_{Fe} z) \right\} \quad (3.3)$$

$$H_{zFe}(x, y, z) = \frac{2 B_c}{\mu_{2Fe}} \frac{\cos\left(\frac{\pi}{R_t} y\right)}{\operatorname{ch} 2A + \cos 2A} \pi \operatorname{Re} \left\{ \exp \left(j \frac{p x}{R_t \epsilon} \right) \operatorname{ch}(\alpha_{Fe}^* d) \operatorname{ch}(\alpha_{Fe} z) \right\} \quad (3.4)$$

$$E_{xFe}(x, y, z) = \frac{2\pi B_c \omega R_t p}{\pi^2 + \left(\frac{p}{\epsilon}\right)^2} \frac{\sin\left(\frac{\pi}{R_t} y\right)}{\operatorname{ch} 2A + \cos 2A} \pi \operatorname{Im} \left\{ \exp \left(j \frac{p x}{R_t \epsilon} \right) \operatorname{ch}(\alpha_{Fe}^* d) \operatorname{ch}(\alpha_{Fe} z) \right\} \quad (3.5)$$

$$E_{yFe}(x, y, z) = \frac{2 B_c \omega R_t p^2}{\epsilon \left[\pi^2 + \left(\frac{p}{\epsilon}\right)^2 \right]} \frac{\cos\left(\frac{\pi}{R_t} y\right)}{\operatorname{ch} 2A + \cos 2A} \pi \operatorname{Re} \left\{ \exp \left(j \frac{p x}{R_t \epsilon} \right) \operatorname{ch}(\alpha_{Fe}^* d) \operatorname{ch}(\alpha_{Fe} z) \right\} \quad (3.6)$$

przy czym:

$$\epsilon = \frac{R_o}{R_t} ; \quad A = \sqrt{\frac{\mu_{2Fe} \gamma_{2Fe} \omega p}{2}} \cdot d$$

$$\alpha_{Fe}^* = \frac{(1-j)A}{d} ; \quad \alpha_{Fe} = \frac{(1+j)A}{d}$$

Równania (3.2) - (3.6) są słuszne, jeśli spełniona jest dodatkowo nierówność:

$$\mu_{2Fe} \gamma_{2Fe} \omega p R_t^2 > 20 \left[\pi^2 + \left(\frac{p}{\epsilon}\right)^2 \right] \quad (3.7)$$

Okazuje się wówczas, że części urojona i rzeczywista zespolonego współczynnika tłumienia pola elektromagnetycznego w części wtórnej przetwornika, opisane wzorami podanymi w pracach [5, 7, 8], są w przybliżeniu równe. Spełnienie warunku (3.7) w praktyce nie jest trudne /obliczenia autora przeprowadzone dla wielu wariantów różniących się wymiarami geometrycznymi oraz gatunkiem stali użytej do budowy wirników, potwierdzają przyjęcie takiego warunku/.

Jednym z istotnych elementów analizy zjawisk elektromagnetycznych w przetworniku omawianego typu jest zagadnienie określenia wartości przenikalności magnetycznej środowiska ferromagnetycznego reprezentatywnej dla

całego obszaru. Zgodnie z założeniem d/ przyjęto do rozważań stałą wartość przenikalności części wtórnej, odpowiadającą wartości średniej natężenia pola magnetycznego na powierzchni części wtórnej, wyznaczaną dla $y = 0$ i $z = -d$ ze wzoru:

$$H_{xFe_{gr}}(0, -d) = \frac{2}{\tau} \int_0^{\tau/2} H_{xFe}(x, 0, -d) dx \quad (3.8)$$

Udział składowej w kierunku osi z natężenia pola magnetycznego pominięto.

Znajomość rozkładu pola elektromagnetycznego w części wtórnej przetwornika pozwala na wyznaczenie równań momentu elektromagnetycznego obrotowego, strat mocy czynnej w części wtórnej oraz wartości przepływu uzwojenia wzbudzenia, niezbędnego do wytworzenia żądanego momentu.

4. WYZNACZANIE CHARAKTERYSTYKI MECHANICZNEJ PRZETWORNIKA

4.1. Moment elektromagnetyczny obrotowy i straty mocy czynnej w części wtórnej

Zależność na moment elektromagnetyczny obrotowy można wyznaczyć dwiema metodami, tj. na podstawie prawa Joule'a lub wzoru Ampera. W pracy moment obliczono ze wzoru Ampera, otrzymując następującą zależność:

$$M_2 = - \frac{\pi B_c^2 R_t^4}{\mu_2 Fe d} \frac{p \cdot k_m \cdot \epsilon \cdot A}{\pi^2 + \left(-\frac{p}{\epsilon}\right)^2} \frac{\text{sh } 2A + \sin 2A}{\text{ch } 2A + \cos 2A} \quad (4.1)$$

gdzie:

$$k_m = \begin{cases} 2\epsilon + \frac{1}{\pi} \sin(2\epsilon\pi) & \text{dla } \epsilon < 0,5 \\ 2(1-\epsilon) + \frac{1}{\pi} \sin[2(1-\epsilon)\pi] & \text{dla } \epsilon \geq 0,5 \end{cases}$$

Podobnie jak moment, straty mocy czynnej w części wtórnej można wyznaczyć na podstawie prawa Joule'a lub twierdzenia Poyntinga. W pracy straty mocy wyznaczono na podstawie twierdzenia Poyntinga, otrzymując następujące równanie strat jednostkowych:

$$P_1 = \frac{B_c^2 \omega R_t^2}{\mu_2 Fe d} \frac{p k_p A}{\pi^2 + \left(\frac{p}{\epsilon}\right)^2} \frac{\text{sh } 2A + \sin 2A}{\text{ch } 2A + \cos 2A} \quad (4.2)$$

gdzie:

$$k_p = (1-\epsilon) - \frac{1}{2\pi} \frac{\pi^2 - \left(\frac{p}{\epsilon}\right)^2}{\pi^2 + \left(\frac{p}{\epsilon}\right)^2} \sin[2(1-\epsilon)\pi]$$

Pod pojęciem strat jednostkowych rozumie się straty mocy przypadające na jednostkę powierzchni części wtórnej.

4.2. Obliczanie charakterystyki mechanicznej

Wyznaczenie charakterystyki mechanicznej przetwornika z zależności (4.1) jest trudne, ponieważ nieznaną jest wartość indukcji magnetycznej B_c , odpowiadająca danemu przepływowi i prędkości kątowej ω , ani też wartość przenikalności magnetycznej μ_{2Fe} . Okazuje się jednak, że indukcję w szczelinie powietrznej można przedstawić jako funkcję wartości średniej natężenia pola magnetycznego na powierzchni części wtórnej oraz wymiarów geometrycznych. Uzyskuje się to wykorzystując zależności (3.2) i (3.8). Wyrażenie na indukcję przyjmuje postać:

$$B_c = \frac{\pi}{2} \frac{\epsilon d \left[\pi^2 + \left(\frac{p}{\epsilon} \right)^2 \right]}{p R_t A} \mu_{2Fe} H_{xFe\delta r} \frac{\text{ch } 2A + \cos 2A}{\text{sh } 2A - \sin 2A} \quad (4.3)$$

Podstawiając otrzymaną zależność do wyrażenia na moment, tj. do wzoru (4.1), i wprowadzając tzw. przeliczoną charakterystykę magnesowania $\mu_{2Fe} H_{xFe\delta r}^2 = \mu_{2Fe} H_m^2 = a_\mu H_m - b_\mu$ [14] otrzymuje się równanie charakterystyki mechanicznej:

$$M_2 = \frac{\sqrt{2} \pi^3}{4p} \frac{R_t^2 k_m \epsilon^3 \left[\pi^2 + \left(\frac{p}{\epsilon} \right)^2 \right]}{\sqrt{p \omega \delta_{2Fe}}} M h t (2A) H_m \sqrt{a_\mu H_m - b_\mu} \quad (4.4)$$

przy czym:

$$M h t (2A) = \frac{(\text{sh } 2A + \sin 2A) (\text{ch } 2A + \cos 2A)}{(\text{sh } 2A - \sin 2A)^2}$$

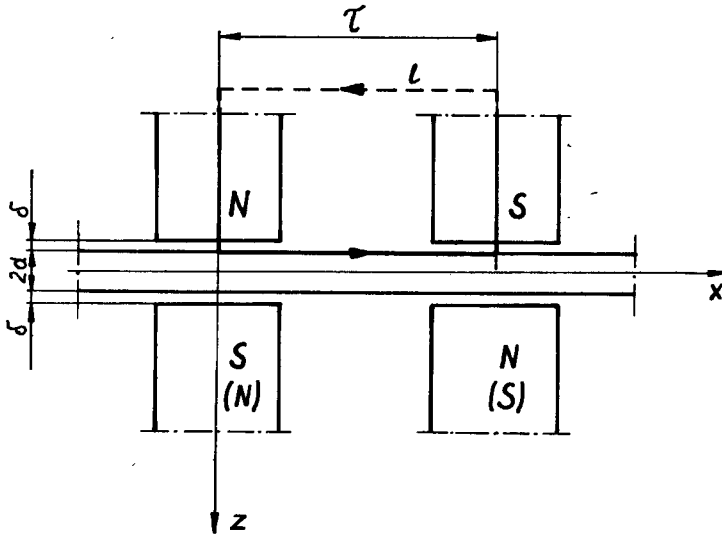
Zależność (4.4) jest uwikłaną funkcją prędkości kątowej ω , gdyż od ω zależy także wartość średnia natężenia pola magnetycznego na powierzchni części wtórnej. Wartość H_m w ogólnym przypadku wyznacza się metodą iteracyjną ze wzoru:

$$\sqrt{\frac{2}{p \omega \delta_{2Fe}}} \frac{\delta \left[\pi^2 + \left(\frac{p}{\epsilon} \right)^2 \right]}{\mu_0 R_t^2} \sqrt{a_\mu H_m - b_\mu} + H_m V h t (2A) = \frac{2p V h t (2A)}{\pi R_t \epsilon} k_v \textcircled{H}_t \quad (4.5)$$

uzyskanego z przekształcenia zależności na przepływ pojedynczej cewki uzwojenia.

Na podstawie prawa przepływu, przy całkowaniu wzdłuż krzywej zaznaczonej na rys.4, otrzymuje się następujące równanie:

$$\oint_1 \vec{H} d\vec{l} = 2V_b + V_j + 2V_\delta + V_{2Fe} = 2z_f I_f + \int_{-d}^0 \int_0^{\tau} j_{yFe}(x, 0, z) dx dz \quad (4.6)$$



Rys.4. Droga, wzdłuż której obliczany jest przepływ uzwojenia wzbudzenia

Przekształcając zależność (4.6), po podstawieniu w miejsce j_{yFe} równania (3.6) przemnożonego przez δ_{2Fe} , otrzymuje się wzór na przepływ uzwojenia w postaci:

$$\mathcal{H}_f = z_f I_f = V_b + 0,5 V_j + \frac{B_c}{\mu_0} \left\{ \delta + \frac{R_t^2}{d} \frac{A}{\mu_{2Fe} \left[\pi^2 + \left(\frac{p}{\epsilon} \right)^2 \right]} V_{ht}(2A) \right\} \quad (4.7)$$

gdzie:

$$V_{ht}(2A) = \frac{\text{sh } 2A - \sin 2A}{\text{ch } 2A + \cos 2A}$$

Podstawiając do wyrażenia (4.7) zależność (4.3) i odpowiednich przekształceniach, uzyskuje się równanie (4.5).

Współczynnik $k_v = 1 - \frac{(V_b + 0,5 V_j)}{\mathcal{H}_f} = 1 - \frac{V_j}{\mathcal{H}_f}$ występujący w równaniu (4.5) uwzględnia udział napięcia magnetycznego w części pierwotnej w ogólnym bilansie napięć magnetycznych - w obliczeniach przybliżonych k_v należy szacować w granicach 0,8 - 0,95; w obliczeniach bardziej dokładnych współczynnik ten winien podlegać weryfikacji.

Jeśli obliczenia mają tylko charakter jakościowy, zależność (4.5) można sprowadzić do trójkątnego kwadratu - przyjmując, że $V_{ht}(2A) = 1$. Dokładne obliczenia wymagają jednak weryfikacji współczynnika $V_{ht}(2A)$. Zależności (4.4) i (4.5) pozwalają w sposób jednoznaczny wyznaczyć charakterystyki mechaniczne tarczowego przetwornika elektromechanicznego o litej ferromagnetycznej części wtórnej, pracującego zarówno jako sprzęgło poś-

lizgowe oraz jako hamulec wiropądowy wtedy, gdy zadane są wymiary geometryczne przetwornika, przepływ uzwojenia wzbudzenia oraz charakterystyka magnesowania materiału obwodu magnetycznego. Wykorzystując te zależności wykonano obliczenia charakterystyki mechanicznej hamulca wiropądowego o następujących danych:

- wymiary geometryczne

średnica wirnika	$D_t = 0,2 \text{ m}$
grubość wirnika	$2d = 0,01 \text{ m}$
długość szczeliny powietrznej	$\delta = 0,002 \text{ m}$
średnica nabiegownika elektromagnesu	$D_b = 0,08 \text{ m}$

- parametry elektromagnetyczne materiału obwodu magnetycznego

gatunek stali	St-3
konduktywność	$\gamma_{2Fe} = 4 \cdot 10^6 \text{ S/m}$
charakterystyka magnesowania	

$$\mu_{2Fe} H_m^2 = a_\mu H_m - b_\mu$$

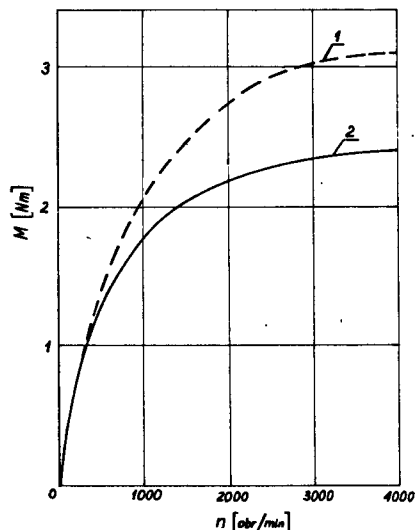
gdzie:

$a_\mu = 1,92$	$b_\mu = 2461$	dla	$H_m \geq 6900 \text{ A/m}$
$a_\mu = 1,67$	$b_\mu = 736$	dla	$2700 \leq H_m \leq 6900 \text{ A/m}$
$a_\mu = 1,48$	$b_\mu = 203$	dla	$0 \leq H_m \leq 2700 \text{ A/m}$

- parametry wzbudzenia

liczba biegunów	$2(2p) = 8$
przepływ uzwojenia wzbudzenia przypadający na jeden biegun	$(H)_f = 640 \text{ A}$

Wyniki obliczeń przedstawiono na rys.5, na którym również pokazano charakterystykę uzyskaną eksperymentalnie.



Rys.5. Charakterystyki mechaniczne hamulca wiropądowego o tarczowym wirniku ferromagnetycznym
 1 - uzyskana z pomiarów
 2 - uzyskana z obliczeń

Jak wynika z kształtu krzywych - różnią się one ilościowo, przy czym przy prędkości obrotowej wirnika równej 3000 obr/min. różnica ta wynosi około 15% w stosunku do wartości zmierzonej, przy prędkościach mniejszych natomiast rozbieżność wyników jest znacznie mniejsza. Po przebadaniu różnych wariantów konstrukcyjnych, tzn. różniących się grubością części wtórnej, stwierdzono, iż błąd obliczeń jest nie większy niż 20% w stosunku do wyniku pomiarów. Na wielkość błędu wpływają między innymi następujące czynniki:

- błąd pomiaru momentu hamującego,
- błąd aproksymacji przeliczonej charakterystyki magnesowania, a także rozbieżność między charakterystyką przyjętą do obliczeń i rzeczywistą modelu laboratoryjnego,
- przyjęte założenia upraszczające, a w tym przede wszystkim pominięcie udziału wyższych harmonicznych rozkładu przestrzennego pola magnetycznego.

Otrzymanie błędu systematycznego o wielkości podanej wyżej prowadzi do wniosku, że wynik obliczeń charakterystyki mechanicznej jest zawsze bardziej pesymistyczny niż wynikający z badań, a zatem proponowany w pracy sposób obliczeń uproszczonych jest do przyjęcia w praktyce inżynierskiej.

5. WNIOSKI

Na podstawie analizy przeprowadzonej w pracy i zweryfikowanej doświadczalnie można wysnuć następujące wnioski:

1. Proponowana w pracy uproszczona metoda obliczania charakterystyk mechanicznych tarczowych przetworników elektromechanicznych o litych ferromagnetycznych częściach wtórnych pozwala na uzyskanie mało skomplikowanych równań na moment obrotowy oraz przepływ uzwojenia wzbudzenia.
2. Dzięki tej metodzie istnieje możliwość przeprowadzenia obliczeń bez konieczności stosowania elektronicznej techniki obliczeniowej.
3. Wyznaczanie charakterystyki mechanicznej jest możliwe bez uprzedniego wyznaczenia wartości indukcji magnetycznej w szczelinie powietrznej - wystarcza do tego już znajomość wartości przepływu uzwojenia wzbudzenia.
4. Uzyskiwane wyniki obliczeń charakteryzują się dość dużym stopniem zbliżności z wynikami uzyskiwanymi eksperymentalnie.

Powyższe wnioski pozwalają przypuszczać, iż proponowana w pracy metoda obliczania charakterystyk mechanicznych jest w pełni przydatna do praktycznych obliczeń inżynierskich. Metoda ta dotyczy co prawda przetworników o wirnikach tarczowych, nie mniej jednak może być również stosowana w obliczeniach elektromagnetycznych przetworników o walcowej i liniowej części wtórnej.

LITERATURA

- [1] Boldea J., Babascu M.: Multilayer theory of d.c. linear brakes with solid-iron secondary. Proc. IEE, Vol.123, No 3, 1976, pp.220-222
- [2] Cichy J., Dąbrowski M.: Badanie własności magnetycznych stali konstrukcyjnych. Archiwum Elektrotechniki, t.XXIV, z.2, 1975, ss.329-343
- [3] Davies E.J.: An experimental and theoretical study of eddy-current coupling and brakes. IEEE Trans., Vol-PAS-82, 1963, pp.1-16
- [4] Dąbrowski M.: Pola i obwody magnetyczne maszyn elektrycznych. WNT, Warszawa 1971
- [5] Dąbrowski M., Hebenstreit J.: Analiza zjawisk elektromagnetycznych w płycie stalowej przemieszczającej się w stacjonarnym polu magnetycznym. Archiwum Elektrotechniki, w druku
- [6] Drozdowski Z.: Zastosowanie sprzęgieł wirowych w układach automatycznej regulacji. PAK, nr 4, 1969, ss.175-178
- [7] Hebenstreit J., Paul P.: Analityczno-numeryczna metoda obliczeń sprzęgieł i hamulców wirowych o litej ferromagnetycznej części wtórnej. Materiały Konferencji Naukowej "Maszyny Elektryczne Specjalne", Bydgoszcz 1979, ss.135-149
- [8] Hebenstreit J.: Analiza zjawisk w tarczowym przetworniku elektromechanicznym z tarczą ferromagnetyczną. Rozprawa doktorska, Poznań 1980
- [9] Lammeraner J., Stafl M.: Eddy Current. ILIFFE Books Ltd., London 1966
- [10] Panasienkov M.A.: Elektromagnitnyje rasčoty ustrojstv s nelineijnymi rozpredielienymi paramietrami. Izd. Energija, Moskva 1971
- [11] Pełczewski W.: Sprzęgła elektromagnetyczne. WNT, Warszawa 1965
- [12] Pozdiejev A.D., Rozman J.B.: Elektromagnitnyje mufty i tormoza s mas-sivnym jakorom. Izd. Energija, Leningrad 1963
- [13] Schieber D.: Braking torque on rotating sheet in stationary magnetic field. Proc. IEE, Vol.121, No 2, pp.117-122
- [14] Turowski J.: Elektrodynamika techniczna. WNT, Warszawa 1968
- [15] Vankataratman K., Ramachandra-Raju D.: Analysis of eddy-current brakes with nonmagnetic rotors. Proc. IEE, Vol.24, No 1, 1977, pp.67-71

SIMPLIFIED ELECTROMAGNETIC CALCULATIONS
OF ELECTROMECHANICAL D.C. CONVERTER
WITH DISC FERROMAGNETIC SECONDARY

Summary

There are presented comparatively simple formulae of parameters of a electromechanical D.C. converter with a disc ferromagnetic secondary. The converter of the type can work as a clutch as well as an eddy-current brake. Theoretical considerations were verified experimentally and a good agreement between calculations and test results was observed. The formulae presented in this paper can be applied, after some slight changes, to convertes with a cylindrical or linear secondary.

УПРОЩЕННЫЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЙ РАСЧЕТ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ
ПОСТОЯННОГО ТОКА С ДИСКОВОЙ ФЕРРОМАГНИТНОЙ ВТОРИЧНОЙ ЧАСТЬЮ

Резюме

В статье приведены относительно простые зависимости, позволяющие рассчитать электромагнитные параметры электромеханического преобразователя постоянного тока с дисковой ферромагнитной вторичной частью. Преобразователи этого типа могут работать в системах привода в качестве электромагнитных муфт или тормозов на вихревые токи. Теоретические рассуждения проверены экспериментально. Получено хорошее совпадение расчетных и экспериментальных результатов. Приведенные формулы, после небольших изменений, могут быть использованы для расчета преобразователей с цилиндрической и линейной вторичными частями.

Janusz Hebenstreit

ALGORYTM PROJEKTOWANIA HAMULCA WIROPRAĐOWEGO
O WIRNIKU TARCZOWYM FERROMAGNETYCZNYM

W pracy przedstawiono algorytmy obliczeń projektowych tarczowego hamulca wiroprowadowego o litym wirniku ferromagnetycznym. Uwzględniono wymagania stawiane przetwornikowi w stanie statycznym. Algorytm zapewnia projektowanie optymalne wg zadanej funkcji celu. Zaproponowano określanie wymiarów tarczy wirnika, wymiarów poprzecznych nabiegownika oraz dobór uzwojenia wzbudzenia w sposób istotnie różniący się od podawanych w literaturze [8, 10]. Opracowana metoda i algorytm mogą być stosowane również przy projektowaniu sprzęgieł wiroprowadowych o opisanej w pracy strukturze. Przeprowadzone badania potwierdzają przydatność metody w praktyce inżynierskiej.

WYKAZ OZNACZEŃ

- $2a_b$ - szerokość pieńka bieguna o przekroju prostokątnym [m];
- $2a_n$ - szerokość nabiegownika o przekroju prostokątnym [m];
- a_μ, b_μ - współczynniki aproksymacji przeliczonej charakterystyki magnesowania $\mu_{2Fe} H_m^2 = a_\mu H_m - b_\mu$, [13];
- A_y - obciążenie liniowe części wtórnej [A/m];
- $2b_b$ - długość pieńka bieguna o przekroju prostokątnym [m];
- $2b_n$ - długość nabiegownika o przekroju prostokątnym [m];
- B_b - dopuszczalna indukcja magnetyczna w rdzeniu bieguna [T];
- B_c - amplituda pierwszej harmonicznej rozkładu przestrzennego indukcji magnetycznej w szczelinie powietrznej [T];
- B_j - dopuszczalna indukcja magnetyczna w jarzmie [T];
- $2d$ - grubość tarczy wirnika [m];
- d_{dr} - średnica drutu nawojowego [m];
- D_b - średnica pieńka bieguna o przekroju kołowym [m];
- D_n - średnica nabiegownika o przekroju kołowym [m];
- $D_o = 2R_o$ - średnica podziałowa, na której osadzone są elektromagnesy [m];
- $D_t = 2R_t$ - średnica wirnika [m];
- g_j - grubość jarzma [m];
- g_n - grubość nabiegownika [m];
- h_b - wysokość bieguna [m];

- H_m - średnia wartość natężenia pola magnetycznego na powierzchni wirnika $[A/m]$;
 j_f - gęstość prądu w uzwojeniu wzbudzenia $[A/m^2]$;
 $j_{y2}(x, 0, z)$ - rozkład składowej promieniowej wektora gęstości prądu $[A/m^2]$;
 k_{ns} - współczynnik nasycenia obwodu magnetycznego;
 $k_U = U_f/U_c$ - współczynnik napięciowy uwzględniający sposób połączenia cewek elektromagnesów;
 $k_z = 0,75 - 0,85$ - współczynnik technologiczny wypełnienia powierzchni przeznaczonej na uzwojenie;
 l_{sr} - średnia długość pojedynczego zwoju cewki $[m]$;
 m_H - masa całkowita hamulca $[kg]$;
 M - moment elektromagnetyczny $[Nm]$;
 n - prędkość obrotowa $[obr/min]$;
 p - liczba par biegunów umieszczonych po jednej stronie wirnika;
 P_f - moc pobierana przez uzwojenie wzbudzenia $[W]$;
 P_1 - jednostkowe straty mocy czynnej w wirniku $[W/m^2]$;
 P_{1dop} - dopuszczalne straty jednostkowe $[W/m^2]$;
 R_c - rezystancja cewki elektromagnesu $[\Omega]$;
 R_f - rezystancja uzwojenia wzbudzenia $[\Omega]$;
 R_{mb} - rezystancja odcinka drutu nawojowego o długości 1 m $[\Omega]$;
 R_o - odległość osi biegunów od osi obrotu $[m]$;
 R_t - promień wirnika $[m]$;
 S_b - powierzchnia przekroju poprzecznego rdzenia bieguna $[m^2]$;
 S_{dr} - przekrój drutu nawojowego $[m^2]$;
 S_n - powierzchnia przekroju poprzecznego nabiegownika $[m^2]$;
 T_{em} - elektromechaniczna stała czasowa $[s]$;
 U_c - napięcie występujące na pojedynczej cewce uzwojenia wzbudzenia $[V]$;
 U_f - napięcie zasilające uzwojenie wzbudzenia $[V]$;
 V - prędkość liniowa na obwodzie okręgu o promieniu R_o $[m/s]$;
 V_1, V_2 - napięcia magnetyczne odpowiednio w stojanie i wirniku, przypadające na parę biegunów $[A]$;
 $x_b = D_b/2$ lub a_b - wymiar pieńka wzdłuż współrzędnej obwodowej $[m]$;
 $x_n = D_n/2$ lub a_n - wymiar nabiegownika wzdłuż współrzędnej obwodowej $[m]$;
 z_c - zwojność pojedynczej cewki uzwojenia wzbudzenia;
 $\gamma_{2 Fe}$ - konduktywność materiału wirnika $[S/m]$;
 δ - długość szczeliny powietrznej $[m]$;
 Δ - zastępcza głębokość wnikania pola elektromagnetycznego do litego ferromagnetyka $[m]$;
 Δ_{id} - przyrost izolacji drutu nawojowego $[m]$;
 Δ_k - grubość karkasu $[m]$;
 (H_f) - przepływ uzwojenia wzbudzenia $[A]$;
 μ - przenikalność magnetyczna, $\mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7} H/m$ próżni, $\mu_{2 Fe}$ materiału wirnika $[H/m]$;

$$\delta_r = 1 + \frac{\phi_r}{\phi_\delta} = 1,1 + 1,3 \quad \text{- współczynnik rozproszenia /gdzie: } \phi_r \text{ - strumień rozproszenia, } \phi_\delta \text{ - strumień w szczelinie powietrznej/;}$$

$$\xi = \frac{D_o}{D_t} \quad \text{- względna odległość osi biegunów od osi obrotu.}$$

1. WPROWADZENIE

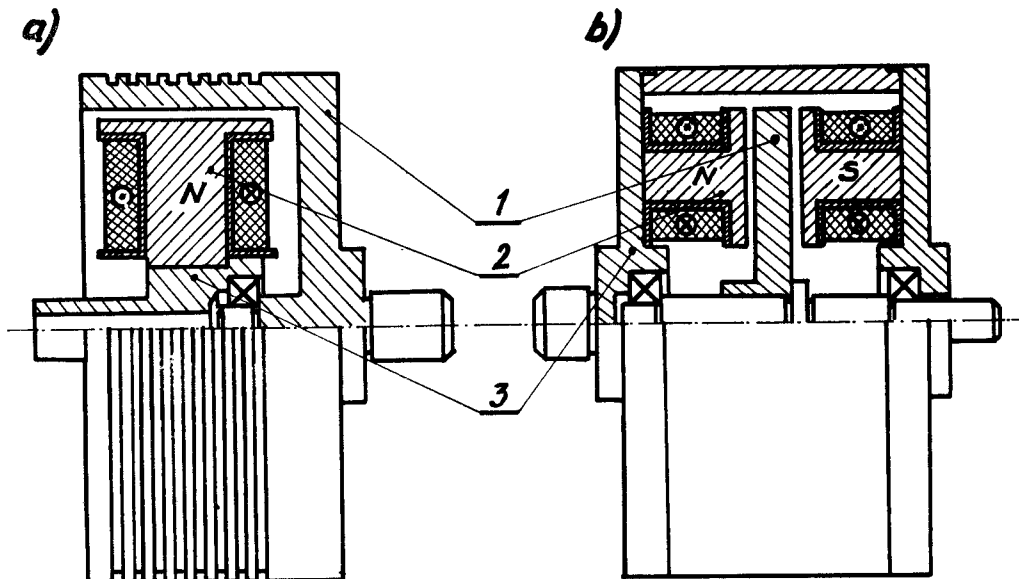
Do obciążania silników elektrycznych, a także spalinowych, małej i średniej mocy, szeroko stosowane są hamulce indukcyjne wiroprądowe. Najczęściej wykorzystuje się hamulce o wirnikach tarczowych, wykonanych z materiałów para- lub diamagnetycznych, rzadziej z materiałów ferromagnetycznych, chociaż te posiadają szereg zalet [5, 7, 8], do których zaliczyć można między innymi:

- dużą wytrzymałość mechaniczną wirnika, nawet przy temperaturach do 400°C, a zatem można je stosować do prób długotrwałych,
- dużą wartość prędkości krytycznej, dlatego mogą być stosowane jako obciążenia maszyn wysokoobrotowych,
- możliwość pomiaru charakterystyk roboczych silników indukcyjnych w całym praktycznie zakresie pracy silnikowej.

Małe zainteresowanie tym rozwiązaniem jest spowodowane, jak się wydaje, brakiem podstaw teoretycznych, które umożliwiłyby opracowanie metody ich projektowania. Istnieją wprawdzie opracowania dotyczące projektowania sprzęgieł i hamulców indukcyjnych wiroprądowych o litych częściach wtórnych /między innymi [10, 11]/, ale przedmiotem rozważań są przetworniki o części wtórnej walcowej, w których elektromagnesy są umieszczone tylko z jednej strony walca /rys.1a/. Rozważania dotyczące hamulców tarczowych podjęto w pracy [8]; rozpatrywana w niej metoda projektowania wykorzystuje połowę analizę zjawisk elektromagnetycznych, a także analizę obwodową, podobną do stosowanej przy rozpatrywaniu maszyn synchronicznych jawnobiegunowych. W prezentowanej pracy przedstawiono inną niż w [8, 10, 11] metodę projektowania hamulca wiroprądowego o tarczowym wirniku ferromagnetycznym i budowie, jak na rys.1b. Stosuje się w niej trójwymiarową analizę połową, której podstawy zawarte są w pracy [6]. W proponowanej metodzie projektowania przyjęto następujące założenia upraszczające:

- a/ wielkością wymuszającą jest stały w czasie przepływ uzwojenia wzbudzenia,
- b/ uwzględnia się tylko pierwszą harmoniczną przestrzennego rozkładu pola magnetycznego w szczelinie powietrznej,
- c/ częścią wtórną jest tarcza wykonana z jednorodnego i izotropowego ferromagnetyka o stałej przenikalności magnetycznej, równej wartości na jej powierzchni $\mu_{2Fe} = \mu_{2Fe s} = \text{const.}$ oraz o konduktywności $\delta_{2Fe} = \text{const.}$,
- d/ pomija się straty histerezowe w wirniku oraz zjawiska zachodzące na krawędzi tarczy.

Założenie b/ wymaga dodatkowego uzasadnienia. Wyższe harmoniczne rozkładu pola pominięto tylko przy szacowaniu wymiarów głównych przetwornika, przy wyznaczaniu natomiast charakterystyki mechanicznej uwzględniono, oprócz podstawowej, także wyższe harmoniczne, chociaż, jak wynika z badań [5, 6], ich pominięcie powoduje niewielki błąd dopuszczalny przy takich obliczeniach.



Rys.1. Rozwiązania konstrukcyjne hamulców wiroprądowych:
 a - budowy walcowej ; b - budowy tarczowej,
 1 - część wtórna, 2 - elektromagnesy, 3 - jarzmo

2. ZAŁOŻENIA PROJEKTOWE

Hamulec wiroprądowy może być stosowany jako urządzenie obciążające ręcznie sterowane lub też stanowić element zautomatyzowanego zespołu napędowego. W zależności od przeznaczenia stawiane są na wstępie projektowania wymagania funkcjonalne. W pierwszym przypadku sprowadzają się one do zapewnienia [9]:

- odpowiedniej wartości momentu elektromagnetycznego przy zadanej prędkości obrotowej,
- monotoniczności zmian tego momentu w zadanym przedziale prędkości, a niekiedy również odpowiedniej wartości momentu przy największej wymaganej prędkości obrotowej.

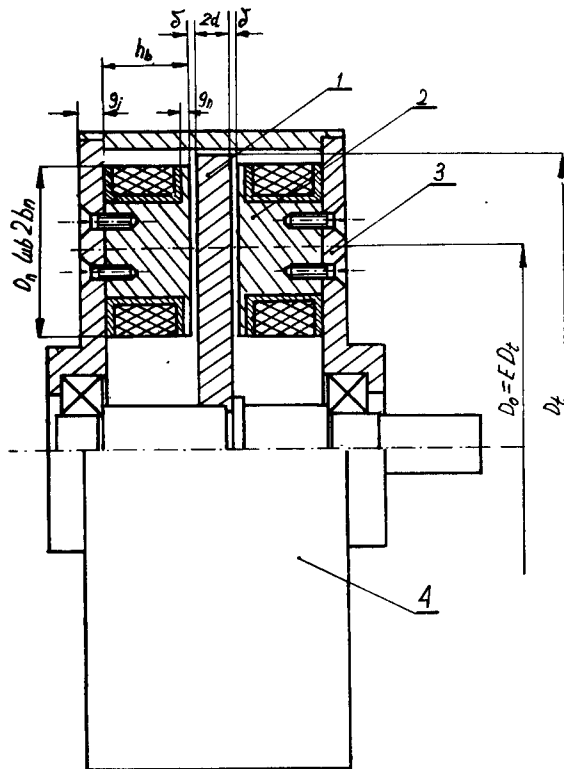
W drugim przypadku natomiast wymagane jest ponadto:

- szybkie reagowanie na zmianę sygnału sterującego, a zatem osiągnięcie jak najmniejszej elektromechanicznej stałej czasowej,

- nie przekroczenie zadanej górnej wartości napięcia zasilającego uzwojenie wzbudzenia.

Oprócz wymienionych mogą być również stawiane inne wymagania wynikające ze specyfiki zespołu napędowego, jak np. dotyczące ograniczeń gabarytowych.

Przebieg obliczeń projektowych hamulca, podobnie jak tok projektowania innych przetworników elektromechanicznych, jest procesem iteracyjnym, wymagającym kilkakrotnego powtórzenia kolejnych operacji obliczeniowych. Liczbę iteracji można zmniejszyć, a proces obliczeń skrócić, jeśli już w pierwszej iteracji trafnie dobrać się wymiary główne. Jako wymiary główne hamulca przyjęto średnicę D_t wirnika oraz wymiar poprzeczny, tj. średnicę D_n lub długość $2b_n$ i szerokość $2a_n$ nabiegownika /rys.2/.



Rys.2. Oznaczenia wymiarów geometrycznych hamulca wiroprądowego o tarczy ferromagnetycznej

- | | |
|------------------------------------|------------|
| 1 - wirnik tarczowy /część wtórna/ | 3 - jarzmo |
| 2 - elektromagnes | 4 - korpus |

Chodzi przy tym o to, żeby tarcza hamulca nie nagrzewała się nadmiernie oraz żeby jej powierzchnia czynna była maksymalnie wykorzystana pod względem wytwarzanego momentu elektromagnetycznego. Przy wstępnych obliczeniach wymiarów głównych można wymienione okoliczności uwzględnić posługując się

doświadczalnie uzyskaną zależnością dopuszczalnej gęstości strat mocy od prędkości obwodowej elementu tarczy. Zależność $P_{1dop} = f(V)$ przedstawiono np. w pracy [10]. Jak wynika z rozważań przedstawionych w pracy [6] moment elektromagnetyczny hamulca można wyrazić za pomocą wymiarów tarczy wirnika oraz strat mocy na jednostkę jej powierzchni:

$$M = \frac{30}{\pi} \frac{K'_{SM} P_1}{n} \quad (2.1.1)$$

przy czym:

$$K'_{SM} = \pi D_t^2 k_D \frac{1 - \varepsilon + \frac{1}{2\pi} \sin[2\pi(1 - \varepsilon)]}{1 - \varepsilon - \frac{1}{2\pi} \frac{\pi^2 - (\frac{p}{\varepsilon})^2}{\pi^2 + (\frac{p}{\varepsilon})^2} \sin[2\pi(1 - \varepsilon)]} \quad (2.1.2)$$

Przy założeniu wartości $P_1 = P_{1dop}$ i zadanych M , n oraz ε można obliczyć minimalną średnicę D_t wirnika.

Stopień wykorzystania powierzchni czynnej wirnika zależy od współczynnika pokrycia powierzchni tarczy elektromagnesami, określonego wzorem:

$$\sigma_p = \frac{8}{\pi} \frac{p S_n}{D_t^2} \quad (2.2)$$

Przy zadanym kształcie poprzecznego przekroju nabiegownika i zadanej liczbie par biegunów p można uzyskać wartość $\sigma_p = \sigma_{pmax}$, której odpowiadają maksymalne wymiary nabiegownika oraz odpowiednia wartość średnicy podziałowej. Współczynnik σ_{pmax} pokrycia powierzchni tarczy wyraża się zależnościami:

- w przypadku nabiegowników o przekroju kołowym i średnicy D_n

$$\sigma_{pmax} = \frac{2p \sin^2\left(\frac{\pi}{2p}\right)}{\left[1 + \sin\left(\frac{\pi}{2p}\right)\right]^2} \quad (2.3.1)$$

wówczas

$$\frac{D_{nmax}}{D_t} = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2p}\right)}{\left[1 + \sin\left(\frac{\pi}{2p}\right)\right]} \quad (2.3.2)$$

oraz

$$\varepsilon = \frac{D_{om}}{D_t} = \frac{1}{\left[1 + \sin\left(\frac{\pi}{2p}\right)\right]} \quad (2.3.3)$$

- w przypadku nabiegowników o przekroju prostokątnym i wymiarach $2a_n$, $2b_n$

$$\zeta_{p \max} = \frac{2p \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4p}\right)}{\pi} \quad (2.4.1)$$

$$\frac{2a_{n\max}}{D_t} = \sin\left(\frac{\pi}{4p}\right) \quad (2.4.2)$$

$$\frac{2b_{n\max}}{D_t} = \frac{1}{4 \sin\left(\frac{\pi}{4p}\right)} \quad (2.4.3)$$

$$\xi_m = \frac{D_{om}}{D_t} = \frac{\left[1 + 2 \cos\left(\frac{\pi}{2p}\right)\right]}{4 \cos\left(\frac{\pi}{2p}\right)} \quad (2.4.4)$$

Wzory (2.3) i (2.4) wynikają z prostych zależności geometrycznych /rys.3/.

Na podstawie przytoczonych zależności można dobrać maksymalne wymiary nabiegownika oraz maksymalną średnicę podziałową D_{om} , na której znajdują się osie symetrii elektromagnesów.

Za główne kryterium optymalizacji przetwornika, stosowanego jako hamulec oraz jako sprzęgło, przyjęto minimalizację następującej funkcji celu:

$$f_c = \frac{m_H P_f D_t}{6 V M_G n_G} = \text{minimum} \left[\text{Ws}^2 \right] \quad (2.5)$$

w której:

$$\delta_v = \frac{d + \frac{8 p h_b S_n}{\pi D_t^2}}{h_b + \delta + d} \quad - \text{współczynnik wypełnienia przestrzeni wewnętrznej przetwornika}$$

M_G - moment elektromagnetyczny graniczny

n_G - prędkość obrotowa graniczna

m_H - masa całkowita hamulca

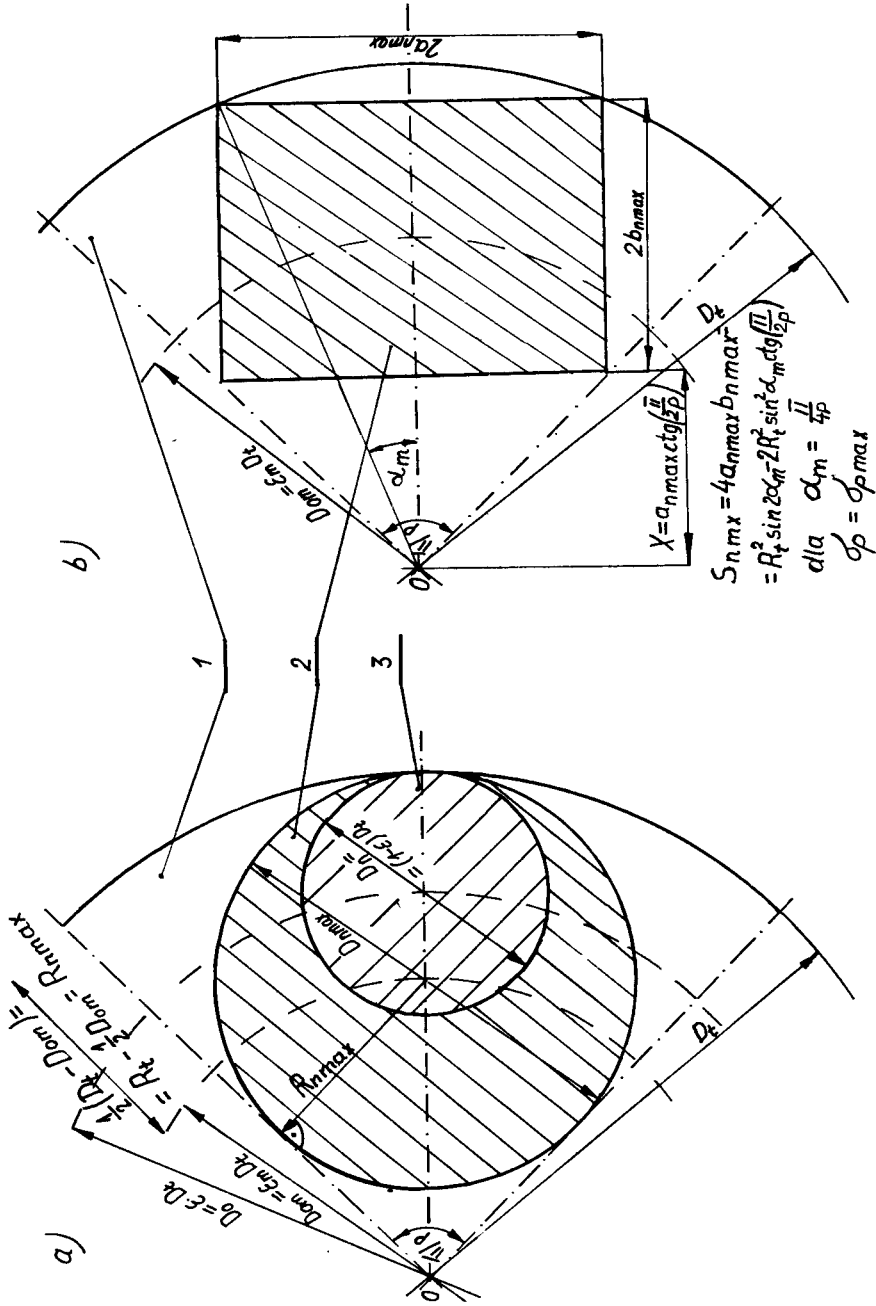
P_f - moc czynna pobierana przez uzwojenie wzbudzenia

Zależność (2.5) fizycznie należy interpretować jako dążenie do uzyskania zadanej wartości momentu elektromagnetycznego z jak najmniejszej masy całkowitej przetwornika, przy równoczesnym minimalnym poborze mocy przez uzwojenie wzbudzenia. Tak przyjęta funkcja celu umożliwia wybór, spośród wielu wariantów spełniających parametry zadane /znamionowe/, wariantu, w którym maksymalnie wykorzystane są elementy czynne przetwornika, co w konsekwencji wpływa również na koszty wytwarzania i eksploatacji.

3. PARAMETRY KONSTRUKCYJNE PRZETWORNIKA

3.1. Dobór średnicy części wtórnej

Po podstawieniu wyrażenia z zależności (2.1.2) do wzoru (2.1.1) i przekształceniach otrzymuje się zależność na minimalną średnicę części wtórnej



Rys.3. Metoda graficzna wyznaczania maksymalnych wymiarów poprzecznych nabiegownika elektromagnesów:
 a - o przekroju kołowym b - o przekroju prostokątnym

$$D_t \geq 2 \sqrt{\frac{\pi}{30} \frac{M_N n_N}{K_{SM} P_{1N}}} \quad (3.1)$$

przy czym:

$$K_{SM} = 2\pi k_D \frac{1 - \varepsilon + \frac{1}{2\pi} \sin[2\pi(1 - \varepsilon)]}{1 - \varepsilon - \frac{1}{2\pi} \frac{\pi^2 - (\frac{p}{\varepsilon})^2}{\pi^2 + (\frac{p}{\varepsilon})^2} \sin[2\pi(1 - \varepsilon)]}$$

$$k_D = 4 \varepsilon' (1 - \varepsilon')$$

W przypadku nabiegownika o przekroju poprzecznym:

- kołowym

$$\varepsilon' = \varepsilon$$

- prostokątnym

$$\varepsilon' = \varepsilon - \zeta \cos\left(\frac{\pi}{2p}\right) \quad \text{przy} \quad \zeta = 2\varepsilon \cos\left(\frac{\pi}{2p}\right) - \sqrt{1 - 4\varepsilon^2 \sin^2\left(\frac{\pi}{2p}\right)}$$

Do obliczenia średnicy D_t należy przyjąć wartość strat jednostkowych P_{1N} , np. na podstawie wykresu $P_1 = f(V)$ podanego w pracy [10]. Podawana jest także wartość $P_{1N} = 30 + 32 \text{ kW/m}^2$ [8], jednak, jak wynika z badań [6], w przypadku hamulców budowy zamkniętej jest to wartość zbyt duża.

Ponieważ na wstępie projektowania nie jest znana średnica wirnika, a więc i prędkość V na obwodzie średnicy podziałowej, to do wyznaczenia strat dopuszczalnych z wykresu $P_1 = f(V)$ potrzebna jest jeszcze jedna zależność między tymi parametrami. Przekształcając wzór (2.1.1) otrzymuje się

$$P_1^* = \left(\frac{\pi}{30}\right)^2 \frac{M_N \varepsilon^2 n_N^2}{K_{SM}} \frac{1}{V^2} = \frac{a}{V^2} \quad (3.2)$$

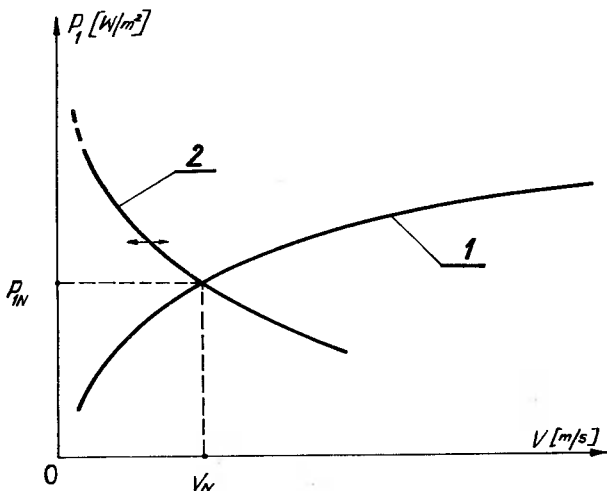
gdzie:

a - stały parametr liczbowy

Nanosząc tę funkcję na wspólnym wykresie wraz z krzywą $P_1 = f(V)$ /rys.4/ wyznacza się w punkcie ich przecięcia współrzędne P_{1N} i V_N , a tym samym uzyskuje się wartość poszukiwanych strat dopuszczalnych.

3.2. Grubość części wtórnej

Wykorzystując zależność na moment elektromagnetyczny podany w [6], po podstawieniu w miejsce D_t prawej strony zależności (3.1) i przekształceniach, otrzymuje się równanie:



Rys.4. Wyznaczanie znamionowych jednostkowych strat mocy czynnej w części wtórnej

$$\frac{C}{H_m \sqrt{n(a_\mu H_m - b_\mu)}} = \frac{(\operatorname{sh} 2A + \sin 2A)(\operatorname{ch} 2A + \cos 2A)}{(\operatorname{sh} 2A - \sin 2A)^2} \quad (3.3)$$

w którym:

$$A = d \sqrt{\frac{\pi}{60} p \gamma_{2Fe} n} \frac{a_\mu H_m - b_\mu}{H_m^2} \quad (3.3.1)$$

$$C = \frac{2 \sqrt{60 p \gamma_{2Fe}}}{\pi^{3,5}} \frac{k p P_{1N}}{\epsilon^3 \left[\pi^2 + \left(\frac{p}{\epsilon} \right)^2 \right]} \quad (3.3.2)$$

$$k = \frac{K_{SM}}{2(1-\epsilon) + \frac{1}{\pi} \sin[2\pi(1-\epsilon)]} \quad (3.3.3)$$

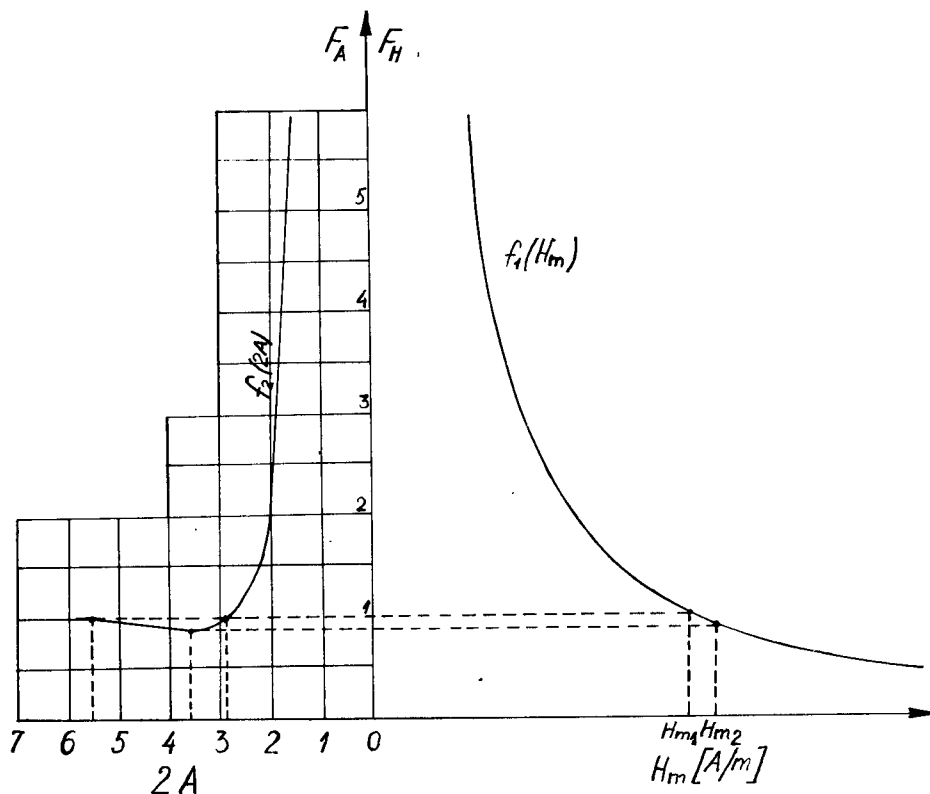
Lewą i prawą stronę równania (3.3) można rozpatrywać jako funkcje odpowiednio $F_H = f_1(H_m)$, przy czym n jest parametrem oraz $F_A = f_2(2A)$ - wykresy tych funkcji przedstawiono na rys.5. Krzywa $F_H = f_1(H_m)$ jest funkcją monotonicznie malejącą ze wzrostem natężenia pola magnetycznego H_m i posiada dwa punkty nieciągłości odpowiadające $H_m = 0$ i $H_m = \infty$ /osie rzędnych i odciętych są asymptotami funkcji/. Odmienny kształt ma wykres krzywej $F_A = f_2(2A)$ - funkcja ta ma ekstremum /ściślej minimum/ występujące przy $2A = 3,6$. Okazuje się również, że dla $2A \geq 5,5$ jej wartość jest w przybliżeniu równa jedności. Ze względu na dalsze rozważania szczególnie istotne znaczenie ma przedział $2,75 \leq 2A \leq 3,6$. Biorąc pod uwagę bowiem zależność (3.3.1), w której wyrażenie pod pierwiastkiem wraz z tym pierwiastkiem jest równe współczynnikowi tłumienia pola elektromagnetycznego w części wtórnej [6] oraz $1,375 \leq A \leq 1,8$, otrzymuje się nierówność

$$1,375\Delta \leq d \leq 1,8\Delta$$

(3.4)

gdzie:

$$\Delta = \frac{H_m}{\sqrt{\frac{\pi}{60} p \gamma_{2Fe} n (a_{\mu} H_m - b_{\mu})}}$$



Rys.5. Wykresy funkcji $F_H = f_1(H_m)$ i $F_A = f_2(2A)$

Wartość średnia połowy grubości wirnika $d \approx 1,59\Delta$, a zatem otrzymany wynik jest zgodny z uzyskiwanymi w rozważaniach nad maszynami indukcyjnymi o masywnym wirniku ferromagnetycznym [2, 3] - rozpatruje się połowę grubości, ponieważ pole wnika do części wtórnej symetrycznie z obydwu stron. Z przeprowadzonych rozważań wynika, że grubość wirnika należy wyznaczać ze wzoru:

$$2d = (2,75 + 3,6) \frac{H_m}{\sqrt{\frac{\pi}{60} p \gamma_{2Fe} n_N (a_{\mu} H_m - b_{\mu})}} \quad (3.5)$$

Do obliczenia grubości niezbędna jest znajomość wartości natężenia pola magnetycznego H_m - wyznacza się ją graficznie z wykresów na rys.5

lub analitycznie z zależności:

$$a_{\mu} H_m^3 - b_{\mu} H_m^2 - \frac{1}{n_N} \left(\frac{C}{F_A} \right)^2 = 0 \quad (3.5.1)$$

otrzymanej po przekształceniu równania (3.3).

3.3. Dobór szczeliny powietrznej

Rozpatrując napięcia magnetyczne w poszczególnych elementach obwodu magnetycznego otrzymuje się między innymi równanie:

$$\textcircled{H}_f = 2z_c I_f = V_1 + 2V_{\delta} + V_2 = V_1 + 2 \frac{B_c}{\mu_0} \delta + \frac{\pi \epsilon D_t H_m}{2p} \quad (3.6.1)$$

które po wprowadzeniu współczynnika $k_V = \frac{V_1}{\textcircled{H}_f}$ przyjmuje postać

$$(1 - k_V) \textcircled{H}_f = 2 \frac{B_c}{\mu_0} \delta + \frac{\pi \epsilon D_t H_m}{2p} \quad (3.6.2)$$

przy czym:

$$B_c = \frac{\pi \epsilon d \left[\pi^2 + \left(\frac{p}{\epsilon} \right)^2 \right]}{p D_t A H(2A)} \frac{a_{\mu} H_m - b_{\mu}}{H_m} \quad (3.6.3)$$

$$H(2A) = \frac{\text{sh } 2A - \sin 2A}{\text{ch } 2A + \cos 2A}$$

Po przekształceniu zależności (3.6.2) uzyskuje się wyrażenie do obliczenia szczeliny powietrznej δ między tarczą a nabiegunkiem:

$$\delta = \mu_0 \frac{\pi \epsilon D_t H_m}{4p B_c} \frac{1}{(1 - k_V) k_{ns} - 1} \quad (3.7)$$

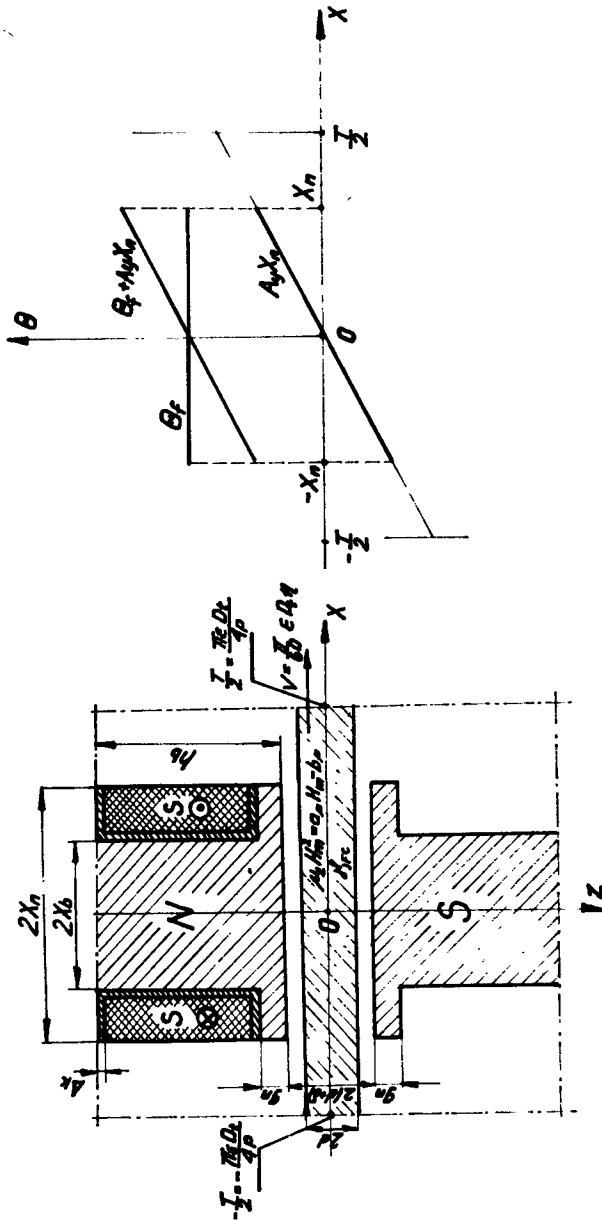
gdzie:

$$k_{ns} = 1 + \frac{(V_1 + V_2)}{2V_{\delta}}$$

W toku obliczeń iteracyjnych współczynniki k_V i k_{ns} podlegają weryfikacji - jako wartości początkowe postuluje się przyjmowanie $k_V = 0,05 + 0,2$ oraz $k_{ns} \geq 1,25$.

W hamulcu wiroprowadowym, podobnie jak w maszynie prądu stałego, występuje oddziaływanie prądów wirowych, które deformują rozkład pola magnetycznego głównego /rys.6/. Wpływ reakcji prądów indukowanych w wirniku jest tym większy, im mniejsza jest szczelina powietrzna δ . Aby w przestrzeni pod biegunem, tj. w obszarze zawartym w przedziale $\langle -X_n, X_n \rangle$ nie zmienił się zwrot linii pola, musi być spełniony warunek $\left[\frac{4}{n} \right]$

$$\textcircled{H}_f \geq A_y X_n \quad (3.8)$$



Rys.6. Rozkład krzywych przepływu uzwojenia wzbudzenia i oddziaływania wirnika
 a - przekrój wzdłużny hamulca , b - rozkład krzywych przepływu

gdzie:

A_y - obciążenie liniowe części wtórnej wg zależności

$$A_y = \frac{1}{c} \int_{-c/2}^{c/2} \int_{-d}^0 j_{y2}(x, 0, z) dx dz \quad (3.8.1)$$

Z warunku (3.8) wyznacza się minimalną, dla danej prędkości obrotowej n , szczelinę δ_{\min} :

$$\delta_{\min} = \frac{\mu_0}{30} k_{\delta} \frac{X_n n \gamma_{2Fe} p^2 D_t d}{k_{ns} \xi \left[\pi^2 + \left(\frac{p}{\xi} \right)^2 \right]} \quad (3.9)$$

przy czym

$$k_{\delta} = \frac{1}{2A} \frac{\text{sh } 2A + \sin 2A}{\text{ch } 2A + \cos 2A} \quad (3.9.1)$$

Hamulec pracuje z reguły w szerokim przedziale prędkości obrotowej /często $n_G \gg n_N$ /, dlatego szczelinę δ_{\min} należy obliczać dla $n = n_G$ i otrzymaną wartość porównać z obliczoną wg wzoru (3.6) dla $n = n_N$. Przy poprawnie przyjętych parametrach znamionowych hamulca z reguły spełniony jest warunek $\delta(n_N) \geq \delta_{\min}(n_G)$. Jeśli jednak zajdzie przypadek, że $\delta(n_N) < \delta_{\min}(n_G)$, to trzeba szczelinę δ odpowiednio zwiększyć.

3.4. Wymiary elektromagnesów i jarzma

3.4.1. Wymiary nabiegownika

Wymiary nabiegownika wyznacza się z następujących wzorów, wynikających z zależności geometrycznych /rys.3/ i będących zmodyfikowaną postacią równań (2.3) oraz (2.4):

- w przypadku nabiegowników o przekroju kołowym

$$D_n = (1 - \xi) D_t - 2\delta \quad (3.10)$$

gdzie:

$$\xi_m \leq \xi < 1$$

- w przypadku nabiegowników δ przekroju prostokątnym

$$\left. \begin{aligned} 2a_n &= D_t \xi \sin\left(\frac{\pi}{2p}\right) - 2\delta \\ 2b_n &= D_t \left[\xi - \xi \cos\left(\frac{\pi}{2p}\right) \right] - 2\delta \end{aligned} \right\} \quad (3.11)$$

gdzie:

$$\xi_m \leq \xi \leq \cos\left(\frac{\pi}{2p}\right) \quad \text{przy} \quad p > 1$$

Grubość g_n nabiegownika można obliczyć przyjmując dopuszczalną wartość indukcji w częściach wystających poza pieniek; z wystarczającą jednak

dokładnością można ją szacować jako $\varepsilon_n \geq 5 \cdot 10^{-3}$ m [5]. Przy nabiegunkach o takiej grubości pole magnetyczne w szczelinie powietrznej przy $n=0$ jest praktycznie równomiernie rozłożone na całej powierzchni nabiegunka.

3.4.2. Wymiary pieńka bieguna

Powierzchnię przekroju poprzecznego S_b pieńka bieguna wyznacza się na podstawie indukcji w szczelinie powietrznej, zakładając wartość indukcji B_b , tj. ze wzoru

$$S_b = \frac{1}{\pi} \frac{\varepsilon \varepsilon_r D_t^2}{p} \frac{B_c}{B_b} \sin[\pi (1 - \varepsilon)] \quad (3.12)$$

Zakładając następnie kształt przekroju poprzecznego, wyznacza się z zależności geometrycznych średnicę lub szerokość i długość pieńka. Nieco bardziej skomplikowane jest obliczanie wysokości pieńka, ponieważ na tym etapie projektowania jeszcze nie jest znana wartość przepływu uzwojenia wzbudzenia. W i -tej iteracji wysokość bieguna można obliczyć ze wzoru:

$$h_{bi} = \frac{2}{\pi} \frac{k_{dr} \textcircled{H}_{fi}}{j_f k_z (X_n - X_b - \Delta_k)} + \varepsilon_n \quad (3.13)$$

przy czym:

$$k_{dr} \cong \left(1 + \frac{2 \Delta_{ld}}{d_{dr}}\right)^2 = 1,05 + 1,3$$

Dobierając większą wartość współczynnika k_{dr} zapewnia się spełnienie warunku $S > S_u$; przy czym S - powierzchnia przeznaczona na uzwojenie, S_u - powierzchnia rzeczywiście zajmowana przez uzwojenie. Przepływ \textcircled{H}_{fi} wyznacza się z równania (3.6.2). W końcowej fazie obliczeń wysokość bieguna dobiera się po weryfikacji współczynnika nasycenia obwodu magnetycznego.

3.4.3. Wymiary jarzma

Wymiary jarzma oblicza się w sposób stosowany w projektowaniu maszyn prądu stałego, zakładając wartość indukcji w tej części obwodu magnetycznego. Zwykle na wymiary przekroju jarzma mają przede wszystkim wpływ wymagania technologiczne lub wytrzymałościowe, przez co wymiary te są większe niż wynikałoby to z obliczeń magnetycznych - powoduje to, że indukcja B_j jest zwykle nie większa niż 1 T.

3.4.4. Dobór uzwojenia wzbudzenia

Na podstawie już obliczonych w danej iteracji wymiarów rdzenia wyznacza się powierzchnię S /rys.6/, przeznaczoną na uzwojenie. Zakładając następnie wartość gęstości prądu j_f i sposób połączenia cewek oblicza się przybliżoną wartość rezystancji jednego metra bieżącego przewodu nawojowego ze wzoru:

$$R_{mb} = \frac{4 k_{dr}}{\pi k_z k_u} \frac{U_f}{j_f S l_{sr}} \quad (3.14)$$

gdzie:

$$S = (X_n - X_b - \Delta_k) (h_b - g_n - 2 \Delta_k)$$

Z tablic znormalizowanych przewodów nawojowych znajduje się wartość $(R_{mb})_N$ najbliższą otrzymanej z (3.14) oraz odpowiadające jej: średnicę d_{dr} , powierzchnię przekroju S_{dr} itp. Na ich podstawie oblicza się liczbę zwojów z_c pojedynczej cewki:

$$z_c = \text{Entier} \left\{ \frac{\pi}{4 \left(1 + \frac{2\Delta_{jd}}{d_{dr}}\right)^2} k_z \frac{S}{S_{dr}} \right\} \quad (3.15)$$

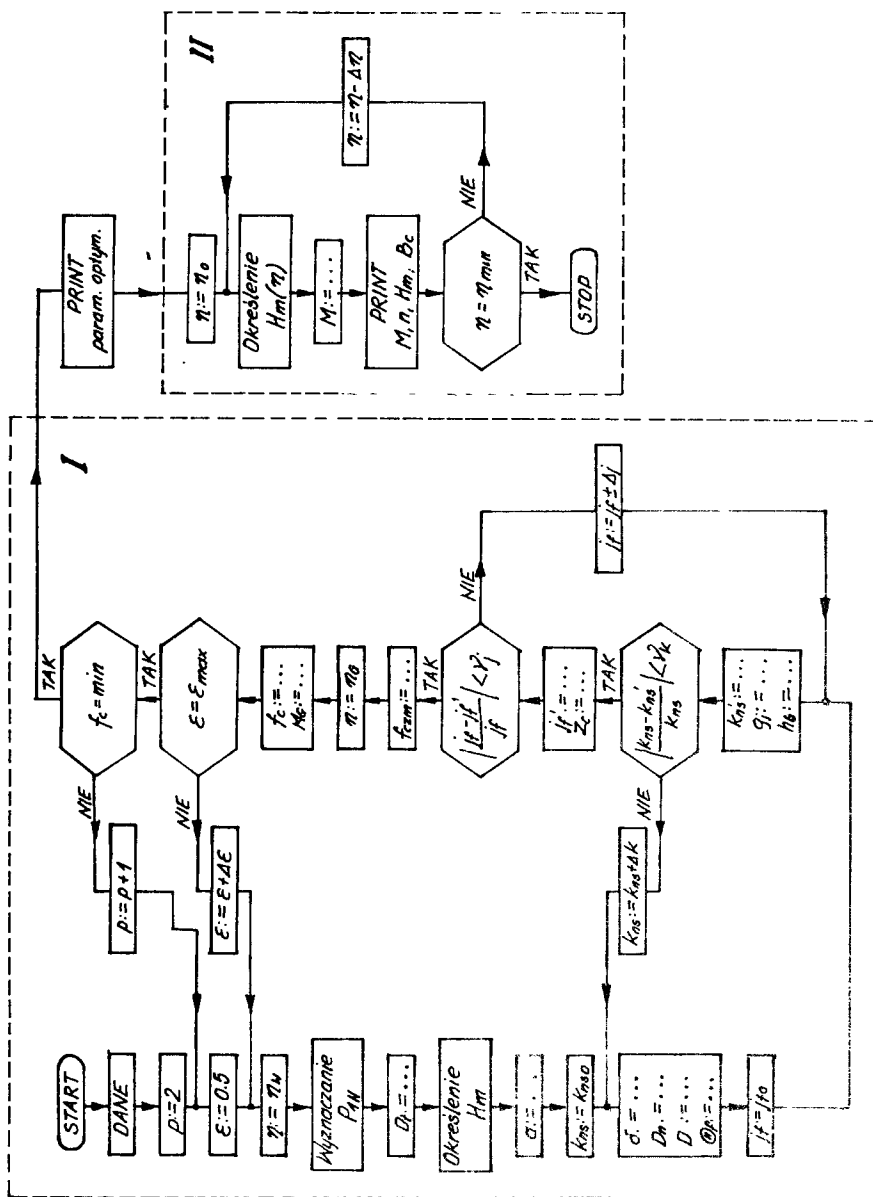
Jeśli do obliczeń przyjęto $k_{dr} > \left(1 + \frac{2\Delta_{jd}}{d_{dr}}\right)^2$, to powierzchnia rzeczywiście zajmowana przez uzwojenie jest mniejsza niż powierzchnia S . Zależności (3.14) i (3.15) jednoznacznie określają parametry uzwojenia wzbudzenia; obliczenie prądu, rezystancji i mocy pobieranej przez uzwojenie nie następuje już trudności.

3.6. Dobór liczby par biegunów i materiału obwodu magnetycznego

Parametry konstrukcyjne i eksploatacyjne omawianego przetwornika zależą zarówno od liczby biegunów oraz od parametrów elektromagnetycznych materiałów obwodu magnetycznego. Jawne związki między tymi wielkościami są jednak bardzo skomplikowane, bądź w ogóle niewyrażalne analitycznie, dlatego praktycznie nie można wyznaczyć optymalnej wartości p oraz μ_2 i σ_{2Fe} . W związku z tym należy stosować optymalizację, np. metodą systematycznego przeszukiwania przestrzeni zmiennych. Ze względu na dużą pracochłonność, obliczenia te można wykonać tylko za pomocą maszyny cyfrowej. Z wyników uzyskanych w pracy [6] wynika, że optymalna liczba par biegunów $p \leq 6$, a jako materiał konstrukcyjny obwodu magnetycznego najkorzystniej jest stosować stale konstrukcyjne zwykłej jakości, ponieważ posiadają one stosunkowo strome charakterystyki magnesowania oraz duże wartości konduktywności [1].

4. ALGORYTM OBLICZEŃ PROJEKTOWYCH

Na rys.7 przedstawiono uproszczony, ale w pełni ilustrujący zaproponowaną metodę, schemat blokowy obliczeń projektowych. Liniami przerywanymi zaznaczono główne części algorytmu, z których pierwsza zawiera właściwe obliczenia projektowe, tzn. w niej dokonuje się wybór wariantu optymalnego, druga zaś służy do obliczania charakterystyki mechanicznej wariantu optymalnego.



Rys. 7. Schemat blokowy obliczeń projektowych

Jak wynika ze schematu, dopuszcza się swobodę doboru wartości liczby par biegunów oraz względnej średnicy podziałowej ξ , co pozwala na poszukiwanie wariantu optymalnego. Przy obliczaniu charakterystyki mechanicznej uwzględnia się obok pierwszej, również wyższe harmoniczne rozkładu przestrzennego pola, a także deformację pola na skutek reakcji prądów wirowych indukowanych w wirniku. Bez zmian można stosować podany schemat przy projektowaniu sprzęgła wiroprądowego o tarczowej części wtórnej, przy czym jako prędkość n należy przyjmować różnicę między prędkością części pierwotnej i wtórnej.

5. PRZYKŁAD OBLICZEŃ

W celu sprawdzenia, czy zaproponowana w przedłożonej pracy metoda zapewnia obliczenia wariantu o większym wykorzystaniu materiałów czynnych, przy zapewnieniu wymaganych parametrów funkcjonalnych, niż metoda podana w pracy [8], zaprojektowano hamulec o identycznych parametrach znamionowych jak w [8]. Jako dane znamionowe przyjęto:

- moment elektromagnetyczny $M_N = 39 \text{ Nm}$,
- prędkość obrotową $n_N = 1200 \text{ obr/min}$,
- liczbę par biegunów $p_N = 4$.

Ponadto założono, że do budowy przetwornika użyty zostanie materiał konstrukcyjny o takich samych właściwościach elektromagnetycznych, tj. o takiej samej charakterystyce magnesowania i konduktywności, jak podany w [8]. Wyniki obliczeń zestawiono w tablicach 1 i 2.

Tablica 1

Parametry konstrukcyjne hamulca obliczone metodą podaną w [8]
/kolumna A/ i metodą proponowaną w pracy /kolumna B/

Lp	symbol	miano	A	B	Uwagi
1	ξ	—	0,794	0,723	Dane do projektowania z [8]: $M_N=39 \text{ Nm}$; $n=1200 \text{ obr/min}$; $k_m=2,27 \cdot 10^{-8}$; $k_1 k_2=103 \text{ N} \cdot \text{m}^{-2}$; $p=4$; $P_{sp}=32,5 \text{ W/m}^2$; wielkości przynajmniej w trakcie obliczeń: $k_3=1,17$; $k_4=1,17$; c_{1m} dla nadlegumnika o przekroju kołowym; $\delta_1=12$; $k_5=0,08$; $U_N=220 \text{ V}$; $k_6=1,0$; $i_1=3,50 \cdot 10^{-6} \text{ A/m}^2$
2	D_1	m	0,369	0,32	
3	$2d$	m	0,017	0,013	
4	δ	m	0,003	0,003	
5	S_N	m^2	$66,6 \cdot 10^{-4}$	$52,8 \cdot 10^{-4}$	
6	h_b	m	0,066	0,072	
7	G_{m1}	A	1160	1182	
8	z_c	—	830	1007	
9	I_{m1}	A	1,4	1,57	
10	H_{m1}	$\frac{\text{A}}{\text{m}}$	15600	11950	
11	D_2	m	—	0,082	
12	D_b	m	0,064	0,047	
13	g_i	m	—	0,01	
14	R_{σ}	Ω	—	8,73	
15	R_i	Ω	—	140	

T a b l i c a 2

Parametry elektromagnetyczne hamulca obliczone:

A - wg metody podanej w [8], B - wg metody podanej w rozdziale 3

n	$\frac{\text{obr}}{\text{min}}$	400	800	1200	1600	2400	Uwagi
M	Nm	29	35	39	40	41	A przy $I_N=100$
M	Nm	28	37	41	43	44	B
B_c	T	0,486	0,423	0,382	0,352	0,31	przy $I_N=1,57$
H_m	$\frac{A}{m}$	6480	9785	11950	13520	15725	

Na podstawie otrzymanych wyników można stwierdzić, że zaprojektowany hamulec ma praktycznie taką samą charakterystykę mechaniczną, jego wymiary zaś są wyraźnie mniejsze. Badania doświadczalne, przeprowadzone na modelach o różnych wymiarach geometrycznych i wirnikach wykonanych z różnych stali konstrukcyjnych, potwierdzają poprawność sposobu obliczania charakterystyki mechanicznej. Poprawność metody i jej przydatność do obliczeń inżynierskich potwierdza projekt stanowiska z hamulcem o wirniku ferromagnetycznym, wykonany pod kierunkiem autora dla Zakładu PONAR-REMO w Koronowie, woj. bydgoskie.

6. WNIOSKI

Z przedłożonej pracy wynikają następujące wnioski:

1. Proponowana metoda projektowania hamulca wiroprądowego o wirniku tarczowym jest przydatna do zastosowania w praktyce.
2. Jest ona bardziej dokładna niż metody prezentowane w literaturze [8, 10, 11] - wynika to między innymi z uwzględnienia w niej trójwymiarowego rozkładu pola magnetycznego.
3. Zapewnia projektowanie optymalne przy zastosowaniu maszyny cyfrowej.
4. Bez poprawek umożliwia również projektowanie sprzęgła wiroprądowego o tarczowej ferromagnetycznej części wtórnej.

LITERATURA

- [1] Cichy J., Dąbrowski M.: Badanie własności magnetycznych stali konstrukcyjnych. Archiwum Elektrotechniki, t. XXIV, z. 2, 1975, ss. 329-343
- [2] Dąbrowski M., Gieras J.: Maszyny indukcyjne o wirniku masywnym. WNT, Warszawa - Poznań 1977

- [3] Dąbrowski M., Gieras J., Hebenstreit J.: Silnik indukcyjny małej mocy o wirniku konstrukcji specjalnej. Przegląd Elektrotechniczny, nr 12, 1975, ss.495-497.
- [4] Dubicki B.: Maszyny prądu stałego. WNT, Warszawa 1965
- [5] Hebenstreit J.: Eksperymentalnyje issledovanija indukcionnogo tormoza s diskovym ferromagnitnym rotorom. Materiały Konferencji Naukowej "Elektrotechniczne systemy", Elektrovyzkum, Praga 1978, ss.65-81
- [6] Hebenstreit J.: Analiza zjawisk w tarczowym przetworniku elektromechanicznym z tarczą ferromagnetyczną. Rozprawa doktorska, Politechnika Poznańska, Poznań 1980
- [7] Panasienkov M.A.: Elektromagnitnyj tormoz. Električestvo, nr 7, 1952, ss.74-76
- [8] Panasienkov M.A.: Elektromagnitnyje rasčioty ustrojstv s nelinejnymi razpredielienymi paramietrami. Izd. Energija, Moskva 1971
- [9] Pełczewski W.: Sprzęgła elektromagnetyczne. WNT, Warszawa 1975
- [10] Pozdiejev A.D., Rozman J.B.: Elektromagnitnyje mufty i tormoza z masivnym jakorom. Izd. Energija, Leningrad 1963
- [11] Ščetinin T.A.: Indukcionnyje mufty i tormoza v privodach z udarnoj nagruzkoj. Izd. Energija, Moskva - Leningrad 1963
- [12] Turowski J.: Lokalne przegrzania wywołane strumieniami rozproszenia. Rozprawa habilitacyjna, Zeszyty Naukowe Politechniki Łódzkiej, Elektryka, nr 11, 1963, ss.89-179
- [13] Turowski J.: Elektrodynamika techniczna. WNT, Warszawa 1968
- [14] Turowski J.: Obliczenia elektromagnetyczne elementów maszyn i urządzeń elektrycznych. WNT, Warszawa 1982

DESIGN OF D.C. BRAKES WITH FERROMAGNETIC ROTORS

Summary

An algorithm of designing a D.C. brake with ferromagnetic rotors is presented in the paper. Requirements for a converter in static states are taken into account. The algorithm enables an optimum design according to a destination function. A determination of the geometrical dimension of the converter and a selection of windings are different from those in 8, 10. The method presented and the algorithm can also be used to design electromagnetic couplings. Experiments confirm a practical usefulness of the method.

ПРОЕКТИРОВАНИЕ ИНДУКЦИОННОГО ТОРМОЗА С ДИСКОВЫМ ФЕРРОМАГНИТНЫМ РОТОРОМ

Резюме

В работе представлен алгоритм проектных расчетов дискового тормоза на вихревые токи с монолитным ферромагнитным ротором. Учтены требования предъявляемые преобразователям этого типа в статическом режиме. Алгоритм обеспечивает оптимальное проектирование по заданной целевой функции. Предлагается определение размеров диска ротора, поперечных размеров полюсного наконечника, а также подбор обмотки возбуждения по методике, существенно отличающейся от приводимых в литературе, например [8,10]. Разработанный метод и алгоритм могут применяться также при проектировании муфт на вихревые токи с описанной в работе структурой. Проведенные исследования подтверждают пригодность метода для инженерных расчетов.



Maciej Hippner

METODY GRAFICZNEJ PREZENTACJI WYNIKÓW OBLICZEŃ ROZKŁADU POLA MAGNETYCZNEGO

Przedstawiono algorytmy kreślenia rozkładu pola magnetycznego, zarówno dla przypadku pola trój-, jak i dwuwymiarowego. Opisano szczegółowo program kreślenia rozkładu trójwymiarowego pola magnetycznego w elektromagnetycznym urządzeniu do oddzielania arkuszy blach stalowych. W szczególności opisano algorytm eliminacji niewidocznych linii obrazu. Załączono przykładowe wykresy rozkładu pola.

1. WSTĘP

Powszechnie stosowane w analizie numerycznej pól magnetycznych metody elementów lub różnic skończonych prowadzą do określenia wielkości charakteryzującej pole magnetyczne w kilku tysiącach punktów badanego obszaru.

Analiza tak dużej ilości informacji jest poważnym problemem. Koniecznym staje się znalezienie sposobu syntetycznego przedstawienia wyników dostarczanych przez komputer. Sposobem takim jest graficzna prezentacja wyników. Do tego celu stosuje się automatyczne urządzenia kreślące /plotery/, będące ostatnią ogniwnem instalacji komputerowej.

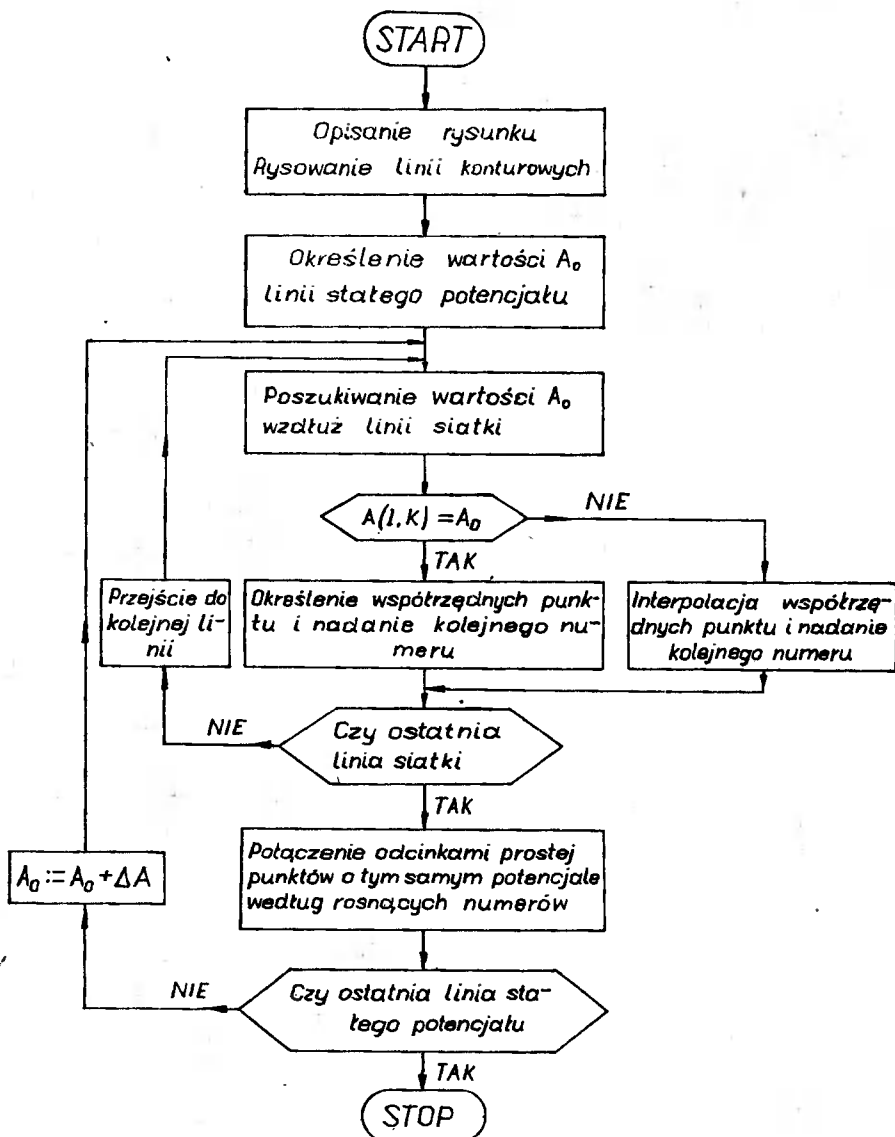
W niniejszej pracy przedstawiono algorytmy programów kreślących rozkład pola magnetycznego, zarówno w przypadku pól płaskich, jak i trójwymiarowych. Szczegółowo omówiono opracowany przez autora program kreślący przestrzenny rozkład pola magnetycznego.

2. OBRAZY PŁASKIE

Wiele praktycznych zagadnień pola magnetycznego sprowadza się do analizy pól płasko-równoległych. Najczęściej stosowanymi metodami analizy są metody numeryczne. Na ogół polegają one na wyznaczeniu w wybranych punktach analizowanego obszaru wielkości pomocniczej - wektorowego potencjału magnetycznego [1, 6, 7]. Dla pól płaskich wektorowy potencjał magnetyczny ma tylko jedną składową. Wynika z tego, że linie stałej wartości potencjału wektorowego są jednocześnie liniami indukcji magnetycznej. Fakt ten wy-

korzysta większość algorytmów kreślenia obrazów płaskich pól magnetycznych, między innymi algorytm zastosowany w [9]. Głównym zadaniem w sporządzeniu obrazu pola jest określenie punktów przecięcia linii stałego potencjału z liniami siatki obliczeniowej. Położenie punktu przecięcia linii stałego potencjału z bokiem oczka siatki wynika z przyjęcia liniowego rozkładu potencjału wzdłuż tego boku, przy znanych wartościach potencjału na jego końcach. Kolejne punkty linii stałego potencjału poszukiwane są dynamicznie. Punkty te łączone są następnie odcinkami linii prostych.

Schemat blokowy omawianego algorytmu przedstawiono na rys.1.



Rys.1. Schemat blokowy algorytmu kreślenia linii stałego potencjału magnetycznego

A / J , K / oznacza wartość potencjału w węźle siatki obliczeniowej, ΔA odstęp /różnicę wartości/ między sąsiednimi liniami stałego potencjału.

Inną koncepcję zaprezentowano w [1]. Dla graficznego zobrazowania pola magnetycznego posłużono się nie, jak poprzednio, liniami indukcji magnetycznej, ale dwiema rodzinami linii ortogonalnych $|\vec{B}| = \text{const}$ i $\arg \vec{B} = \text{const}$.

Informacje o rozkładzie pola uzyskane tym sposobem są niewątpliwie bardziej dokładne, lecz ich interpretacja wymaga więcej czasu. Również algorytm programu kreślącego jest bardziej złożony.

3. OBRAZY PRZESTRZENNE

Graficzna prezentacja przestrzennego rozkładu pola wymaga rozstrzygnięcia dwóch problemów. Pierwszy, to w jakiej postaci przedstawić rozkład pola, drugi - w jaki sposób przedstawić obraz przestrzenny na płaszczyźnie, tak by sprawiał wrażenie trójwymiarowego.

Ponieważ wielkość opisująca pole ma w każdym punkcie rozpatrywanego obszaru trzy składowe, graficzną informację o rozkładzie pola przedstawia się jako rozkład wybranej składowej na płaszczyźnie do niej prostopadłej. Takie rozwiązanie jest powszechnie spotykane w literaturze [2, 5, 6].

Powierzchnią będącą graficznym obrazem funkcji, którą jest rozkład wybranej wielkości fizycznej, należy rzutować na płaszczyznę. Sposobem zapewniającym wierne, to jest zgodne z wrażeniem odbieranym przez oko ludzkie, rzutowanie figur przestrzennych na płaszczyznę jest projekcja perspektywiczna /rzut środkowy/. Zastosowanie tego sposobu prowadzi jednak do dość złożonych algorytmów.

Ponieważ rzutowana powierzchnia nie jest figurą rzeczywistą a wyimaginowaną, można w tym przypadku odwołać się do innych sposobów rzutowania, będących łatwiejszymi do zaprogramowania. Sposobami tymi są stosowane powszechnie w geometrii wykreślnej aksonometrie.

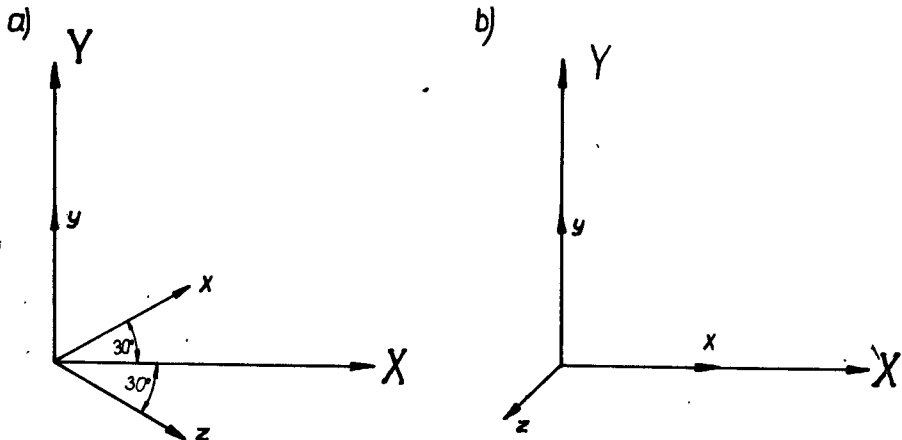
Osobnym zagadnieniem jest zobrazowanie powierzchni na papierze. Możliwe są dwa sposoby - cieniowanie oraz symulowanie powierzchni za pomocą jednej lub dwóch rodzin linii ortogonalnych [3, 8]. Cieniowanie nie jest możliwe w przypadku plotera, który dysponuje tylko dwoma tonami - czernią tuszu oraz białą papieru.

3.1. Algorytm kreślenia rzutu aksonometrycznego

3.1.1. Obliczanie rzutu powierzchni we współrzędnych plotera

Pośród wielu rodzajów aksonometrii najszersze zastosowanie znalazły izometria i aksonometria kawalerska.

W rzucie izometrycznym współrzędne punktów tworzących rzutowaną powierzchnię ulegają skróceniu w stosunku 1: 0,82. Przeliczenie współrzędnych rzeczywistych obiektu przestrzennego na współrzędne urządzenia kreślącego /plotera/ ilustruje rys.2a.



Rys.2. Obliczanie rzutu powierzchni we współrzędnych plotera

a/ izometria b/ aksonometria kawalerska

X,Y - współrzędne plotera

x,y,z - współrzędne rzeczywiste

Układ współrzędnych plotera przyjęto tak, że pokrywa się on z początkiem przestrzennego układu współrzędnych, a oś Y z osią y układu kartezjańskiego. Wobec tego związku między współrzędnymi a współrzędnymi plotera są następujące:

$$X = 0,82(x \cos 30^\circ + z \cos 30^\circ) \quad (1)$$

$$Y = 0,82 [s_1 f(x,y) + x \sin 30^\circ - z \sin 30^\circ] \quad (2)$$

gdzie:

s_1 - współczynnik skali omawiany dokładniej w punkcie 4

W aksonometrii kawalerskiej płaszczyzna rzutowania jest równoległa do płaszczyzny utworzonej przez dwie z osi przestrzennego układu współrzędnych. W konsekwencji wymiary wzdłuż osi równoległych do rzutni pozostają niezmienniczone, a trzecia współrzędna ulega skróceniu w stosunku 1 : 0,5 /rys.2b/. Współrzędne punktów rzutowanej powierzchni we współrzędnych plotera wyrażają się zależnościami:

$$X = x - 0,5z \sin 45^\circ \quad (3)$$

$$Y = s_1 f(x,y) - 0,5z \cos 45^\circ \quad (4)$$

3.1.2. Określanie widoczności odcinka kreślonej linii

Aby nie pogarszać czytelności rysunku, kreślone są tylko te odcinki linii, które symbolizują widoczne fragmenty rzutowanej powierzchni. Decyzję o kreśleniu lub nie odcinka linii podejmuje program po analizie sytuacji. W algorytmie opracowanym przez autora [4] wygląda to następująco.

Program pamięta dla każdej wartości współrzędnej plotera X największą YP i najmniejszą YN wartość wykreślonej do tej pory współrzędnej Y. Inaczej mówiąc, tablice YP i YN określają linie konturowe /odpowiednio górną i dolną/ dotychczas wykreślonego fragmentu rzutowanej powierzchni. Widoczne będą tylko punkty położone powyżej górnej lub poniżej dolnej linii konturowej.

Oprócz tablic YP i YN program pamięta także, czy ostatni punkt kreślonej linii był widoczny ponad górnym konturem /zmienna ind = 1/, widoczny pod dolnym konturem /ind = 2/ lub był niewidoczny /ind = 0/.

Algorytm omawianego fragmentu programu, którego tekst zamieszczono w dodatku, zawierają tablice 1 i 2.

T a b l i c a 1

Wartość zmiennych ind i war w zależności od położenia punktów krańcowych kreślonego odcinka. Zmienna ind dotyczy punktu poprzedniego, zmienna war punktu bieżącego

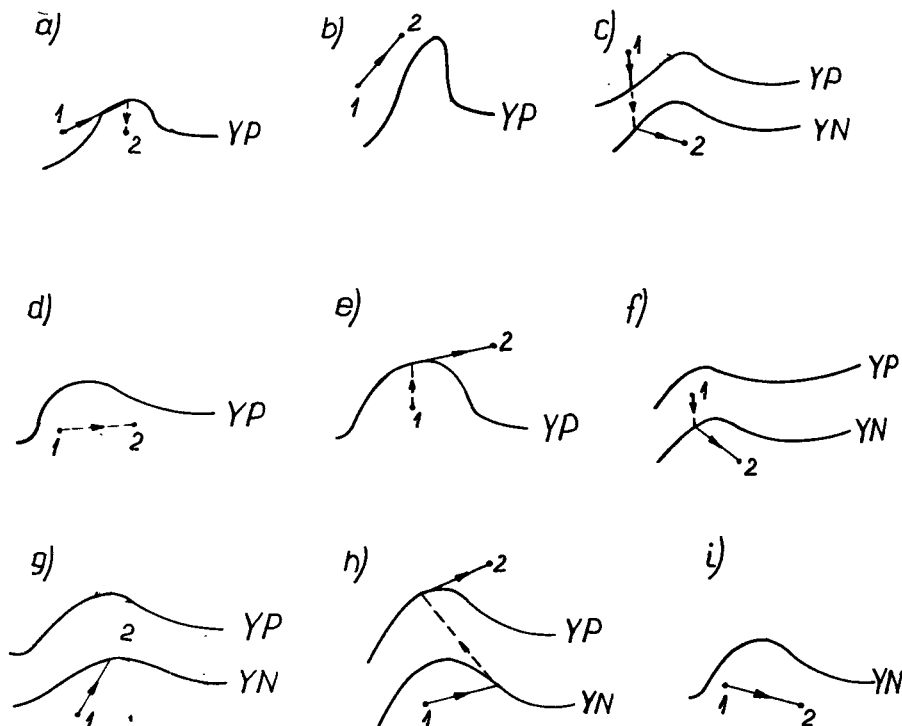
Opis sytuacji	ind	war
Punkt widoczny nad górnym konturem	1	7
Punkt widoczny pod dolnym konturem	2	1
Punkt niewidoczny	0	4

T a b l i c a 2

Algorytm fragmentu programu ustalający widoczność odcinków kreślonej linii

ind + war	Numer rysunku ilustrującego ruchy pisaka plotera	Czynności programu
1	3 f	ind:= 2; YN/x/:= Y
2	3 c	ind:= 2; YN/x/:= Y
3	3 i	YN/x/:= Y
4	3 d	
5	3 a	ind:= 0
6	3 g	ind:= 0
7	3 e	ind:= 1; YP/x/:= Y
8	3 b	YP/x/:= Y
9	3 h	YP/x/:= Y; ind:= 1

Czynności wykonywane przez ploter ilustruje rys.3.



Rys.3. Ilustracja ruchów pisaka plotera

Linia ciągła - kreślenie, linia przerywana - przenoszenie pisaka
 YP - górna linia konturowa, YN - dolna linia konturowa

Przykładowo postępowanie w sytuacji zilustrowanej rys.3e będzie następujące. Ostatni punkt kreślonej linii jest niewidoczny /ind=0/. Ponieważ obliczona przez program współrzędna punktu bieżącego $Y/X > YP/X$, punkt ten będzie widoczny ponad górnym konturem /war=7/. Suma zmiennych $ind + war = 7$. Pisak plotera zostanie więc przesunięty do górnego konturu i stamtąd zostanie wykreślony odcinek do bieżącego punktu linii. Następnie program podstawí w miejsce YP/X obliczoną wartość Y/X oraz nada zmiennej ind wartość 1 /punkt widoczny ponad górnym konturem/.

4. PRZYKŁAD PROGRAMU

W oparciu o algorytm opisany w poprzednim punkcie, autor opracował program [4] służący do graficznego przedstawienia wyników numerycznej analizy pola magnetycznego, prowadzonej w trzech wymiarach.

Program kreśli rzut izometryczny obrazu graficznego dowolnej ciągłej funkcji dwóch zmiennych, opisanej w prostokątnym układzie współrzędnych. W pracy [4] program ten został wykorzystany do kreślenia powierzchniowych rozkładów siły oraz wybranych składowych natężenia pola magnetycznego w

elektromagnetycznym urządzeniu do oddzielania blach stalowych.

Program jest wykonywany przez komputer ODRA 1204, współpracujący w systemie OFF LINE z automatycznym urządzeniem kreślącym typu DIGIGRAF.

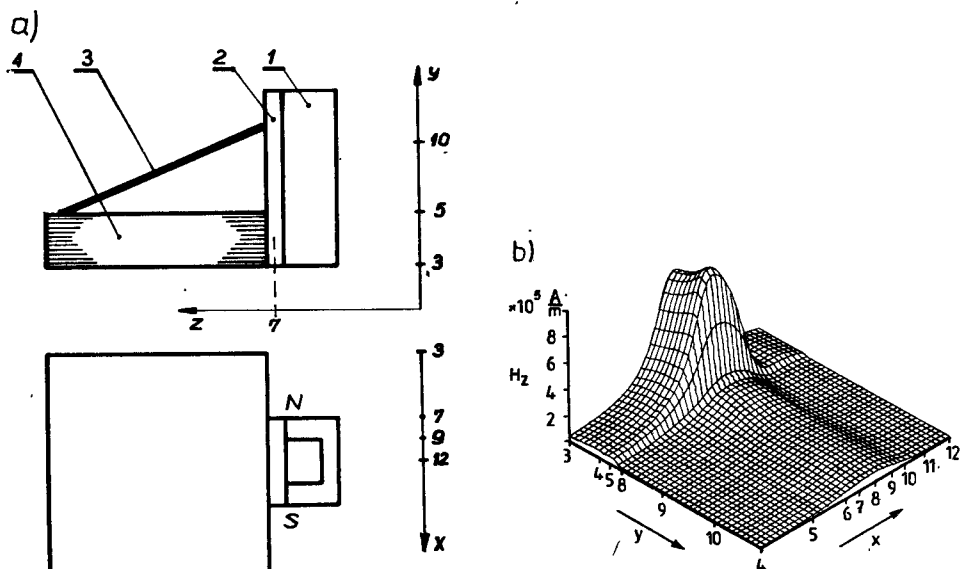
Program rozpoczyna czytanie danych, to jest danych organizujących kreślenie oraz współrzędnych punktów powierzchni, której rzut ma być wykreślony, określonych funkcją $y(x,z)$.

Następnie funkcja jest interpolowana na gęstą równomierną siatkę prostokątną, co jest konieczne ze względu na dużą nierównomierność siatki obliczeniowej. Do interpolacji wykorzystano funkcje sklepane trzeciego stopnia.

Kolejną czynnością programu jest ustalenie skali s_1 dla zmiennej y . Skalę należy tak dobrać, by powierzchnia będąca graficznym obrazem funkcji miała charakter jak najbardziej poglądowy. W wyniku eksperymentów skalę dobrano tak, by rozpiętość powierzchni w kierunku y była równa 0,6 wymiaru większego z boków płaszczyzny, nad którą rozpięta jest powierzchnia.

Następnie program kreśli dwie rodziny linii ortogonalnych $x = \text{const}$ i $z = \text{const}$, obrazujących funkcję $y(x,z)$. Jest to zasadnicza część programu realizowana według algorytmu opisanego w punkcie 3. Program kończy wykreślenie konturów rysunku, osi współrzędnych oraz ewentualny opis rysunku.

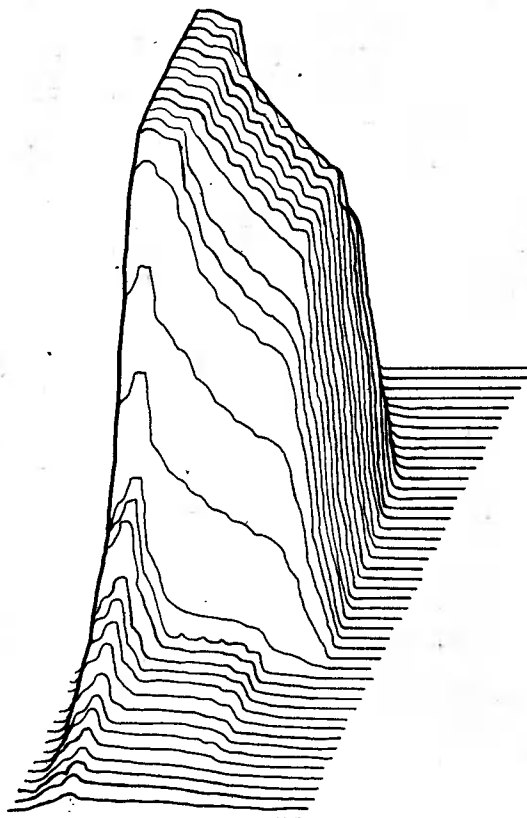
Przykładowo przedstawiono /rys.4/ rozkład składowej natężenia pola magnetycznego w szczelinie elektromagnetycznego urządzenia do oddzielania blach stalowych.



Rys.4. Urządzenie do oddzielania blach stalowych
a/ widok ogólny, b/ rozkład składowej H_z
natężenia pola magnetycznego na płaszczyźnie $z = 7$ /szczelina między blachami a magnesem/

- 1 - magnes trwały lub elektromagnes
- 2 - przekładka nieferromagnetyczna
- 3 - górny arkusz blachy
- 4 - pakiet blach

Dla porównania podano /rys.5/ zaczerpnięty z [5] przykład zobrazowania wykorzystującego aksonometrię kawalerską.



Rys.5. Przykład aksonometrii kawalerskiej. Rozkład potencjału wektorowego indukcji magnetycznej w przekroju sprzęgła elektromagnetycznego

5. UWAGI I WNIOSKI

Zastosowanie opisanych algorytmów nie ogranicza się do pól magnetycznych. Przykładem tego jest np. praca [6], w której jeden program służy do kreślenia rozkładu pola magnetycznego, elektrycznego i pola temperatur.

Dalszym krokiem w doskonaleniu metod graficznej interpretacji wyników jest zastosowanie monitorów ekranowych. Stanowią one z zasady element systemu interakcyjnego, wykorzystywanego do komputerowo wspomaganego projektowania /computer aided design/. Ponieważ system interakcyjny jest kosztownym przedsięwzięciem programistycznym, opłaca się go tworzyć tylko w przypadku poważnych prac projektowych.

Z tego też względu w pracach naukowo-badawczych zastosowanie plotera wydaje się bardziej celowe.

LITERATURA

- [1] Adam J.: Nová metoda mapování magnetických poli. Elektrotechnický časopis, 1972, nr 3, ss.131-143
- [2] Banach T., Sęk A.: Zastosowanie wyjąć graficznych w analizie rozkładów pól magnetycznych. III Konferencja "Metody i środki projektowania automatycznego", cz.III, Warszawa 1981, ss.17-23
- [3] Faux I.D., Pratt M.J.: Computational geometry for design and manufacture. John Wiley and Sons, 1979
- [4] Hippner M.: Analiza pola magnetycznego i sił w urządzeniach elektromagnetycznych do oddzielania blach stalowych. Rozprawa doktorska, Bydgoszcz 1983
- [5] Karwat T., Zakrzewski A.: Metoda pseudoprzestrzennej graficznej prezentacji wyników obliczeń numerycznych funkcji dwóch zmiennych. Archiwum Elektrotechniki, tom XXV, zeszyt 98-4/1976
- [6] Müller W. i inni: Numerical solution of 2- or 3-dimensional nonlinear field problems. Archiv für Elektrotechnik, vol.65, no 4/5, 1982, ss.299-307
- [7] Mc Naughton G.A., Fuchs E.F.: Comparison of first-order finite difference and finite element algorithms for the analysis of magnetic fields. Part II. Numerical results. IEEE Trans., vol.PAS-101, 1982, ss.1181-1191
- [8] Newnan W.M., Sproul R.F.: Principles of interactive computer graphics. Mc Graw-Hill, 1979
- [9] Staszewski P.: Numeryczna analiza obwodu magnetycznego. Rozprawa doktorska, Politechnika Warszawska, 1977

DODATEK

```

0001 BEGIN
0002 COMMENT PROGRAM 5 CZ. 2 - KRESLENIE
      PROGRAM
0003 NK - ILOSC KRESLONYCH LINII
0004 WX - WYMIAR RYSUNKU W MM
0005 YE - MAKSYMALNA CALKOWITA WARTOSC Y
0006 LX,YMIN,YMAX,IX,NZ-DANE PRODUKOWANE PRZEZ
0007 CZ.1 PROGRAMU WYKONUJACA INTERPOLACJE
0008 DIBEGP, DIMD, DISPD, DIHD, DILIN, DISC-PROCEDURY
0009 STANDARDOWE ORGANIZUJACE PROCES KRESLENIA

```



```

0010 DIST-PROCEDURA STANDARDOWA-KRESLENIA ODCINKA PROSTEJ
0011 DITP-PROCEDURA STANDARDOWA-PRZENOSZENIE PISAKA;
0012 INTEGER IX,NW,NK,H,L,LP,LMIN,LMAX,NMIN,NMAX,IND,WAR,D,NZ,LICZ,K;
                                L     L     N     N
0013 INTEGER LL;
0014 REAL S1,WX,WY,YE;
0015 REAL LX,DX,X,Y,XMAX,YMIN,YMAX,DELTA;
0016 REAL XMIN,MIN,MAX;
                                MIN MAX
0017 READ (LX,YMIN,YMAX,S1,IX,NZ);
0018 SETOUTPUT (0);
0019 SETINPUT (0);
0020 PRINT ("?NK_");
0021 READ (NK);
0022 PRINT ("___WX ");
0023 READ (WX);
0024 PRINT ("___YE ");
0025 READ (YE);
0026 IF (IX%NK)*NK=IX THEN
0027 BEGIN
0028 SETOUTPUT (0);
0029 PRINT ("?BLEDNE DANE");
0030 STOP;
0031 END;
0032 H=IX%NK;
0033 BEGIN
0034 ARRAY YP,YN [0:2*IX],HY [0:0];
                                YP YN
0035 DIBEGP;DIMD (0);DISPD (7);DIHD (1);DILIN (0);
0036 XMIN=-3-6;
0037 XMAX=1.420001*LX;
0038 WY-WX *(YMAX-YMIN) / (XMAX-XMIN);
0039 DISC (WX,WY,XMIN,XMAX,YMIN,YMAX);
0040 D=2*(IX+1);
0041 DX=LX/IX ;
0042 DELTA= .71*DX;
0043 NZ=NZ-1;
0044 LICZ=D*((NZ+1) + (IX+1)) -2;

```

```
0045 D←D+2;
0046 DX←.41*DX;
0047 S1←.82*S1;
0048 COMMENT KRESLENIE LINII Y=CONST;
0049 FOR NW←0 STEP 1 UNTIL NK DO
0050 BEGIN
0051 LP←NW*H;
0052 DRUMPLACE←LICZ;
0053 IF NW=0 THEN
0054 COMMENT KRESLENIE PIERWSZEJ LINII;
0055 BEGIN
0056 X←.0;
0057 FOR I←0 STEP 1 UNTIL IX DO
0058 BEGIN
0059 FROMDRUM (1, HY [0] );
0060 Y←S1*HY [0] +DX*(2*LP-L);
0061 YP [L] ←YN [L] →Y;
0062 IF L=0 THEN DITP (X, Y) ELSE
0063 DIST (X, Y);
0064 X←X+DELTA;
0065 DRUMPLACE←DRUMPLACE-D;
0066 END L;
0067 END ELSE
0068 BEGIN
0069 X←DELTA*LP;
0070 K←LP+IX;
0071 LL←K-H;
0072 COMMENT KRESLENIE KOLEJNEJ LINII;
0073 FOR L←LP STEP 1 UNTIL K DO
0074 BEGIN
0075 FROMDRUM (1, HY [0] );
0076 DRUMPLACE←DRUMPLACE-D;
0077 Y←S1*HY [0] +DX*(2*LP-L);
0078 IF L>LL THEN
0079 BEGIN
```

```

0080 DIST (X,Y);
0081 YP[L]←YN[L] Y;
      YP  YN
0082 END ELSE
0083 BEGIN
0084 IF Y>YP[L] THEN WAR←7 ELSE
      YP
0085 IF Y<YN[L] THEN WAR←1 ELSE
      YN
0086 WAR←4;
0087 IF L=LP THEN
0088 BEGIN
0089 SWITCH P←E1,E2,E3,E4,E5,E6,E7;
      P
0090 DITP(X,Y);
0091 GO TO P[WAR];
      P
0092 E1: IND←2; GO TO E;
0093 E4: IND←0; GO TO E;
0094 E7: IND←1; GO TO E;
0095 E: E2: E3: E5: E6: END ELSE
0096 BEGIN
0097 SWITCH S E1,E2,E3,E4,E5,E6,E7,E8,E9;
      S E E E E E E E E E
0098 WAR←WAR+IND;
0099 GO TO S[WAR]
      S
0100 E5: DIST(X,YP[L]);
      E  YP
0101 IND←0;
0102 GO TO E;
      E
0103 E4: DITP(X,Y);
      E
0104 GO TO E;
      E
0105 E6: DIST(X,YN[L]);
      E  YN
0106 IND←0;
0107 GO TO E;
      E
0108 E8: DIST(X,Y);
      E
0109 YP[L]←Y;
      YP
0110 GO TO E;
      E
0111 E7: DITP(X-DELTA,YP[L-1]);
      E  YP
0112 DIST(X,Y);
0113 YP[L]←Y;
      YP

```

```

0114 IND-1;
0115 GO TO E;
      E
0116 E9: DIST(X, YN[L]);
      E      YN
0117 DITP(X-DELTA, YP[L-1]);
      YP
0118 DIST(X, Y);
0119 YP[L]+Y;
      YP
0120 IND+1;
0121 GO TO E;
      E
0122 E2: DIST(X, YP[L]);
      E      YP
0123 DITP(X-DELTA, YN[L-1]);
      YN
0124 DIST(X, Y);
0125 YN[L]+Y;
      YN
0126 IND+2;
0127 GO TO E;
      E
0128 E1: DITP(X-DELTA, YN[L-1]);
      E      YN
0129 DIST(X, Y);
0130 YN[L]+Y;
      YN
0131 IND+2;
0132 GO TO E;
      E
0133 E3: DIST(X, Y);
      E
0134 YN[L]+Y;
      YN
0135 GO TO E;
      E
0136 E: END;
      E
0137 END;
0138 X-X+DELTA;
0139 END L;
0140 END;
0141 LICZ-LICZ-2*H;
0142 END NW;

```

GRAPHICAL METHODS FOR MAGNETIC FIELD DISTRIBUTION

Summary

The algorithms of both 2-dimensional and 3-dimensional field distribution plotting are presented. A programme of plotting 3-dimensional magnetic field distribution in an electromagnetic device for steel sheets separation is described in detail. Especially, the hidden-line elimination algorithm is developed. Some examples of plots are presented.

МЕТОДЫ ГРАФИЧЕСКОГО ПРЕДСТАВЛЕНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ РАСЧЕТОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Резюме

Представлены алгоритмы программ черчения картин распределения магнитного поля, как в случае плоского, так и трехмерного поля. Детально описана программа черчения картины распространения магнитного поля электромагнитного разделителя листовой стали. Особое внимание уделено исключению невидимых фрагментов картины. Приведены примерные картины распределения поля.

Paweł Granowski

OCENA WŁASNOŚCI PRZEKAŹNIKÓW TELETECHNICZNYCH PRĄDU STAŁEGO NA PODSTAWIE ICH CHARAKTERYSTYK MAGNETYCZNYCH

W artykule przedstawiono i uzasadniono podział magnetycznych charakterystyk przełączników teletechnicznych na: statyczne, quasistatyczne i dynamiczne. Omówiono ich przebieg, podano sposób interpretacji oraz zdefiniowano uzyskiwane na ich podstawie współczynniki oraz tzw. efektywne parametry magnetowodu.

Artykuł stanowi podsumowanie dotychczasowych doświadczeń autora w zakresie prezentowanej tematyki.

1. WSTĘP

Przełączniki teletechniczne, jako typowe elektromechaniczne elementy przełączające, transformują zmiany strumienia magnetycznego na ruch mechaniczny.

Ferromagnetyk używany do wytwarzania obwodu magnetycznego przełącznika powinien się charakteryzować łatwym i równocześnie silnym magnesowaniem, aby zapewnić uzyskanie odpowiedniego strumienia kosztem minimalnej mocy sterującej oraz łatwym przemagnesowaniem, co powinno gwarantować szybkie i pewne odpadanie zwory.

Projektowanie dowolnego obwodu magnetycznego jest na ogół przybliżone, a szczególnej ostrości nabiera ten problem w konstrukcjach drobnych, jakimi z natury rzeczy są przełączniki teletechniczne. Dlatego też ważne jest poszukiwanie metod badawczych, które pozwalają na dokonanie poprawnej i szybkiej "oceny magnetycznej" dowolnego przełącznika.

W artykule przedstawiono taką właśnie metodę oceny, bazującą na wykorzystaniu charakterystyk magnetycznych przełącznika.

2. CHARAKTERYSTYKI MAGNETYCZNE PRZEKAŹNIKA

2.1. Uwagi ogólne

Magnetyczne charakterystyki przełącznika stanowią graficzny obraz zmian $B = f(H_2)$, tj. indukcji w magnetowodzie w funkcji natężenia pola

magnetycznego zewnętrznego, zwanego też polem sterującym. Charakterystyki te dają obraz pracy przekaźnika, ponieważ można na nich wyróżnić odcinki odpowiadające stanom przyciągania i zwalniania zwory [5, 8]. W zależności od rodzaju pola sterującego oraz od położenia zwory, czyli zmian szerokości szczeliny roboczej, można wyróżnić trzy rodzaje charakterystyk magnetycznych przekaźnika: statyczną, quasistatyczną i dynamiczną [2].

Charakterystykę statyczną otrzymujemy przy magnesowaniu polem stałym i zworze unieruchomionej. Oznacza to, że zmiany pola sterującego w funkcji czasu są liniowe. Zwora zaś może być unieruchomiona przy stałej maksymalnej szerokości szczeliny roboczej lub przy zerowej szczelinie roboczej /zwora zetknięta z nabiegunkiem rdzenia/.

Charakterystykę quasistatyczną otrzymujemy również przy magnesowaniu polem stałym, jednakże przy zworze swobodnej.

Charakterystykę dynamiczną otrzymujemy dokonując pomiaru indukcji i natężenia pola sterującego w rzeczywistych, eksploatacyjnych warunkach pracy przekaźnika. Oznacza to, że zmiany pola magnesującego odpowiadają zasilaniu napięciowemu przekaźnika przy zworze swobodnej.

Warto zauważyć, że pierwsze dwie charakterystyki są sztucznie uzyskanymi charakterystykami pomiarowymi, natomiast charakterystyka dynamiczna stanowi typowy przykład pomiaru w rzeczywistych warunkach pracy.

W dalszej części artykułu, podczas szczegółowego omawiania poszczególnych charakterystyk, posłużono się ich rysunkami indywidualnymi /rysunki 1, 2, 3/ oraz rysunkiem zbiorowym /rys.4b/, na którym pokazano ich wzajemne położenie w układzie współrzędnych $O - B - H_z$. Naturalną tego konsekwencją jest zastosowanie takiego samego oznaczenia literowego dla punktów należących do różnych charakterystyk, a nakładających się na siebie na wspomnianym wykresie zbiorowym.

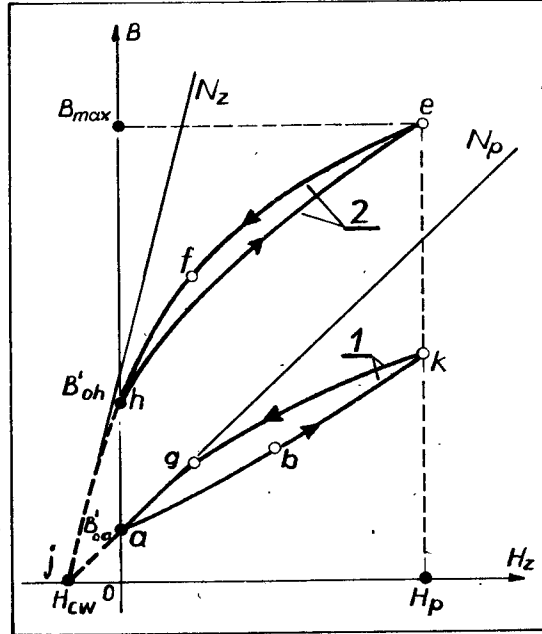
2.2. Omówienie przebiegu i interpretacja charakterystyki statycznej

Statyczna charakterystyka magnetyczna została przedstawiona na rys.1. Natężenie pola magnetycznego zewnętrznego H_z narasta liniowo od zera do wartości H_p , tj. natężenia pola przyciągania, a następnie maleje do zera. Charakterystyka ta składa się z dwóch krzywych zamkniętych $a-b-k-g-a$ oraz $h-e-f-h$. Obydwie krzywe otrzymano dokonując pomiaru przy zworze unieruchomionej. Pierwszą krzywą otrzymujemy przy stałej maksymalnej szerokości szczeliny roboczej, drugą zaś przy zerowej szczelinie roboczej.

Punkt a odpowiada pozornej pozostałości magnetycznej B'_{oa} przy zworze zwolnionej, natomiast punkt h odpowiada pozornej pozostałości magnetycznej B'_{oh} przy zworze przyciągniętej.

Jeżeli pomiar "części powrotnej" obydwu krzywych, tj. odcinki $e-f-h$ oraz $k-g-a$ przedłużymy do ujemnych wartości H_z , to okaże się, że zero wartości indukcji w magnetowodzie zostanie osiągnięta w obydwóch przypadkach dla tej samej wartości H_z równej H_{cw} , czyli dla tzw. wypadkowego natężenia pola koercji. Otrzymane przy tym pomiarze odcinki $h-j$ oraz $a-j$ łącznie z osiami układu współrzędnych tworzą tzw. "trójkąty odmagne-

sowania" [5]. Powierzchnie obydwóch pętli a-b-k-g-a oraz h-e-f-h są miarą gęstości objętościowej energii strat na magnesowanie i prądy wirowe. Powierzchnia pętli h-f-e-B_{max}-h jest miarą gęstości objętościowej energii magnetycznej zmagazynowanej w magnetowodzie przekładnika [1, 7].

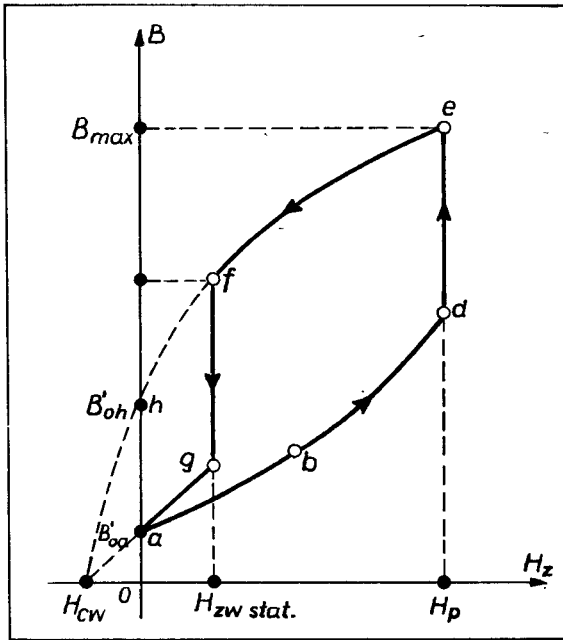


Rys. 1. Magnetyczne charakterystyki statyczne przekładnika

- 1 - zwora unieruchomiona przy stałej maksymalnej szerokości szczeliny roboczej
- 2 - zwora zetknięta z nabiegunkiem rdzenia i unieruchomiona przy zerowej szczeliny roboczej

2.3. Omówienie przebiegu i interpretacja charakterystyki quasistatycznej

Quasistatyczna charakterystyka magnetyczna przekładnika została przedstawiona na rys. 2. Natężenie pola magnetycznego zewnętrznego zmienia się nadal liniowo od $0 \rightarrow H_p \rightarrow 0$, natomiast zwora jest swobodna i dokonuje pełnego cyklu pracy [3]. Początkowemu położeniu zwory przy maksymalnej szczeliny roboczej odpowiada punkt a. Zwiększeniu natężenia pola zewnętrznego towarzyszy wzrost indukcji wzdłuż linii a-b-d. W punkcie b rozpoczyna się ruch zwory. Ponieważ siła mechaniczna wywołana przeciwdziałaniem sprężyn przekładnika wzrasta wolniej niż magnetyczna siła przyciągania zwory osiągnięcie kolejnego punktu e nie wymaga wzrostu natężenia pola magnetycznego ponad wartość H_p . Indukcja rośnie skokowo z punktu d do punktu zadziałania przekładnika e, w którym osiąga wartość maksymalną B_{max} .



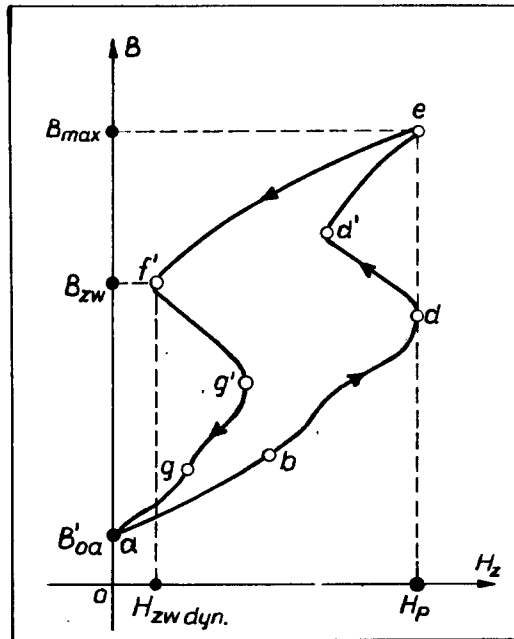
Rys.2. Magnetyczna charakterystyka quasistatyczna przełącznika

Liniovemu zmniejszaniu pola sterującego od wartości H_p do zera początkowo towarzyszy zmiana indukcji wzdłuż odcinka $e-f$. W punkcie f zaczyna przeważać siła mechaniczna sprężyn nad magnetyczną siłą przyciągania i następuje zwolnienie /odpadnięcie/ zwory oraz skokowa zmiana indukcji w magnetowodzie wzdłuż odcinka $f-g$. Natężenie pola sterującego, przy którym ma to miejsce, nazywamy polem zwalniania $H_{zw \text{ stat}}$. Przy dalszym zmniejszaniu H_z indukcja wzdłuż odcinka $g-a$ osiąga punkt wyjściowy a .

2.4. Omówienie przebiegu i interpretacja charakterystyki dynamicznej

Dynamiczna charakterystyka magnetyczna przełącznika została przedstawiona na rys.3. Natężenie pola magnetycznego zewnętrznego zmienia się tym razem nieliniowo w sposób odpowiadający zasilaniu napięciowemu przełącznika [4]. Załączaniu napięcia towarzyszy wzrost indukcji wzdłuż linii $a-b-d-d'-e$, natomiast wyłączenie napięcia powoduje zmniejszanie się indukcji wzdłuż linii $e-f'-g'-a$.

Położenie punktów charakterystyki, w których następuje równoważenie mechanicznych sił obciążania zwory i magnetycznej siły przyciągania, tj. punktów d oraz f' prawie nie ulega zmianie. Zasadnicza różnica w przebiegu charakterystyki występuje na odcinkach odpowiadających "przelotowi zwory". Z charakteru przebiegu na tych odcinkach można wnioskować o monotoniczności ruchu zwory oraz o jednoczesności działania różnych zespołów sprężyn stykowych [2].



Rys. 3. Magnetyczna charakterystyka dynamiczna przekładnika

Powierzchnia ograniczona krzywą $a-b-d-d'-e-f'-g'-a$ jest miarą gęstości objętościowej energii magnetycznej przetwarzanej na energię mechaniczną, co umożliwia eksperymentalną weryfikację równania równowagi mechanicznej wyprowadzonego w oparciu o zasadę Eulera-Lagrange'a [1, 3].

3. WSPÓŁCZYNNIKI SŁUŻĄCE DO „OCENY MAGNETYCZNEJ”

Współczynniki służące do oceny magnetycznej definiowane są na ogół w oparciu o wybrane punkty należące do różnych charakterystyk. W celu pokazania wzajemnych związków między charakterystykami zostały one wszystkie zestawione na rys. 4b. Zwraca uwagę współbieżność charakterystyki quasistatycznej i dynamicznej, z wyjątkiem natężenia pola zwalniania.

3.1. Efektywne parametry magnetowodu

Przyjęto, że efektywnymi parametrami magnetowodu są współczynniki odmagnesowania i natężenie koercji wypadkowej H_{cw} . W pracy [9] został przedstawiony graficzny, uzasadniony analitycznie, sposób wyznaczania współczynnika odmagnesowania N oparty na założeniu, że:

$$N = \lim_{\Delta B \rightarrow 0} \frac{\Delta H}{\Delta B} \Bigg|_{H_z = H_{cw}} \quad (1)$$

czyli, że N jest pochodną funkcji magnesowania w punkcie o współrzędnych $B=0$ i $H_Z = H_{CW}$. Z analizy rys.1 wynika, że w punkcie tym schodzą się dwie funkcje magnesowania, oznaczone liniami e-f-h-j oraz k-g-a-j. Współczynnik od magnesowania wyznaczony na podstawie stycznej do linii k-g-a-j, poprowadzonej przez punkt j, nazwano współczynnikiem od magnesowania przy przyciąganiu N_p ; natomiast uzyskany na podstawie stycznej do linii e-f-h-j, poprowadzonej przez punkt j, nazwano współczynnikiem od magnesowania przy zwalnianiu N_z .

Współczynniki od magnesowania można też wyznaczyć korzystając z zależności przybliżonych:

$$N_p \approx \frac{H_{CW}}{B_{0a}} \quad (2)$$

$$N_z \approx \frac{H_{CW}}{B_{0h}} \quad (3)$$

Wartość wypadkowego natężenia pola koercji H_{CW} odczytuje się bezpośrednio z wykresu.

3.2. Charakterystyka magnesowania materiału magnetowodu

Zaznaczone na rys.4b proste ON_p i ON_z są charakterystykami od magnesowania dla dwóch różnych pozycji unieruchomionej zwory. Na rys.4a przedstawiono przebieg zależności indukcji B w funkcji natężenia pola magnetycznego wewnętrznego H_w wykreślony linią a'-b'-k'-l'-e'=c'-f'-h'-a', otrzymany metodą graficzną [9]. W tym celu należy najpierw przedłużyć pomiar „części wstępującej” charakterystyki statycznej /linia a-b-k na rys.4b/ do takiej wartości H_z , która zapewni uzyskanie indukcji równej B_{max} - otrzymamy krzywą a-b-k-l-c. Następnie odejmujemy odcięte prostej ON_p i linii a-b-k-l-c otrzymując linię a'-b'-k'-l'-c' oraz odejmujemy odcięte prostej ON_z i linii e-f-h-j otrzymując linię e'-f'-h'-a' /rys.4a/. Punkt przecięcia linii e'-f'-h'-a' z osią B wyznacza wartość pozostałości magnetycznej ferromagnetyka B_r . Otrzymana charakterystyka jest częścią standardowej pętli histerezy, której pełną postać uzupełniono na rys.4a linią przerywaną.

3.3. Współczynniki zapasu

Na podstawie charakterystyk quasistatycznej i statycznej przyjęto następujące określenia [5, 8]:

- współczynnik zapasu przekładnika na przyciąganie

$$K_p = \frac{H_{nom}}{H_p} = \frac{I_{nom}}{I_p} \quad (4)$$

Współczynnik K_p określa rozrzut prądu zadziałania danego egzemplarza względem wartości nominalnej /wyznaczonej na ogół eksperymentalnie/;

- współczynnik zapasu przekaznika na zwalnianie

$$K_z = \frac{B_f^2}{B_h^2} = \frac{B_{zw}^2}{B_{oh}^2} \quad (5)$$

Współczynnik K_z odpowiada stosunkowi siły przyciągania występującej w momencie odpadania zwory od nabiegownika rdzenia do siły, która działałaby dla $H_z = 0$ przy zworze „przyklejonej” do rdzenia.

Ponadto różnica rzędnych indukcji:

$$\Delta B = B_d - B_k \quad (6)$$

może stanowić miarę początkowego /wstępnego/ obciążenia zwory.

3.4. Uwagi na temat „oceny magnetycznej” przekazników w procesie produkcyjnym

Z rozważań przedstawionych poprzednio wynika, że w oparciu o pomiar charakterystyk statycznych można określić: pozostałość magnetyczną ferromagnetyka B_r , natężenie koercji wypadkowej H_{cw} , charakterystykę magnesowania materiału magnetowodu oraz współczynniki odmagnesowania N_p i N_z . Dokładniejsza analiza pozwala stwierdzić, że wartości efektywnych parametrów magnetowodu można określić w oparciu o pomiar jedynie „trójkątów odmagnesowania”. Z uwagi na szybkość takiego pomiaru i jego prostotę mógłby on być stosowany w masowych pomiarach produkcyjnych. Pomiar ten pozwalałby na „ocenę magnetyczną” magnetowodu między wybranymi operacjami obróbki mechanicznej; pozwalałby na ocenę wpływu pokryw galwanicznych, wyżarzania i jego parametrów. Konfrontacja tych pomiarów z wyjściową charakterystyką materiału wskazywałaby na ile poszczególne operacje procesu produkcyjnego pogarszają własności ferromagnetyka. Uzupełniającym pomiarem byłby indywidualny pomiar koercji poszczególnych elementów magnetowodu [6]. Pomiar charakterystyk quasistatycznych, już po zmontowaniu, pozwalałby na określenie współczynników zapasu na przyciąganie i zwalnianie /bardziej krytyczne/. Warto zauważyć, że uzupełnienie pomiaru tej charakterystyki o pomiar „części powrotnej” charakterystyki statycznej - 2 /rysunek 2/ jest zabiegiem nader prostym, a pozwala na wyznaczenie efektywnych parametrów magnetowodu.

Ocenę końcową stanowiłby pomiar charakterystyki dynamicznej, który jednocześnie informowałby o poprawności funkcjonowania układu mechanicznego przekaznika.

4. PODSUMOWANIE, WNIOSKI KOŃCOWE

Przedstawiona w artykule metoda „oceny magnetycznej” powinna być przydatna przy ocenie przekaźnika z punktu widzenia: obecności zamierzonych i niezamierzonych szczelin powietrznych w magnetowodzie $/N_p$ i $N_z/$, poprawności działania przekaźnika $/K_p, K_z$, charakterystyka dynamiczna/ oraz stopnia wykorzystania własności ferromagnetyka $/H_{CW}, B_r$, charakterystyka magnesowania materiału/ użytego do ich budowy. Metoda ta jest szybka, prosta i wystarczająco dokładna do masowych pomiarów produkcyjnych. Ponadto współbieżność charakterystyk quasistatycznej i dynamicznej pozwala uznać współczynniki od magnesowania za reprezentatywne parametry magnetowodu również w warunkach dynamicznych. Należy się więc spodziewać eksperymentalnego określenia, przy „ustabilizowanej mechanice”, związków ilościowych między efektywnymi parametrami magnetowodu a czasami działania przekaźnika.

LITERATURA

- [1] Banach G., Granowski P. i inni: Zależności energetyczne w przekaźniku miniaturowym. Materiały Konferencji Naukowo-Technicznej KONTAKTRONI - KA-78, sekcja A, ss.89 - 103, Bydgoszcz 1978
- [2] Granowski P.: Analiza wpływu rozrzutu parametrów konstrukcyjnych i materiałowych na charakterystyki statyczne i dynamiczne przekaźników miniaturowych. Praca doktorska, Gdańsk 1980
- [3] Granowski P., Hinz G., Małachowski E.: Badanie własności dynamicznych przekaźnika miniaturowego. Zeszyty Naukowe ATR, Nr 100, Elektrotechnika 3, ss.51-59, Bydgoszcz 1983
- [4] Granowski P.: Messmethode für quasistatische und dynamische Magnetisierungskurven von Fernmelderelais. Materiały Konferencji Naukowo-Technicznej VII KONTAKT-TAGUNG der DDR, ss.187-192, Karl-Marx-Stadt 1983
- [5] Granowski P., Stefaniak Z.: Magnetyczne charakterystyki przekaźników teletechnicznych prądu stałego. Przegląd Telekomunikacyjny 1978/3, ss.82-84
- [6] Granowski P., Stefaniak Z.: Układ do pomiaru koercji magnetycznej, zwłaszcza w elementach magnetowodów przekaźników teletechnicznych. Patent PRL 106221
- [7] Nałęczę M., Jaworski J.: Miernictwo magnetyczne. WNT, Warszawa 1968
- [8] Reinboth H.: Technologie und Anwendung magnetischer Werkstoffe. VEB Verlag Technik, Berlin 1970
- [9] Stefaniak Z., Granowski P.: Metoda graficzna wyznaczania współczynnika od magnesowania w złożonych obwodach ferromagnetycznych prądu stałego. Przegląd Elektrotechniczny 1976/6, ss.232-234

ESTIMATION OF D.C. TELECOMMUNICATION RELAYS PROPERTIES
ON THE BASIS OF THEIR MAGNETIC CHARACTERISTICS

Summary

The paper includes a new classification of the magnetic characteristics of telecommunication relays. The author suggests that magnetic characteristics should be classified according to relays operation as static, quasistatic and dynamic. For each case, the function $B = f(H_2)$ is presented and the coefficients and so-called effective parameters of the magnetic circuit derived.

The paper is a continuation of the hitherto publications by the author and other authors working on the problem.

ОЦЕНКА СВОЙСТВ ТЕЛЕТЕХНИЧЕСКИХ РЕЛЕ ПОСТОЯННОГО ТОКА НА ОСНОВЕ ИХ МАГНИТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК

Резюме

В статье представлена и обоснована классификация магнитных характеристик телетехнических реле / статические, квазистатические, динамические/. Описан их функциональный вид, метод интерпретации, а также дано определение получения на их основе коэффициентов и так называемых эффективных параметров магнитопровода. Эта статья является результатом проведенных до сих пор опытов автора в области представленной тематики.

Cena: 72 zł