

AKADEMIA TECHNICZNO-ROLNICZA
IM. JANA I JĘDRZEJA ŚNIADECKICH
W BYDGOSZCZY

ZESZYTY NAUKOWE NR 209

TELEKOMUNIKACJA
I ELEKTRONIKA 8

G
921

BYDGOSZCZ - 1997

AKADEMIA TECHNICZNO-ROLNICZA
IM. JANA I JĘDRZEJA ŚNIADECKICH
W BYDGOSZCZY

ZESZYTY NAUKOWE NR 209

TELEKOMUNIKACJA I ELEKTRONIKA 8

C.
14

BYDGOSZCZ - 1997

PRZEWODNICZĄCY KOMITETU REDAKCYJNEGO
prof. dr hab. Ojcumiła Stefaniak

REDAKTOR NAUKOWY
dr inż. Marian Molski

OPRACOWANIE REDAKCYJNE I TECHNICZNE
mgr Joanna Ekstowicz-Mąka, Zbigniew Gackowski

Wydano za zgodą Rektora
Akademii Techniczno-Rolniczej
w Bydgoszczy

ISSN 0209-0589

WYDAWNICTWO UCZELNIANE
AKADEMII TECHNICZNO-ROLNICZEJ W BYDGOSZCZY

Wyd. I. Nakład 150 egz. Ark. aut. 3,3. Ark. druk. 4,5. Papier druk. kl. III.

Oddano do druku i druk ukończono we wrześniu 1997 r.

Uczelniany Zakład Małej Poligrafii ATR Bydgoszcz, ul. Ks. A. Kordeckiego 20
Zamówienie nr 29/97

SPIS TREŚCI

1. Wiesław Zech - Synchroniczna dekompozycja P/T - systemów	5
2. Włodzimierz Pogribny, Zdzisław Drzycimski, Piotr Kiedrowski - Algorytm tworzenia sygnałów testowych na bazie szumu różowego	13
3. Włodzimierz Pogribny, Zdzisław Drzycimski, Piotr Kiedrowski - Tworzenie sygnałów szumopodobnych przeznaczonych do cyfrowej obróbki sygnałów losowych	21
4. Ryszard S. Choraś - Coding of the stereo vision pictures	29
5. Ryszard S. Choraś - Morphological transformation of images	37
6. Andrzej Borys - On using a stochastic-delay model to estimate solid-cluster velocities in gas-solid streams	53
7. Lech Jan Weiss - Ocena zniekształceń sygnału na wyjściu filtra dolnoprzepustowego	65

SYNCHRONICZNA DEKOMPOZYCJA P/T - SYSTEMÓW¹

Wiesław Zech

Wydział Telekomunikacji i Elektrotechniki ATR
Zakład Maszyn i Napędów Elektrycznych
ul. prof. S. Kaliskiego 7, 85-791 Bydgoszcz

Zaproponowano metodę dekompozycji - nazwaną dekompozycją synchroniczną - w której tranzycje służą jako miejsca wzajemnej komunikacji komponent. Prezentowana tu dekompozycja dotyczy raczej dynamicznych właściwości P/T- systemów, związki topologiczne są wynikiem tych pierwszych. Prezentowane tu rezultaty mają związek z - wcześniej opracowanymi przez autora- (S) homomorfizmami S-P/T- systemów.

1. WSTĘP

P/T - systemy /popularnie sieci Petriego/ są powszechnie używane do modelowania systemów współbieżnych [6]. Szczególnie ważną dziedziną ich zastosowania jest modelowanie i synteza układów sterowania binarnego [1,9]. Jednym z podstawowych zagadnień z tym związanych jest dekompozycja P/T - systemów na składowe odpowiadające modułom służącym do ich realizacji fizycznej. W opracowaniu niniejszym zaproponowana została metoda dekompozycji - zwana dalej dekompozycją synchroniczną - w której tranzycje służą jako miejsca wzajemnej komunikacji komponent. Prezentowana tu dekompozycja uwzględnia głównie aspekt dynamiczny P/T - systemów i traktuje podobieństwa topologiczne jako rzecz wtórną. Podejście to różni się istotnie od spotykanych w literaturze przedmiotu.

W rozdziale czwartym ujęte są najważniejsze rezultaty niniejszego opracowania. Rozdział trzeci opiera się w dużej mierze na wcześniejszych wynikach autora [7,9], które wpisane są w konstrukcję logiczną artykułu. Prezentowane są one w zmienionym kontekście notacyjnym i pojęciowym przygotowanym w rozdziale drugim. Proponowany przez autora opis P/T - systemów ma formę zmodyfikowaną w stosunku do spotykanych w literaturze i proponowanych w [1] standardów. Podyktowane jest to potrzebami tematyki, w której zanurzona jest treść artykułu i stanowi tego opisu uściślenie. W rozdziale piątym opisany jest przykład ilustrujący treść opracowania.

¹⁾ Praca wykonana w ramach tematu badań statutowych nr BS 13/94 /w Inst. Telek. ATR/we współpracy z S. Chojnackim.

2. POJĘCIA WSTĘPNE I NOTACJA

Definicja 2.1. [2]

Siecią (lub grafem Petriego) nazywamy uporządkowany ciąg $N = \langle S, T, F \rangle$ obiektów opisanych niżej:

- (a) S, T to zbiory miejsc i tranzycji /odpowiednio/, dla których $S \cup T \neq \emptyset$ i $S \cap T = \emptyset$,
 (b) $F \subseteq (S \times T) \cup (T \times S)$ jest relacją przepływu taką, że $\text{dom}(F) \cup \text{range}(F) = S \cup T$.

Zbiór $X = S \cup T$ nazywamy zbiorem elementów sieci N . Zakładamy, że liczność X ma wartość skończoną i graf N jest spójny. Niech $x \in X$ i $G \subseteq X$, wówczas:

$$\begin{aligned} \overset{*}{x} &= \{ y \in X \mid \langle y, x \rangle \in F \}, \quad \overset{*}{G} = \bigcup_{x \in G} \overset{*}{x}, \\ \overset{\circ}{x} &= \{ y \in X \mid \langle y, x \rangle \in F \}, \quad G^{\circ} = \bigcup_{x \in G} \overset{\circ}{x}. \end{aligned}$$

Dla każdego zbioru S dowolną funkcję $m : S \rightarrow \text{IN}_0 = \{0, 1, 2, \dots\}$ nazywamy multizbiorem nad S i oznaczamy przez $\text{PP}(S)$ rodzinę wszystkich multizbiorów nad S . Dla multizbiorów $a, b \in \text{PP}(S)$ określamy następujące operacje:

$$\begin{aligned} a + b : S &\rightarrow \text{IN}_0, \quad \forall s \in S : (a+b)(s) = a(s) + b(s), \\ a \cap b : S &\rightarrow \text{IN}_0, \quad \forall s \in S : (a \cap b)(s) = \min\{a(s), b(s)\}, \\ a - b : S &\rightarrow \text{IN}_0, \quad \forall s \in S : (a-b)(s) = a(s) - (a \cap b)(s), \\ a \cup b : S &\rightarrow \text{IN}_0, \quad \forall s \in S : (a \cup b)(s) = \max\{a(s), b(s)\}, \\ \text{oraz relację:} \quad a \leq b &\Leftrightarrow \forall s \in S : a(s) \leq b(s). \end{aligned}$$

Powyższe operacje i relacje dotyczące multizbiorów podano w oparciu o prace [3,4,7]. Rodzinę wszystkich podzbiorów zbioru S oznaczamy przez $\text{P}(S)$. Zakładamy nierozróżnialność podzbioru od jego funkcji charakterystycznej. W świetle tej uwagi prawdziwa jest inkluzja $\text{P}(S) \subset \text{PP}(S)$.

Dla każdego zbioru A, B relację funkcyjną $f \subseteq A \times B$, dla której $\text{dom}(f) \in A$ oznaczamy $f : A \dashrightarrow B$ i nazywamy funkcją częściową, której rozszerzenie do $\text{P}(A)$ określamy w następujący sposób:

$$\begin{aligned} f^{\cup} : \text{P}(A) &\dashrightarrow \text{P}(B), \quad \forall D \subseteq \text{dom}(f) : f^{\cup}(D) = \bigcup_{a \in D} \{f(a)\}, \\ \text{dom}(f^{\cup}) &= \text{P}(\text{dom}(f)). \end{aligned}$$

Poniższy opis P/T -systemów jest nieco odmienny w stosunku do definicji spotykanych w literaturze np. [2,5,6]. Jest wycinkiem szerszej koncepcji opracowanej w ramach [9] i stanowi wygodny model do reprezentacji wyników przedstawionych w niniejszym artykule.

Definicja 2.2

- P/T -systemem (Petriego) nazywamy dowolny obiekt typu $\Sigma = \langle N, \delta, m^0 \rangle$, w którym $N = \langle S, T, F \rangle$ jest siecią, $\text{PP}(S) \times T \dashrightarrow \text{PP}(S)$, $\forall \langle m, t \rangle \in \text{dom}(\delta) : \delta(m, t) = (m - \overset{*}{t}) + t^{\circ}$, $\text{dom}(\delta) = \{ \langle m, t \rangle \in \text{PP}(S) \times T : \overset{*}{t} \leq m \}$, δ opisuje protokoły zmian zachodzących w Σ , $m^0 \in \text{PP}(S)$ jest stanem początkowym syst. Σ nazywanym markowaniem początkowym.
- Dla P/T -systemu $\Sigma = \langle S, T, F, \delta, m^0 \rangle$ określamy:
 - zbiór markowań w nim osiągalnych $R_{\Sigma} \subseteq \text{PP}(S)$ jako najmniej liczny element z rodziny $\{ R \subseteq \text{PP}(S) \mid m^0 \in R \wedge \forall \langle m, t \rangle \in \text{PP}(S) \times T : \forall t \in T : (m \in R \wedge \langle m, t \rangle \in \text{dom}(\delta) \Rightarrow \delta(m, t) \in R) \}$;
 - funkcję przejść $\delta_{\Sigma} = \{ \langle m, t, m' \rangle \in \delta \mid \langle m, t \rangle \in \text{dom}(\delta) \cap R_{\Sigma} \times T \}$.

3. Dowolny P/T - system Σ nazywamy S - P/T - systemem (od bezpiecznym P/T - systemem), jeśli $R_\Sigma \subseteq P(S)$.

Na podstawie powyższej definicji łatwo spostrzec, że $\delta_\Sigma : R_\Sigma \times T \dashrightarrow R_\Sigma$, dlatego z każdym P/T systemem Σ związany jest częściowy automat $A_\Sigma = \langle R_\Sigma, T, \delta_\Sigma, m^\circ \rangle$ nazywany automatem markowania, w którym R_Σ to zbiór stanów, T to alfabet wejściowy, $\delta_\Sigma : R_\Sigma \times T \dashrightarrow R_\Sigma$ funkcja przejść, m° to stan początkowy. Automat markowania jest generowany przez P/T-system w wyniku zachodzącej w nim ewolucji, jest zatem odzwierciedleniem dynamicznych własności tegoż systemu.

3. ODWZOROWANIA ZACHOWUJĄCE STRUKTURĘ I DZIAŁANIE S-P/T - SYSTEMÓW

Definicja 3.1. [7]

Niech $\Sigma_i = \langle S_i, T_i, F_i, \delta_i, m_i^\circ \rangle$, $i \in \{1,2\}$ są P/T - systemami, z których Σ_1 jest S-P/T systemem. Surjekcje $\beta : S_1 \rightarrow S_2$, $\eta : T_1 \rightarrow T_2$ nazywamy (S, T) - homomorfizmem (z Σ_1 do Σ_2), wtedy i tylko wtedy, gdy:

a) $\forall t \in T_1 : \beta^\cup(t) = \eta(t) \wedge \beta^\cup(t^*) = \eta(t)^*$;

b) $\beta^\cup(m_1^\circ) = m_2^\circ$;

c) $\forall \langle m, t \rangle \in PP(S_1) \times T_1 : (\langle m, t \rangle \in \text{dom}(\delta_{\Sigma_1}) \Rightarrow$

$$\langle \beta^\cup(m), \eta(t) \rangle \in \text{dom}(\delta_{\Sigma_2}) \wedge \beta^\cup(\delta_{\Sigma_1}(m, t)) = \delta_{\Sigma_2}(\beta^\cup(m), \eta(t))) .$$

(S, T) - homomorfizm z Σ_1 do Σ_2 nazywamy (S)-homomorfizmem jeśli $T_1 = T_2 = T$ oraz $\eta = \text{id}_T$ (η jest funkcją identycznościową na T). Czytelnika zainteresowanego głębszymi rozważaniami na temat przedstawionych wyżej homomorfizmów P/T - systemów odsyłamy do prac [6,7,8]. Poniżej przedstawiamy następujące twierdzenie.

Twierdzenie 3.1. [7]

Surjekcje $\beta : S_1 \rightarrow S_2$, $\eta : T_1 \rightarrow T_2$ wyznaczają (S, T) - homomorfizm z S-P/T - systemu $\Sigma_1 = \langle S_1, T_1, F_1, \delta_1, m_1^\circ \rangle$ do P/T systemu $\Sigma_2 = \langle S_2, T_2, F_2, \delta_2, m_2^\circ \rangle$ wtedy i tylko wtedy, gdy spełnione są jednocześnie warunki:

(i) $\forall t \in T_1 : \beta^\cup(t) = \eta(t) \wedge \beta^\cup(t^*) = \eta(t)^*$;

(ii) $\beta^\cup(m_1^\circ) = m_2^\circ$;

(iii) $\forall t \in T_1 : \beta^\cup(\alpha(t) - t) \cap \beta^\cup(t) = \beta^\cup(\alpha(t) - t) \cap \beta(t)^*$,

gdzie: $\alpha(t) = \cup m \in {}^{**}t : m$, ${}^{**}t = \{m \in R_\Sigma \mid \langle m, t \rangle \in \text{dom}(\delta_{\Sigma_1})\}$.

Jak można dostrzec homomorfizm w takim samym stopniu, odwzorowuje kształt topologiczny /graficzny/ systemu, jak i dynamiczny (wywołany zmianą markowań). Przedstawiona niżej realizacja jest modelem takich relacji między S-P/T - systemami, w których odwzorowanie zależności dynamicznych ma charakter izomorficzny przy jednoczesnym osłabieniu stopnia zachowania związków topologicznych.

Definicja 3.2 ²⁾

Niech $\Sigma_i = \langle S_i, T_i, F_i, \delta_i, m_i^\circ \rangle$, $i \in \{1,2\}$ są S-P/T - systemami. Mówimy, że Σ_2 jest realizacją systemu Σ_1 , jeśli istnieją funkcje: bijekcja $\eta : T_1 \rightarrow T_2$, iniekcja $f : S_1 \rightarrow P(S_2) \setminus \{\emptyset\}$ i spełnione są poniższe warunki:

- $\bigcup_{s \in S_1} f(s) = S_2$;
- $f^\cup : R_{\Sigma_1} \rightarrow R_{\Sigma_2}$ jest różnowartościowa ;
- $f^\cup(m_1^\circ) = m_2^\circ$;
- $\forall \langle m, t \rangle \in PP(S_1) \times T_1 : \langle m, t \rangle \in \text{dom}(\delta_{\Sigma_1}) \Rightarrow \langle f^\cup(m), \eta(t) \rangle \in \text{dom}(\delta_{\Sigma_2}) \wedge f^\cup(\delta_{\Sigma_1}(m, t)) = \delta_{\Sigma_2}(f^\cup(m), \eta(t))$.

4. KOMPOZYCJA I DEKOMPOZYCJA

Definicja 4.1. [9]

Niech $\Sigma_i = \langle S_i, T_i, F_i, \delta_i, m_i^\circ \rangle$, $i \in \{1,2\}$ są S-P/T - systemami takimi, że $S_1 \cap S_2 = \emptyset$, $T_1 = T_2 = T$, $m_1^{\circ**} = m_2^{\circ**}$.

Sumą synchroniczną tych systemów nazywamy obiekt:

$$\Sigma_1 \cup \Sigma_2 = \langle S_1 \cup S_2, T, F_1 \cup F_2, \delta_1 \cup \delta_2, m_1^\circ \cup m_2^\circ \rangle$$

gdzie $m_i^{\circ**} = \{t \in T_i \mid m_i^\circ \in **t\}$

Stwierdzenie 4.1

Zdefiniowana wyżej suma synchroniczna jest S-P/T - systemem.

Dowód (szkie)

Łatwo sprawdzić, że $\Sigma_1 \cup \Sigma_2$ spełnia definicję 2.2. P/T - systemu. Pozostaje więc do pokazania, że $R_{\Sigma_1 \cup \Sigma_2} \in P(S_1 \cup S_2)$, czyli że $\Sigma_1 \cup \Sigma_2$ jest S-P/T - systemem. Istotnie $m_1^\circ \cup m_2^\circ \in P(S_1 \cup S_2)$, gdyż $m_i \in P(S_i)$ dla $i \in \{1,2\}$. Z założenia zbiory tranzycji aktywnych dla markowań początkowych obu systemów składowych są identyczne. Jeśli zbiór ten jest pusty, to ewolucja $\Sigma_1 \cup \Sigma_2$ kończy się na markowaniu początkowym, czyli $R_{\Sigma_1 \cup \Sigma_2} = \{m_1^\circ \cup m_2^\circ\} \subseteq P(S_1 \cup S_2)$, zatem $\Sigma_1 \cup \Sigma_2$ jest S-P/T - systemem. Zakładamy więc, że istnieje $t \in m_i^{\circ**} \neq \emptyset$, $i \in \{1,2\}$. Systemy składowe są bezpieczne, więc $\delta_i(m_i^\circ, t) \in P(S_i)$, stąd $\delta_1(m_1^\circ, t) \cup \delta_2(m_2^\circ, t) \subseteq P(S_1 \cup S_2)$. Na podstawie wnioskowania indukcyjnego otrzymujemy tezę, $R_{\Sigma_1 \cup \Sigma_2} \in P(S_1 \cup S_2)$ c.n.d.

W dalszej części pracy zajmiemy się zagadnieniem związanym z pytaniem -kiedy S-P/T - system Σ daje się przedstawić w postaci sumy synchronicznej dwóch innych.

Definicja 4.2 [9]

Niech $\Sigma_i = \langle S_i, T_i, F_i, \delta_i, m_i^\circ \rangle$, $i \in \{1,2\}$ są S-P/T - systemami. System Σ_3 posiada dekompozycję synchroniczną na komponenty Σ_1, Σ_2 wtedy i tylko wtedy gdy suma synchroniczna $\Sigma_1 \cup \Sigma_2$ jest jego realizacją.

Twierdzenie 4.1

Niech $\Sigma_i = \langle S_i, T_i, F_i, \delta_i, m_i^\circ \rangle$, $i \in \{1,2\}$ są S-P/T - systemami takimi, że $T_1 = T_2 = T$, $S_1 \cap S_2 = \emptyset$, S-P/T - system $\Sigma = \langle S, T, F, \delta, m^\circ \rangle$ posiada dekompozycję

²⁾ Obszerniejsze i głębsze rozważania dotyczące realizacji P/T - systemów zawarte są w [9].

synchroniczną na składowe Σ_1, Σ_2 , gdy istnieją homomorfizmy $\beta_i: S \xrightarrow{-na} S_i, \eta_i = \text{id}_T, i \in \{1,2\}$ takie, że $\Pi_{\beta_1} * \Pi_{\beta_2} = O_s$, gdzie

$$\Pi_{\beta_i} = \{a \in P(S) \mid \exists s_i \in S_i : \beta_i^{-1}(s_i) = a\}, \quad i \in \{1,2\} \quad (4.1)$$

$\Pi_{\beta_1} * \Pi_{\beta_2}$ jest iloczynem podziałów, O_s jest podziałem o blokach jednoelementowych.

Dowód (szkic)

Suma synchroniczna systemów Σ_1, Σ_2 ma postać $\Sigma_1 \cup \Sigma_2 = \langle S_1 \cup S_2, T, F_1 \cup F_2, \delta_1 \cup \delta_2, m_1^\circ \cup m_2^\circ \rangle$. Określamy funkcję f występującą w definicji realizacji (def. 3.2) w następujący sposób:

$$f: S \rightarrow P(S_1 \cup S_2) \setminus \{\emptyset\}, \quad \forall s \in S : f(s) = \{\beta_1(s), \beta_2(s)\} \quad (4.2)$$

funkcja ta jest różnowartościowa, gdyż w przeciwnym razie istnieją dwa różne elementy $s, s' \in S$ takie, że $f(s) = f(s')$. Na podstawie (4.2) dla każdego $i \in \{1,2\}$ istnieje $s_i \in S_i$, że $\beta_i(s) = \beta_i(s') = s_i$, czyli $\beta_i^{-1}(s_i) \supseteq \{s, s'\}$. Zatem $\{s, s'\} \subseteq \beta_1^{-1}(s_1) \cap \beta_2^{-1}(s_2)$, co jest sprzeczne z założeniem (4.1). Niech $m \in R_\Sigma \subseteq P(S)$, $f^\cup(m) = U_{s \in m} : f(s) = U_{s \in m} : \{\beta_1(s), \beta_2(s)\} = \beta_1^\cup(m) \cup \beta_2^\cup(m)$. Tak określona funkcja $f^\cup: R_\Sigma \rightarrow P(S_1 \cup S_2)$ jest różnowartościowa, gdyż f jest różnowartościowa i $S_1 \cap S_2 = \emptyset$.

Wykażemy teraz, że f, f^\cup spełniają warunki a), b), c), d) z definicji 3.2.

ad a) oczywisty wniosek z faktu, że β_1, β_2 są surjekcjami;

ad b) $f^\cup(m^\circ) = \beta_1^\cup(m^\circ) \cup \beta_2^\cup(m^\circ) = m_1^\circ \cup m_2^\circ$ na podstawie definicji 3.1 b);

ad c) Niech $m \in R_\Sigma$ i niech $f^\cup(m) = m_1 \cup m_2 \in R_{\Sigma_1 \cup \Sigma_2}$. Markowanie takie istnieje, gdyż w szczególności jest nim m° .

Niech $t \in m^{**} \neq \emptyset$, gdyż w przeciwnym razie warunek d) jest prawdziwy w sposób trywialny. Zatem $\langle m, t \rangle \in \text{dom}(\delta_\Sigma)$.

$$\begin{aligned} L &= f^\cup(\delta(m, t)) \stackrel{(1)}{=} \beta_1^\cup(\delta(m, t)) \cup \beta_2^\cup(\delta(m, t)) \stackrel{(2)}{=} \\ &= \delta_1(\beta_1^\cup(m), \eta_1(t)) \cup \delta_2(\beta_2^\cup(m), \eta_2(t)) \in_{(3)} R_{\Sigma_1 \cup \Sigma_2} \end{aligned} \quad (4.3)$$

$$\begin{aligned} P &= (\delta_1 \cup \delta_2)(f^\cup(m), \eta(t)) \stackrel{(4)}{=} \delta_1(f^\cup(m) \cap S_1, \eta_1(t)) \cup \\ &\quad \delta_2(f^\cup(m) \cap S_2, \eta_2(t)) \stackrel{(5)}{=} \delta_1(\beta_1(m), \eta_1(t)) \cup \\ &\quad \delta_2(\beta_2(m), \eta_2(t)) \end{aligned}$$

(gdzie, (1) - z określenia f^\cup , (2) - z def. 3.1 c), (3) - założenia $\eta_1(t) = \eta_2(t) = t$, więc obie operacje δ_1 i δ_2 są wykonalne w $\Sigma_1 \cup \Sigma_2$ jako jedna, (4) - $(\delta_1 \cup \delta_2)$ jest traktowana zgodnie z def. 4.1 jako suma teoriomnogościowa relacji).

Zatem $L = P$. W oparciu o schemat wnioskowania indukcyjnego stwierdzamy, że warunek d) jest spełniony.

ad b) Wniosek z d) wiersz (4.3).

Wykazaliśmy, że $\Sigma_1 \cup \Sigma_2$ jest realizacją Σ , więc na podstawie def. 4.2 twierdzenie jest udowodnione.

5. PRZYKŁAD

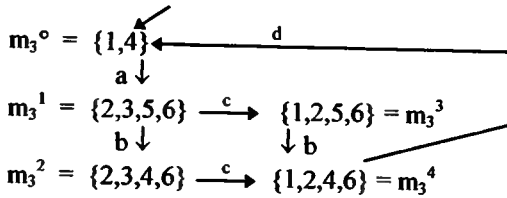
Rozważmy następujące S-P/T - systemy:

$$\begin{aligned} \Sigma_1 = \langle S_1 = \{1,2,3\}, T_1 = \{a,b,c,d\}, F_1 = \{ \langle a,2 \rangle, \langle a,3 \rangle, \langle 1,a \rangle, \langle b,2 \rangle, \langle 2,b \rangle, \\ \langle c,1 \rangle, \langle 3,c \rangle, \langle d,1 \rangle, \langle 1,d \rangle, \langle 2,d \rangle \}, \delta_1, m_1^\circ = \{1\} \rangle, \\ \delta_1: PP(S_1) \times T_1 \dashrightarrow PP(S_2), \text{ (zgodnie z def. 2.2. 1)} \\ \Sigma_2 = \langle S_2 = \{4,5,6\}, T_2 = T_1, F_2 = \{ \langle a,5 \rangle, \langle a,6 \rangle, \langle 4,a \rangle, \langle b,4 \rangle, \langle 5,b \rangle, \langle c,6 \rangle, \\ \langle 6,c \rangle, \langle d,4 \rangle, \langle 4,d \rangle, \langle 6,d \rangle \}, \delta_2, m_2^\circ = \{4\} \rangle \\ \delta_2: PP(S_2) \times T_2 \dashrightarrow PP(S_2), \text{ (zgodnie z def. 2.2 1)}. \end{aligned}$$

Poniższy S-P/T - system jest sumą synchroniczną Σ_1 i Σ_2 . Określony jest w następujący sposób:

$$\begin{aligned} \Sigma_3 = \Sigma_1 \cup \Sigma_2 = \langle S_3 = S_1 \cup S_2 = \{1,2,3,4,5\}, T_3 = T_1, F_3 = F_1 \cup F_2 = \\ \{ \langle a,2 \rangle, \langle a,3 \rangle, \langle a,5 \rangle, \langle a,6 \rangle, \langle 1,a \rangle, \langle 4,a \rangle, \langle b,2 \rangle, \langle b,4 \rangle, \langle 2,b \rangle, \langle 5,b \rangle, \langle c,1 \rangle, \\ \langle c,6 \rangle, \langle 3,c \rangle, \langle 6,c \rangle, \langle d,1 \rangle, \langle d,4 \rangle, \langle 1,d \rangle, \langle 2,d \rangle, \langle 4,d \rangle, \langle 6,d \rangle \}, \\ \delta_3 = \delta_1 \cup \delta_2, m_3^\circ = m_1^\circ \cup m_2^\circ = \{1,4\} \rangle, \\ \delta_3: PP(S_3) \times T_3 \dashrightarrow PP(S_3), \text{ (def. 2.2 1)}. \end{aligned}$$

Poniższy diagram przedstawia automat markowania generowany przez Σ_3 (zgodnie z def. 2.2.):

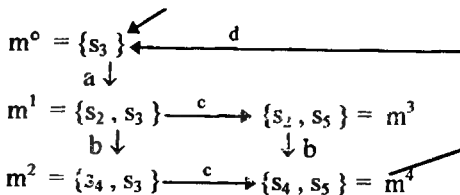


Rys.1. Diagram przejść automatu markowania
 $A_{\Sigma_3} = \langle R_{\Sigma_3}, T_3, \delta_{\Sigma_3}, m_3^\circ \rangle$

Rozważmy jeszcze inny S-P/T - system:

$$\begin{aligned} \Sigma = \langle S = \{s_1, s_2, s_3, s_4, s_5\}, T = T_1, F = \{ \langle a,s_2 \rangle, \langle a,s_3 \rangle, \langle s_1, a \rangle, \langle b,s_4 \rangle, \langle s_2, b \rangle, \\ \langle c,s_5 \rangle, \langle s_3, c \rangle, \langle d,s_1 \rangle, \langle s_4, d \rangle, \langle s_5, d \rangle \}, \delta, m^\circ = \{s_1\} \rangle, \\ \delta: PP(S) \times T \dashrightarrow PP(S) \text{ (zgodnie z def. 2.2.1)}. \end{aligned}$$

Na rysunku 2 przedstawiony jest diagram przejść automatu markowania generowanego przez system Σ :



Rys.2. Diagram przejść automatu markowania
 $A_\Sigma = \langle R_\Sigma, T, \delta_\Sigma, m^\circ \rangle$

Dla przykładu rozważmy markowanie (stan):

$$m^1 = \{s_2, s_3\} \in R_\Sigma, \quad \langle m^1, b \rangle \in \text{dom}(\delta_\Sigma), \quad \text{gdź } m^1 \geq {}^*b, \quad \text{gdź} \\ {}^*b = \{s_2\} = \{s \in S \mid \langle s, b \rangle \in F\}, \quad \text{zatem } \delta(m^1, b) = (m^1 - {}^*b) + b^* = \\ = (\{s_2, s_3\} - \{s_2, \}) + \{s_4\} = \{s_3, s_4\}.$$

Można sprawdzić, korzystając z definicji 3.1. że funkcje:

$$\beta_1 = \begin{bmatrix} s_1 & s_2 & s_3 & s_4 & s_5 \\ 1 & 2 & 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}, \quad \beta_2 = \begin{bmatrix} s_1 & s_2 & s_3 & s_4 & s_5 \\ 4 & 5 & 6 & 4 & 6 \end{bmatrix}$$

($\eta_1 = \eta_2 = \text{id}_{T_1}$) wyznaczają (S) - homomorfizmy z Σ do Σ_1, Σ_2 (odpowiednio).

Na tej podstawie wyznaczmy funkcję:

$$f = \beta_1 \cup \beta_2: S \dashrightarrow P(S_3) \setminus \{\emptyset\},$$

$$f = \begin{bmatrix} s_1 & s_2 & s_3 & s_4 & s_5 \\ \{1,4\} & \{2,5\} & \{3,6\} & \{2,4\} & \{1,6\} \end{bmatrix},$$

oraz rozszerzenie

$$f^\cup: R_\Sigma \rightarrow R_{\Sigma_3}, \quad f^\cup = \begin{bmatrix} m^0 & m^1 & m^2 & m^3 & m^4 \\ m_3^0 & m_3^1 & m_3^2 & m_3^3 & m_3^4 \end{bmatrix}.$$

$$\text{Dla przykładu } f^\cup(m^2) = \beta_1^\cup(m^2) \cup \beta_2^\cup(m^2) = \beta_1^\cup(\{s_4, s_3\}) \cup \beta_2^\cup(\{s_4, s_3\}) = \\ = \{\beta_1(s_4), \beta_2(s_3)\} \cup \{\beta_2(s_4), \beta_2(s_3)\} = \{2,3\} \cup \{4,6\} = \{2,3,4,6\} = m_3^2.$$

Można łatwo się przekonać, że f^\cup wyznacza izomorfizm automatów A_Σ i A_{Σ_3} . Zatem Σ posiada dekompozycję synchroniczną o składowych Σ_1, Σ_2 .

6. UWAGI KOŃCOWE

W pracy zaproponowano sposób dekompozycji S-P/T - systemów. Ograniczenie problematyki do dekompozycji dwuskładnikowej podyktowane jest jedynie potrzebą przedstawienia istoty zagadnienia w zwartej formie. Celem sprostania wymaganiom ogólności naukowej treść przedstawiono w sposób formalny, której szczególnym uzupełnieniem jest przytoczony przykład.

Opisany tu model dekompozycji posiada swoją ogólniejszą formę [9], w której tranzycje też ulegają transformacji podobnie jak miejsca.

LITERATURA

- [1] Banaszak Z., Kuś J., Adamski M.: Sieci Petriego. Modelowanie, sterowanie i synteza systemów dyskretnych. Wydawnictwo WSInż. Zielona Góra 1993.
- [2] Best E., Fernandez C.: Notion and terminology on Petri Net theory, Petri nets Newsletter 23 April 1986.
- [3] Berthelot G.: Transformations and decompositions of nets, LNCS - 254, 1986.

- [4] Lipski W., Marek W.: Analiza kombinatoryczna. PWN, Warszawa 1986.
- [5] Mason P.: Petri net theory, Technical Report No 139 University of Cambridge, June 1988.
- [6] Reisig W.: Sieci Petriego. WNT, Warszawa 1988.
- [7] Zech W.: Odwzorowania zachowujące strukturę i działanie sieci Petriego. Studia z automatyki. tom XV, PWN, Poznań 1990.
- [8] Zech W.: Homomorfizmy zwykłych P/T-sieci Petriego. Studia z automatyki, tom XVII, PWN, Poznań 1991.
- [9] Zech W.: Właściwości struktury Sieci Petriego i ich zastosowania do syntezy układów sterowania binarnego. Rozprawa doktorska (w przygotowaniu na Wydz. Elektr. Politechniki Poznańskiej).

SYNCHRONOUS DECOMPOSITION OF P/T - SYSTEMS

Summary

We present a decomposition technique to split a system into interacting components. The realisation of partitioning behavioral structure of P/T - systems. The decomposition mentioned above will be called synchronous. We also present a transformation of P/T - systems called (S) - homomorphism. We investigate decomposition from the point of view of the (S) - homomorphism. S-P/T - systems (Safe Petri nets) are only considered in the paper.

ALGORYTM TWORZENIA SYGNAŁÓW TESTOWYCH NA BAZIE SZUMU RÓŻOWEGO

Włodzimierz Pogribny, Zdzisław Drzycimski, Piotr Kiedrowski

Wydział Telekomunikacji i Elektrotechniki ATR
Zakład Teletransmisji
ul. prof. S. Kaliskiego 7, 85-791 Bydgoszcz

Opisano algorytm tworzenia sygnałów testowych oparty na modyfikacji faz i amplitud harmonicznych szumu różowego. Modyfikacja polega na eliminacji dowolnych harmonicznych szumu różowego oraz zastosowaniu różnych rozkładów prawdopodobieństwa do określenia wartości faz poszczególnych harmonicznych. Dzięki tym modyfikacjom otrzymano sygnał testowy o żądanym spektrum mocy oraz żądanej funkcji autokorelacji.

1. WPROWADZENIE

Generowanie sygnałów testowych znajduje szerokie zastosowanie w komputerowym modelowaniu. Przedstawiony poniżej algorytm tworzenia sygnału testowego o zadanej charakterystyce widma mocy umożliwi idealne dopasowanie go do parametrów widmowych badanego obiektu. W wielu przypadkach konieczna jest również generacja sygnałów testowych nie tylko o zadanej charakterystyce widmowej, ale również o zdeterminowanym kształcie funkcji autokorelacji. Można go między innymi otrzymać poprzez modyfikację parametrów szumu różowego w dziedzinie czasu. Modyfikacja polega na eliminacji niektórych harmonicznych oraz zastosowaniu różnych rozkładów prawdopodobieństwa podczas generacji wartości faz harmonicznych sygnału testowego.

Podstawowym wzorem podczas generacji szumu służącym do jego oceny w dziedzinie czasu jest równość Parsevala:

$$\lim_{\substack{\Delta f \rightarrow 0 \\ \Theta \rightarrow \infty}} \frac{1}{\Delta f \Theta} \int_0^{\Theta} x^2(t) dt = 2 \lim_{\substack{\Delta f \rightarrow 0 \\ \Theta \rightarrow \infty}} \frac{1}{\Delta f \Theta} \int_0^{\infty} |X(j\omega)|^2 d\omega, \quad (1)$$

gdzie:

- Δf - pasmo przenoszenia,
- Θ - przedział realizacji,
- $x(t)$ - sygnał losowy,
- $X(j\omega)$ - harmoniczna sygnału testowego o pulsacji ω .

W danym kontekście, prawa strona równania pozwala formować szum na zasadzie sumy harmonicznych z jednakowymi amplitudami, dyskretnymi pulsacjami i losowymi fazami.

2. SZUM RÓŻOWY

Szumem różowym nazywamy sygnał o dwustronnie idealnie ograniczonym widmie mocy o kształcie prostokątnym i funkcji autokorelacji zbliżonej do funkcji δ -Diraca. Szum różowy otrzymano dodając kolejne harmoniczne o identycznych wartościach amplitud. Wartości faz poszczególnych harmonicznych stanowią proces losowy o rozkładzie równomiernym. Każdą harmoniczną można opisać wzorem:

$$H_i = A \sin(2\pi f_i t + \Phi(y)), \quad (2)$$

gdzie:

- f_i - częstotliwość pierwszej harmonicznej,
- i - numer harmonicznej,
- A - amplituda,
- $\Phi(y)$ - faza, będąca losowym procesem o rozkładzie równomiernym.

3. ALGORYTM TWORZENIA SYGNAŁU TESTOWEGO

3.1. Dane wejściowe

Częstotliwość górna - f_g ,

Ilość próbek - N ,

Pasma częstotliwości do eliminacji - $(f_i; f_j)$, gdzie $f_d \leq f_i \leq f_j \leq f$,

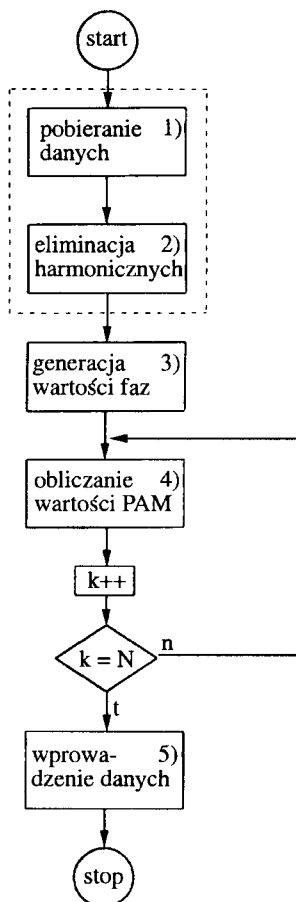
Rozkład prawdopodobieństwa faz {normalny, równomierny, $\mathbb{R}^2 \dots$ }

3.2. Dane wyjścia

N próbek w formacie z modulacji amplitudy impulsów (PAM). Dla uogólnienia częstotliwość dolna f_d wynosi 1, czas trwania sygnału testowego równy $\frac{1}{f_d}$.

3.3. Algorytm w postaci grafu

Ogólny algorytm w postaci grafu przedstawia rys. 1. Szczegółowy opis działania bloków 1 - 6 znajduje się w kolejnych paragrafach.

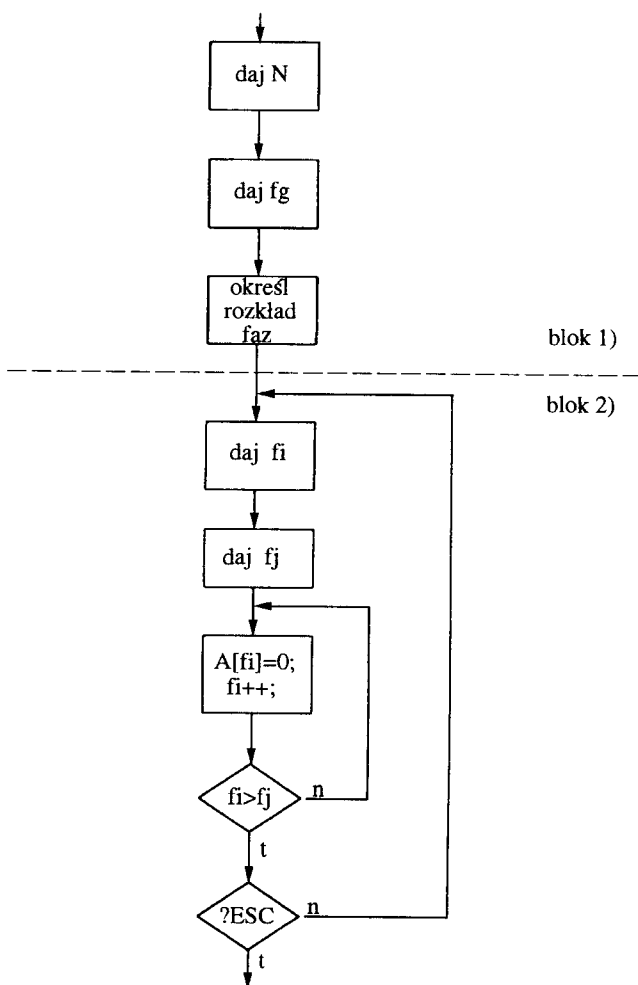


Rys.1. Ogólny algorytm w postaci blokowego grafu działań

3.3.1. Wprowadzanie danych oraz eliminacja harmonicznych

Pobranie danych oraz eliminacja harmonicznych realizowane są przez bloki 1 i 2. Ilość próbek N oraz częstotliwość górna f_g wprowadzane w bloku pierwszym są zmiennymi globalnymi. Również w bloku pierwszym wybierany jest rozkład prawdopodobieństwa, według którego w bloku trzecim nastąpi generacja faz poszczególnych harmonicznych. Zmienną reprezentującą fazy należy przechowywać w celu wykorzystania podczas realizacji bloku trzeciego.

Podczas wykonywania bloku trzeciego wprowadzane są zmienne f_i i f_j , które służą do nacechowania tablicy jednowymiarowej $A[]$ o wymiarze f_g składającej się z elementów typu logicznego. Elementy $A[i]$ tablicy $A[]$ przyjmują wartość zera logicznego, gdy $f_i \leq i \leq f_j$ i oznacza, iż harmoniczne zostały wyeliminowane. Proces ten realizowany jest w pętli, co pozwala na dokonanie szeregu procesów eliminacji. Elementy tablicy $A[]$ są zmiennymi globalnymi. Szczegółowy graf działań przedstawia rys.2.

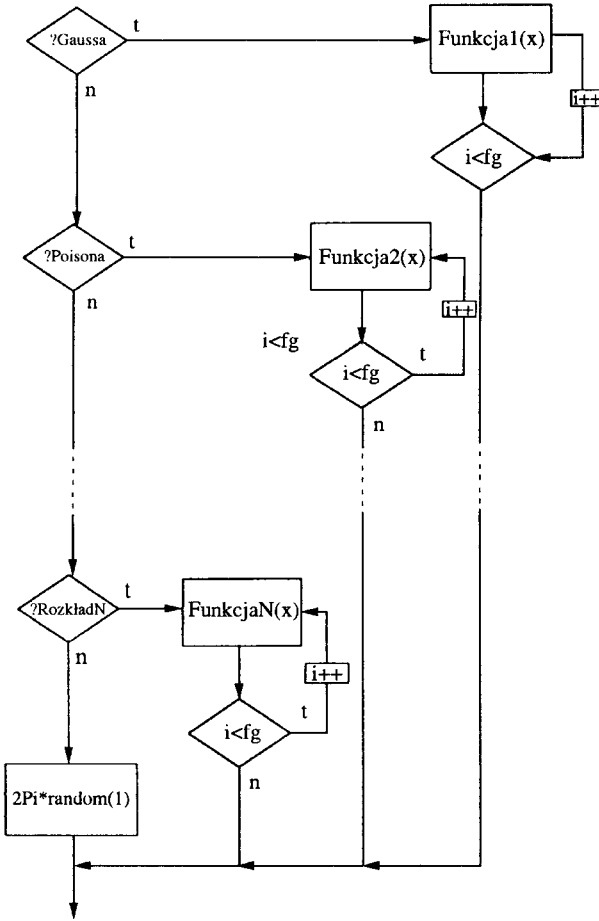


Rys.2. Szczegółowy graf działań bloku 1 i 2

3.3.2. Generowanie losowych wartości faz

Generacja losowych wartości faz z różnymi rozkładami prawdopodobieństwa realizowana jest w bloku trzecim. Wybór funkcji generującej liczby losowe typu rzeczywistego z przedziału $[0, 2\pi]$ dokonywany jest na podstawie wartości zmiennej pobranej w bloku pierwszym. Generatory liczb losowych o innym rozkładzie niż równomierny korzystają również z funkcji generującej liczby losowe o rozkładzie równomiernym np. $\text{random}(1) * 2\pi$. Wartości faz poszczególnych harmonicznym przechowywane są w tablicy jednowymiarowej $F[\]$ o wymiarze f_g . Elementy tablicy $F[\]$, typu rzeczywistego są zmiennymi globalnymi. Szczegółowy graf działań przedstawia rys.3.

Dokonując wyboru żadanego rozkładu prawdopodobieństwa zostaje wywołana odpowiednia funkcja FunkcjaN, której argumentem jest wartość funkcji $\text{random}(1) \cdot 2\pi$. Wartością funkcji FunkcjaN jest liczba losowa. Wartości tak wygenerowanych liczb stanowią proces losowy o żadanym rozkładzie. FunkcjaN będąca generatorem liczb losowych o zadanim rozkładzie prawdopodobieństwa, wykorzystuje funkcję dystrybucyjną odpowiedniej zmiennej losowej.



Rys.3. Szczegółowy graf działań bloku 3

3.3.3. Obliczenie wartości próbki PAM

Blok 4 stanowi funkcja, która w wyniku realizacji zwraca liczbę będącą wartością próbki PAM. Z uwagi na prostotę realizacji tego bloku nie przedstawiamy jego grafu działań, lecz jedynie jego zapis w postaci pascalskiej.

```

function Pam (i:integer) : real;
var
licznik:integer;
begin
for licznik:=1 to fg do
    Pam:=Pam+A[i]*sin(2π/N+F[i])
end;

```

Zbiór kolejnych próbek PAM stanowi zdyskretyzowany sygnał testowy.

3.3.4. Wprowadzanie danych

Zaprezentowany algorytm pozwala na dowolne wyprowadzenie danych jakimi są wyniki działania programu. Dla potrzeb niniejszego artykułu wykorzystano graficzną prezentację danych. Rys.4 przedstawia sygnał testowy w dziedzinie czasu jego funkcją autokorelacji oraz charakterystykę widmową dla następujących danych wejściowych:

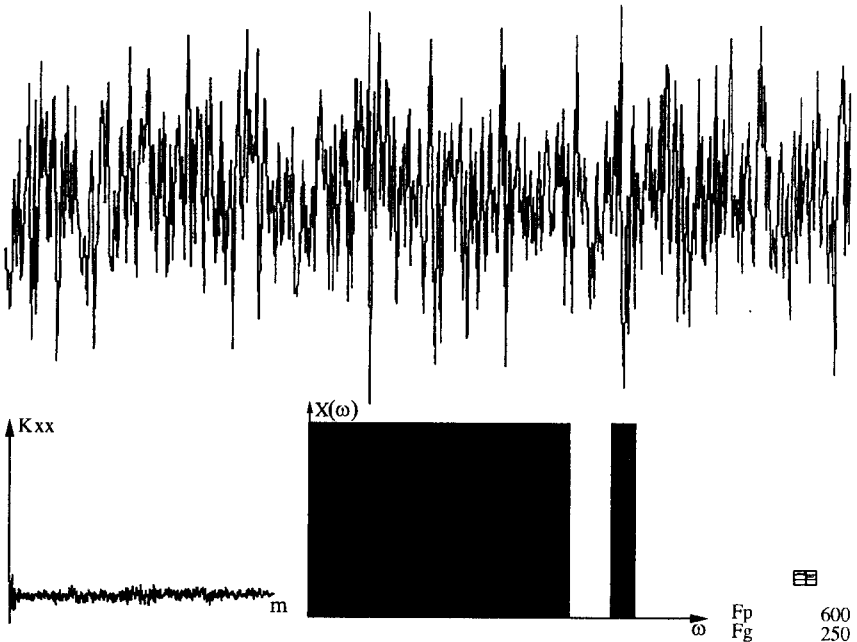
N - 600

f_g - 250

f_i - 220

f_j - 240

rozkład wartości faz - normalny



Rys.4. Sygnał testowy wraz z wykresem jego funkcji autokorelacji i spektrum mocy

4. PODSUMOWANIE

Zaprezentowany algorytm tworzenia sygnałów testowych na bazie sygnału szumu różowego może być wykorzystywany podczas badania nowych efektywniejszych sposobów modulacji i ich odporności na zakłócenia przede wszystkim z trzech powodów: prostoty generacji, nie stosowania skomplikowanych i złożonych algorytmów filtrujących oraz korzystnej funkcji autokorelacji przy stosunkowo wąskiej charakterystyce widmowej sygnału testowego.

Jeżeli zachodzi konieczność reglamentacji stosunku sygnał/szum, korzystnym jest zastosowanie szumu testowego. Ponieważ moc takiego szumu nie zależy od ilości harmonicznych, jakie są jego składowymi:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{A^2}{2}} = \frac{A}{\sqrt{2}}.$$

Korzystając z powyższego stosunek sygnału sinusoidalnego do szumu wyraża się wzorem:

$$\frac{\sigma_{\text{syg}}}{\sigma} = \frac{A_{\text{syg}}}{A}.$$

LITERATURA

- [1] W. A. Pogribnoj: Delta-modulacja w cyfrowej obróbce sygnałów, Radio i Swjaz, Moskwa 1990.
- [2] J. S. Bendat, A. G. Piersol: Metody analizy i pomiaru sygnałów losowych, PWN, Warszawa 1976.
- [3] L. E. Franks: Teoria sygnałów. PWN, Warszawa 1975.

ALGORITHM FOR GENERATION OF TEST SIGNALS BASED ON PINK NOISE

Summary

Characteristic properties of test signals are expressed by their power density and autocorrelation function. In this paper, an algorithm for generation of test signals with prescribed properties regarding power density and autocorrelation function is presented. The approach is based on elimination of harmonics of pink noise and random choice of phases of other harmonics. Furthermore note that the random choice of phases mentioned above can be made according to different types of probability distributions.

TWORZENIE SYGNAŁÓW SZUMOPODOBNYCH PRZEZNACZONYCH DO CYFROWEJ OBRÓBKI SYGNAŁÓW LOSOWYCH

Włodzimierz Pogribny, Zdzisław Drzycimski, Piotr Kiedrowski

Wydział Telekomunikacji i Elektrotechniki ATR
Zakład Teletransmisji
ul. prof. S. Kaliskiego 7, 85-791 Bydgoszcz

Opisano metodę tworzenia sygnałów szumopodobnych na bazie wygenerowanego szumu różowego. Metoda ta polega na wprowadzaniu losowych wartości faz i amplitud poszczególnych harmonicznym o różnych rozkładach prawdopodobieństwa oraz eliminacji (decymacji) niektórych z nich. Przedstawiono charakterystyki spektrum mocy oraz funkcji autokorelacji takich sygnałów.

1. WPROWADZENIE

Generowanie szumopodobnych sygnałów testowych znajduje szerokie zastosowanie w fizycznym lub komputerowym modelowaniu. Idealnie do tego celu nadaje się szum różowy, którego najważniejszą cechą jest dwustronnie, idealnie ograniczone widmo mocy o kształcie prostokątnym i funkcji autokorelacji zbliżonej do funkcji δ - Diraca. Przedstawiona poniżej prosta i przejrzysta metoda tworzenia sygnału szumu różowego o zadanej szerokości widma mocy umożliwi idealne dopasowanie go do parametrów widmowych badanego obiektu. W wielu przypadkach konieczna jest również generacja sygnałów testowych nie tylko o zadanej szerokości widma, ale również o zdeterminowanym kształcie funkcji autokorelacji. Sygnał taki nazywany sygnałem szumopodobnym. Można go między innymi otrzymać poprzez obróbkę szumu różowego w dziedzinie czasu.

2. TWORZENIE SYGNAŁU SZUMOPODOBNEGO

Zaprezentowana metoda polega na generacji poszczególnych harmonicznym $\{H_i(x, y)\}$ w postaci próbek PAM, a następnie sumowaniu ich w jednakowych chwilach czasowych. Próbkę PAM wszystkich harmonicznym generowane są z jednakową częstotliwością f_p , równą częstotliwości Nyquista. Widmo mocy sygnału szumopodobnego $G(\omega)$ jest równe zbiorowi mocy wszystkich g harmonicznym. Poszczególną harmoniczną można opisać jako:

$$H_i(x, y) = A(x) \sin \left[2\pi i \frac{n}{f_p} f_1 + \phi(y) \right] \quad (1)$$

gdzie:

- i - numer harmonicznej,
- $A(x)$ - amplituda, będąca procesem losowym,
- $\phi(y)$ - faza, będąca procesem losowym.
- n - ilość próbek PAM,
- f_p - częstotliwość próbkowania,
- f_1 - częstotliwość harmonicznej podstawowej.

Sygnał szumopodobny SSz można wyrazić wzorem:

$$SSz = \sum_{i=1}^g H_i(x, y) \quad (2)$$

gdzie:

g - numer najwyższej harmonicznej

Korzystając z wzorów (1) i (2), łatwo można stworzyć model fizyczny lub komputerowy generatora sygnałów szumopodobnych, o zadanej formie i szerokości widma mocy oraz o oczekiwanym kształcie funkcji autokorelacji.

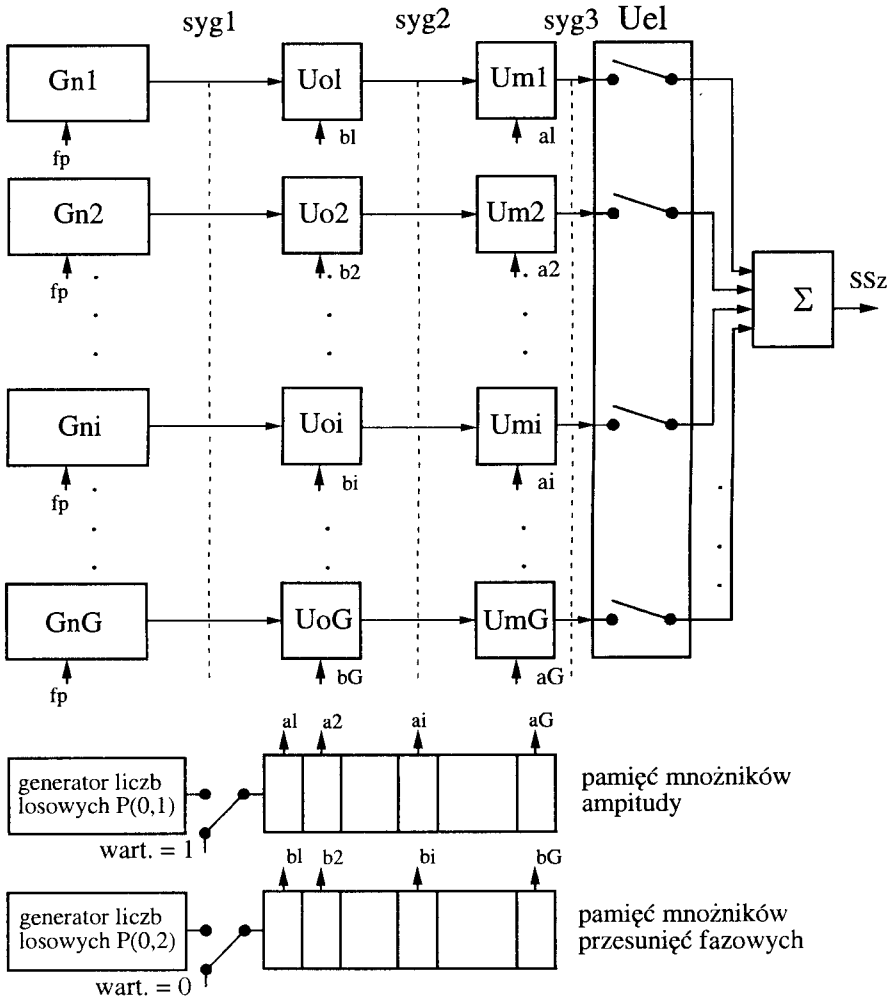
3. MODEL GENERATORA SYGNAŁÓW SZUMOPODOBNYCH

Na rysunku 1 przedstawiono funkcjonalny schemat generatora sygnałów szumopodobnych.

Przedstawiona metoda pozwala na generację sygnału szumopodobnego składającego się z harmonicznych o jednakowych wartościach amplitudy równej 1 lub amplitudach o losowych wartościach należących do zbioru $(0,1]$, dzięki zastosowaniu generatora liczb losowych o różnych rozkładach prawdopodobieństwa. Dotyczy to również faz poszczególnych harmonicznych, o wartościach uzyskanych z niezależnych generatorów liczb losowych. W punktach $syg1$, $syg2$ oraz $syg3$ istnieją następujące sygnały:

$$\begin{aligned} \text{dla } t = n / f_p, \text{ gdzie } n = 1,2,3... \quad \text{if}_1=1 \quad & \text{syg1} - \sin(2\pi it) \\ & \text{syg2} - \sin(2\pi it) + \phi(x) \\ & \text{syg3} - A(x) \sin(2\pi it) + \phi(y) \\ \text{dla pozostałych } t & \text{syg1} - 0 \\ & \text{syg2} - 0 \\ & \text{syg3} - 0 \end{aligned}$$

Układ Ue1 umożliwia eliminację (decymacje) dowolnych harmonicznych.

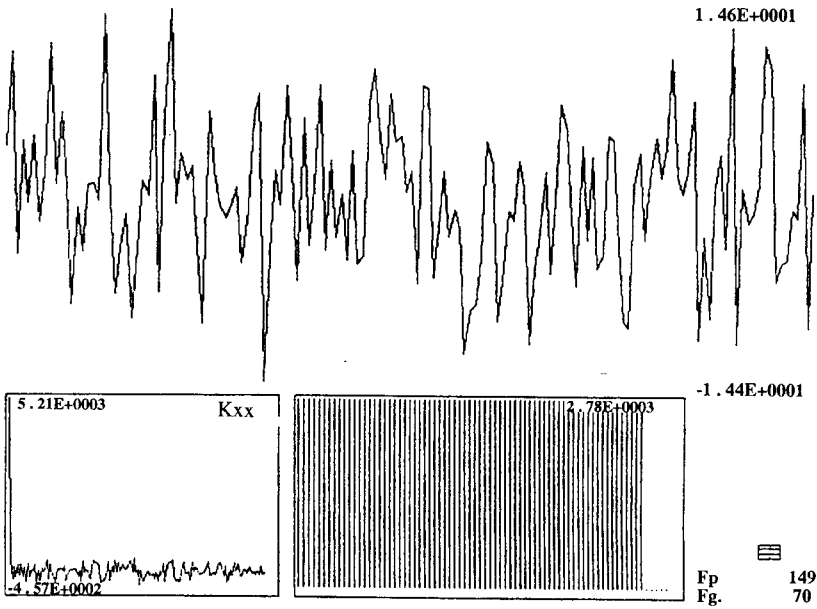


Rys.1. Schemat funkcjonalny generatora sygnałów szumopodobnych

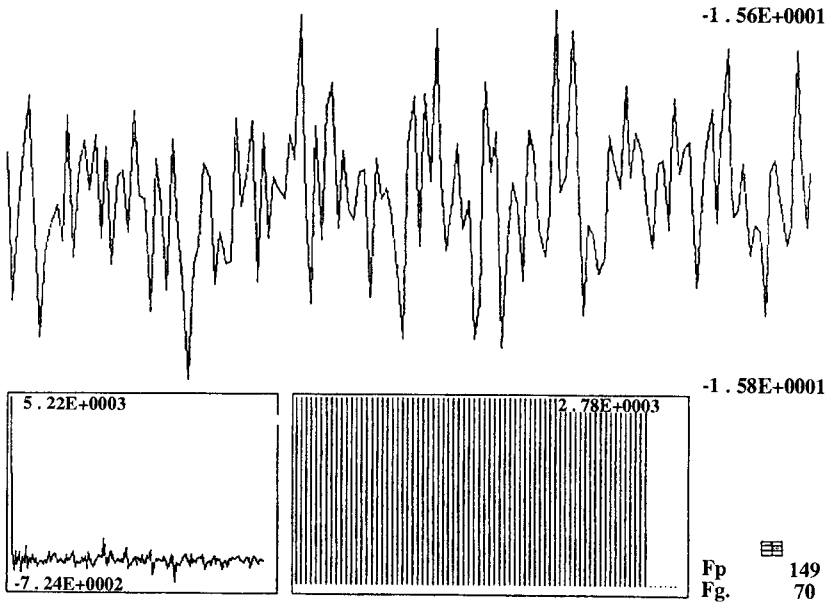
4. GENEROWANIE SYGNAŁÓW SZUMOPODOBNYCH

Wartości faz i amplitud mają wpływ na kształt nie tylko sygnału, ale i jego funkcji autokorelacji. Wartości faz w przeciwieństwie do amplitud nie mają wpływu na widmo mocy. Sytuację tę zilustrowano na rysunkach 2a oraz 2b; przedstawiono na nich dwie realizacje szumu różowego, w obu przypadkach o jednakowych amplitudach wszystkich stu harmonicznych i losowych fazach o rozkładzie równomiernym.

a)



b)

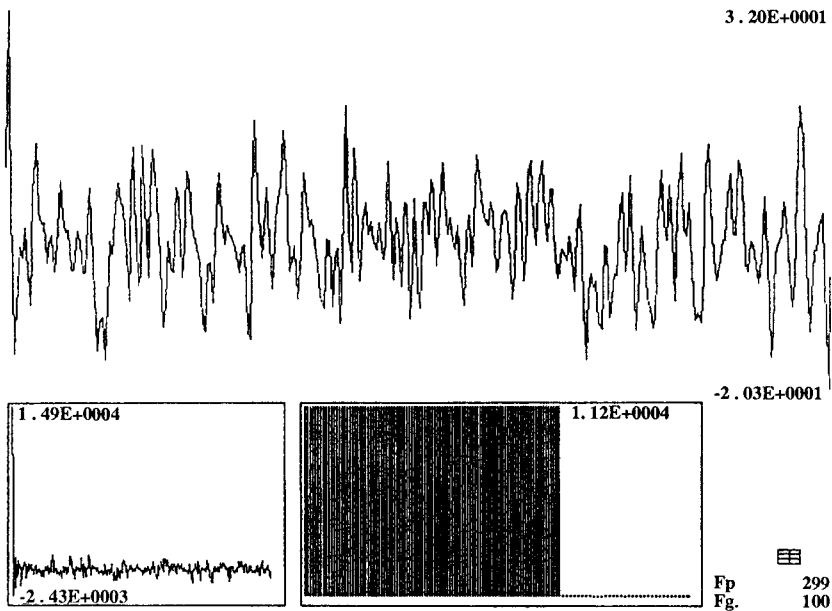


Rys.2a,b. Wpływ faz 100 harmoniczných na kształt sygnału szumu różowego, jego funkcję autokorelacji oraz widmo mocy

Jak widać na powyższym rysunku, funkcja autokorelacji zbliżona jest do funkcji δ -Diraca. Poprzez zwiększenie ilości harmoniczných można spowodować, iż wartość bezwzględna tangensa kąta nachylenia funkcji autokorelacji w punkcie $m=0+$ będzie większa. W punkcie 4.1 oraz 4.2 zostaną opisane metody otrzymywania takie sygnału szumopodobnego bez konieczności poszerzania widma mocy.

4.1. Sygnał szumopodobny składający się z harmoniczných, których wartości faz są zmiennymi losowymi o rozkładzie normalnym

Jedną z metod zwiększenia wartości bezwzględnej tangensa kąta nachylenia funkcji autokorelacji w punkcie $m=0+$ jest generacja szumu różowopodobnego o stałych wartościach amplitud, jak w przypadku szumu różowego, lecz o wartościach faz harmoniczných będących zmiennymi losowymi o rozkładzie normalnym, a nie równomiernym. Porównując rysunek 3a oraz 3b wykazano efektywność zbadanej metody.



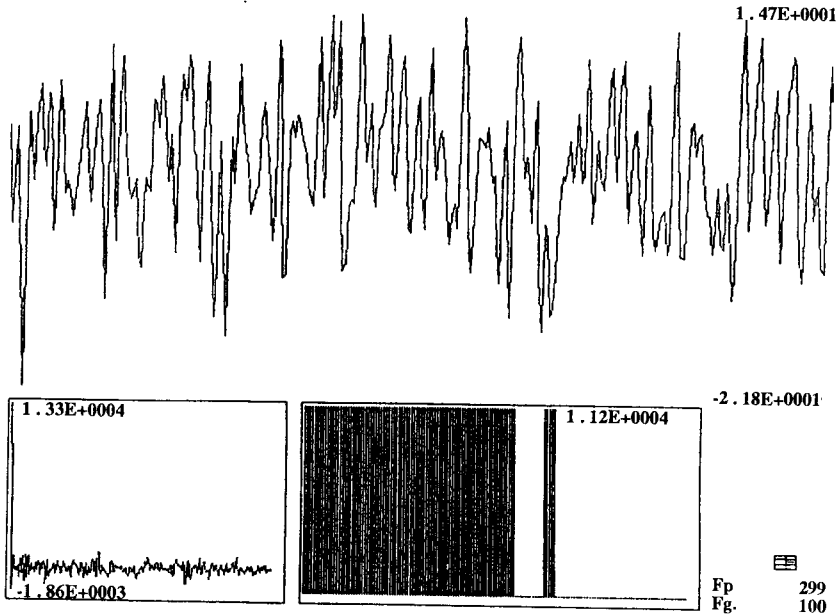
Rys.3. Sygnał szumopodobny otrzymany w wyniku sumowania 100 harmoniczných, których fazy są zmiennymi losowymi o rozkładzie normalnym

Porównując rysunek drugi z trzecim widzimy, że funkcja autokorelacji sygnału szumopodobnego otrzymanego w wyniku sumowania harmoniczných, których fazy są zmiennymi losowymi o rozkładzie normalnym charakteryzuje się mniejszymi wartościami ujemnymi.

4.2. Sygnał szumopodobny otrzymany w wyniku eliminacji niektórych harmoniczných

Zbadano, iż po eliminacji około 10% kolejnych harmoniczných szumu różowego, leżących w okolicy częstotliwości $f = 0,8f_g$, (gdzie f_g częstotliwość ostatniej harmoniczných tego szumu różowego), uzyskuje się zwiększenie wartości bezwzględnej tangensa

kąta nachylenia funkcji autokorelacji w punkcie $m=0+$. Na rysunku 4 przedstawiono wyniki tych badań w postaci wykresu sygnału szumopodobnego, jego funkcji autokorelacji i widma mocy.



Rys.4. Sygnał i jego funkcja autokorelacja oraz widmo mocy szumu różowego z wyeliminowanymi harmonicznymi

Jak widać, metoda ta jest efektywniejsza niż przedstawiona w paragrafie 4.1. Do jej niewątpliwych wad należy brak możliwości zbadania obiektu w zakresie częstotliwości wyeliminowanych.

Można również stosować metodę mieszaną przedstawioną w poprzednim i niniejszym paragrafie. Na uwagę zasługują również metody polegające na tworzeniu sygnałów szumopodobnych, powstałych poprzez dodawanie harmonicznymi, których wartością są procesami losowymi o różnych rozkładach prawdopodobieństwa. Z uwagi na ograniczoną objętość niniejszego artykułu istnienie takich metod zostaje jedynie zasygnalizowane.

5. PODSUMOWANIE

Zaprezentowane metody generacji sygnałów testowych w postaci sygnałów szumopodobnych mogą być stosowane przy badaniu nowych efektywniejszych sposobów modulacji i ich odporności na zakłócenia przede wszystkim z trzech powodów: łatwości generacji, niekonieczności budowy kosztownych i rozbudowanych układów filtrujących oraz korzystnej charakterystyki funkcji autokorelacji przy stosunkowo wąskiej charakterystyce widmowej sygnału testowego.

LITERATURA

- [1] W. A. Pogribnoj: Dielta-modulacja w cyfrowej obrabotkie sygnałów, Radio i Swjaz, Moskwa 1990.
- [2] J. S. Bendat, A. G. Piersol: Metody analizy i pomiaru sygnałów losowych. PWN, Warszawa 1976.

THE CREATING SIGNALS FOR THE RANDOM SIGNAL PROCESSING

Summary

Generating of noiselike testing signals has the large application with phisical and computer modeling. The pink noise is ideal for those ones. In this article is written about methods of generating such signal with ideal limited power spectrum and with autocorrelation as δ - Dirac function. The method is the adding of harmonics with constans value of amplituds and phases, which value are probability procesing. Having, the pink noise, noiselike signal is easy to creating through decimations of some harmonics or using other distributions of phases value. It was shown that for some classes of noiselike signals autocorrelation function is more δ - Diraz likely than pink noise with the same characteristic of power spectrum.

CODING OF THE STEREO VISION PICTURES

Ryszard S. Choraś

Wydział Telekomunikacji i Elektrotechniki ATR
Zakład Teletransmisji
ul. prof. S. Kaliskiego 7, 85-791 Bydgoszcz

Abstract - Stereo vision allow the perception of the third dimension by the solution of a correspondence problem defined in two stereo paire. To represent stereo vision images twice as many bits are required to represent a single image. The correlation between the two images composing a stereopair allow the reduce the number of bits required to represent stereopair.

Keywords. Stereo vision, matching process, DCT transform, Huffman code.

1. INTRODUCTION

Stereo vision is common method, both for biological and artificial systems, for sensing the three dimensional structure of the environment surrounding a sensory system. Stereo vision can be characterised by the difference in projection of the corresponding points together with estimates of the parameters of the imaging geometry. They are used to determine a measure of the distance to the surface point.

To represent stereo vision pictures, twice as many bits are required as are required to represent a single image. The correlation between the two images composing a stereopair allow the reduce the number of bits required to represent the stereopair. Reducing the number of bits required to represent stereopairs will help make low cost and low bit rate transmission of stereo vision pictures.

The application of stereo vision pictures are very broad. Stereo vision pictures have been applied to computer vision and robotics systems and for entertainment purposes. Stereo vision allow the perception of the third dimension by the solution of a correspondence problem defined in two stereo pairs. In all these applications will increasingly necessary to transmit and store stereo vision pictures.

2. STEREOOMETRY

Stereo vision is one of the most extensive areas of research in computer vision. The process of stereo vision essentially measures the disparities of two images of a 3D scene, and uses them to recover the depth information of surfaces in the scene. Disparity is measured over each pair of corresponding points or features (in the two images), and different disparities indicate different relative depths.

Shown in Figure 1 is the configuration of a binocular imaging system. The two cameras, named camera L and R, are separated by a baseline I , with both optical axes parallel to the z -axis and image coordinate systems aligned with the x - and y -axes. Both of them have the same focal length f , and their focal points F_L and F_R are put at $(0,0,0)$ and $(I,0,0)$. Any point in 3 space, together with the centers of projection of two camera systems, defines an epipolar plane. The intersection of an epipolar plane with an image plane is called an epipolar line. It is easy to find that $y_L = y_R$ for the object point P in 3-D space, but $x_L \neq x_R$ for $I \neq 0$. It is easy to find that

$$Z = \frac{fI}{x_L - x_R}$$

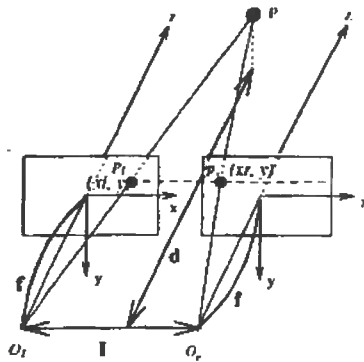


Fig. 1. The configuration of a binocular imaging system

3. MATCHING OF IMAGES

Figure 2 shows one of the test stereo images. Matching of images is one of the classical and important problems in image processing.

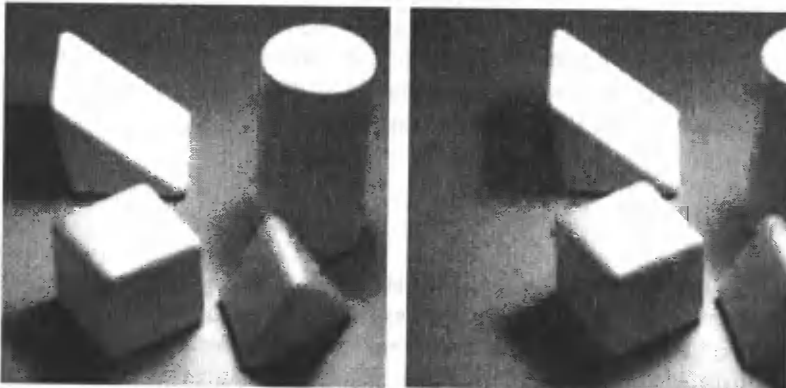


Fig. 2. Two of the original images quantized at 8 bit per pixel: a) Left image b) Right image

The stereo vision matching problem has been addressed with different strategies. A first class of algorithms establish correspondence between block of data in left image and the corresponding search block in right image. Usually matching between pixels of the two images is made by analysing a correlation function computed between two small windows, one centered on the tie - point in the left image, the pixel whose corresponding - points is sought and the other running along epipolar line in the right one. To speed up matching process, matching of interest points between two images is preferred. Interest points which representing distinct features are selected by the application of an operator. Next, we used the dual matching process. For two 2 - D image L and R, if a point x_L corresponds to x_R , then the dual matching condition must be satisfied:

$$x_L \text{ matched to } x_R \Leftrightarrow x_R \text{ matched to } x_L$$

$$x_L + d_{xL} = x_R \quad \text{and} \quad x_R + d_{xR} = x_L$$

where d_{xL} and d_{xR} denote the disparity from the bi-directional matching.

The dual matching process consists of two separate but identical matching step and one combining step (Fig. 3) in which the two lists of matches must be intersection.

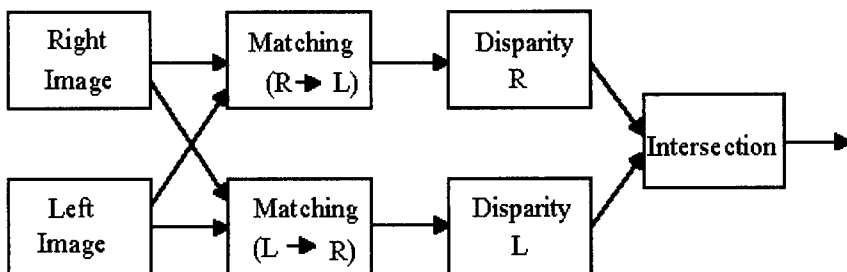


Fig. 3. The dual matching process

First, we select points from each of the two images that will be good candidates for matching. The interest point we specify in terms of morphological skeleton. The morphological skeletal structure provides useful information concerning shape, size, structure, connectivity and orientation that is a topologically equivalent thinned version of the original image. The algorithm for digital morphological skeleton representation can be constructed using the following equation

$$SK(f) = \bigcup_{n=0}^N SK_n(f)$$

$$SK_n(f) = (f \ominus nB) / [(f \ominus nB) \circ B]$$

where $SK_n(f)$ denotes the n th skeleton subset of f , \ominus , and \circ denotes respectively erosion and opening operation of f , $/$ denotes set difference, and N is maximum size of the structuring element after which a further erosion operation will erode f to the empty set.

At each interest point in the first image, we first define a 5×5 template centred at the interest point location. For each candidate interest point in the second image within the

search area, we define a 5x5 window centered at the respective candidate. Each of the 25 pixels within the window would be the centre of a 5x5 template. From each of the 25 template centers, a sum of squares of image grey level differences between corresponding pixels in the first and second images within the 5x5 candidate point is then assigned the lowest variance window. A candidate point whose assigned variance is the lowest in the search area and is below a predetermined variance threshold is considered to be the matched point. The point matching algorithm does not yield the same set of matches when image L points are being matched to image R point as it does when image R points are being matched to image L points. We determine the lists of matches in both directions and then consolidate the two lists by taking their intersection. Finally considering matches which are confirmed by both directions. Using this procedure the matching vector is determined.

4. STEREO VISION CODER

The Discrete Cosine Transform (DCT) is well known for its efficiency in image compression. The two-dimensional discrete cosine transform of a sequence $f(i, j)$ for $i, j = 0, 1, \dots, N-1$, can be defined as

$$F(u, v) = \frac{4C(u)C(v)}{N^2} \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} f(i, j) \cos\left[\frac{(2i+1)u\pi}{2N}\right] \cos\left[\frac{(2j+1)v\pi}{2N}\right]$$

for $u, v = 0, 1, \dots, N-1$, where

$$C(u) = C(v) = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ for } u = 0, v = 0$$

$$C(u) = C(v) = 1 \text{ if } u \neq 0, v \neq 0.$$

The inverse transform is given by

$$f(i, j) = \sum_{u=0}^{N-1} \sum_{v=0}^{N-1} C(u)C(v)F(u, v) \cos\left[\frac{(2i+1)u\pi}{2N}\right] \cos\left[\frac{(2j+1)v\pi}{2N}\right]$$

for $i, j = 0, 1, \dots, N-1$.

Among the class of transform possessing fast computational algorithms, the cosine transform has a superior energy compaction property.

Figure 4 contains a block diagram of the stereo vision coder. The left picture was transform coded using 8 x 8 subblocks, the DTC, quantization and entropy coding. Left picture is processed independently of the right picture. Part of the right image at the extreme left edge of the right image are not imaged in the left image and also is coded independently. Other part of the right image is DPCM coded used transform domain prediction. Each transform coefficient of the left image subblock is linearly predicted by the corresponding transform coefficient of its matching subblock.

The right image undergoes a cosine transform in 8 x 8 pixel block. An initial threshold is established and those transform coefficients whose magnitudes are greater than the threshold. This results in

$$F_{th}(u, v) = \begin{cases} F(u, v) - th & \text{if } F(u, v) > th \\ 0 & \text{if } F(u, v) \leq th \end{cases}$$

where th is the threshold.

Each of the 64 coefficients is quantized. The purpose of quantization is to achieve further compression. The quantized coefficients can now be represented as

$$\hat{F}_{th}(u, v) = \text{integer part of } [F_{th}(u, v) + 0.5]$$

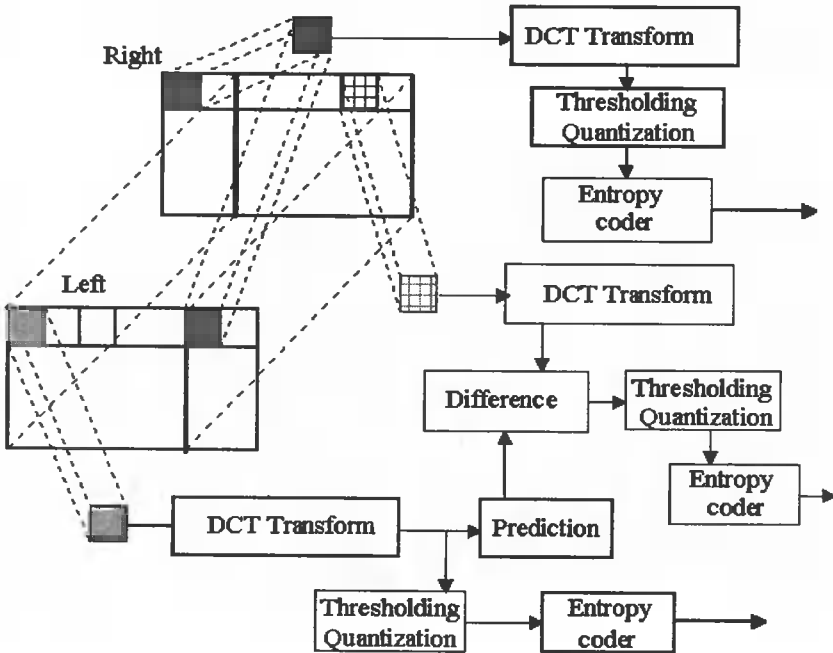


Fig. 4. Block diagram of stereo vision coding system

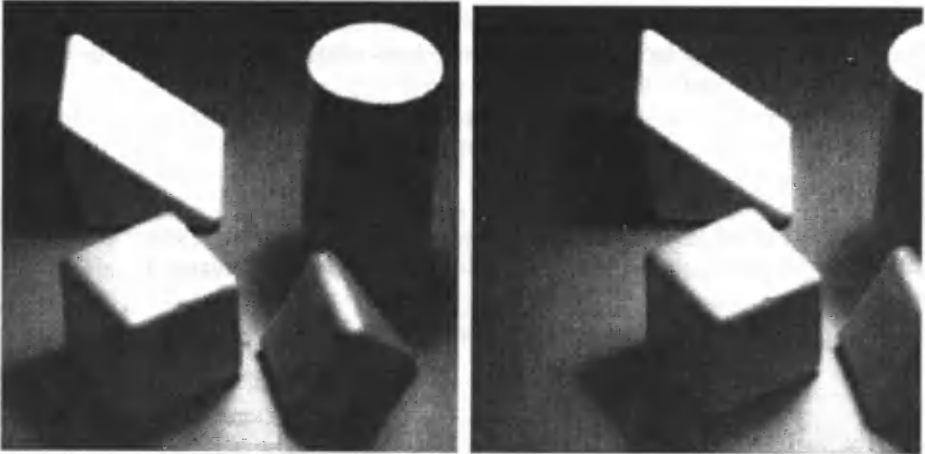


Fig. 5. Reconstructed versions of images in Fig. 2

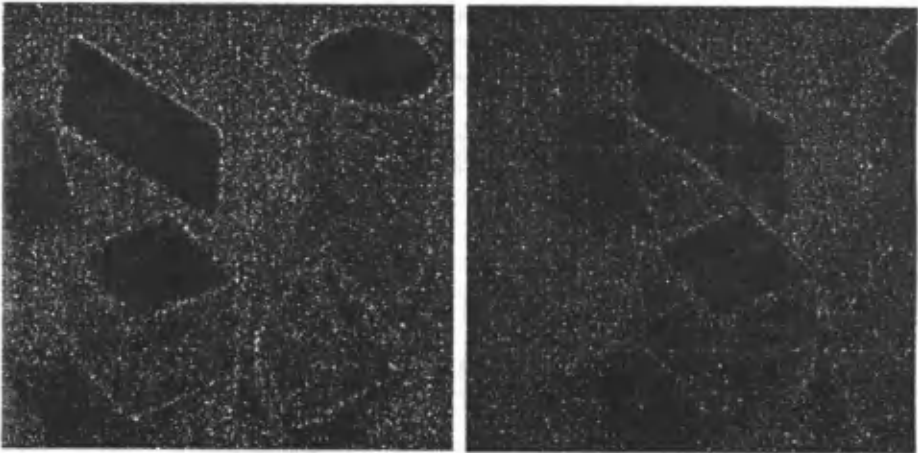


Fig. 6. Enhanced error image

The output of the DCT is the set of 64 basis signal amplitudes or DCT coefficients whose values are uniquely determined by the particular 64 - point input signal. After quantization the DC coefficient is treated separately from the 63 AC coefficients. The DC coefficient is a measure of the average value of the 64 image samples. Because there is usually strong correlation between the DC coefficients of adjacent 8×8 blocks, the quantized DC coefficient is encoded as the difference from the DC term of the previous block.

Finally, all the quantized coefficients are ordered into the „zig-zag” sequence. For the nonzero coefficients, their magnitudes are coded by an amplitude lookup table, and the addresses of the coefficients are coded using a runlength lookup table. The amplitude and runlength lookup tables are simply Huffman codes.

5. CONCLUSIONS

In this paper, an optimal algorithm was proposed for coding stereo vision images. The experimental analysis was performed for coding stereo vision images as previously described. The simulation results demonstrate that good quality stereo vision images can be obtained at a bit rate of about 0,6 - 0,8 bits per pixel. Reconstructed versions of images in Fig. 2 are shown in Fig. 5. To evaluate the performance of stereo vision coding the absolute difference error between the original images of Fig. 2 and the reconstructed images of Fig. 5 is computed. The enhanced error image, equal to twenty times the pixel - to - pixel difference between the original and the reconstructed image is displayed in Fig. 6. These images indicate the overall superiority of the coding algorithm.

REFERENCES

- [1] S.T. Barnard and W.B. Thompson, „Disparity analysis of images”, IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell., vol. PAMI-2, pp.333-340, July 1980.
- [2] J.R. Jain and A.K. Jain, „Displacement measurement and its application in inter-frame image coding”, IEEE Trans. Commun., vol. COM-29, pp. 1799-1808, Dec. 1981.
- [3] S. Ericsson, „Fixed and adaptive predictors for hybrid predictive/transform coding”, IEEE Trans. Commun., vol. COM-33, pp.1291-1302, Dec. 1985.
- [4] C.D. Bowling and R.A. Jones, „Motion compensated image coding with a combined maximum a posteriori and regression algorithm”, IEEE Trans. Commun., vol. COM-33, pp. 844-857, Aug. 1985.
- [5] R. Srinivasan and K.R. Rao, „Predictive coding based on efficient motion estimation”, IEEE Trans. Commun., vol. COM-33, pp. 888-896, Aug. 1985. -
- [6] M.G. Perkins, „Data compression of stereopairs”, IEEE Trans. Commun., vol. COM-40, pp. 684-696, April 1992.
- [7] D.A. Huffman, „A method for the construction of minimum redundancy codes”, Proceedings IRE, vol. 40, pp. 1098-1101, 1962.
- [8] K.R. Rao and P. Yip, „Discrete Cosine Transform - Algorithms, Advantages, Applications”, Academic Press, Inc., London, 1990.
- [9] R.S. Choraś, „Compression of the stereo vision pictures”, Proc. Int. Conf. on Signal and Systems ICSS'94, Algiers, Algeria, 1994.

KODOWANIE OBRAZÓW STEREO WIZYJNYCH

Streszczenie

Stereo wizja pozwala na trójwymiarową percepcję sceny poprzez rozwiązanie tzw. problemu odpowiedniości. Reprezentacja stereo wizyjnych obrazów wymaga podwójnej ilości bitów aniżeli w przypadku pojedynczego obrazu.

Korelacja pomiędzy obrazami tworzącymi stereo parę obrazów pozwala na redukcję liczby bitów żądanej do reprezentacji stereo pary.

MORPHOLOGICAL TRANSFORMATION OF IMAGES

Ryszard S. Choraś

Wydział Telekomunikacji i Elektrotechniki ATR
Zakład Teletransmisji
ul. prof. S. Kaliskiego 7, 85-791 Bydgoszcz

Abstract - Mathematical morphology operations are becoming increasingly important for analysing images and in industrial vision applications for object recognition. Binary morphological operations of dilation and erosion have been successfully extended to gray-scale image processing. This paper presents the results of a study on the use of morphological set operations to represent and encode a discrete binary image by parts of its skeleton and reports the results of multi-scale shape description and representation.

1. INTRODUCTION

Mathematical morphology, which is based on set-theoretic concepts, extracts object features by choosing a suitable structuring shape as a probe. Mathematical morphology provides an effective tool for image analysis. Binary images as well as grey-scale ones can be successfully processed through morphological operations. More images are transmitted over a network in order to process and to examine the data. The time taken for archiving, the cost of communications, and the limited bandwidth of transmission lines are reasons which lead us to examine the data compression of images. Usually, we use classical techniques such as predictive coding. The morphological skeleton provides a complete and compact description of an object and the algorithm to find this skeleton is simple. The problem of shape representation is very important in computer vision and image processing. Mathematical morphology can extract image shape features such as edges, holes, corners and wedges by operating with various shape-structuring elements. In industrial vision applications, mathematical morphology can be used to implement fast object recognition, image segmentation and industrial inspection.

2. BASIC MORPHOLOGICAL OPERATIONS

2.1. Notations

In this paper, we use of notations that will be presented now:

Z = set of all intergers,

Z^2 = digital plane,

E = Euclidean space Z^2

D, D' = domains of functions f and g respectively,

f, g = functions defined on D and D' respectively,

$U(f)$ = umbra,

A, B, \dots subsets of E ,

ϕ = empty set,

p, h, x, y, \dots elements or vector points of E ,

$A \subseteq B$ set A is a subset of set B ,

$U(\cap)$ set union (intersection),

$\{x|P\}$ set of points x satisfying a property P ,

A_p - set translation of A by p ,

A^c - set complement of A ,

\hat{A} - symmetric set of A ,

\oplus (\ominus) - Minkowski addition (Minkowski subtraction),

d_B - dilation by B ,

$D_B f(i, j)$ - dilation of the function $f(i, j)$, by B ,

$D_g f(i, j)$ - dilation of the function $f(i, j)$ by a function structuring element $g(i, j)$,

e_B - erosion by B ,

$\xi_B f(i, j)$ - erosion of the function $f(i, j)$ by B ,

$\xi_g f(i, j)$ - erosion of the function $f(i, j)$ by a function structuring element $g(i, j)$,

ϑ_B - opening by B ,

$O_B f(i, j)$ - opening of the function $f(i, j)$ by B ,

c_B - closing by B ,

$C_B f(i, j)$ - closing of the function $f(i, j)$ by B ,

2.2 Binary morphological operations

A binary image B is a mapping defined on a certain domain $D \subset Z^2$ and taking its values in $\{0, 1\}$. The domain D of B is generally rectangular.

We fix an origin O in a subset A of Z^2 , and then every point p of A defines a translation, the one mapping O to p ; we call it the translation by p . A_p denotes the translated set $A \subseteq Z^2$ with respect to the vector $p \in Z^2$:

$$A_p = \left\{ a + p \mid a \in A \right\} \quad (1)$$

The complement of set A is denoted A^c

$$A^c = \left\{ a \in Z^2 \mid a \notin A \right\} \tag{2}$$

The symmetric set (transposed set) with respect to the origin $O = (0,0)$

$$\hat{A} = \left\{ -a \mid a \in A \right\} \tag{3}$$

The transposition, translation and complementation of set A is illustrated in Fig. 1, respectively.

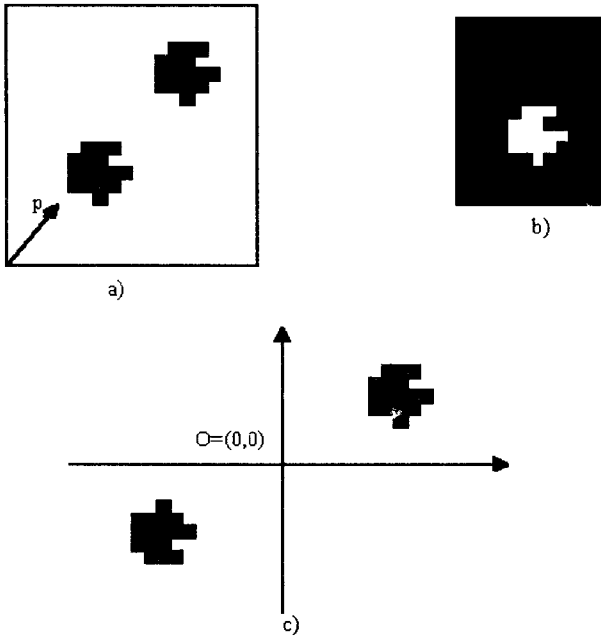


Fig.1. An example of fundamental operations: a) translation, b) complementation, and c) transposition

Let A and B be two subset of Z^2 . The set B is called the structuring element and is often considered as a „moving” set, which is used as a probe. We call the origin O the centre of structuring element B . The definitions of the basic morphologic operations are defined as follows.

Definition 1

The Minkowski set addition of the sets $A, B \subseteq Z^2$ is the set

$$A \oplus B = \left\{ a + b \mid a \in A, b \in B \right\} = \bigcup_{a \in A} B_a = \bigcup_{b \in B} A_b \tag{4}$$

The Minkowski set subtraction of B from A is the set

$$A \oplus B = (A^c \ominus B)^c = \left\{ x \in Z^2 \mid \forall b \in B, x - b \in A \right\} = \bigcap_{b \in B} A_b \tag{5}$$

In other words, the Minkowski addition of A and B is the union of all the translations of A by vectors belonging to B . Similarly, the Minkowski subtraction of A and B is the intersection of all the translations of A by vectors of B . Note that the output image $A \oplus B$ is not necessarily a subimage of the original image A ; we are assured that $A \oplus B$ is a sub image of A only if B contains the origin.

Definition 2

The transformation

$$d_B: A \rightarrow A \oplus \hat{B} = \{a; B_a \cap A \neq \emptyset\} = \bigcup_{b \in \hat{B}} A_b \tag{6}$$

is called the dilation by B ,
and the transformation

$$e_B: A \rightarrow A \ominus \hat{B} = \{a; B_a \subseteq A\} = \bigcap_{b \in \hat{B}} A_b \tag{7}$$

is called the erosion by B .

The dilation of set A by set B , denoted $d_B(A)$, is the Minkowski addition of A with the transposition of B whereas the erosion of A by B , denoted $e_B(A)$, is the Minkowski subtraction of A with the transposition of B . The dilation of A by B is the locus of the positions of O when the structuring element B hits the set A . Similarly, the erosion of A by B is the locus of the position of the centre O when the structuring element is totally included in A . If $B = \hat{B}$, the erosion is equal to the Minkowski subtraction; otherwise the two are related by the preceding definition. This intuitive way of presenting erosion and dilations is illustrated in Fig.2.

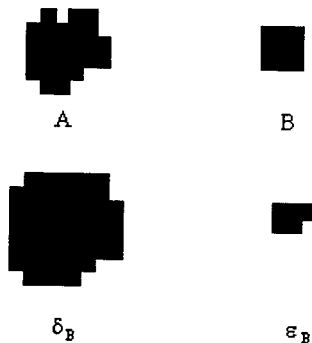


Fig.2. An example of a dilation and an erosion of a set A by a structuring element B

Definition 3

Let A and B be two subset of Z^2 . The opening and the closing of A by B , respectively denoted $\vartheta_B(A)$ and $c_B(A)$, are defined as follows:

$$\vartheta_B(A) = d_B(e_B(A)) = (A \ominus \hat{B}) \oplus B = \bigcup_{B_x \subseteq A} B_x \tag{8}$$

$$c_B(A) = e_B(d_B(A)) = (A \oplus \hat{B}) \ominus B = \left(\bigcup_{B_x \subseteq A^c} B_x \right)^c \tag{9}$$

The opening of A by B is the union of all the positions of the structuring element B when it is included in the set A . Closing A by B amounts to taking the complement of the union of all the positions of the positions of the structuring element when it is outside the set A . Fig.3 illustrates an example of an opening and of a closing by a square.

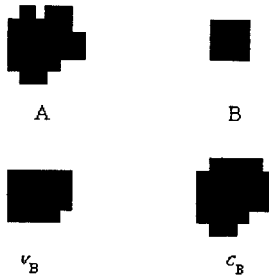


Fig.3. An example of an opening and of a closing of a set A by a square B

Let nB designate the (isotropic) structuring element of radius n with respect to the digital grid.

$$nB = B \oplus B \oplus \dots \oplus B$$

The dilation and erosion of a set $A \in Z^2$ by nB can be expressed by

$$A \oplus nB = \left\{ p \in Z^2 \mid d(p, A) \leq n \right\} \tag{10}$$

$$A \ominus nB = \left\{ p \in Z^2 \mid d(p, A^c) > n \right\} \tag{11}$$

where the distance between two pixels is the minimal length of the paths joining them and included in digital grid:

$$d(p_1, p_2) = \inf \{ l(P), P \text{ path joining } p_1 \text{ and } p_2 \text{ in digital grid} \} \\ \forall (p_1, p_2) \in Z^2 \times Z^2$$

2.2. Gray-scale morphological transformation

Let $f(i, j)$ be a finite graytone image function on Z^2 , and let $g(i, j)$ be a fixed gray-tone pattern called a function structuring element.

Definition 4

The umbra of two-dimensional image $f(i, j)$, is a three dimensional function $U(i, j, k)$ with

$$U(i, j, k) = 1 \text{ if } k \leq f(i, j) \quad (12)$$

We can apply binary morphological transforms to the umbra with a structuring element which is also a binary set $B(i, j, k)$. The dilation and erosion are denoted as follows

$$D_B f(i, j) = U \oplus B^s \quad (13)$$

$$\xi_B f(i, j) = U \ominus B^s \quad (14)$$

Definition 5

In the structuring element B is a non-zero function on a limited field, the following propositions give an alternative method of computing dilation and erosion

$$D_B f(i, j) = \max \left\{ f(i_1, j_1) + B(i_1 - i, j_1 - j) \mid i_1, j_1 \in B_{i,j} \right\} \quad (15)$$

$$\xi_B f(i, j) = \min \left\{ f(i_1, j_1) - B(i_1 - i, j_1 - j) \mid i_1, j_1 \in B_{i,j} \right\} \quad (16)$$

Definition 6

The basic morphological transformations of an image $f(i, j)$ by a function structuring element $g(i, j)$ are;

$$D_g f(i, j) = \max \left\{ f(i - x, j - y) + g(i, j) \mid (i, j) \in D \right\} \quad (17)$$

$$\xi_g f(i, j) = \min \left\{ f(i + x, j + y) - g(i, j) \mid (i, j) \in D \right\} \quad (18)$$

Definition 7

The opening O and closing C of $f(i, j)$ by B are given by

$$O_B f(i, j) = \left\{ (f \ominus B)(i, j) \oplus B \right\}(i, j) \quad (19)$$

$$C_B f(i, j) = \left\{ (f \oplus B)(i, j) \ominus B \right\}(i, j) \quad (20)$$

All these operators are translation-invariant.

The opening is an erosion followed by a dilation. It removes from the umbra the projection which size is smaller than that of the structuring element. The opening reduces the pixel values in order to smooth the peaks on the graph.

The closing is the inverse operation , i.e. a dilation followed by an erosion It fills the bays on the umbra. From the corresponding pixels, the pixel values increase in order to fill small holes on the graph.

3. BINARY AND GRAY-SCALE MORPHOLOGICAL SKELETON

Using morphological erosions and openings, finite image can be uniquely decomposed into a finite number of skeleton subsets and then the image can be exactly reconstructed by dilating the skeleton subset. For images containing blobs and large areas, the subsets are much thinner than the original image.

The set $S = \cup S_i$ is called the binary morphological skeleton and is defined as:

$$1) A_0 = A \tag{21}$$

$$2) A_i = \xi A_{i-1} \tag{22}$$

$$3) S_i = A_{i-1} \ominus A_i \tag{23}$$

We iterate the proces until $A_{i-1} = 0$.

If B is symetric (i.e. $B = \hat{B}$) like the square or rhombus, then S is the well-known (discrete) medial axis of X .

We immediately see that knowledge of S allows us to completely restore the original set, and the general formula is

$$A = \cup (S_i \oplus B^i) \tag{24}$$

Where B^i is the result of $i-1$ dilations on the structural element B . In Fig.4 we plot the skeleton obtained for a given set.

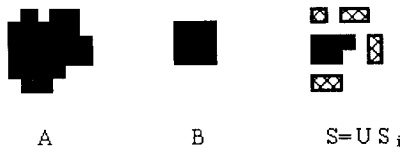


Fig.4. The binary morphological skeleton of A by B

The gray-scale skeleton of the image $f(i, j)$ is defined as skeleton of its umbra. We have the series of erosion

$$\xi f_1(i, j) = \xi f_{n-1}(i, j) \tag{25}$$

witch $f_0(i, j) = f \cdot j$.

The skeleton at the step n is the set difference between f_{n-1} with the result of an opening operation on it

$$S_n(i, j) = f_{n-1}(i, j) - 0f_{n-1}(i, j) \quad (26)$$

The complete skeleton is the series:

$$S_1, S_2, S_3, \dots, S_n \quad (27)$$

where $n = \max\{n \geq 0: f(i, j) \ominus B^n \neq 0\}$ and B^n is the result of $n-1$ dilations on the structural element B .

An exact restoration can be obtained by

$$D \dots (D(DS_n(i, j) + S_{n-1}(i, j))) \dots + S_1(i, j) \quad (28)$$

4. IMAGE PROCESSING APPLICATIONS

In this section three problems will be discussed that have been solved using mathematical morphology: first, the problem of image compression is examined, next, two methods for object recognition are explained and finally, we present the edge detection technique.

4.1. Image data compression by morphological skeleton transformation

We have chosen for the experiment image LENA as shown in Fig.5. The binary image (Fig.5a) showing a face shape can be reduced by its binary morphological skeleton transformation. The structuring element B used in this example is the square 9×9 elements. In Fig.5b we see the composition of the skeleton $SK(X)$ as the union of the skeleton subsets.

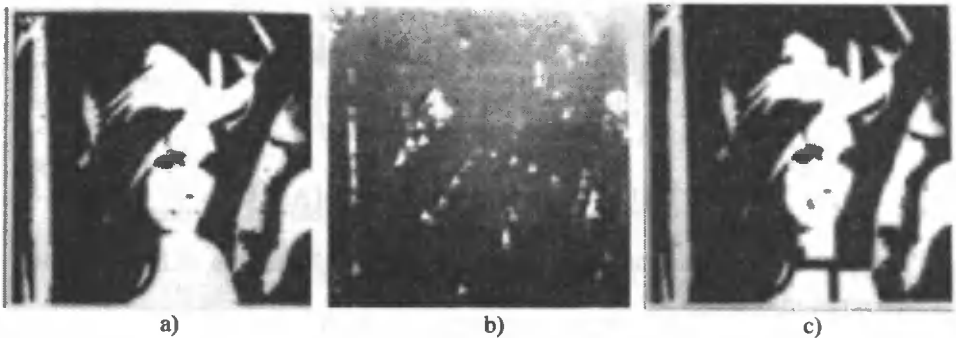


Fig.5. Binary image Lena (a), morphological skeleton (b) and reconstructed image (c)

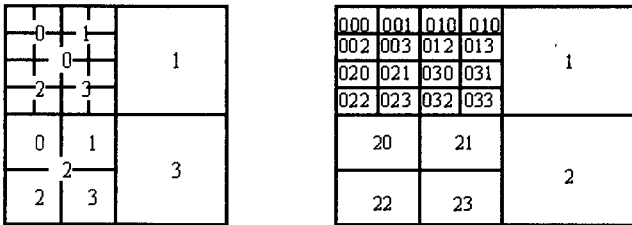


Fig.6. Subdividing and quadcode representation

The skeleton image includes two kinds of information: the skeleton positions and the skeleton values. The skeleton positions are coded by using the quadcode and their values are coded sequentially by Huffman's code.

The quadcode is an information-compact coding system. It combines the coordinates of two dimensions into one code. The quadcode is a quaternary digital system used in describing images. A quadcode of length n is of the form

$$q_i = q_1q_2 \dots q_n \tag{29}$$

where $q_i = 0,1,2,3$ and $i = 1,2, \dots, n$.

When the quadcode is used in describing an image, each character represents one operation of subdividing the image or its subimage into quadrants and after each subdivision the length of the quadcode increases by one. Fig.6 shows subdividing and quadcode representation.

For a 2^n by 2^n image, the quadcode describing a pixel in the image has length n . If the quadcode and coordinates of a pixel in a 2^n by 2^n image are q and x, y respectively and if we write q and x, y all in binary form, then the following relation can be proved

$$q_1q_2 \dots q_n = y_1x_1y_2x_2 \dots y_nx_n \tag{30}$$

$$q = \sum_{k=1}^n (2y_k + x_k)4^{n-k} \tag{31}$$

$$x = \sum_{k=1}^n (q_k \bmod 2)2^{n-k} \tag{32}$$

$$y = \sum_{k=1}^n (q_k \div 2)2^{n-k} \tag{33}$$

where x, y are the coordinates of the upper-left point of the pixel.

If the quadcode of a pixel is $q_1q_2 \dots q_n$, then the following horizontal function $H(p)$ and vertical function $V(p)$ give the location information of the pixel

$$H(p) = \sum_{k=1}^n (q_k \bmod 2) 2^{n-k} \quad (34)$$

$$V(p) = \sum_{k=1}^n (q_k \operatorname{div} 2) 2^{n-k} \quad (35)$$

4.2. Object recognition methods

The object recognition procedure has the following aim: given an arbitrary object decide whether it is similar to a reference object. Two objects are said to be similar if they are translated, scaled and/or rotated versions of each other. The two objects to be compared must have the same scaling and orientation before matching.

First we consider the problem of object recognition by using the morphological correlation.

The morphological correlation of two functions f, h is defined as

$$M_{f,h}(\vec{k}) = \sum_{\vec{n} \in Z^2} \min \left[f(\vec{n} + \vec{k}), h(\vec{n}) \right] \quad (36)$$

where vectors \vec{k} take values from a set

$$C = \left\{ (x, y) \in Z^2 \mid x \in [X - ct, X + ct], y \in [Y - ct, Y + ct] \right\}$$

where

$(X, Y) = (X_h - X_f, Y_h - Y_f)$, and (X_f, Y_f) , (X_h, Y_h) are the center of mass of the objects $f(x)$, $h(x)$ respectively and ct is a constant value.

If the two objects represented by f, h are similar, then $M_{f,h}$ takes a large value.

We have shown an approach to object recognition via the morphological spectrum. The spectrum characterizes the shape structure with respect to the structuring elements and can be obtained by suitable morphological transforms. The morphological spectrum is a nonnegative function

$$MS = \frac{\operatorname{Mes}(X \circ nB) - \operatorname{Mes}[X \circ (n+1)B]}{\operatorname{Mes}(X)} \quad (37)$$

where $\operatorname{Mes}(X)$ denotes the measure of X , which is defined to be the area of X . Thus the measure of X is equivalent to the total number of points belonging to the set X .

For gray-level image

$$MS = \frac{\operatorname{Mes}(f \circ ng) - \operatorname{Mes}[f \circ (n+1)g]}{\operatorname{Mes}(f)} \quad (38)$$

where

$$\text{Mes}(f) = \sum_{x_1} \sum_{x_2} \dots \sum_{x_M} f(x_1, x_2, \dots, x_M).$$

Consider the following MS calculation. $\text{Mes}(x)$ is an area i.e. is simply the number of points belonging to the set. Making use of equations (37), we obtain: $\text{MS}_0 = 0,04$, $\text{MS}_1 = 0,08$, $\text{MS}_2 = 0,12$, $\text{MS}_3 = 0,16$, $\text{MS}_4 = 0,6$, and $\text{MS}_n = 0$ for $n \geq 5$. Fig.7 shows the steps involved in computing the $\text{Ms}(x)$.

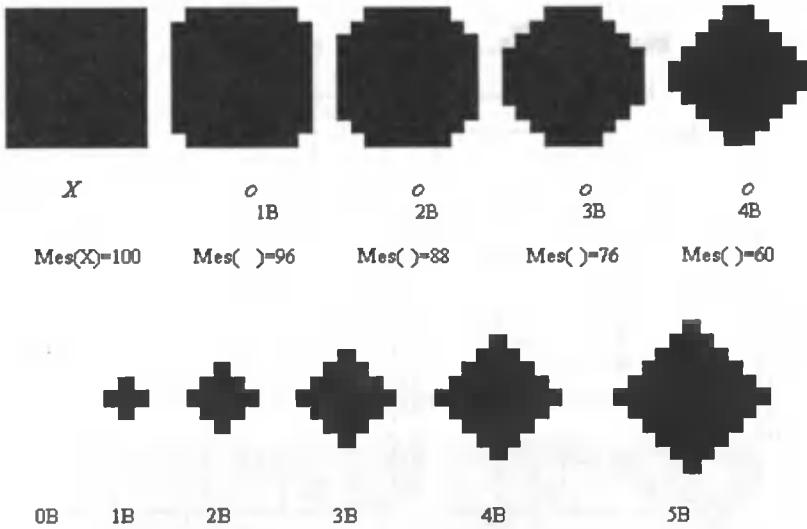


Fig.7. The steps involved in computing the

There are two phases for recognition system - The „learn” phase and the „recognition” phase. In the learn phase, the computed MS for a shape is memorized and becomes part of what we call the reference shape set. In the recognition phase, the Euclidean distance between the MS of the shape that is currently being analyzed and the MS_R of each of the shapes in the reference set is calculated by equation:

$$\text{dist} = \left[\sum_{n=0}^N (\text{MS}(X) - \text{MS}_R(X_i))^2 \right]^{1/2} \quad (39)$$

the unknown shape that is currently being analyzed can now be classified based upon the distances from its MS to the MS_R of the reference shapes. Thus the simple minimum distance classifier will be used, and the unknown shape is classified as the shape in the reference set that it is closest to (minimum distance).

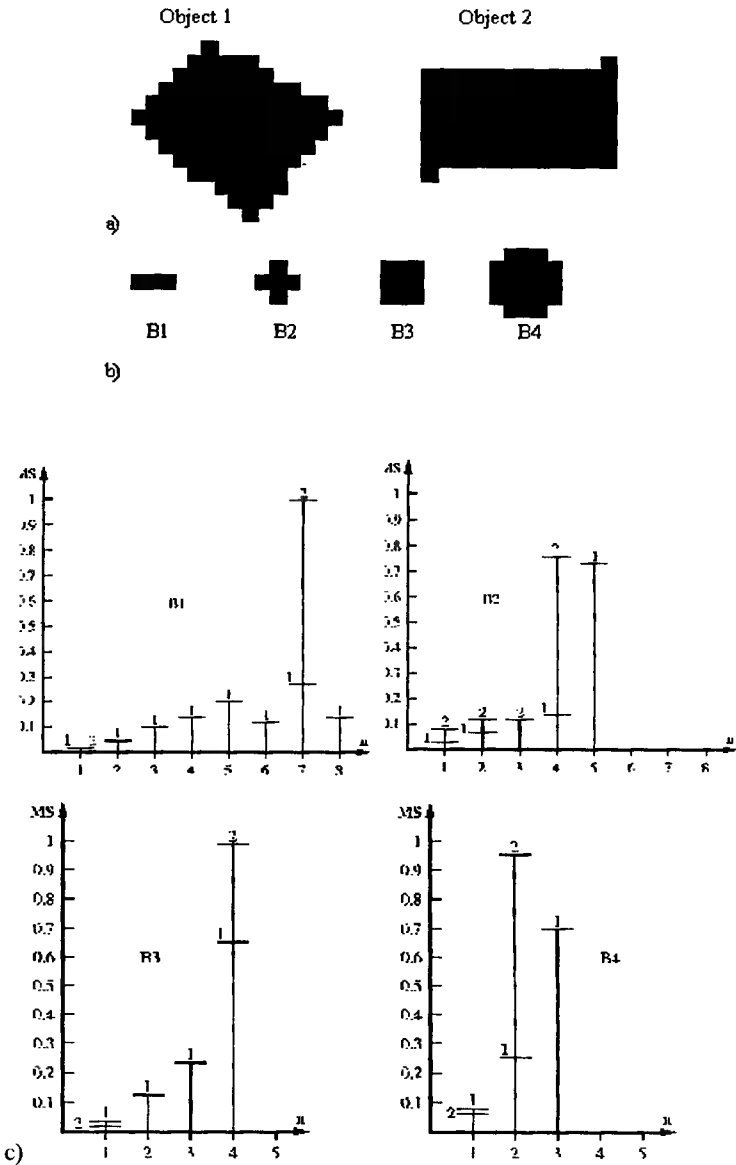


Fig.8. Binary image and its morphological spectrum

Fig.8 shows a binary image and its morphological spectrum with respect to various structuring elements. Large maximum in MS shows that there are parts of the image which are very similar to the structuring element nB for positive n .

4.3. Edge detection

Morphological operations tend to simplify image data, preserving their essential shape characteristics and eliminating irrelevancies. Morphological transformations i.e. dilation and erosion can be combined to form an edge detector which is simple and fast. The principle is demonstrated in Fig.9. Here an ideal edge together with its dilated and eroded versions are shown. The difference between the transformed versions of the edge produces the pulse-type distribution centered in the original position of the edge as shown in the last graph of Fig.9. The results of the implementation of the algorithm for approximating the gradient of image $f(i, j)$ is shown in Fig.10.

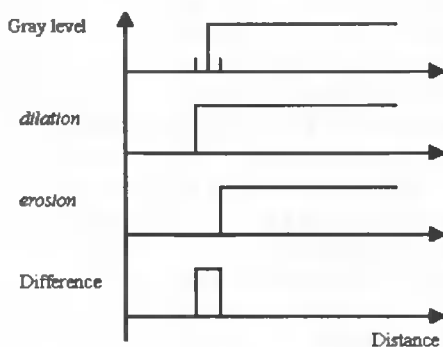


Fig.9. Principle of the morphological edge detection



Fig.10. Original image LENA (a), image LENA - dilation (b), image LENA - erosion (c), image LENA - edge (d)

5. CONCLUDING REMARKS

In this paper we have endeavoured to develop an morphological transformations to image procesing/analysis. Morphological transformations are based on the principles of mathematical morphology, which is an area rich in concepts and mathematical formalism. This makes them well suited for shape analysis or extraction of geometrical and topological features from image objects. It also helps to obtain the solution of a class of problems directly from their statement as morphological operation.

We have mentioned only a few among the numerous applications of morphological transformation to image processing/analysis. Erosions, dilations and the rest of the morphological transformations (which are combinations of erosions or dilations) are defined by logical operations on sets/functions representing images.

More and more often, images are transmitted over a network in order to process and examine the data. The time taken for archiving, the cost of communication, and the limited bandwidth of transmission lines are reasons which lead us to examine the data compression of images. Morphological compression method is very powerful and also helpful to the research of any shape. Because ther exist relations between the compressed data and the geometrical parameters of an object (the maximum eroding step gives us the approximate size of an object. ect.), so the compressed data can be used directly for transmission, detection, classification and recognition.

The object recognition procedure presented has the following aim: given an arbitrary object decide whether it is similar to a reference object. The matching method used is based on morphological spectrum. The pattern library plus the matching method compose the object recognition algorithm. The recognition algorithm consists of two phases, the learning phase and the recognition phase. In the first phase the pattern library is built, in the second phase the recognition is done by using the decision rule based on one of the morphological correlation or morphological spectrum discribed previously.

The recognition algorithm has been programmed in the Pascal language.

REFERENCES

- [1] Matheron G. *Random Sets and Integral Geometry* New York:Wiley 1975.
- [2] Serra J., *Image Analysis and Mathematical Morphology*. New York: Academic 1982.
- [3] Stenberg S.R., *Grayscale morphology, Comput. Vision, Graph, Image Processing*, vol. 35, pp. 333-355 1986.
- [4] Maragos P. , Schafer R.W. , *Morphological skeleton representation and coding of binary images*. *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. ASSP-34, pp. 1228-1244.
- [5] Haralick R.M. Sternberg S.R., Zhuang X., *Image analysis using mathematical morphology*, *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, vol. PAMI-9, pp. 523-550. 1987.

- [6] Maragos P., Schafer R.W., Morphological filters-Part I: Their set theoretic analysis and relations to linear shift-invariant filters, IEE Trans. Acoust., Speech, Sognal Procassing, vol. ASSP-35, pp. 1153-1169.
- [7] Maragos P., Schafer R.W., Morphological filters-Part II: Their relations to median, order-statistic, and stack filters, IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, vol. ASSP-35, pp. 1170-1184.

MORFOLOGICZNA TRANSFORMACJA OBRAZÓW

Streszczenie

Operacje matematycznej morfologii mają coraz większe znaczenie w analizie obrazów i zastosowaniach maszynowej wizji w procesie rozpoznawania obiektów. Binarne operacje morfologiczne - dylacja i erozja - mogą być uogólniane i wykorzystywane do przetwarzania obrazów o wielu poziomach jaskrawości.

Artykuł przedstawia zastosowanie operacji morfologicznych do reprezentacji binarnego obrazu oraz opisu i reprezentacji obrazów o wielu poziomach jaskrawości.

ON USING A STOCHASTIC-DELAY MODEL TO ESTIMATE SOLID-CLUSTER VELOCITIES IN GAS-SOLID STREAMS

Andrzej Borys

Wydział Telekomunikacji i Elektrotechniki ATR
Zakład Teletransmisji
ul. prof. S. Kaliskiego 7, 85-791 Bydgoszcz

Abstract. This paper deals with a problem of estimating solid-cluster velocities in such a gas-solid flow as that occurring in a fluidized bed. It is shown that the so-called stochastic-delay model can be successfully applied in modeling the transit-times of solid-clusters moving between a pair of optical sensors. This model delivers the basis for a practical method of estimating the delays by processing the measured data. The approach is called a segment-by-segment searching, and is illustrated in detail in section 3.

1. INTRODUCTION

Fluidization is one of the methods of processing used in industrial chemistry. In this paper, we refer to a specific form of this process, the so - called rapid fluidization occurring in a circulating fluidized bed [1,2].

What we need to know about rapid fluidization for the aims of this paper are three facts:

- a) we have to do with two phases: gas and solid one in a bed considered,
- b) gas and solid particles are moving from the bed bottom to its top, and partially also in the opposite direction,
- c) solid particles build larger objects, called solid lumps or solid clusters.

In this paper, we are dealing with a problem of estimating velocity distributions of solid clusters by processing the measured data. The measuring equipment used to obtain these data has been described elsewhere [2]. Important for us here is to know that the measuring setup consisted of two channels, each of them having an optical sensor as an element reacting on the solids volume concentration changes, and that the two sensors were positioned vertically in the distance of $L = 4.4$ mm from each other in the fluidizing vessel.

Although the task of estimating the velocities of solid lumps in a bed is not a simple one, we show here that it can be successfully mastered by applying a stochastic - delay model for modelling the transit - times of lumps moving between two optical sensors.

The presentation is organized as follows. The second section deals with a derivation of a stochastic - delay model and with a discussion of possible implementations of this model in solving our problem. It is shown that the so - called „global” implementation poses too many problems to be practicable. So the task is decomposed by

considering separately the time segments in which the cluster transit - times are approximately constant. Whence also a name of the method considered in the third section - the method of segment - by - segment searching. The results regarding the estimation process using the above approach are presented in section 3 as well. Section 4 summarizes the paper.

2. TRANSIT - TIME MODELLING

Because the measurements were carried out with an optic probe consistig of two spatially separated sensors it would seem to be quite naturally to take over a time delay of arrival (TDOA) model used widely in sonar speed measurement applications [3] also for description of signals registered in our optical setup.

The TDOA model has the following form:

$$\begin{aligned} \text{sensor No. 1} &\rightarrow x_1(t) = s(t) + n_1(t) \\ \text{sensor No. 2} &\rightarrow x_2(t) = s(t - D_0) + n_2(t) , \end{aligned} \quad (1)$$

where $s(t)$, $n_1(t)$ and $n_2(t)$ represent stationary, zero mean, band-limited signals uncorrelated with each other [4]. D_0 is an unknown time-delay.

Moreover, it is assumed in (1) that $s(t)$ is an actual signal but $n_1(t)$, $n_2(t)$ stay for the inherent noises occurring in channels 1 and 2, respectively.

Before proceeding further we take now a look at time series in Fig. 1. They are representative for the signals measured in the fluidizing vessel. We see great similarity in Fig. 1 between the corresponding curves for channels 1 and 2. „Hills” and „valleys” in the curves for the first channel occur again in a deformed form in the curves belonging to the second channel, and are delayed inhomogeneously. In what follows, we assume that the „hills” in the curves correspond to the occurrence of solid lumps.

From the above observations it is clear that the model in such a form as given by eq. (1) can not be used for our purposes. However, assuming that the curve deformation is negligible and that the delay changes continually, we need only to modify slightly the model of eq. (1) to arrive at the followig practicable one:

$$\begin{aligned} x_1(t) &= s(t) + n_1(t) \\ x_2(t) &= s[t - D(t)] + n_2(t) \end{aligned} \quad (2)$$

where $D(t)$ represents a stochastic process having the same properties as $s(t)$, $n_1(t)$ and $n_2(t)$ except that it is not mean value free.

Assumptions regarding $D(t)$ seem to be plausible in the case of a circulating fluidized bed working in the so-called „stationary state” (as the chemical engineers speak about this state).

Note also that the mean value free signals $x_1(t)$ and $x_2(t)$ are obtained from the measured ones as in Fig. 1 by subtracting the corresponding mean values from them. Incidentally, the mean values in channels 1 and 2 in Fig. 1 are different because of an intentionally introduced shift between the channels.

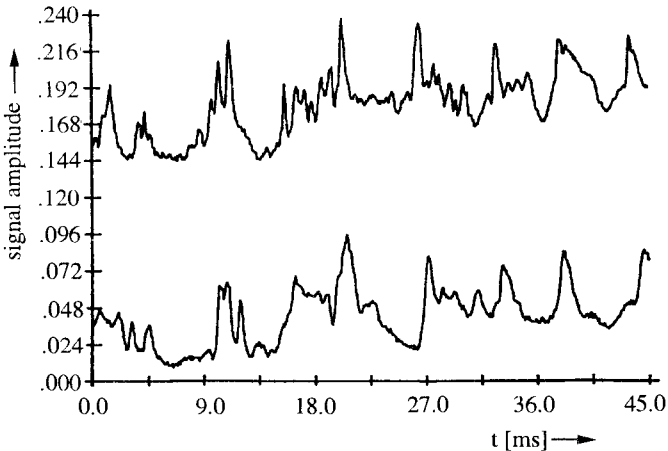
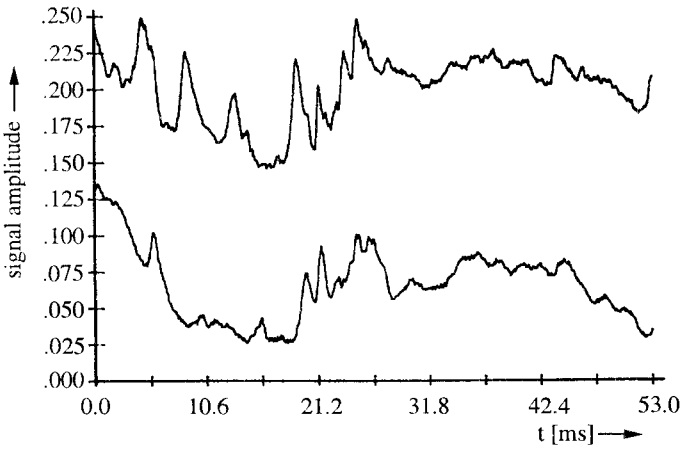
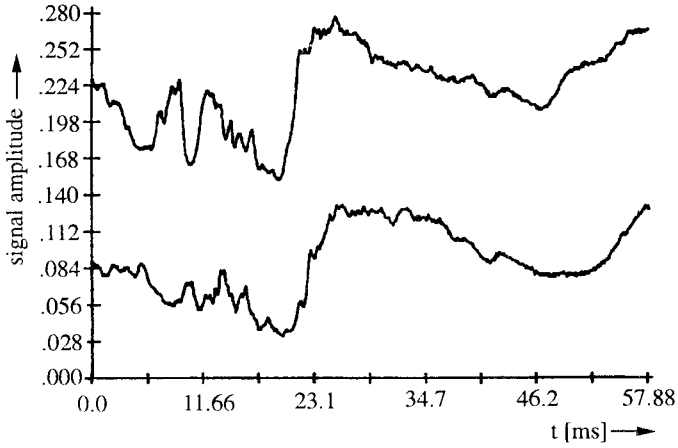


Fig.1. Three typical examples of measured time series for both channels

We call the model represented by eqs. (2) the stochastic-delay model. Note that its form is identical with that of the so-called time-varying delay model discussed by Stuller in his recently published paper [5]. The only difference between these two models lies in the fact that $D(t)$ here represents a stochastic process and $D(t)$ in [5] is assumed to be an unknown deterministic function.

Let us now find the crosscorrelation function (R_{xy}) between the signals $x_1(t)$ ($x = x_1$) and $x_2(t)$ ($y = x_2$):

$$R_{x_1x_2}(\tau) = E\{x_1(t)x_2(t+\tau)\} \quad (3)$$

for the stochastic-delay model. Note that $E\{\}$ in (3) stays for the expectation operator over the ensembles of the stochastic signals $s(t)$, $n_1(t)$, $n_2(t)$, and $D(t)$.

Substituting $x_1(t)$ and $x_2(t)$ from (2) into (3) gives

$$R_{x_1x_2}(\tau) = E_D\left\{E_s\left[s(t)s(t-D(t+\tau)+\tau)\right]_D\right\} + E_{s,n_2}\left[s(t)n_2(t+\tau)\right] + E_D\left\{E_{n_1,s}\left[n_1(t)s(t+\tau-D(t+\tau))\right]_D\right\} + E_{n_1,n_2}\left[n_1(t)n_2(t+\tau)\right]. \quad (4)$$

On the other hand,

$$E_s\left\{s(t)s(t-D(t+\tau)+\tau)\right\}_D = R_{ss}[\tau - D(t+\tau)], \quad (5a)$$

$$E_{s,n_2}\left[s(t)n_2(t+\tau)\right] = R_{sn_2}(\tau) = 0, \quad (5b)$$

$$E_{n_1,s}\left\{n_1(t)s(t+\tau-D(t+\tau))\right\}_D = R_{n_1s}[\tau - D(t+\tau)] = 0, \quad (5c)$$

and

$$E_{n_1,n_2}\left[n_1(t)n_2(t+\tau)\right] = R_{n_1n_2}(\tau) = 0. \quad (5d)$$

Substituting (5a), (5b), (5c), and (5d) into (4), we arrive finally at

$$R_{x_1x_2}(\tau) = E_D\left\{R_{ss}(\tau - D)\right\} = \int_{-\infty}^{\infty} R_{ss}(\tau - D)f_D(D)dD, \quad (6)$$

where $f_D(D)$ is the probability density function of D .

Transferring now eq.(6) into the frequency-domain, we have

$$G_{x_1x_2}(f) = G_{ss}(f) \cdot G_{f_D}(f), \quad (7a)$$

or in other form

$$G_{f_D}(f) = \frac{G_{x_1x_2}(f)}{G_{ss}(f)}, \quad (7b)$$

where $G_{f_D}(f)$ is the Fourier transform of $f_D(D)$.

Observe from (7) that there is a possibility to determine probability density function $f_D(D)$ globally under the assumption of knowledge of the power spectra $G_{x_1x_2}(f)$ and $G_{ss}(f)$.

Replacing $G_{x_1x_2}(f)$ and $G_{ss}(f)$ by their estimates in (7b), we have

$$\hat{G}_{f_D}(f) = \frac{\hat{G}_{x_1x_2}(f)}{\hat{G}_{x_1x_1}(f) - \hat{G}_{n_1n_1}(f)}, \quad (8a)$$

and after performing the inverse Fourier transformation,

$$\hat{f}_D(D) = \mathcal{F}^{-1} \left\{ \hat{G}_{f_D}(f) \right\}. \quad (8b)$$

Note that knowing $f_D(D)$ it is easily to find a velocity distribution $f_v(v)$ from

$$f_v(v) = (L/v^2) \cdot f_D(L/v), \quad (9)$$

where L is a distance between the sensors.

Consider now the above method in more detail and assume for a moment that $D(t)$ is equal to some constant D_0 . Then $G_{x_1x_2}(f)$ equals $G_{ss}(f) \cdot \exp(-j2\pi f D_0)$, and, from (7b), we have $G_{f_D}(f) = \exp(-j2\pi f D_0)$ or $f_D(D) = \delta(D - D_0)$, where $\delta(\cdot)$ is the Dirac-impulse. Note, however, that in practice we would obtain, from (8a), the following result:

$$\hat{G}_{f_D}(f) = \hat{G}_A(f) e^{-j2\pi f D_0}, \quad (10a)$$

↕

$$\hat{f}_D(D) = \delta(D - D_0) * \int_{-\infty}^{\infty} \hat{G}_A(f) e^{j2\pi f D} df, \quad (10b)$$

where $\hat{G}_A(f) \neq 1$ being a function of $\hat{G}_{x_1x_2}(f)$, $\hat{G}_{x_1x_1}(f)$, and $\hat{G}_{n_1n_1}(f)$. The symbol "*" in (10b) means the convolution operation.

Eq. (10b) shows that the function $f_D(D) = \delta(D - D_0)$ is spread by the inverse Fourier transform of $\hat{G}_A(f)$. So we conclude that without a *priori* information $D \equiv D_0$, it is not really easy to decide whether we have to do with the case of a constant D or D representing a stochastic process. Especially, making a right decision is very difficult in the case of occurrence of large estimating errors in the functions $\hat{G}_{x_1x_2}(f)$, $\hat{G}_{x_1x_1}(f)$, and $\hat{G}_{n_1n_1}(f)$. These errors can cause broad spreading of the function $\delta(D - D_0)$.

Note that under the assumption of a constant $D = D_0$, $\hat{D}_0: D$ for which $\max \left[\hat{f}_D(D) \right]$ occurs, can be used as an estimate of D_0 .

Summarizing, the above example shows that the necessary condition for obtaining reliable estimate functions for $f_D(D)$ is a reliable estimation of the spectra $G_{x_1x_2}(f)$, $G_{x_1x_1}(f)$, and $G_{n_1n_1}(f)$.

In our project, we possessed no reliable method and/or computer program for estimating spectra. Moreover, we had also no practically functioning method to find the real characteristics of the noise $n_1(t)$. Therefore, we decided to proceed in an other way, assuming that the transit-times of single solid-clusters moving between the two optical sensors are approximately constant. Note that thereby we assumed in (2) that the function $D(t)$ consist of time segments in witch $D(t) = D_{0i}$, $t_i \leq t \leq t_{i+1}$. Furthermore, we assumed the stationarity of the stochastic process represented by $D(t)$. All this enables us to formulate the estimating task in the followig way:

- a) estimate a delay between the occurrence of a „hill” in the first channel and its occurrence in the second channel, for all the „hills”,
- b) build a histogram as an estimate function for the probability density function $f_D(D)$ from the data obtained in point a).

The above method of estimating $f_D(D)$ and/or $f_v(v)$ is the subject of the next section.

3. A METHOD OF SEGMENT-BY-SEGMENT SEARCHING

A basic idea underlying the method is illustrated in Figs. 2 and 3. The signal-segments in these figures are taken from the measured signals which are released from their mean values (exactly speaking, from the estimates of the mean values) and normalized with respect to their standard deviations (exactly speaking, with respect to the estimates of the standard deviations).

In form of an algorithm, the approach considered can be described as follows:

- a) find a segment in $x_1(t)$ possessing a characteristic element or a number of characteristic elements („a hill” or „a conglomerate of hills”) which are indications of occurrence of a solid-cluster-see Figs. 2c and 3c,
- b) extend symmetrically the segment from point a) to arrive at such segments as shown in Figs. 2a and 3a,
- c) recognize the corresponding segment in $x_2(t)$ - see Figs. 2b and 3b,

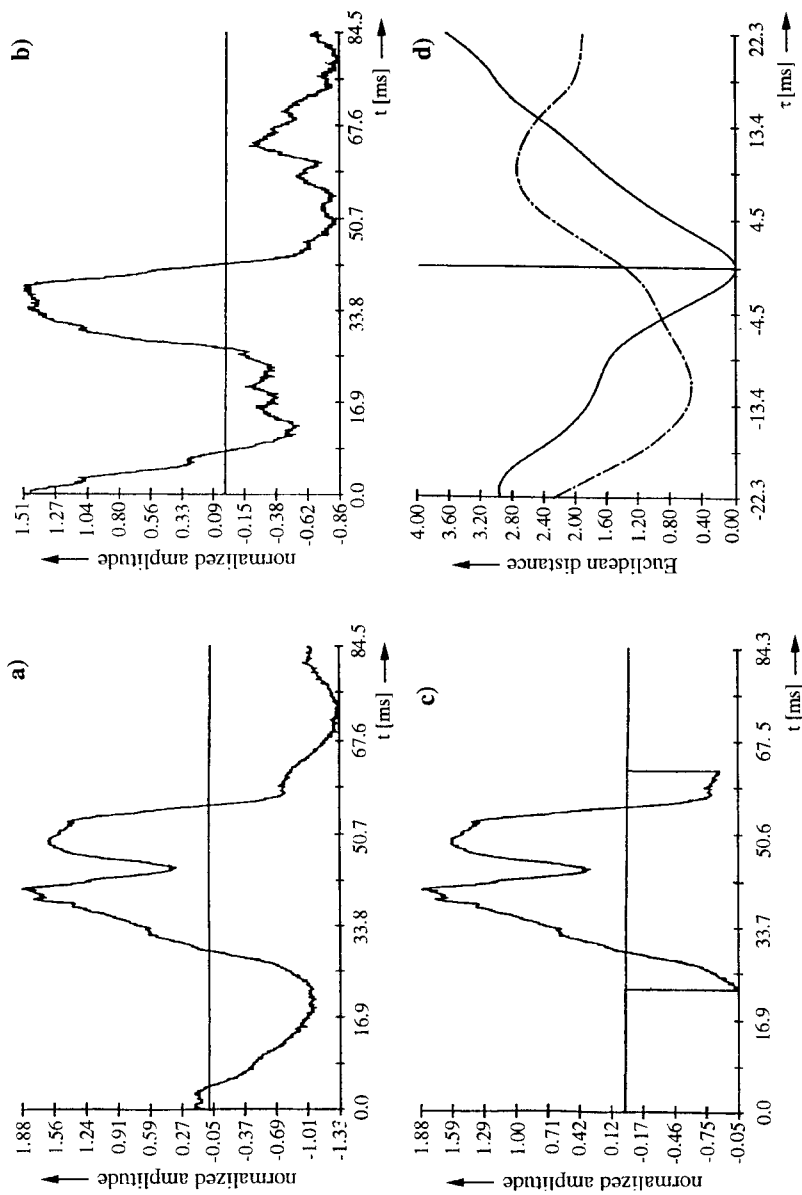


Fig. 2. a) a part of signal $x_1(t)$, b) a corresponding part in signal $x_2(t)$, c) a solid-cluster pattern taken from the signal of Fig. 2a, d) Euclidean distance between the pattern and the signal shown in Fig. 2b

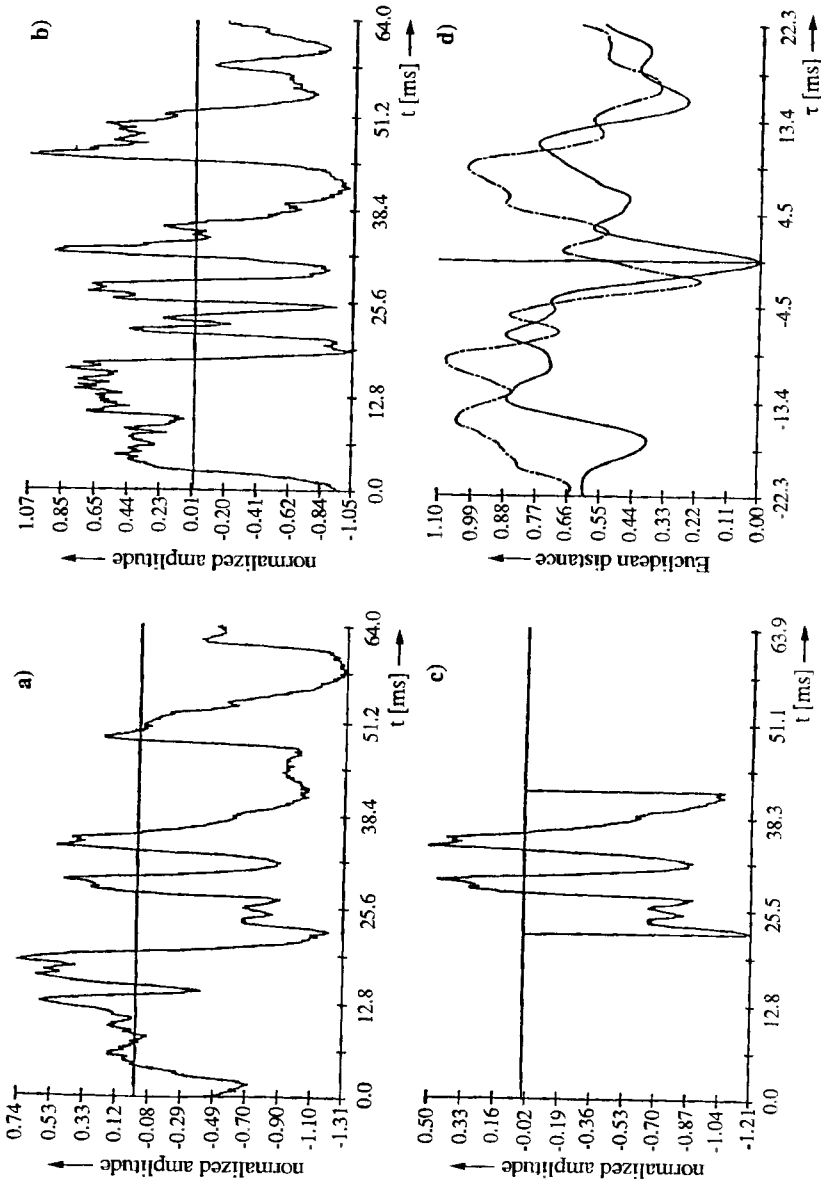


Fig. 3. a) a part of signal $x_1(t)$, b) a corresponding part in signal $x_2(t)$, c) a solid-cluster pattern taken from the signal of Fig. 3a, d) Euclidean distance between the pattern and the signal shown in Fig. 3b

- d) find the difference in the instants of occurrence of the pattern from point a) in the signals $x_1(t)$ and $x_2(t)$ - see Figs. 2d and 3d, where the difference in occurrence of the global minima of the presented curves, on the $0x$ axis, is an estimate for the transit-time of the solid-cluster,
- e) go over to the next segment until all the recorded samples of the signal $x_1(t)$ are searched through.

To detect a solid-cluster in the signal $x_1(t)$, a simple threshold algorithm has been applied in our project. That is a time interval $T = t_2 - t_1$, in which

$$x_1(t) \geq \text{threshold} \tag{11}$$

holds, has been assumed to be the duration time of the solid-cluster detected. Note that this interval is extended symmetrically on both sides to build such segments as shown in Figs. 2a and 3a.

Now we want to consider the point d) in more detail. For purpose of our explanation, we use Fig. 4.

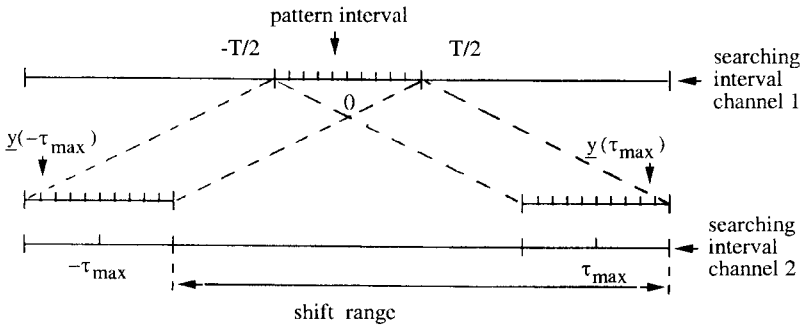


Fig.4. Illustration to the definition of vectors \underline{x} and \underline{y}

Let \underline{x} be a vector consisting of N samples of the signal $x_1(t)$, which belong to a solid-cluster as in Figs. 2c and 3c. Note that the number N can change from one to another solid-lump. The time instants corresponding to the N samples of the vector \underline{x} make a pattern interval in Fig. 4. Furthermore, an extended interval in channel 1 of Fig. 4 is called a searching interval, and the adjacent searching interval is chosen in the second channel. Moreover, a segment of the same length, i.e. a segment consisting of N samples, is taken out from the shifted signal $x_2|_{[t=0]+\tau}$ in the second channel. This segment builds a vector \underline{y} , dependent upon the shift τ , $-\tau_{\max} \leq \tau \leq \tau_{\max}$, $\tau_{\max} > 0$ - see Fig. 4. Note also that each time a solid - lump is detected the time instant $t = 0$ is chosen in the centre of the pattern interval for convenience of calculations.

The scalar product of the vectors \underline{x} and \underline{y} is defined as:

$$\langle \underline{x}, \underline{y} \rangle = \sum_{i=1}^N x_i y_i, \tag{12}$$

where x_i and y_i are the elements of the vectors \underline{x} and \underline{y} , respectively. Furthermore, the distance between the vectors \underline{x} and \underline{y} is given by:

$$d(\underline{x}, \underline{y}) = \|\underline{x} - \underline{y}\|, \quad (13)$$

where we use the Euclidean norm defined by

$$\|\underline{x}\| = \langle \underline{x}, \underline{x} \rangle^{1/2}. \quad (14)$$

The above distance as a function of time:

$$d_{xy}(\tau) = d(\underline{x}, \underline{y}(\tau)). \quad (15)$$

is calculated for each solid-cluster detected for some range of discrete τ 's, $-\tau_{\max} \leq \tau = n f_s \leq \tau_{\max}$, $n \in \langle 0, \pm 1, \pm 2, \dots \rangle$, where f_s is the sampling frequency.

Two examples of the calculated curves for the function $d_{xy}(\tau)$ are presented in Figs. 2d and 3d. For illustration, the curves for $d_{xx}(\tau) = d(\underline{x}, \underline{x}(\tau))$, where $\underline{x}(\tau)$ means a shifted vector of N samples taken from the searching interval of the first channel, are also shown in the above figures (dashed lines). The shift-time τ_m for which the distance between the vectors \underline{x} and $\underline{y}(\tau)$ has a minimum is used as an estimate for a solid-cluster transit-time. A velocity corresponding to this transit-time is calculated from:

$$v = L / \tau_m. \quad (16)$$

An example of a histogram for solid-cluster velocities obtained by means of the method described above is shown in Fig. 5.

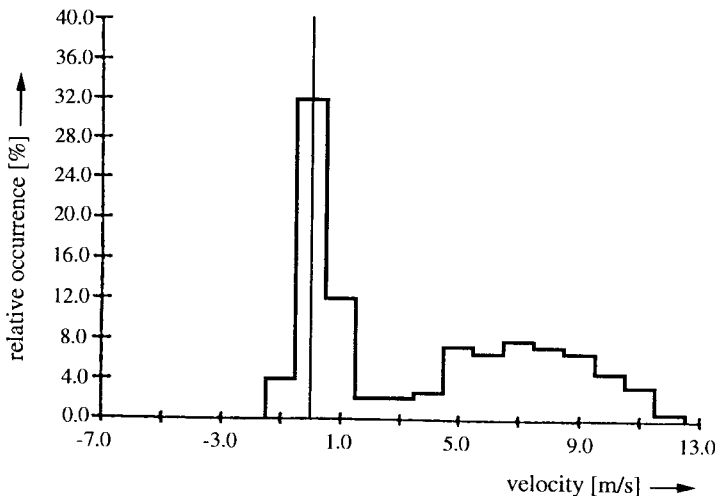


Fig.5. An example of a histogram for solid-cluster velocities

4. SUMMARY

In this paper, a stochastic-delay model for modelling transit-times of solid-clusters moving between two optical sensors put into a gas-solid stream is derived. Based on this model a practical method for processing the measured data (off line), which aims in obtaining the histograms for solid-cluster velocities in the stream, is presented. The approach is illustrated in detail by means of two examples.

Acknowledgement

This work was supported by the Deutsche Forschungsgemeinschaft (DFG).

REFERENCES

- [1] E.-U. Hartge, Y.Li, and J. Werther, „Analysis of the local structure of the two phase flow in a fast fluidized bed”, in: *Circulating Fluidized Bed Technology*, Pergamon Press, Canada, 1986, pp. 153-160.
- [2] E.-U. Hartge, D. Rensner, and J. Werther, „Solids concentration and velocity patterns in circulating fluidized beds”, *Preprints of the 2 nd Int. Conf. on Circulating Fluidized Beds (Compiègne, Frankreich)*, 1988.
- [3] *Special Issue on Time Delay Estimation*, *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. ASSP-29, June 1981.
- [4] M. Azaria, and D. Hertz, „Time delay estimation by generalized crosscorrelation methods”, *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. ASSP-32, April 1984.
- [5] J. Stuller, „Maximum-likelihood estimation of time-varying delay - Part I” *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. ASSP-35, March 1987.

O WYKORZYSTANIU MODELU STOCHASTYCZNEGO W ESTYMACJI PRĘDKOŚCI CZĄSTEK W STRUMIENIACH TURBULENTNYCH

Streszczenie

W artykule poruszono problem estymacji prędkości cząstek substancji stałej w turbulentnym strumieniu gazowym, występującym w reaktorze fluidyzacyjnym. Pokazano, że tzw. model stochastyczny, opisujący czasy opóźnienia, może być z powodzeniem zastosowany w modelowaniu czasów przejścia cząstek pomiędzy czujnikami optycznymi. Wspominany powyżej model stanowi podstawę teoretyczną dla praktycznego algorytmu estymacyjnego, przetwarzającego pomierzone sygnały. Opracowany algorytm, nazwany przeszukiwaniem segment po segmencie, jest szczegółowo opisany w rozdziale trzecim pracy.

OCENA ZNIEKSZTAŁCENÍ SYGNAŁU NA WYJŚCIU FILTRU DOLNOPRZEPUSTOWEGO

Lech Jan Weiss

Wydział Telekomunikacji i Elektrotechniki ATR
Zakład Podstaw Elektroniki
ul. prof. S. Kaliskiego 7, 85-791 Bydgoszcz

W artykule rozważono zniekształcenia wniesione do krzywej wykładniczej filtrem dolnoprzepustowym (FDP) RC oraz zniekształcenia odpowiedzi skokowej FDP wywołane nieidealnością pobudzenia. Zniekształcenia w przypadku drugim wyznaczono metodą sumy superpozycyjnej.

1. WSTĘP

Rozważone zostaną dwa problemy:

- A. Na wejście FDP przyłożone jest napięcie reprezentowane rosnącą krzywą wykładniczą o danej stałej czasowej τ . Jakiemu odkształceniu ulegnie ta krzywa po przejściu sygnału przez filtr dolnoprzepustowy o stałej czasowej RC ?
- B. Na wejście FDP przyłożony jest „skok” napięcia. Wiadomo jednak, że „skoku” idealnego nie da się zrealizować w praktyce. Uzyskany przebieg uważany za skokowy, ma najczęściej charakter wykładniczy o możliwie małej stałej czasowej τ . Powstaje więc pytanie: jak skończona wartość $\tau > 0$ przebiegu wejściowego wpływa na kształt odpowiedzi FDP. Innymi słowy, jakie odkształcenie wnosi $\tau > 0$ w pobudzeniu „skokowym” do idealnej odpowiedzi skokowej.

Oba zagadnienia występują w praktyce. Wejście bowiem wielu urządzeń elektronicznych, a w szczególności wzmacniaczy i oscyloskopów stanowi filtr dolnoprzepustowy, który zniekształca przebiegi przyłożone. Z drugiej strony każdy przebieg zwany skokowym jest w istocie przebiegiem wykładniczym, nie wywołuje więc idealnej odpowiedzi skokowej.

2. FDP POBUDZONY NAPIĘCIEM ROSNĄCYM WYKŁADNICZO

Analiza odpowiedzi FDP na pobudzenie przebiegiem wykładniczym znana jest z literatury [1]. Wprowadzenie wzoru określającego odpowiedź w dziedzinie czasu względnie podane w [2], zostanie tutaj przytoczone w skróceniu. Zastosowano symbolikę funkcji osobliwych przedstawioną w [3].

Kształt napięcia wejściowego określa wzór:

$$u_1(t) = U_1[1 - \exp(-\alpha_1 t)] 1_{-1}(t), \quad (1)$$

gdzie:

$$\alpha_1 = \frac{1}{\tau}$$

$$1_{-1}(t) = \begin{cases} 0 & \text{dla } t \leq 0 \\ 1 & \text{dla } t \geq 0^+ \end{cases}.$$

Transmitancja filtru dolnoprzepustowego ma postać:

$$H(s) = \frac{1}{RC(s + \alpha_2)}, \quad (2)$$

gdzie:

$$\alpha_2 = \frac{1}{RC}.$$

Odpowiedź w dziedzinie częstotliwości uzyskuje się na podstawie związku:

$$U_2(s) = U_1(s)H(s) \quad (3)$$

Po dokonaniu odpowiednich przekształceń oraz wprowadzeniu $x = \alpha_1 t$ - czasu względnego oraz $n = \frac{\alpha_1}{\alpha_2}$ stałej czasowej względnej otrzymuje się odpowiedź w dziedzinie czasu względnego

$$u_2(x) = \left[1 + \frac{1}{n-1} \left(\exp(-x) - n \exp\left(-\frac{x}{n}\right) \right) \right] 1_{-1}(x). \quad (4)$$

dla $n \neq 1$

Stosując twierdzenie de L' Hospitala o prawdziwej wartości ilorazu uzyskuje się wzór dla $n = 1$, a mianowicie:

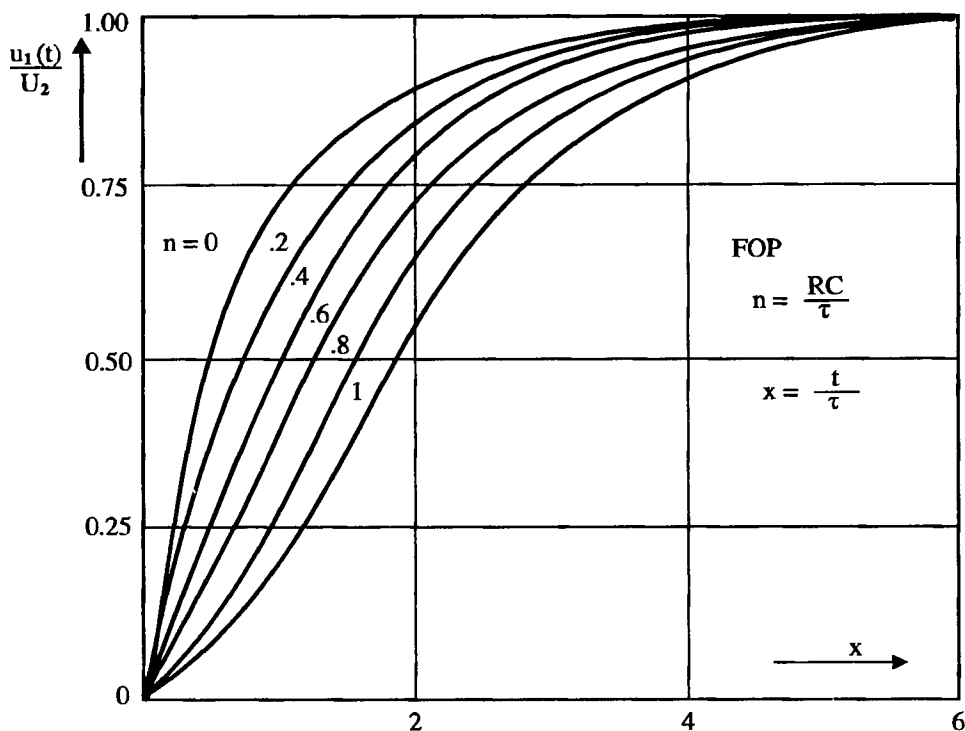
$$u_2(x) = U_1[1 - (1+x)\exp(-x)] 1_{-1}(x). \quad (5)$$

dla $n = 1$

Na podstawie wzorów (4) i (5) można wykreślić wykresy [1,2] przedstawione na rys. 1.

Krzywa dla $n = 0$ oznacza pobudzenie. Opóźnienie odpowiedzi określa się jako czas liczony na poziomie 50% wysokości końcowej pobudzenia między linią dla $n = 0$ a linią odpowiedzi dla danego n . Z rysunku wynika, że im większa stała czasowa, tym większe jest opóźnienie punktu wyjściowego.

Dla czasów względnych $x \geq 6$ napięcie wyjściowe równa się w przybliżeniu maksymalnej wartości napięcia wejściowego niezależnie od względnej stałej czasowej n . W praktyce dąży się do tego, by względna stała czasowa posiadała możliwie małą wartość.



Rys.1. Odpowiedź FDP pobudzonego napięciem rosnącym wg krzywej wykładniczej uważanej jako wzorcowa

3. FDP POBUDZONY NIEIDEALNYM SKOKIEM NAPIĘCIA

Dla rozwiązania problemu B dogodne jest posłużyć się metodą sumy superpozycyjnej.

Załóżmy, że napięcie wejściowe działa w czasie $t_{p,max}$, mamy zatem:

$$u_1(t) = U_1 \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right] \left[1_{-1}(t) - 1_{-1}(t - t_{p,max}) \right], \quad (6)$$

gdzie:

τ - jest stałą czasową eksponenty napięcia wejściowego.

Przyjmujemy również, że czas będziemy liczyć w jednostkach RC , przy czym $t_{p,max} = aRC$. Napięcie wejściowe wyrażone sumą $m+1$ impulsów określa wówczas wzór:

$$u_1^*(t) = \frac{U_1 a RC}{m} \sum_{i=0}^m \left[1 - \exp\left(-\frac{iaRC}{m\tau}\right) \right] 1_0\left(t_{p,max} - \frac{iaRC}{m}\right). \quad (7)$$

Napięcie wyjściowe w chwili $t_{p\max}$ określa wzór:

$$u_2^*(t) = \frac{U_1 a}{m} \sum_{i=0}^m \left[1 - \exp\left(-\frac{iaRC}{m\tau}\right) \right] \exp\left(-\frac{t_{p\max} - \frac{iaRC}{m}}{RC}\right). \quad (8)$$

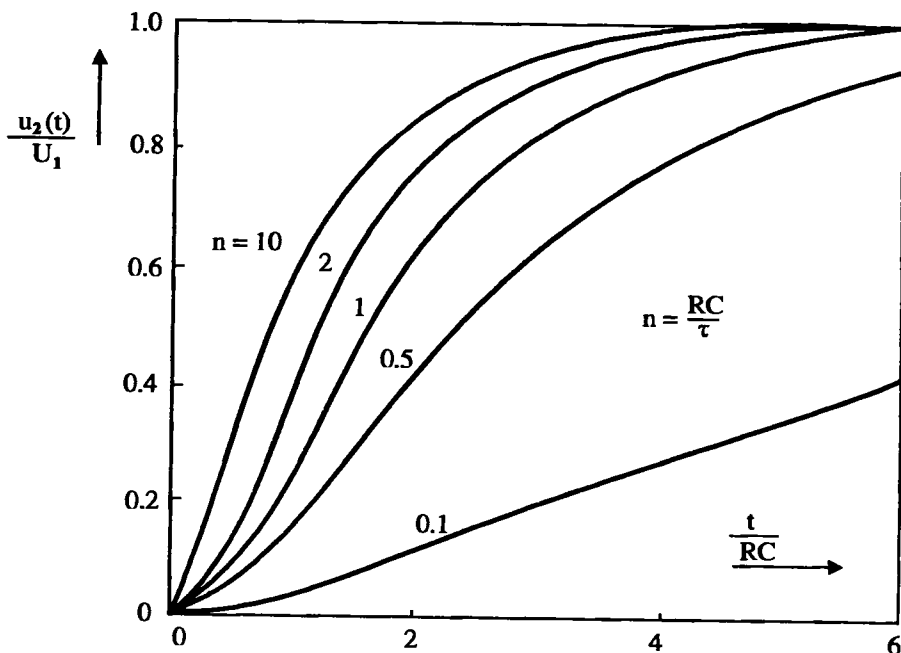
W celu uzyskania wartości napięć wyjściowych w chwilach $t \in (0, t_{p\max})$ należy zamiast $t_{p\max}$ podstawić wartości $t_p = \frac{paRC}{m}$ dla $p = 0, 1, 2, \dots, m$, a górną granicę sumy przyjąć p . Po podstawieniu i dokonaniu uproszczeń otrzymuje się:

$$u_2^*(t) = \frac{U_1 a}{m} \sum_{i=0}^p \left[1 - \exp\left(-\frac{ian}{m}\right) \right] \exp\left(\frac{a}{m}(i-p)\right), \quad (9)$$

gdzie:

$n = \frac{RC}{\tau}$ - jest względną stałą czasową.

Napięcie $u_2(t)$ należy obliczać dla różnych wartości p . Odpowiedni program załączono w dodatku. Program pozwala uzyskać wykresy przedstawione na rys.2.



Rys.2. Odpowiedź FDP pobudzonego nieidealnym skokiem napięcia. Krzywą wzorcową jest idealna odpowiedź skokowa

Porównując wykresy z rys. 1 i 2 stwierdzamy, że na rys.1 czas liczy się w jednostkach τ . Oznacza to, że krzywą napięcia wejściowego przyjmujemy jako wzorcową. Napięcie wyjściowe odwzorowuje tę krzywą lecz obciążoną błędem wniesionym przez filtr dolnoprzepustowy. Błąd jest równy zeru dla $n = 0$.

W drugim przypadku (rys.2) wzorcową jest krzywa odpowiedzi skokowej FDP. Ponieważ jednak realizowalny fizycznie „skok” napięcia jest w istocie przebiegiem wykładniczym, można uważać, że nieidealny przebieg napięcia wejściowego obciąża odpowiedź FDP pewnym błędem. Błąd ten jest równy zeru dla $n \rightarrow \infty$, to jest dla $\tau = 0$. Z powyższych rozważań wynikają wartości parametru n przyjęte na rysunkach w obu przypadkach.

Na podstawie uzyskanych krzywych można ocenić odkształcenia przebiegu wyjściowego, gdy:

- a) sygnałem pobudzającym jest krzywa wykładnicza i jako taka ma być przeniesiona na wyjście (rys.1),
- b) gdy sygnałem pobudzającym jest „skok” napięcia, a napięcie wyjściowe ma być określone odpowiedzią skokową.

4. PODSUMOWANIE

W podsumowaniu stwierdzamy:

1. W przypadku pobudzenia FDP krzywą wykładniczą (przypadek A), brak zniekształceń uzyskuje się dla $RC = 0$, tj. dla $n = 0$.
2. W przypadku, gdy chodzi o uzyskanie idealnej odpowiedzi skokowej, brak zniekształceń uzyskuje się dla $\tau = 0$, tj. dla $n \rightarrow \infty$.

Z powyższych stwierdzeń wypływa wniosek, że w zależności od rodzaju pobudzenia i pożądanej odpowiedzi idealnej do oceny zniekształceń na wyjściu FDP przydatne są wykresy przedstawione na rys.1 i 2, przy czym metody uzyskania obu wykresów są różne.

LITERATURA

- [1] Millman J., Taub H.: Pulse and Digital Circuits. Mc Graw-Hill Book Comp. Inc. 1956.
- [2] Weiss L.J.: Elementy i układy elektroniczne Cz. III. ATR - Bydgoszcz 1989.
- [3] Weiss L.J.: Funkcje osobliwe w analizie obwodów . Prace wydz. Nauk technicznych BTN - Elektronika i elektrotechnika X. PWN, Warszawa - Poznań, w druku.

THE APPRECIATION OF THE SIGNAL DISTORTION ON THE OUTPUT OF A LOW-PAS

Summary

In this article the distortions contributed by a low-pass-RC-filter to an exponential curve are considered. There are considered also the distortions contributed to an ideal step-response of a low-pass by a non ideal step-stimulus. The latter distortions are got by the method of superposition sum.

Dodatek

PROGRAM

w języku Basic 2 dla uzyskania wykresów odpowiedzi FDP pobudzonego rosnącą krzywą wykładniczą Opr. L.J. Weiss

```

REM FDP pobudzony rosnącą f. eksponencjalną
CLS
m = 100
a = 6
LINE 0;500,7500;500
PLOT 4000;500 MARKER 2
PLOT 4000; 3500 MARKER 2
PRINT "n = RC/T"
FOR d = 1 TO 5
READ b(d) :REM A=a*RC, n=RC/T
n = b(d)
PRINT n
FOR p = 0 TO m STEP 5
k = 3000*a/(m)
v = 0
FOR i = 1 TO p
c = k*(1 - EXP(-i*a*n/m)) * EXP(- a*(p - i) / (m))
v = v+c
NEXT i
Plot 4000*p/m; Round(v) + 500
NEXT p
NEXT d
DATA 10, 2, 1, 0.5, 0.1
END

```


ISSN 0209-0589