

AKADEMIA TECHNICZNO – ROLNICZA
IM. JANA I JĘDRZEJA ŚNIADECKICH
W BYDGOSZCZY

ZESZYTY NAUKOWE

NR  53



BUDOWNICTWO

(11)

EDMUND LUBIENIECKI

SZTYWNOŚĆ PRZESTRZENNA STAŁOWYCH MOSTÓW
SUWNICOWYCH W SZCZEGÓLNOŚCI WSTĘPNIE
SPRĘŻONYCH

Bydgoszcz – 1978

AKADEMIA TECHNICZNO-ROLNICZA
IM. JANA I JĘDRZEJA ŚNIADECKICH
w Bydgoszczy

ZESZYTY NAUKOWE

Nr 53

BUDOWNICTWO

(11)



Edmund Lubieniecki

Sztywność Przestrzenna Stalowych
Mostów Suwnicowych w szczególności
wstępnie sprzężonych

BYDGOSZCZ, 1978

REDAKTOR NACZELNY
doc. dr hab. Juliusz Sokonieczny

OPINIODAWCA
Prof. dr hab. inż. Zygmunt Pancewicz

OPRACOWANIE REDAKCYJNE
mgr Halina Koziolkiewicz

Wydano za zgodą Rektora
Akademii Techniczno-Rolniczej
w Bydgoszczy

№ ew. P 528/78

**WYDAWNICTWO UCZELNIANE AKADEMII TECHNICZNO-ROLNICZEJ
W BYDGOSZCZY**

TNOiK Bydgoszcz § 1 zarządzenie Nr 63 nakład 150 format B-5 cena 20 zł.

78 D.95/136

Spis treści

W S T Ę P	1
Rozdział I.	
1. Sztywność przestrzenna dźwigarów suwnicowych . . .	3
1.1. Racjonalny dobór kształtu przekroju poprzecznego dźwigara	3
1.2. Metody obliczeniowe	6
1.2.1. Uwzględnienie przestrzenności mostów typu A, B i C - metody przybliżone	6
1.2.2. Zastosowanie teorii zastępczych cienkościennych belek skrzynkowych o złączach przegubowych i podatnych przeponach do obliczania kratownic	28
1.2.3. Wariant - obliczanie dźwigarów kratowych jako tarczownic	39
1.2.4. Praca przestrzenna kratownicy o węzłach sztywnych - wstępnie sprężona	45
1.2.5. Praca przestrzenna dźwigara typu bezkrzywulcowego /typ C/	50
1.3. Teoretyczne zasady obliczania belek skrzynkowych	71
1.3.1. Wyidealizowana tarczownica przegubowa o przekroju zamkniętym	71
1.3.2. Właściwa tarczownica przegubowa o przekroju zamkniętym	78
1.3.3. Skręcanie skrępowane dźwigarów skrzynkowych przy nieodkształcalnym przekroju . . .	92
1.3.4. Analiza pracy statycznej płaskoprzestrzennej ramy mostu typu D i E	97
1.4. Uwagi dotyczące dynamiki konstrukcji nośnych dźwigni	111

Rozdział II.

2. Wstępnie sprężone konstrukcje mostów suwnicowych	114
2.1. Dobór przekroju belki sprężonej	114
2.2. Siły sprężające	116
2.3. Sztywność ustrojów sprężonych	125
2.3.1. Ugięcia	125
2.3.2. Wpływ momentu sprężającego w miejscu kotwienia cięgna /typ A/	129
2.4. Nośność	131

Rozdział III.

3. Badania modelowe	138
3.1. Wprowadzenie w problematykę badań	138
3.2. Kryteria podobieństwa modelowego	139
3.3. Program i przebieg badań	143
3.4. Zestawienie wyników uzyskanych z obliczeń i badań modelowych	145
3.5. Analiza przemieszczeń w aspekcie porównania wyników uzyskanych na podstawie badań modelowych z obliczeniami teoretycznymi	195

Rozdział IV.

4. Wnioski	197
4.1. Podsumowanie i wnioski końcowe	198
4.2. Perspektywy kontynuowania badań sprężonych mostów suwnicowych	201
Literatura	203

W pracy autor zajmuje się problematyką sztywności stalowych mostów suwnicowych wstępnie sprężonych.

W rozdziale pierwszym poza ogólnymi zagadnieniami wprowadzającymi, omówiono dotychczas stosowane metody obliczeniowe dotyczące pracy przestrzennej mostów suwnicowych oraz wpływu tej przestrzenności na sztywność konstrukcji. Na podstawie przeprowadzonej analizy rozpatrywanych metod, autor przedstawia we wnioskach końcowych krytyczne uwagi i propozycje.

Drugi rozdział zawiera omówienie wzorów obliczeniowych prowadzących do wymiarowania konstrukcji wstępnie sprężonej oraz przedstawia przykłady obliczeń teoretycznych kilku schematów mostowych. Załączone wykresy pozwalają na dokonanie porównania sztywności konstrukcji niesprężonej i sprężonej.

Rozdział trzeci dotyczy przeprowadzonych badań na pięciu modelach stalowych ustrojów mostowych, analizuje wyniki eksperymentalne i teoretyczne.

Wysunięte wnioski w rozdziale czwartym odnoszą się do zagadnień zarówno teoretycznych jak i praktycznych.

W S T Ę P

Olbrzymie zapotrzebowanie stali przez wszystkie gałęzie przemysłu i niedostateczne zaopatrzenie budownictwa w wyroby walcowane wymaga od konstruktorów ciągłych poszukiwań w kierunku oszczędności stali i zastosowania bardziej ekonomicznych rozwiązań konstrukcyjnych.

Postulat oszczędności stali i nowoczesności rozwiązań projektowych spełniają między innymi wstępnie sprężone konstrukcje. Celem oszczędnego projektowania jest przede wszystkim zmniejszenie ciężaru własnego konstrukcji, a tym samym obniżenie kosztów materiału, produkcji i transportu. Zmniejszenie ciężaru własnego suwnic daje szereg dodatkowych korzyści, jak: możliwość zastosowania lżejszych torów podsuwnicowych, słupów podtrzymujących, fundamentów, lżejszych mechanizmów napędowych oraz mniejsze zapotrzebowanie energii elektrycznej. Ogólnie można stwierdzić, że udział ciężaru konstrukcji nośnej mostu w całkowitym ciężarze suwnicy dochodzi do 70%.

Jeszcze do niedawna do wad zaliczano ograniczenie sprężania do konstrukcji przenoszących obciążenia jedynie stałe. Daleko posunięte prace teoretyczno-badawcze i doświadczalne przeprowadzone w RFN, ZSRR i NRD potwierdzają możliwość stosowania sprężonych konstrukcji obciążonych dynamicznie zarówno mostów przemysłowych, drogowych jak i kolejowych.

Dalszym problemem w zastosowaniu konstrukcji sprężonych jest odpowiednie zabezpieczenie cięgien sprężających przed korozją. Nawet mały ubytek materiału może być przyczyną awarii konstrukcji. Znaczny jednak rozwój chemii przemysłowej w ostatnich latach przy-

czynił się do zastosowania odpowiednich dobrych powłok antykorozyjnych, gwarantujących w szczególności zabezpieczenie stali przed szkodliwymi zewnętrznymi wpływami.

W kraju konstrukcje sprężone mostów suwnicowych nie zostały dotychczas rozpowszechnione i w ogóle zastosowane i, jak dotąd, charakteryzują się rozwiązaniami tradycyjnymi. Kilkuletnie prace badawcze autora wykazały możliwość i celowość unowocześnienia konstrukcji mostów suwnicowych poprzez:

- a/ uwzględnienie przestrzennej pracy ustroju;
- b/ projektowanie belek o zmiennym przekroju;
- c/ wprowadzenie wstępnego sprężenia.

Przedmiotem rozważań ujętych w pracy jest zagadnienie sztywności niektórych charakterystycznych typów stalowych mostów suwnicowych w układzie tradycyjnym i sprężonym. Założono jednakową rozpiętość, udźwig i rodzaj stali poszczególnych typów mostów, co pozwoliło na dokonanie analizy zalet i wad danego schematu konstrukcyjnego.

Badania modelowe miały na celu doświadczalną weryfikację wyników teoretycznych w zakresie określenia wpływu współpracy przestrzennej układu na sztywność konstrukcji zarówno w ustroju niesprężonym jak i sprężonym. Porównanie wyników z obliczeń teoretycznych i badań modelowych, dotyczących odkształceń pionowych i poziomych, umożliwiło wyciągnięcie wniosków oraz ustalenie wytycznych co do racjonalnego i oszczędnego projektowania mostowych konstrukcji suwnicowych.

Rozdział I.

1. Sztywność przestrzenna dźwigarów suwnicowych

1.1. Racjonalny dobór kształtu przekroju poprzecznego dźwigara

Jednym z podstawowych zadań konstruktora jest zaprojektowanie najkorzystniejszego układu konstrukcyjnego dla przejęcia obciążeń. Schemat taki winien być możliwie prosty, eliminujący elementy zbędne, gwarantujący niezawodność działania konstrukcji oraz łatwość realizacji.

W pracy powyższej zostało poddanych analizie teoretycznej i modelowej pięć zasadniczych schematów konstrukcyjnych mostów. Kratowy most suwnicowy typu zamkniętego, czterodźwigarowy /rys.1/ posiada najmniejszy ciężar i wysokość licząc od główki szyny toru podsuwnicowego do szyny na moście oraz posiada dobrą sztywność poziomą. Do jego wad należy zaliczyć pracochłonność wykonania oraz mniejszą wytrzymałość zmęczeniową. W dźwigarach kratowych należy liczyć się zawsze z naprężeniami wtórnymi /drugorzędnymi/ oraz szczytami naprężeń szczególnie w węzłach, jak i dodatkowym zginaniem pasa górnego między węzłami od nacisku kół wózka.

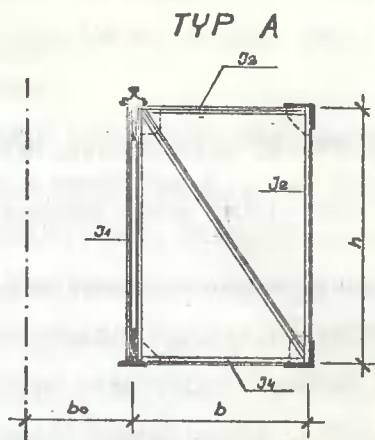
Most typu otwartego /rys. 2/ składa się z dźwigara głównego typu blachownicowego, natomiast belkę pomocniczą stanowi płaska krata połączona z dźwigarem zasadniczym przeponami typu ramowego. Zalety posiada mniejsze od belek skrzynkowych, w odniesieniu do prostoty wykonania i ciężaru. Powyższy ustrój charakteryzuje się dobrą sztywnością i nadaje się zarówno dla dużych jak i małych udźwigów.

Mosty typu bezkrzyżulcowego /rys. 3/ /Vierendeela/ stosowane są z uwagi na mniejszy ciężar w porównaniu z pełnymi konstruk-

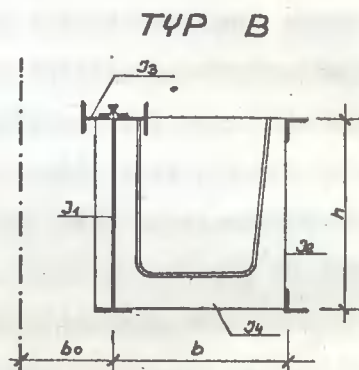
cjami belkowymi, a tym samym oszczędniejsze w zużyciu stali, energii oraz wywołujące mniejsze obciążenie na konstrukcję podtrzymującą. Do wad tego układu konstrukcyjnego należy zaliczyć mniejszą sztywność w stosunku do belek pełnych oraz większą pracochłonność wykonania.

Konstrukcja skrzynkowa /rys.4/ posiada najmniejsze trudności wykonania, wysoką wytrzymałość zmęczeniową, małą ogólną wysokość konstrukcyjną i możliwość łatwego umieszczenia w czołownicy zestawów kołowych. Wady tego typu to większy ciężar konstrukcji, niedostateczna pozioma sztywność dla suwnic o większych rozpiętościach. W obecnym czasie ten typ konstrukcji jest najbardziej rozpowszechniony.

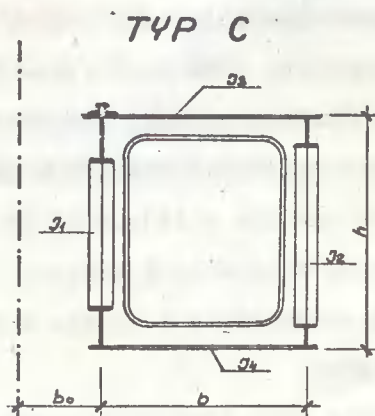
Most typu skrzynkowego o dźwigarze szerokim niesymetrycznym, z szyną umieszczoną nad łożyskami /rys.5/ pozwala na bardziej racjonalne wykorzystanie materiału, a szerokość belki w tym wypadku jest



Rys. 1



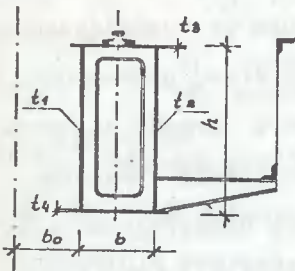
Rys. 2



Rys. 3.

wystarczająca do rozmieszczenia i obsługi urządzeń mechanicznych i elektrycznych, które w tym typie konstrukcji często umieszcza się wewnątrz belki. Ponadto konstrukcja skrzynkowa typu niemieckiego, tzn. z szyną umieszczoną nad blachą środkową, odznacza się mniejszym ciężarem - z uwagi na brak pomostu, w odróżnieniu od typu D.

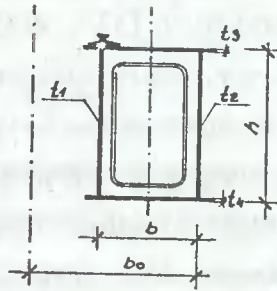
TYP D



$$t_1 = t_2$$
$$t_3 > t_4$$

Rys. 4.

TYP E



$$t_1 > t_2$$
$$t_3 = t_4$$
$$b \approx 0,8h$$

Rys. 5.

Wpływ przestrzenności ustroju na sztywność konstrukcji

W praktyce inżynierskiej spotykamy konstrukcje mostów suwnicowych o układzie statycznym wielokrotnie niewyznaczalnym, przysparzającym wiele trudności w ścisłym ich obliczeniu. Z tego powodu konstruktorzy wprowadzają często daleko idące uproszczenia, których celem jest sprowadzenie układów przestrzennych do znacznie prostszych pod względem statycznym układów płaskich. Takie potraktowanie zagadnienia zawiera pewne nieprawidłowości, jak:

- a/ rachunkowe dociążenie układu podstawowego kosztem odciążenia układów pomocniczych;
- b/ nieuwzględnienie rzeczywistych naprężeń w układach pomocniczych, których poszczególne elementy projektowane są na obciążenie stałe z pominięciem części obciążenia ruchomego przekazyującego się na kratę pomocniczą w wyniku współpracy przestrzennej ustroju.

Wprowadzenie uproszczonych, lecz wystarczająco dokładnych dla celów praktycznych, metod obliczeniowych pozwala na znaczne zredukowanie nakładu pracy natury matematycznej oraz umożliwia prawidłowe i bezpieczne rozwiązanie poszczególnych elementów konstrukcji. Z drugiej strony wiadomym jest, że zbyt wyidealizowane metody obliczeniowe prowadzą do wyników niezgodnych z rzeczywistą pracą konstrukcji, co zostało udowodnione na podstawie eksperymentalnych badań zarówno na modelach, jak i na obiektach rzeczywistych [1]. Wielkość obciążenia przypadającego na dźwigar główny, który odciążony jest przez kratę pomocniczą, wiąże się z zagadnieniem sztywności dźwigara zarówno niesprężonego jak i sprężonego. W ostatnich latach zostały opracowane programy obliczeniowe wykorzystujące metodę odkształceń oraz elementów skończonych do rozwiązania konstrukcji przestrzennych jako układów wielokrotnie statycznie niewyznaczalnych.

1.2. Metody obliczeniowe

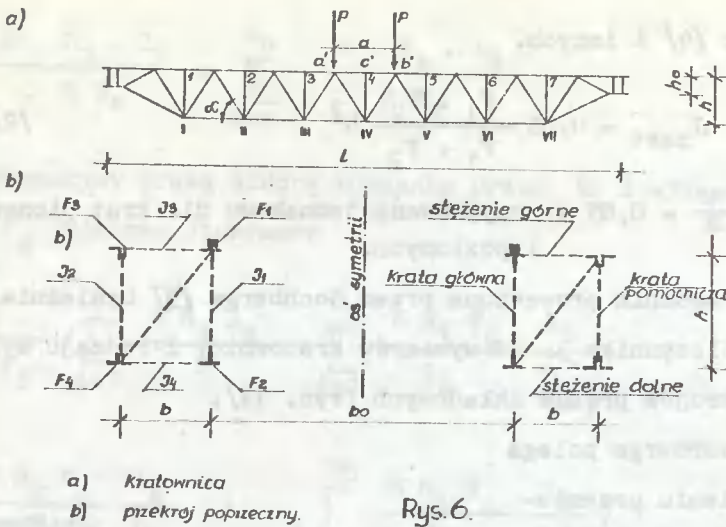
1.2.1. Uwzględnienie przestrzenności mostów typu A, B i C - metody przybliżone posługujące się współczynnikiem wykratowania

a. Dobór współczynnika wykratowania

Poniżej podano jedynie dwie bardziej reprezentatywne metody obliczania ustrojów przestrzennych.

W przybliżonych metodach obliczeniowych należy określić tzw. zastępczy moment bezwładności poszczególnych elementów składowych dźwigara co wiąże się z wyznaczeniem współczynnika wykratowania μ .

Zastępczy moment bezwładności kraty głównej, pomocniczej oraz obu wiatrownic oblicza się z warunku określenia środków ciężkości pól przekrojów F_1, F_2, F_3 i F_4 /rys.6/ względem odpowiednich osi obojętnych przy zastosowaniu twierdzenia Steinera.



W obliczeniach pomija się momenty bezwładności przekrojów względem własnych głównych osi bezwładności jako bardzo małe.

W oparciu o powyższe założenie otrzymuje się odpowiednio:

$$J_1 = \frac{F_1 \cdot F_2}{\mu / F_1 + F_2 /} h^2 ; \quad J_2 = \frac{F_3 \cdot F_4}{\mu / F_3 + F_4 /} h^2$$

/1/

$$J_3 = \frac{F_1 \cdot F_3}{\mu / F_1 + F_3 /} b^2 \quad J_4 = \frac{F_2 \cdot F_4}{\mu / F_2 + F_4 /} b^2$$

gdzie: J_1, J_2, J_3, J_4 - zastępcze momenty bezwładności kratownicy głównej, pomocniczej, poziomej górnej i dolnej;

F_1, F_2, F_3, F_4 - pola przekrojów poszczególnych pasów /rys. 6/;

b - odległość środków ciężkości pól F_1 i F_3 oraz F_2 i F_4 ;

h - odległość środków ciężkości pól F_1 i F_2 oraz F_3 i F_4 ;

μ - współczynnik wykratowania.

Stosowane są również i inne wzory określające zastępcze momenty bezwładności, jak wzór Iliasiewicza [2], Streleckiego [3], Wino-

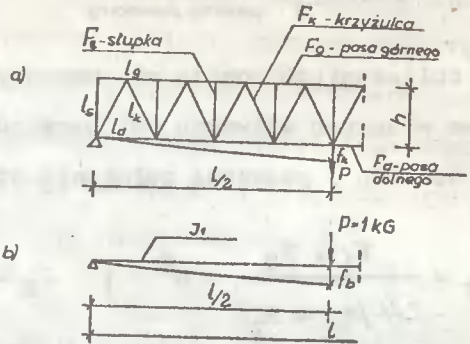
kurskiego [4] i innych.

$$J_{\text{zast}} = 0,85 \frac{F_1 \cdot F_2}{F_1 + F_2} h^2 \quad /2/$$

gdzie: $\frac{1}{\mu} = 0,85$ - przyjmowane jednakowo dla krat pionowych i poziomych.

Ostatnie badania prowadzone przez Gochberga [5] uzależniają wartość współczynnika μ od wymiarów kratownicy i rodzaju wykratowania przekrojów prętów składowych /rys. 7a/.

Metoda Gochberga polega na określeniu przemieszczenia kratownicy wolnopodpartej, obciążonej w środku rozpiętości skupioną siłą P /na kierunku działania siły/ według równania pracy wirtualnej w wersji podanej przez



Rys. 7.

Mohra w oparciu o twierdzenie Maxwella o wzajemności przemieszczeń, i porównaniu tego przemieszczenia z przemieszczeniem belki o momencie bezwładności ekwiwalentnym /zastępczym J_1 / obciążonej w środku rozpiętości siłą skupioną P /rys.7b/. W oparciu o powyższą metodę można określić współczynnik wykratowania μ według wzoru /3/ względnie bezpośrednio wartość zastępczego momentu bezwładności kraty rozpatrywanej jako belka o sztywności zastępczej /4/.

Ogólna postać ugięcia kratownicy

$$f_k = \sum_{i=1}^{n_1} \frac{N \cdot N_1 \cdot l_g}{E F_g} + \sum_{i=1}^{n_2} \frac{N \cdot N_1 \cdot l_d}{E F_d} +$$

$$+ \sum_{i=1}^{n_3} \frac{N \cdot N_1 \cdot l_k}{E F_k} + \sum_{i=1}^{n_4} \frac{N \cdot N_1 \cdot l_s}{E F_s}$$

jeżeli pomnożymy prawą stronę równania przez h i wyłączymy przed nawias F_g wówczas otrzymamy

$$f_k = \frac{h}{E F_g} \left[\sum_{i=1}^{n_1} \frac{N N_1 l_g}{h} + \sum_{i=1}^{n_2} \frac{N N_1 F_g}{F_d} \frac{l_d}{h} + \right. \\ \left. + \sum_{i=1}^{n_3} \frac{N N_1 F_g}{F_k} \frac{l_k}{h} + \sum_{i=1}^{n_4} \frac{N N_1 F_g}{F_s} \frac{l_s}{h} \right] /$$

wyrażenie w nawiasie oznaczmy przez A , wówczas

$$f_k = \frac{h}{E F_g} A ; \quad f_b = \frac{Pl^3}{48 J_1 E}$$

gdzie: $J_1 = \frac{1}{\mu} \frac{F_g \cdot F_d}{F_g + F_d} h^2$

$$\frac{h}{E F_g} A = \frac{Pl^3}{48 J_1 E} = \frac{Pl^3}{48 E} \frac{F_g + F_d}{F_g F_d} \frac{\mu}{h^2}$$

$$h A = \frac{Pl^3}{48} \frac{F_g + F_d}{F_d} \frac{\mu}{h^2}$$

$$h^3 A = \frac{Pl^3}{48} \cdot \lambda' ; \quad \lambda' = \frac{F_g + F_d}{F_d}$$

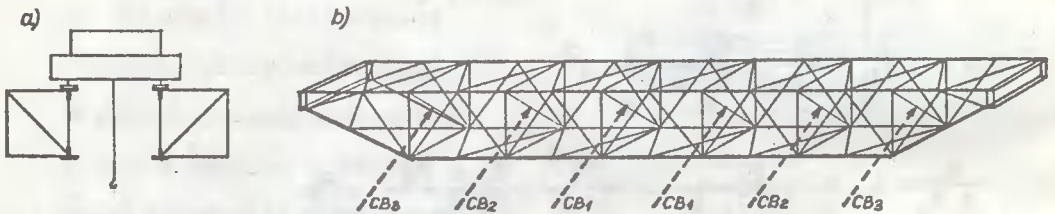
wówczas $\mu = \frac{48}{\lambda'} \left(\frac{h}{l} \right)^3 \frac{A}{P}$ /3/

$$J_1 = \frac{1i}{48} \frac{Pl^3}{\sum_{i=1}^n \frac{N N_i l_i}{F_i}}$$
 /4/

- gdzie:
- N - siła w pręcie kraty od obciążenia zewnętrznego;
 - N_1 - siła w pręcie kraty wywołana przez jednostkową siłę $P = 1$ zaczepioną w punkcie i oraz na kierunku szukanego przemieszczenia;
 - F_1, l_1 - odpowiednio - przekrój i długość prętów kratownicy według rys. 7a;
 - n_1, n_2, n_3, n_4 - liczba prętów pasa górnego, dolnego, krzyżulców i słupków.

Metoda odkształceniowa Buchmana i Tylera [6]

W założeniach tej metody w odniesieniu do schematu A - kratownicy przyjmuje się, że obciążenie jest przekazane na konstrukcję pomocniczą za pomocą tylko dwóch przepon poprzecznych CB_1 , przy pominięciu przepon CB_2 i CB_3 /rys. 8/.

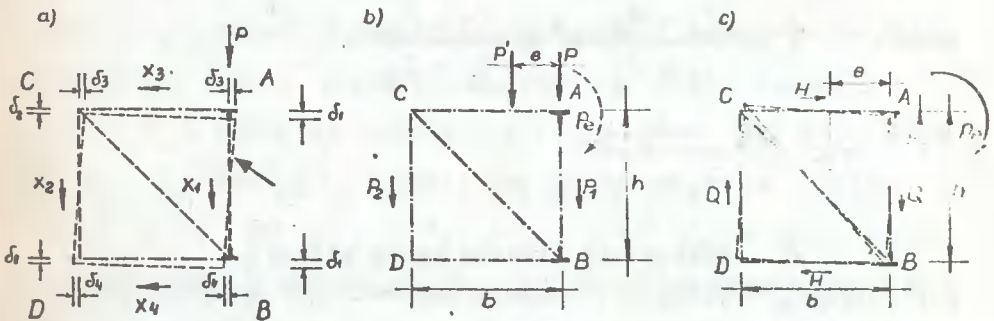


Rys. 8

Założenie to jest uzasadnione tym, że rozstaw kół wózka suwnicy jest równy w przybliżeniu długości jednego przedziału kratownicy, oraz że wózek ustawiony jest w środku rozpiętości, w pobliżu którego pracują bezpośrednio tylko dwa zastrzały. Założenie to oparto na wcześniejszej analizie badanego ustroju prętowego jako wielokrotnie statycznie niewyznaczalnej ramy. Na tej podstawie otrzymano wyniki stwierdzające, że oddziaływanie prętów CB_2 i CB_3 jest bardzo małe i dla celów praktyki projektowej można je pominąć.

Na rys. 9a przedstawiono przekrój poprzeczny dźwigara mostu suwnicy w części, która przy przyłożeniu obciążenia P ulega zarówno pionowemu jak i poziomemu przemieszczeniu, a także skręceniu /przy czym zostaje zachowany pierwotny kształt przekroju prostokątnego/. Przyjmuje się zatem sztywny obrót przekroju poprzecznego wywołany działającym obciążeniem.

Uważa się, że każde z obciążeń kratownic pionowych lub poziomych spowoduje odpowiednie ugięcie w swojej własnej płaszczyźnie. Obciążenie P działające na szynę może być zastąpione równą mu siłą P' działającą równoległe w stosunku do P w odległości „ e ” od niego wraz z momentem $P \cdot e$ skręcającym dźwigar /rys. 9b/.



Rys. 9

Wielkość „ e ” ma taką wartość, że obciążenie P powoduje powstanie równych pionowych ugięć kraty głównej i pomocniczej. Wykorzystując zasadę superpozycji można oddzielnie określić wielkość obciążenia przenieszonego na kratę główną i na kratę pomocniczą spowodowaną obciążeniem P i momentem skręcającym $M_g = P \cdot e$.

Wielkość obciążenia krat składowych wywołana działaniem siły P' można określić według wzoru

$$P_1 = P \frac{J_1}{J_1 + J_2}$$

$$P_2 = P \frac{J_2}{J_1 + J_2}$$

/5/

Natomiast obciążenie krat składowych wywołane działaniem momentu skręcającego $P \cdot e$ /rys. 9c/ określają wzory /6/

$$Q = \frac{M_B \cdot e \cdot J_1}{D_0} = \frac{P \cdot e^2 \cdot J_1}{\frac{J_1 \cdot J_2}{J_1 + J_2} b^2 + \frac{J_3 \cdot J_4}{J_3 + J_4} h^2}$$

/6/

$$H = \frac{M_B \cdot h_1 \cdot J_3}{D_0} = \frac{P \cdot e \cdot h_1 \cdot J_3}{\frac{J_1 \cdot J_2}{J_1 + J_2} b^2 + \frac{J_3 \cdot J_4}{J_3 + J_4} h^2}$$

$$X_1 = Q_1 = P_1 + Q ; \quad X_2 = Q_2 = P_2 - Q$$

gdzie: $D_0 = \frac{J_1 \cdot J_2}{J_1 + J_2} b^2 + \frac{J_3 \cdot J_4}{J_3 + J_4} h^2$

oraz $e = \frac{J}{J_1 + J_2} b$

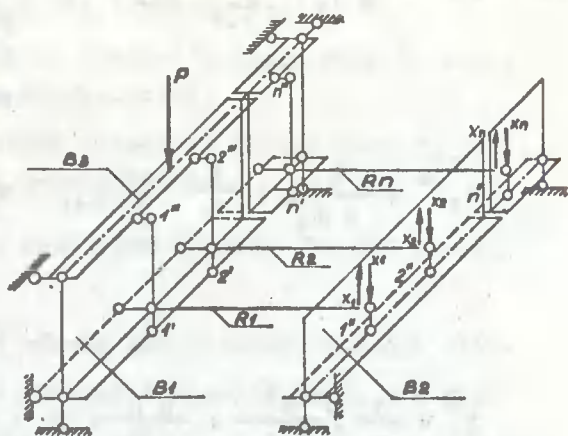
- P - obciążenie pionowe kraty głównej;
- J_1, J_2, J_3, J_4 - zastępcze momenty bezwładności kratownic;
- e, h_1 - współrzędne środka obrotu przekroju poprzecznego dźwigara /rys. 9/;
- b, h - szerokość i wysokość dźwigara kratowego;
- Q, H - obciążenie kraty głównej i pomocniczej wywołane działaniem momentu skręcającego $P \cdot e$.

Metoda Ch. A. Winokurskiego

Podana metoda [4] oparta jest na analizie odkształceń elementów konstrukcji i dotyczy mostów suwnicowych o przekroju otwartym /schemat B/. Schemat obliczeniowy ustala się wyodrębniając z konstrukcji tzw. ramy poprzeczne łączące dźwigar główny z pomocniczym. Ramy poprzeczne R utworzone są ze słupków dźwigara głów-

nego i prętów wiatrownicy dolnej /rys. 10/.

Pas górny dźwigara głównego B_1 oznaczono symbolem B_3 , dźwigar pomocniczy symbolem B_2 . Obciążenie zewnętrzne /siła P / pochodzące od nacisku kół bieżowych wózka suwnicy działa w płaszczyźnie belki B_1 .



Rys. 10

Celem wyznaczenia oddziaływania ustroju $B_1 - B_3$

na kratę B_2 wywołanego działaniem obciążenia zewnętrznego P / przecina się myślowo rozważaną konstrukcję między ramami R_1, R_2, \dots, R_n i belką B_2 , przykładając niewiadome siły oddziaływania $X_1 - X_n$. Następnie określa się przemieszczenia punktów $/1', 1'', 1''', / / 2', 2'', 2''', / / n', n'', n''', /$ w których ramy R_1 są połączone z belkami B_1, B_2, B_3 / wywołane niewiadomymi siłami oddziaływania $X_1 - X_n$ belki B_2 na dźwigar $B_1 - B_3$ za pośrednictwem układu ram poprzecznych R_1 .

Z kolei określa się przemieszczenia tych samych punktów wywołane działaniem obciążenia zewnętrznego P przyłożonego w płaszczyźnie ustroju $B_1 - B_3$. Punktem wyjścia będzie równanie zgodności odkształceń składowych belek i ram.

Na przykład dla punktu $1''$ ramy R_1 równanie to przyjmie postać $/7/$

$$y_1^{II} + y_1^{II_d} + y_1^I = y_1^R$$

$/7/$

gdzie: $y_1^{II} = \frac{1}{E J_2} \sum_{i=1}^n y_{1i} \cdot X_i$ - oznacza przemieszczenie punktu 1" belki B_2 wywołane działaniem układu sił $X_1 \div X_n$.

$y_1^{II_d} = \frac{1}{E J_3} \cdot \frac{b}{h} \sum_{i=1}^n y_{1i} \cdot X_i$ - oznacza wartość przemieszczenia punktu 1''' belki B_3 wywołanego działaniem układu sił $X_1 \div X_n$

$y_1^R = \frac{1}{E} \left[\frac{b^3}{3 J_R} + \frac{b^2 h}{3 J_S} \right] X_1$ - oznacza wartość przemieszczenia punktu 1" ramy poprzecznej R_1 wywołane działaniem siły X_1 /w punkcie 1" ramy R przykładamy siłę jednostkową $P = 1/$

$y_1^I = \frac{1}{E J_1} \sum_{i=1}^n y_{1i} \cdot X_i$ - oznacza wartość przemieszczenia punktu 1' belki B_1 wywołanego działaniem układu sił $X_1 \div X_n$

$y_{1p}^R = \frac{1}{E J_1} \sum_{i=1}^n y_{1i} \cdot P$ - oznacza wartość przemieszczenia punktu 1" ramy R_1 wywołanego działaniem obciążenia zewnętrznego /P/ przyłożonego w płaszczyźnie belki B_1 .

$$\sum_{i=1}^n y_{1i} X_i = y_{11} X_1 + y_{12} X_2 + \dots + y_{1n} X_n$$

$$\sum_{i=1}^n y_{ip} = y_{1p} + y_{2p} + \dots + y_{ip} + \dots + y_{np}$$

/8/

J_1, J_2, J_3 - momenty bezwładności oddzielnych belek B_1, B_2, B_3 względem własnych osi bezwładności;

J_r - moment bezwładności przekroju rygla ramy R_1 względem własnej osi bezwładności;

J_s - moment bezwładności przekroju słupka ramy R_1 względem własnej osi bezwładności.

Podobnie ustala się równania zgodności odkształceń dla pozostałych ram poprzecznych.

Otrzymany w ten sposób układ równań kanonicznych określa przestrzenną współpracę dźwigara głównego z pomocniczym. Dla konstrukcji złożonej z n -ram poprzecznych układ równań kanonicznych dla omawianego mostu typu otwartego będzie miał po odpowiednich przekształceniach postać /9/.

$$y_{1i} \cdot X_1 + \frac{k_r \cdot \beta}{\alpha} X_1 = \frac{k_1}{\alpha} y_{1p}$$

$$y_{2i} \cdot X_1 + \frac{k_r \cdot \beta}{\alpha} X_2 = \frac{k_1}{\alpha} y_{2p}$$

..... /9/

$$\sum y_{ni} \cdot X_1 + \frac{k_r \cdot \beta}{\alpha} X_n = \frac{k_1}{\alpha} y_{np}$$

gdzie: $\frac{k_r \cdot \beta}{\alpha} X_1$ - oznacza wartość przemieszczenia punktu „1” wywołanego deformacją samej ramy poprzecznej R_1 .

W równaniu /9/ przyjęto następujące oznaczenia:

$$k_1 = \frac{J_1}{J_1}; \quad k_2 = \frac{J_1}{J_2}; \quad k_3 = \frac{J_1}{J_3}; \quad k_r = \frac{J_1}{J_r}$$

/9a/

$$\lambda = \frac{b}{h}; \quad r = \frac{h}{b} \frac{J_r}{J_s}; \quad \beta = \frac{b^3}{3} / 1 + r/$$

$$\alpha = k_1 + k_2 + \lambda^2 k_3$$

Z równań /9/ otrzymuje się poszukiwane wielkości $X_1 \div X_n$, stanowiące wartości sił przenoszonych za pośrednictwem ram poprzecznych na kratę pomocniczą B_2 . Siły te obciążają kratę pomocniczą B_2 , odciążając równocześnie belkę B_1 .

Dla przypadku mostu typu zamkniętego /typ A i C/, w którym dźwigar główny jest połączony z pomocniczym za pomocą dwóch krat poziomych /wiatrownicy górnej i dolnej/ wyprowadzone związki znajdują również zastosowanie z tą jednak różnicą, że pomija się wpływ odkształceń ram poprzecznych /człon $\frac{k_r \beta}{\alpha} X_1$ / jako niewielki w porównaniu z odkształceniami obu dźwigarów. Należy wówczas wprowadzić zastępcze momenty bezwładności poszczególnych kratownic /wzory 1/.

Równanie dla mostu typu zamkniętego przyjmie postać

$$\sum y_{ni} X_i = \frac{k_1}{\alpha} y_{np}$$

Jeżeli sposób oparcia kratownic jest różny - np. pionowe są swobodnie podparte, a poziome zamocowane w czołownicach - jak to ma powszechnie miejsce, wówczas przy powyższym założeniu możemy napisać

$$X_1 = \frac{P}{\alpha / u /}$$

na kratownicę pomocniczą / Q_2 / i główną / Q_1 / przypada obciążenie

$$X_2 = Q_2$$

$$Q_1 = P - Q_2$$

$$\alpha / u / = k_1 + k_2 + \lambda^2 / \xi_3 k_3 + \xi_4 k_4 /$$

$$\xi_3 = \frac{1 + 4 \cdot \beta_3}{4 / 1 + \beta_3 /} ;$$

$$\xi_4 = \frac{1 + \beta_4}{4 / 1 + \beta_4 /}$$

$$\beta_3 = \frac{\mu \cdot J_3 \cdot b_0}{1 \cdot J_{cz}}$$

$$\beta_4 = \frac{\mu \cdot J_4 \cdot b_0}{1 \cdot J_{cz}}$$

gdzie: $\mathcal{L}^{/u/}$, f_3 , f_4 - współczynniki ;

β_3 , β_4 - stosunek liniowej sztywności kratowego tężnika górnego i dolnego do sztywności ozołownicy;

J_{cz} , b_0 - moment bezwładności ozołownicy i rozstaw dźwigarów głównych

Przykłady przytoczone przez niektórych autorów wskazują, że przy ruchu obciążonego wózka zachodzi odkształcenie poziome toru suwnicowego ułożonego na pasach górnych kratownicy głównej. Jeżeli z kolei wózek jest nieruchomy, to wówczas przy podnoszeniu ciężaru tor mostu nie ulega zmianie, tzn. w tym wypadku wózek staje się podporą dla poziomych kratownic górnych, co równoznaczne jest z wprowadzeniem dla tych belek dodatkowych dwóch węzłów w przęśle. W tym wypadku dźwigar górny B_3 nie uczestniczy w pracy i obciążenie P rozkłada się między dźwigarami B_1 , B_2 i B_4

$$\mathcal{L}_d^{/u/} = k_1 + k_2 + \lambda^2 \cdot f_4 \cdot k_4$$

Istnieje szereg innych metod obliczeniowych uwzględniających współpracę przestrzenną układu, do których należy zaliczyć metodę Gofmana [8], Boota [5], dźwigarów składowych [9] oraz podane między innymi w pracach [10].

W oparciu o metodę odkształceń programy na EBC pozwalają na rozwiązanie badanej konstrukcji jako ustroju wielokrotnie statycznie niewyznaczalnego w sposób ścisły.

Cechą wspólną wspomnianych metod obliczenia przestrzennych konstrukcji prętowych w układzie dźwigar główny i pomocniczy, jest założenie nieskończenie sztywnych stężeń poprzecznych i ukośnych w pracy dźwigarów /schemat A, B i C/. Zwiększenie sztywności prętów wykratowania poprzecznego i ukośnego wpływa na zmniejszenie wartości sił wewnętrznych w badanych przekrojach kraty głównej, a zatem zwiększenie wartości sił w przekrojach prętów kraty pomocniczej.

Przykłady liczbowe

W tabelicy 1. podano pomocnicze wartości liczbowe dotyczące trzech schematów mostowych /typ A, B i C/, dla których przeprowadzono analizę obliczeniową wpływu przestrzenności na sztywność konstrukcji według podanych metod przybliżonych.

Uproszczony sposób obliczeń mostu typu D i E uwzględnia przestrzenność ustroju jedynie od wpływu obciążeń poziomych, przyjmując układ jako ramę płaską, natomiast od obciążeń pionowych dźwigar główny traktowany jest jako belka swobodnie podparta w czołownikach. W dalszych punktach pracy 1.2.2. do 1.2.3. podano dokładne metody obliczeń rozpatrywanych pięciu typów mostów.

Konstrukcję zwymiarowano metodą naprężeń granicznych, przy czym wyznaczono wartości statyczne metodą najniekorzystniejszych kojarzeń [11] przyjmując współczynniki dynamiczne według wytycznych CBKM [12].

Zestawienie wartości pomocniczych do wyznaczenia wpływu przestrzenności mostów typu A, B, C

Tablica 1.

Typ mostu	J 10 ⁶ cm ⁴	Współczynniki pomocnicze	Wartości wymiarowe m	Dane ogólne	
1	2	3	4	5	
A	J ₁ = 1,975	k ₁ = 1	α' = 9,520	h = 2,335	Q = 30,5 T
	J ₂ = 0,414	k ₂ = 4,78	α'' = 8,830	b = 1,60	L = 30,0 m
	J ₃ = 0,446	k ₃ = 4,43	α'/u' = 7,515	b ₀ = 2,50	P = 9,70 T
	J ₄ = 0,248	k ₄ = 7,98	α'/u'' = 8,170	a = 3,0	H _p = 1,0 T
	J _r = 0,00001	k _r = 197500	α ₀ = 11,63	n = 3,75	K = 2100 kg/cm ²
	J _s = 0,0002	e ₃ = 0,316	α ₁ = 2,170	l _s = 2,80	J ₂ /J ₁ = 1/4,78
	J _{y/cz} = 0,331	e ₄ = 0,288	α ₁ ' = 1,555	α = 33°24'	J ₂ /J ₁ = 1/6,9 x/
	-	β ₃ = 0,0956	α/u' = 0,483	λ = 0,686	St3SY
	-	β ₄ = 0,0533	α/u'' = 0,393	-	J _r /L 50 . 50 . 5/
	-	r = 0,0835	α/u' = 6,86	-	J _s /2 L 60. 60. 10/
-	β = 1,41	α/u' = 5,56	-		
B	J ₁ = 1,981	k ₁ = 1	α ₀ = 12,14	h = 1,60	Q = 30/5 T
	J ₂ = 0,251	k ₂ = 7,90	α ₁ = 1,60	b = 1,60	L = 30,0 m
	J ₃ = 0,238	k ₃ = 4,20	α/u' = 1,10	b ₀ = 2,50	P = 9,70 T
	J ₄ = 0,338	k ₄ = 2,96	α' = 7,94	a = 3,0	H _p = 1,0 T
	J _r = 0,010	α/u' = 6,13	e ₄ = 0,388	n = 2,75	K = 2100 kg/cm ²
	J _{y/cz} = 0,107	α _d = 6,13	β ₃ = 0,225	λ = 1,0	J ₂ /J ₁ = 1/7,9
C	J ₁ = 1,3951	k ₁ = 1	α' = 6,40	h = 1,92	Q = 30/5 T
	J ₂ = 0,2961	k ₂ = 4,70	e ₃ = 0,426	b = 1,60	L = 30,0 m
	J ₃ = 0,425	k ₃ = 2,36	e ₄ = 0,400	b ₀ = 2,50	P = 9,70 T
	J ₄ = 0,344	k ₄ = 2,91	β ₃ = 0,307	a = 3,0	H _p = 1,0 T
	J _r = 0,0029	α/u' = 0,321	β ₄ = 0,248	n = 2,50	K = 2100 kg/cm ²
	J _{y/cz} = 0,098	α/u' = 5,186	α ₀ = 8,05	λ = 0,835	J ₂ /J ₁ = 1/4,7
-	α _d = 1,28	α/u' = 6,50	-	-	

x/ Dla porównania wielkości rozkładu obciążenia w zależności od sztywności dźwigara głównego i pomocniczego przyjęto przykładowo stosunek J₂/J₁ = 1/6,9.

Oznaczenia współczynników	Metody obliczeniowe
$\alpha_1 = \frac{J_1 \cdot J_2 / J_3 + J_4 /}{J_3 \cdot J_4 / J_1 + J_2 /} \quad \alpha'_1 - \text{dla } J_2/J_1 = 1/6,9$	Gofman
$\alpha_{\uparrow}^{/u/} - \text{jak } \alpha_1 \text{ lecz ze zwiększoną sztywnością } J_3 \text{ i } J_4$	Gofman
$\alpha_{\uparrow}^{/u/' } - \text{jak } \alpha_{\uparrow}^{/u/} \text{ dla } J_2/J_1 = 1/6,9$	Gofman
$\alpha_0 = k_1 + k_2 + \lambda^2 / k_3 + k_4 / \quad \alpha'_0 - \text{dla } J_2/J_1 = 1/6,9$	Winokurski
$\alpha' = k_1 + k_2 + \lambda^2 k_4 \quad \alpha'' - \text{dla } J_2/J_1 = 1/6,9$	Winokurski
$\alpha^{/u/} = k_1 + k_2 + \lambda^2 / \int_3 k_3 + \int_4 k_4 /$ $\alpha^{/u/' } - \text{dla } J_2/J_1 = 1/6,9$	Winokurski
$\alpha_d^{/u/} = k_1 + k_2 + \int_4 \lambda^2 k_4 ; \alpha_d^{/u/' } - \text{dla } J_2/J_1 = 1/6,9$	metoda sił

Wyniki obliczeniowe rozkładu obciążeń na dźwigar główny / Q_1 / i pomocniczy / Q_2 / z uwzględnieniem przestrzenności ustroju

Tablica 2.

Typ mostu	Obciążenie	Metoda obliczeń					J_2/J_1	
		Buchmann-Tyler	Dźwigarów składowych	Gofman	Winokurski	Metoda sił z dodatk. podporami		
T		32	18	13	29			
A	Q_2	/1,030/	/1,030/	/0,840/	/0,831/	/1,015/	1:4,78	
		-	-	1,380	1,165	1,410		
	Q_1	/0,650/	/0,840/	/0,720/	/0,937/	1,100	1:6,9	
		-	-	1,015	1,380	1,740		
		/8,670/	/8,697/	/8,860/	/8,869/	/8,575/		1:4,78
		-	-	8,320	8,535	8,280		
	/9,050/	/8,860/	/8,980/	/8,730/	/8,600/	1:6,9		
	-	-	8,550	8,320	7,960			
B	Q_2	/0,415/	-	/0,505/	/0,800/	/1,220/	1:7,9	
		-	-	0,520	1,580	1,580		
	Q_1	/9,285/	-	/9,195/	/8,900/	/8,480/		
		-	-	9,180	8,120	8,120		
C	Q_2	/1,389/	-	/0,896/	/1,200/	/1,520/	1:4,7	
		-	-	1,385	1,650	1,870		
	Q_1	/8,311/	-	/8,904/	/8,500/	/8,180/		
		-	-	8,315	8,050	7,830		

Wartości podane w nawiasach /tablica 2/ dotyczą wielkości obciążeń Q_1 i Q_2 obliczonych przy uwzględnieniu swobodnego podparcia poziomych kratownic w czołowicach, natomiast bez nawiasów z uwzględnieniem ich zamocowań / $P = 9,7 T$ /.

Obciążenie przypadające na kratownicę główną i pomocniczą mostu typu A rozpatrzono dla dwóch różnych stosunków momentów bezwładności

$$\frac{J_2}{J_1} = \frac{1}{4,78} \quad \text{i} \quad \frac{J_2}{J_1} = \frac{1}{6,9}$$

Z danych zamieszczonych w tabelicy 2 wynika, że im większa jest sztywność kratownicy pomocniczej J_2 tym większy jest jej udział w przeniesieniu obciążeń pionowych.

Wyniki ugięć teoretycznych układu płaskiego z uwzględnieniem współpracy przestrzennej konstrukcji pięciu typów mostów

Tabelica 3.

Typ mostu	Ugięcie w cm				Sztywność %		J_2/J_1
	f_0	/P/ f_1	/P/ f_2	/H/ f_1	/P/ n_s	/H/ n_s	
A /rys.1/	3,45	3,15	1,235	-	12	17	1:4,78
B /rys.2/	2,58	2,37	0,85	-	8	13	1:7,9
C /rys.3/	3,48	3,11	1,87	-	11	22	1:4,7
D /rys.4/	3,54	-	-	1,25	-	25	-
E /rys.5/	3,116	-	-	0,890	-	25	-

Wzrost sztywności pionowej mostu w porównaniu z układem płaskim określamy jako stosunek odpowiednich sił lub ugięć

$$\frac{/P/}{n_s} = \frac{Q_1}{P} ; \quad \frac{/H/}{n_s} = \frac{Q_3}{H_p} \quad /10/$$

Obciążenie poziome Q_3 przekazujące się na dźwigar główny w wyniku uwzględnienia przestrzennej pracy konstrukcji możemy określić wzorem

$$Q_3 = /1 - \frac{\lambda^2 k_3}{\alpha_0} / H_p - \text{dla mostu typu otwartego /B/}$$

$$Q_3 = \frac{H_p}{2} /1 + \frac{J_3}{J_3 + J_4} / - \text{dla mostu typu zamkniętego /A, C/}$$

Dla dźwigarów skrzynkowych /typ D i E/ wzrost sztywności poziomej wyraża zależność

$$n_{s1}^{\frac{H}{P}} = \frac{f_0^{\frac{H}{P}} \cdot 100}{f_1^{\frac{H}{P}}} \quad /11/$$

gdzie: H_p - pozioma siła skupiona od ciężaru wózka z obciążeniem przyłożonym w pasie górnym dźwigara;

$n_s^{\frac{P}{H}}$, $n_s^{\frac{H}{H}}$, $n_{s1}^{\frac{H}{H}}$ - sztywność pionowa i pozioma mostu;

$f_0^{\frac{H}{P}}$ - teoretyczne ugięcie poziome jak dla ustroju płaskiego od obciążenia ruchomego;

$f_1^{\frac{H}{P}}$ - teoretyczne ugięcie poziome obliczone z uwzględnieniem przestrzenności;

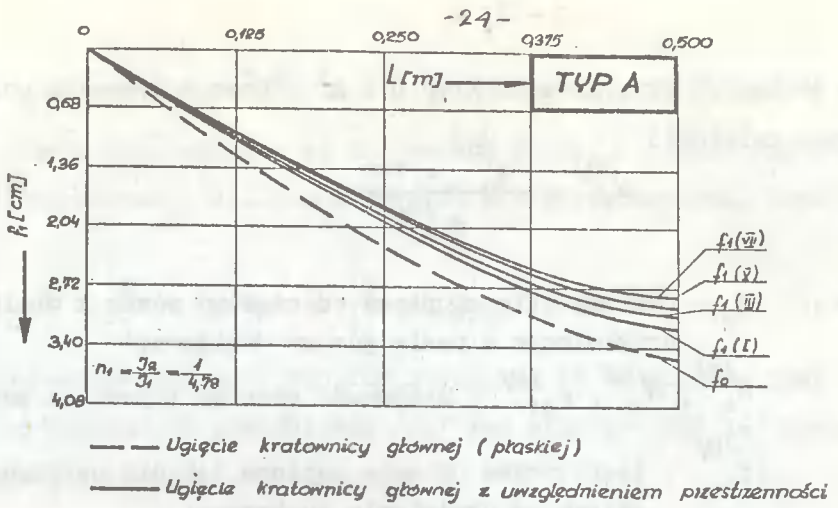
λ , k_3 , α_0 - oznaczenia jak we wzorach /9/.

W tabelicy 2 podano wyniki przeliczeń uzyskane w wyniku zastosowania kilku metod i sposobów obliczeniowych. Na ich podstawie dochodzi się do wniosku, że szczególnie zbliżone są do siebie wyniki uzyskane przy zastosowaniu metody Winokurskiego i metody sił, natomiast dalsze rezultaty obliczeń teoretycznych wykazują rozbieżności.

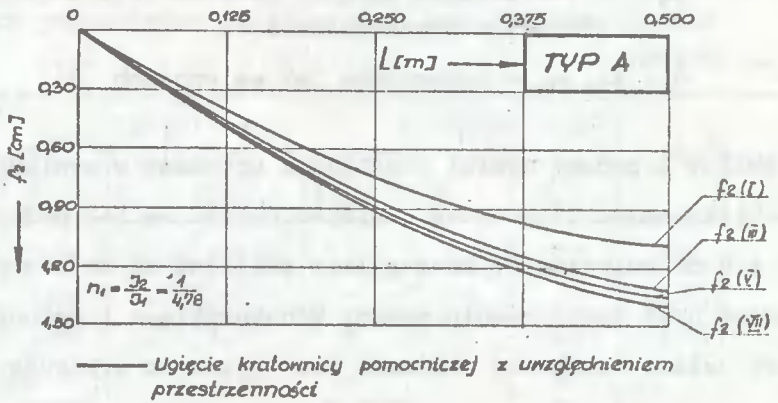
Przeprowadzone badania eksperymentalne na modelach pozwoliły na porównanie wyników teoretycznych z rzeczywistymi.

W tabelicy 3 zestawiono wartości ugięć teoretycznych pięciu typów mostów z uwzględnieniem przestrzenności układu.

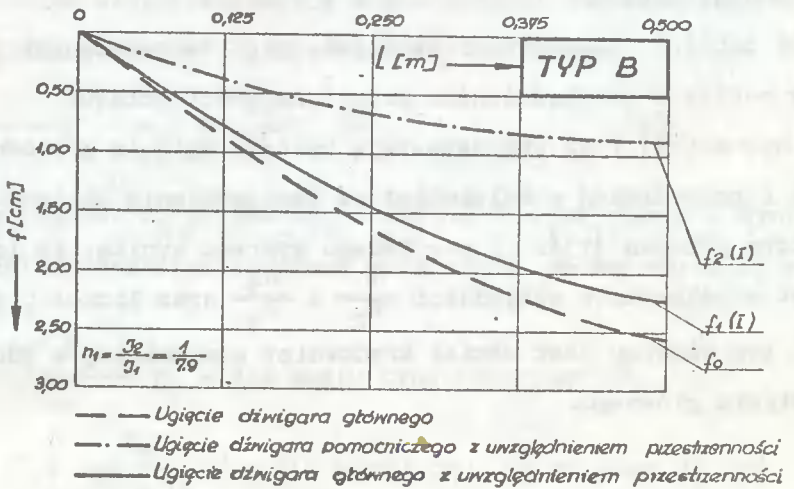
Rysunki 11 i 12 przedstawiają wykresy ugięcia kratownicy głównej i pomocniczej w zależności od uwzględnienia obliczeniowego liczby przepon [13]. Z powyższego wykresu wynika, że im większy jest współczynnik sztywności $\frac{1}{k_2} = \frac{J_2}{J_1}$ oraz liczba przepon /rys. 6/, tym większy jest udział kratownicy pomocniczej w odciążeniu dźwigara głównego.



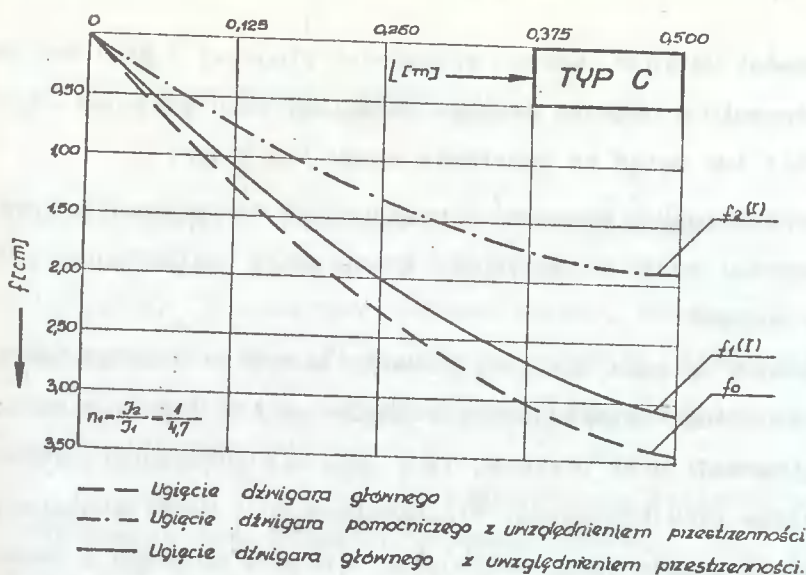
Rys. 11.



Rys. 12



Rys. 13

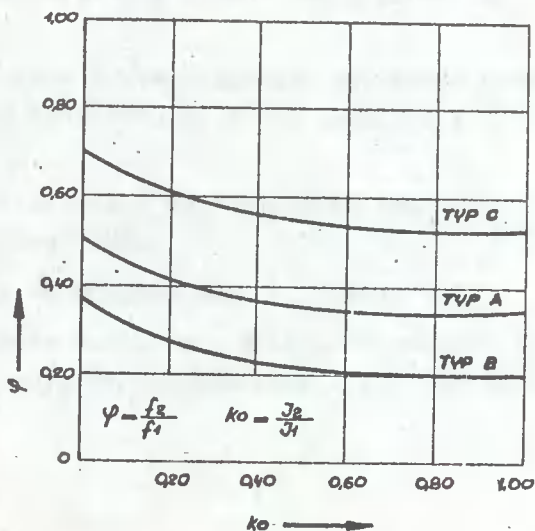


Rys. 14.

Na rysunkach 13 i 14 przedstawiono krzywą ugięć dźwigara głównego i pomocniczego z uwzględnieniem przestrzenności mostu /typ B i C/

Rysunek 15 przedstawia wykres zależności ugięcia dźwigara pomocniczego od głównego dla trzech rozpatrywanych typów mostów.

Analizując wykresy rys. 11 i 12 możemy zauważyć, że uwzględnienie w obliczeniach trzech przepon w środkowej strefie rozpiętości jest dostatecznie wystarczające do określenia przestrzen-



Rys. 15.

nej sztywności ustroju. Wzrost sztywności pionowej i poziomej mostu w porównaniu z układem płaskim określamy jako stosunek odpowiadających sił lub ugięć na podstawie wzoru $/10 \div 11/$.

Z przeprowadzonych rozważań teoretycznych dotyczących wpływu przestrzenności mostu na sztywność konstrukcji wynikają następujące ogólne wnioski:

- zmniejszenie ugięcia dźwigara głównego w wyniku uwzględnienia przestrzenności kształtuje się w granicach 11% /tj. wzrost sztywności pionowej/ oraz poziomej $13 \div 25\%$, dla powszechnie stosowanych mostów typu kratowego, blachownicowego i bezprzekątniowego dla ogólnie przyjmowanej sztywności dźwigara głównego i pomocniczego w zakresie

$$n_1 = \frac{J_2}{J_1} = \frac{1}{4,5} \div \frac{1}{9} .$$

- Dla mostów typu skrzynkowego /D i E/ zmniejszenie ugięć poziomych wynosi $\sim 25\%$.

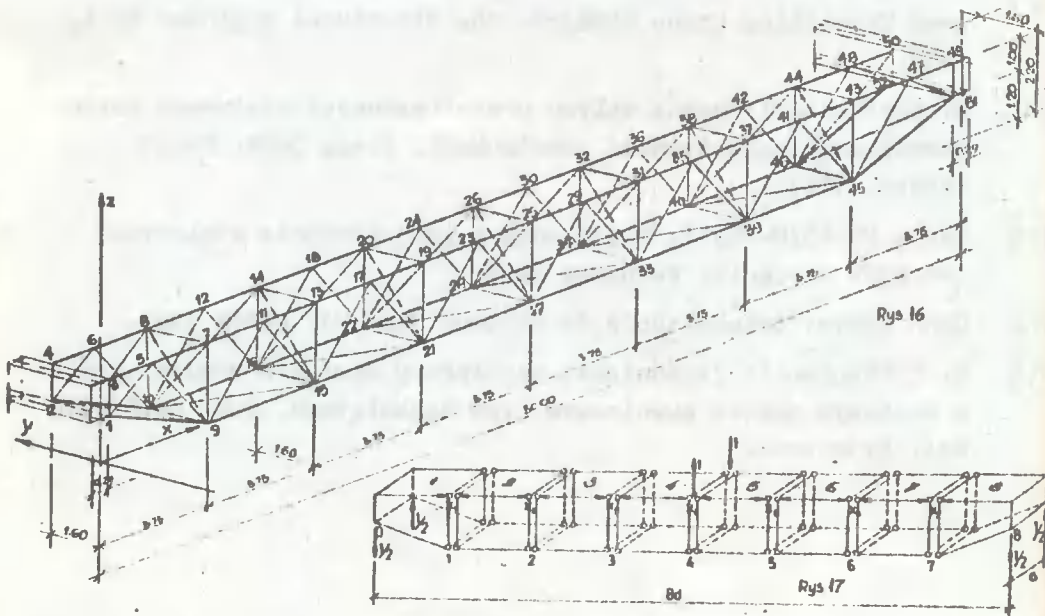
Literatura /do pkt. 1.2.1. /

- [1] Laboratorium L.P.J. Badania eksperymentalne Len.Inst.Przem. Leningrad 1962.
- [2] W. Bogucki: Budownictwo stalowe. Arkady, Warszawa 1965.
- [3] N.S. Strelecki: Metalliczeskije konstrukciji. Stroizdat 1965.
- [4] Ch.A.Winokurski: Rasczet prostranstwiennykh kranowych mostow. Maszgiz. Moskwa 1948.
- [5] M.M. Gochberg: Metalliczeskije konstrukciji podiemno transportnykh maszin. Izd. Maszin., Leningrad 1969.
- [6] Buchmann i Tyler: Structural design of steelworts cranes, Journal of the Iron and Steel Instituts, London, april 1958.
- [7] Madsen: Raport of Crane Girden Tests. Iron and Steel Engineer Nr 11, 1941.
- [8] G.P. Gofman: Teoreticzeskije izuczenie roboty nekotorykh prostranstwiennykh system. Stahlk., Leningrad 1939.
- [9] E. Lightfoot, N. Jackson: Static Stresses in Electric Overhead Travelling Crane Girders. The Structural Engineer Nr 1, 1957.
- [10] E. Lubieniecki: Ocena wpływu przestrzenności stalowego mostu suwnicowego na sztywność konstrukcji. Praca dokt. Polit. Szczec. 1967.
- [11] Norma PN-65/M-06516: Obliczenie i projektowanie stalowych ustrojów dźwignic, Warszawa 1966.
- [12] CBKM Bytom: Dokumentacja do uruchomienia PJ. Bytom 1962.
- [13] E. Lubieniecki: Zagadnienie współpracy dźwigara pomocniczego w kratowym moście suwnicowym typu zamkniętego. Z.N. Nr 1/1970 WSI, Bydgoszcz.

1.2.2. Zastosowanie teorii zastępczych cienkościennych belek skrzynkowych o złączach przegubowych i podatnych przeponach do obliczania kratownic

Most suwnicowy można rozpatrywać jako kratową belkę z przeponami. Zagadnienie przestrzennej pracy kratowego ustroju poddanego działaniu momentu skręcającego można rozwiązać za pomocą teorii cienkościennych belek skrzynkowych /rys. 16/. Przejście od systemu prętowego do cienkościennego można łatwo osiągnąć przez zamianę prętów kratownicy energetycznie równoważnymi /ekwiwalentnymi/ ściankami /rys. 17/.

Teorię konstrukcji cienkościennych można zastosować wówczas jeśli pręty kratownicy i poprzecznice oraz połączenie segmentów przedstawia ramy ze sztywnymi węzłami. Taka zamiana prętowej konstrukcji na cienkościenną pozwala obliczyć ustrój niezależnie od systemu skratowania, co przyspiesza jej rozwiązanie. Szczegółowe obliczenie belki omówiono w punkcie 1.3.



Przy zamianie konstrukcji prętowej na cienkościenną wprowadza się pojęcie energetycznie równoważnej ścianki [1], [2]. Oznacza to ściankę, w której skupiamy energię potencjalną równoważną energii rozciągania krzyżulca lub zginania ramy przy jednym i tym samym obciążeniu.

Energia ścianki prostokątnej /segmenty pośrednie krat pionowych i segmenty krat poziomych/ - przy oznaczeniu na rys. 18

$$U_1 = \frac{1}{2} q^2 \frac{ab}{Gt} \quad /12/$$

$$U_2 = \frac{1}{2} N^2 \frac{1}{EF} = \frac{1}{2} q^2 \frac{1^3}{EF} \quad /13/$$

gdzie: $q = \frac{P}{b}$ - strumień sił stycznych T/m ;

a, b - długości rzutu ścianki na oś x i y ;

t, l - grubość ścianki i długość krzyżulca;

N - siła osiowa w krzyżulcu;

F - powierzchnia przekroju poprzecznego krzyżulca

J_a, J_b - momenty bezwładności prętów;

natomiast energia ramy prostokątnej /rys. 18/

$$U_3 = \frac{1}{2} \int \frac{1}{EJ} \int M^2 /x/ dx = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{3} M_n^2 / \frac{2a}{E_a J_a} + \frac{2b}{E_b J_b} / \right] =$$
$$= \frac{1}{2} q^2 \frac{a^2 b^2}{24} / \frac{a}{E_a J_a} + \frac{b}{E_b J_b} / \quad /14/$$

gdzie ekstremalna wartość momentu w narożu wynosi

$$M_n = \frac{Pa}{4} = \frac{gab}{4}$$

Zastępczą sztywność na odkształcenie postaciowe wykratowania

otrzymujemy z równań /12/ i /13/ z przyrównania $U_1 = U_2$

$$\frac{1}{2} \frac{q^2 ab}{Gt} = \frac{1}{2} \frac{q^2 l^3}{EF}$$

skąd wynikają sztywności zastępczych ścianek prostokątnych

$$Gt_1 = \frac{EF ab}{l^3} = \frac{EF ab}{\sqrt{a^2 + b^2}^3} \quad /15/$$

Sztywność ścianki zastępczej odpowiadającej ramie wynika z warunku

$$U_1 = U_2 = U_3$$

Podstawiając /12/ i /14/ mamy

$$\frac{q^2}{2} \frac{ab}{Gt} = \frac{q^2}{2} \frac{l^3}{EF} = \frac{q^2}{2} \frac{a^2 b^2}{24} / \frac{a}{E_a J_a} + \frac{b}{E_b J_b} /$$

$$\text{skąd} \quad Gt_2 = \frac{24}{ab / \frac{a}{E_a J_a} + \frac{b}{E_b J_b}} \quad /16/$$

Zastępcza sztywność ścianki na odkształcenia postaciowe

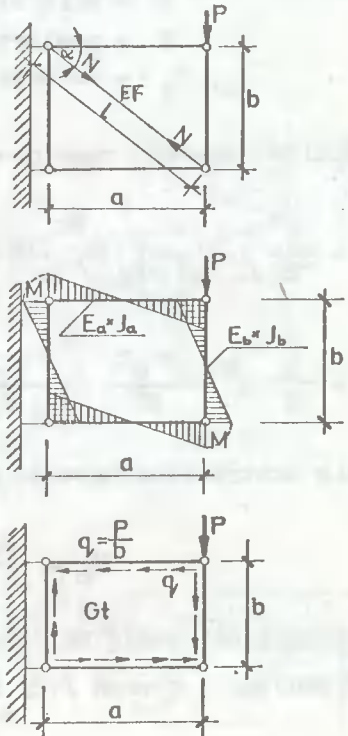
$$/Gt/_0 = Gt$$

Wstawiając moduł odkształcenia postaciowego /G/, można zamienić sztywność krzyżulców, słupków lub ram na zastępczą sztywność ścianek pracujących tylko na ścinanie.

Energia ścianki trapezowej

/rys. 19/

$$U_{1t} = \frac{q^2 a}{2Gt} \frac{b_1 + b}{2} \quad /17/$$



Rys. 18

Energia ramy trapezowej

$$U_{3t} = \frac{1}{2} \int \frac{1}{EJ} M^2 dx =$$

$$= \frac{1}{192} q^2 a^2 / b_1 + b_1 / \frac{a}{E_a J_a} + \frac{b_1 + b}{2 E_b J_b} / \quad /18/$$

Zastępczą sztywność na odkształcenie postaciowe otrzymujemy z równań /17/ i /13/ przez przyrównanie

$$U_{1t} = U_2$$

$$\frac{q^2 b^2 / b + b_1 /}{4Gt b_1^2} = \frac{q^2 l^3}{2EF}$$

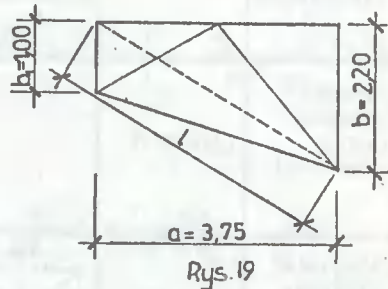
po przekształceniu otrzymamy wzór na sztywność ścianki trapezowej /przypodporowej/ zastępującej krzyżulce

$$Gt_1 = \frac{1/b_1 /^2 / b + b_1 / EF}{2 l^3} \quad /19/$$

$$M = \frac{qa/b + b_1 /}{8}$$

Sztywność ścianki równoważnej odpowiadającej ramie trapezowej

$$U_{1t} = U_2 = U_{3t}$$

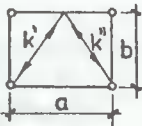
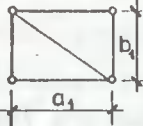
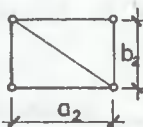


$$\frac{q^2 / b_1 /^2 / b + b_1 /}{4Gt_1} = \frac{q^2 l^3}{2EF} = \frac{1}{192} q^2 a^2 / b + b_1 / \frac{a}{E_a J_a} + \frac{b + b_1}{2 E_b J_b} /$$

$$Gt_{2t} = \frac{48 / b_1 /^2}{a^2 / b + b_1 / \frac{a}{E_a J_a} + \frac{b + b_1}{2 E_b J_b}} \quad /20/$$

Zestawienie zastępczych sztywności prętów kratownicy.

TABLICA 4

ELEMENT	PROFIL	PRZEKRÓJ	POWIERZCHNIA (cm ²)	STOSUNEK SZTYWNOŚCI „ k ”	ZASTĘPCZA SZTYWNOŚĆ „ G ”
Pas kraty główny dolny i górny	\top \perp	\varnothing 250x15 \varnothing 350x10 \varnothing SD-65 \varnothing 300x10 \varnothing 200x15	$\left. \begin{matrix} 117,4 \\ 60,0 \end{matrix} \right\} F_{sr} = 88,7$	1	
Słupek kraty główny	2 \top 60x60x10		22	$\frac{22}{88,7} = 0,248$	
Krzyżulec kraty główny i pomocniczej			$K' = 34,4$ $k'' = 18,0$ $\bar{s}r. = 26,2$	$\frac{26,2}{88,7} = 0,295$	$(Gt)_1 = \frac{EF_0}{k} \cdot \frac{5855}{k}$ $(Gt)_2 = \frac{EF_0}{19,847}$
Słupek stężenia (kraty poziomej)	\perp 50x50x5		4,8	$\frac{4,8}{88,7} = 0,054$	
Krzyżulec stężenia (kraty poziomej)	L 75x75x8		11,5	$\frac{11,5}{88,7} = 0,129$	$(Gt)_2 = \frac{EF_0}{k} \cdot \frac{11,295}{k}$ $= \frac{EF_0}{87,558}$
Przekątna przepony poprzecznej	L 75x75x8		11,5	$\frac{11,5}{88,7} = 0,129$	$(Gt)_3 = \frac{EF_0}{k} \cdot \frac{5,719}{k}$ $= \frac{EF_0}{44,333}$

Po podstawieniu do wzoru na sumaryczną energię potencjalną poszczególnych energii

$$U = U_{\text{pas}} + U_{\text{śc}} + U_{\text{przep}} \quad /21/$$

oraz po scałkowaniu i odpowiednich przekształceń równania będą miały postać

$$\begin{aligned} X_{n-2} \delta_{n,n-2} + X_{n-1} \delta_{n,n-1} + X_n \delta_{n,n} + X_{n+1} \delta_{n,n+1} + X_{n+2} \delta_{n,n+2} + \\ + 4_{np} = 0 \end{aligned} \quad /22/$$

Współczynniki równań kanonicznych metody sił dla segmentów prostokątnych i trapezowych

$$\delta_{nn} = \frac{8d}{3EF} + \frac{1}{d} \left[\frac{a}{Gt_a} + \frac{b}{Gt_b} \right] + \frac{3ab}{2d^2 Gt_1}$$

$$\delta_{22} = \delta_{33} = \delta_{44} = \delta_{55} = \delta_{66}$$

$$\delta_{11} = \delta_{77} = \frac{8d}{3EF} + \frac{1}{d} \left[\frac{a}{Gt_2} + \frac{0,5/b + b_1/}{Gt_1} \right] + \frac{3a \cdot 0,5/b + b_1/}{2d^2 Gt_3} \quad /23/$$

Współczynnik $\delta_{n,n+1}$

$$\delta_{n,n+1} = \frac{2d}{3EF} - \frac{1}{2d} \left[\frac{a}{Gt_2} + \frac{b}{Gt_1} \right] - \frac{ab}{d^2 Gt_3} \quad /24/$$

$$\delta_{23} = \delta_{32} = \delta_{34} = \delta_{43} = \delta_{45} = \delta_{54}$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = \delta_{76} = \delta_{67} = \frac{2d}{3EF} - \frac{1}{2d} \left[\frac{a}{Gt_2} + \frac{0,5/b + b_1/}{Gt_1} \right]$$

$$- \frac{a \cdot 0,5/b + b_1/}{d Gt_3} \quad /25/$$

Współczynniki $\delta_{n,n+2}$

$$\delta_{n,n+2} = \frac{ab}{4d^2 Gt_3} \quad /26/$$

$$\delta_{24} = \delta_{42} = \delta_{35} = \delta_{53} = \delta_{46} = \delta_{64}$$

$$\delta_{13} = \frac{a \cdot 0,5 / b + b_1 /}{4d^2 Gt_3} \quad /27/$$

$$\delta_{13} = \delta_{31} = \delta_{75} = \delta_{67}$$

Współczynniki δ_{11} i δ_{77} dla nieskończenie sztywnych przepon skrajnych /przy czołownicach/

$$\delta_{11} = \frac{8d}{3EF} + \frac{1}{d} \left[\frac{a}{Gt_2} + \frac{0,5/b + b_1 /}{Gt_1} \right] + \frac{5a \cdot 0,5 / b + b_1 /}{4d^2 Gt_3} \quad /28/$$

$$\delta_{11} = \delta_{77}$$

Wartości liczbowe współczynników równań podano w tabelicy 5.

gdzie: $Gt_b = Gt_1$ - zastępcza sztywność krzyżulców kraty głównej;

$Gt_a = Gt_2$ - zastępcza sztywność kraty poziomej;

$Gt_p = Gt_3$ - zastępcza sztywność przepony;

d - długość przedziału.

Współczynniki wyrazów wolnych przy założeniu wszystkich przepon o jednakowej sztywności /wariant I/

$$\Delta_{1p} = \Delta_{7p} = \frac{M_o^k}{4d Gt_3} \quad /29/$$

$M_o^k = \frac{a}{2}$ - z uwagi na symetrię momenty podporowe będą jednakowe /rys. 17/

$$\Delta_{2p} = \Delta_{6p} = 0$$

$$\Delta_{3p} = \Delta_{5p} = \frac{2 M_o^k}{4d Gt_3} \quad /30/$$

$$\Delta_{4p} = \frac{M_o^k}{ab} / \frac{a}{Gt_2} - \frac{b}{Gt_1} / - \frac{M_o^k}{d Gt_3}$$

$$\frac{a}{Gt_2} = \frac{a_n}{Gt_{nII}} + \frac{a_n}{Gt_{nIV}}$$

$$\frac{b}{Gt_1} = \frac{b_n}{Gt_{nI}} + \frac{b_n}{Gt_{nIII}}$$

gdzie: pierwszy indeks podaje numer segmentu, natomiast drugi numer ścianki / i = I, II, III, IV/.

Rysunek dźwigara skrzynkowego odpowiadający przedmiotowemu obliczeniu podano w pkt. 1.3. pracy /rys. 39/.

Mając wartości nadliczbowe można wyznaczyć siły ścinające q^0 we wszystkich segmentach kratownicy oraz stężeń i przepon a następnie siły w prętach. W danym przykładzie ograniczono się do wyznaczenia sił i naprężeń w najbardziej obciążonej czwartej przeponie.

Siły ścinające od obciążenia zewnętrznego [3][4]

$$q_4^0 = \frac{M_{n-1}^s - M_n^s}{2ab} = - \frac{M^s}{2ab} = - \frac{1}{2b} \quad /31/$$

$$M_s = 1 \cdot a$$

największe siły ścinające

$$q_4 = \frac{1}{2d_3} /x_4 - x_3/ - \frac{1}{2d_4} /x_5 - x_4/ + q_4^0 \quad /32/$$

W tabelicy 5. podano układy równań kanonicznych oraz maksymalne naprężenia w krzyżulcu kraty głównej. Przyjęto dwa warianty obliczeniowe:

- kratownica o wszystkich przeponach odkształcalnych /wariant I/
- kratownica o przeponach skrajnych nieskończenie sztywnych, a pozostałych odkształcalnych /wariant II/.

Równanie	Wariant I. Gt. przepon jednakowa dla wszystkich przepon							
	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	$4ip$
1	56,507	- 26,932	2,017	0	0	0	0	- 2,364
2	-26,932	75,647	- 33,098	2,744	0	0	0	0
3	2,017	- 33,098	75,647	- 33,098	2,774	0	0	4,729
4	0	2,774	- 33,098	75,647	- 33,098	2,774	0	- 31,372
5	0	0	2,774	- 33,098	75,647	- 33,098	2,017	4,729
6	0	0	0	2,774	- 33,098	75,647	- 26,932	0
7	0	0	0	0	2,017	- 26,932	56,507	- 2,364

$$x_1 = x_7 = 0,0897; \quad x_2 = x_6 = 0,1193; \quad x_3 = x_5 = 0,2523; \quad x_4 = 0,6267$$

$$\varepsilon_4 = -\frac{1}{2 \cdot 375} / 0,6267 - 0,2523 / -\frac{1}{2 \cdot 375} / 0,2523 - 0,6267 - \frac{1}{2 \cdot 220} = - 0,00127 \text{ 1/cm}$$

siła w krzyżulcu kraty głównej /rys. 16/

$$K_{24,28} = - 0,00127 \cdot 289 \cdot 9700 = - 3560 \text{ kG}$$

$$\sigma = \frac{3560}{34,4} = 103,49 \text{ kG/cm}^2; \quad n = \frac{103,49}{2100} \cdot 100\% = 4,93\%$$

Równanie	Wariant II. Gt. przepon skrajnych = ∞							
	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	$4ip$
1	62,812	- 26,932	2,017	0	0	0	0	0
2	- 26,932	75,647	- 33,098	2,774	0	0	0	0
3	2,017	- 33,098	75,647	- 33,098	2,774	0	0	4,729
4	0	2,774	- 33,098	75,647	- 33,098	2,774	0	- 31,372
5	0	0	2,774	- 33,098	75,647	- 33,098	2,017	4,729
6	0	0	0	2,774	- 33,098	75,647	- 26,932	0
7	0	0	0	0	2,017	- 26,932	62,812	0

$$x_1 = x_7 = 0,0323; \quad x_2 = x_6 = 0,0932; \quad x_3 = x_5 = 0,2384; \quad x_4 = 0,6165$$

$$\varepsilon_4 = \frac{1}{2 \cdot 375} / 0,6165 - 0,2384 / -\frac{1}{2 \cdot 375} / 0,2384 - 0,6165 / -\frac{1}{2 \cdot 220} = 0,00126 \text{ 1/cm}$$

siła w krzyżulcu kraty głównej

$$K_{24,28} = - 0,00126 \cdot 289 \cdot 9700 = - 3544 \text{ kG}$$

$$\sigma = \frac{3544}{34,4} = 103,04 \text{ kG/cm}^2; \quad n = 4,91\%$$

Wnioski

Metoda zastępczych dźwigarów skrzynkowych o złączach krawędziowych przegubowych i przeponach odkształcalnych /uproszczona teoria bimomentów II rodzaju/ pozwala na wyznaczenie sił w poszczególnych prętach od skręcania konstrukcji. Rozpatrując kratowy dźwigar jako cienkościenną belkę skrzynkową wyznaczamy niewiadome siły samorównoważne X /stanowiące bimoment II rodzaju/, na podstawie których możemy określić naprężenia w poszczególnych prętach kratownicy przestrzennej.

Dla podanego przykładowo krzyżulca w miejscu działania momentu skręcającego maksymalne naprężenie wynosi około 5% naprężeń granicznych. Jest to wartość stosunkowo nieduża, którą należy jednak uwzględnić w ścisłych obliczeniach kratownicy. Na rysunku 20 przedstawiono wykres zależności w stosunku do usytuowania prze-

pon od podpory. Z wy-

kresu wynika, że naj-

większe siły X_n wy-

stępują w miejscu

działania momentu

skręcającego. Bliższą

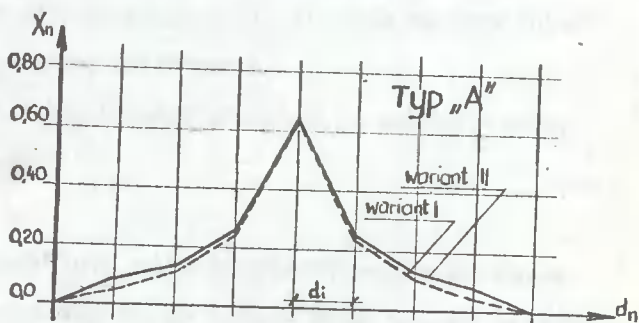
analizę przebiegu li-

ni wykresu omówiono

w pkt. 1.3. dotyczą-

cego cienkościennych

belek skrzynkowych.



Rys. 20

Literatura /do pktu 1.2.2./

- [1] A.G. Immerman: Rasczet peregruzocznych mostow na kruczenie
Isl.M.St. konstr., Moskwa 1952.
- [2] A.A. Umanski: Stroitelnaja mehanika samoleta, Moskwa 1961.
- [3] A.M. Wasilenko: Rasczet prostranstwennych ferm kranowych
konstrukcji na kruczenie. Izd.Ak. N. U.CCP, Kiew 1951.
- [4] S. Zieliński: Praca magisterska, Wydział B.L. Politechniki
Gdańskiej 1958.



1.2.3. Wariant-obliczanie dźwigarów kratowych jako tarczownic.

Kratowy dźwigar mostu suwnicowego można rozpatrywać również według metody F. Stüssiego [1] [2] .

Kratownicę traktuje się nadal jako układ przestrzenny z przegubowymi węzłami. Taka kratownica przestrzenna jest statycznie wyznaczalna, jeżeli trzy warunki równowagi składowych $X = 0$, $Y = 0$, $Z = 0$, dla każdego z punktów węzłowych „k” są wystarczające do obliczenia „s” niewiadomych sił w prętach i „a” niewiadomych wielkości podporowych.

Znany warunek statycznej wyznaczalności jest następujący:

$$s + a = 3k$$

Stopień statycznej niewyznaczalności kratownic

$$s + a - 3k$$

Kratownica mostowa składa się z „f” płaskich tarcz, wobec czego dla każdej tarczy można napisać trzy warunki równowagi płaszczyzny. Oprócz wielkości podporowych „a” niewiadome są liczby „l” sił krawędziowych L występujące w poszczególnych tarczach na wspólnych krawędziach przeciwnie do siebie skierowane.

Przestrzenna kratownica jest układem statycznie wyznaczalnym, jeśli spełniony jest warunek

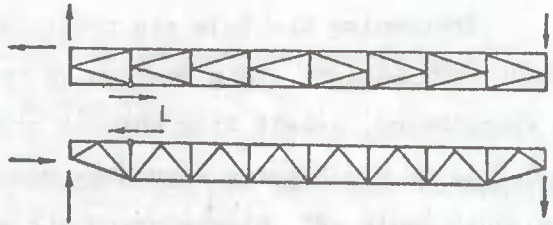
$$l + a = 3f$$

W układzie statycznie wyznaczalnym siły krawędziowe nie są zależne od sposobu rozłożenia poszczególnych tarcz; mogą to być płaskie układy nośne, tak statycznie wyznaczalne jak i statycznie niewyznaczalne. Dlatego też należy odróżniać statyczną wyznaczalność układu od statycznej wyznaczalności całej konstrukcji nośnej.

Jeżeli na krawędzi stykają się dwie statycznie wyznaczalne płaskie tarcze kratownicy, wówczas otrzymujemy siły w prętach wspólnego pasa z superpozycji odpowiednich sił prętowych obydwu tarcz poje-

dynczych. Jest więc obojętnym, w którym punkcie węzłowym pręta krawędziowego przyłożona jest siła krawędziowa L /rys.21/.

W założeniach obliczeniowych tej metody przyjmuje się, że poszczególne płaskie tarcze, z których składa się konstrukcja przestrzenna, mogą przejmować jedynie si-

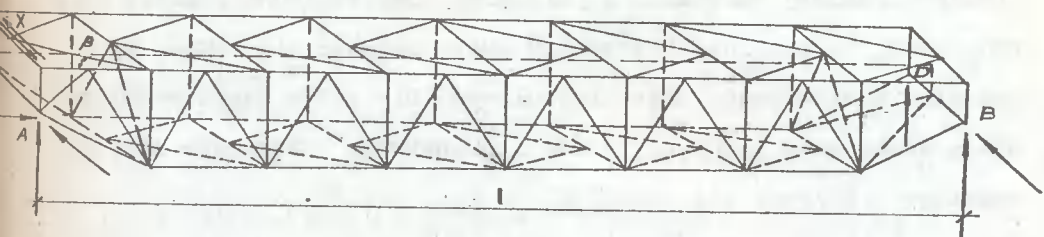


Rys.21

ły, które działają w płaszczyźnie tarczy. Dla przestrzennych kratownic z przegubowymi węzłami jest to zawarte w założeniu przegubowych punktów węzłowych. Dla kratownic przestrzennych także uzasadnione jest pominięcie oporu skręcania prętów, ponieważ kąty skręcania poszczególnych prętów występujące przy odkształceniu całej kratownicy są tak małe, że odpowiednie opory skręcania nie mają wpływu na układ sił całej kratownicy. W przeciwieństwie do tego zawsze jest możliwe obliczenie z odkształceń całej kratownicy odpowiednich naprężeń wtórnych w poszczególnych prętach z ich skręcania, tak samo, jak jest możliwe przy założeniu przegubowych punktów węzłowych obliczenie odkształceń tarczy dźwigara z odpowiednich „normalnych” naprężeń wtórnych.

Rozpatrzenie ogólne mostu suwnicowego

Kratowy most suwnicowy w postaci dwóch pionowych i dwóch poziomych kratownic wewnętrznie statycznie wyznaczalnych z dwoma stężeniami poprzecznymi znajdującymi się w płaszczyźnie pierwszego słupka pośredniego, dla przyjętego układu najprostszego podparcia, jest jednokrotnie statycznie niewyznaczalny /rys. 22/.



Rys. 22

Odnosnie wyboru statycznie wyznaczalnego układu podstawowego istnieje szereg możliwości. Przykładowo, gdyby wprowadzić pionową siłę podporową jako wielkość nadliczbowa, wówczas spełniony byłby warunek statycznej wyznaczalności

$$l + a = 3f$$

Taki jednak układ podstawowy różniłby się od układu rzeczywistego ustroju i dlatego bardziej celowym będzie utworzenie układu podstawowego przez rozcięcie pręta poziomej górnej kratownicy bezpośrednio obok stężenia poprzecznego. Jako wielkość nadliczbowa X występuje reakcja zniesionego połączenia /rys. 22/. Taki sam dokładnie układ podstawowy powstałby również przez zwolnienie połączenia krzyżulca stężenia poprzecznego.

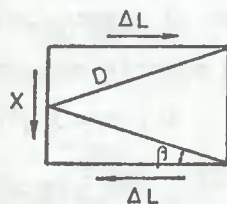
Na skutek $X = 1$ powstają w górnej kratownicy siły krzyżulcowe D /rys. 23/

$$D = + \frac{1}{2} \sin \beta \quad /33/$$

które powodują powstawanie sił krawędziowych ΔL

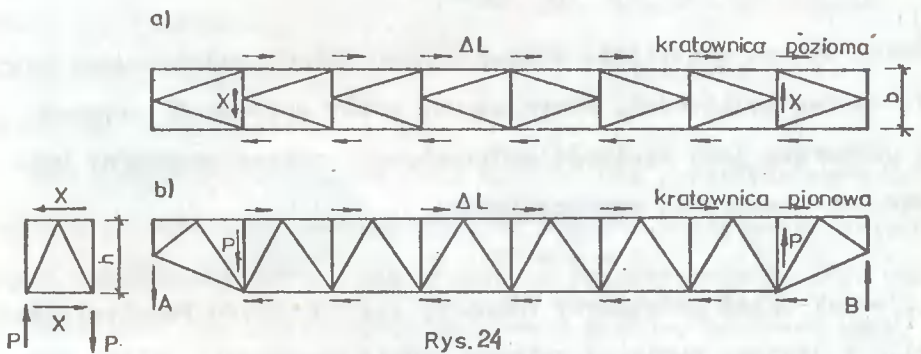
$$\Delta L = D \cdot \cos \beta = \frac{1}{2} \sin \beta \cos \beta = \frac{1}{4} \sin 2\beta$$

$$\text{lub } \Delta L = \frac{X}{\frac{1}{2} \operatorname{tg} \beta} \quad /34/$$



Rys. 23

działających na punkty węzłowe dźwigara pionowego. Ponieważ wskutek nadliczbowej wartości X nie mogą powstać żadne poziome siły podporowe, to w dolnej kratownicy muszą pojawić się równe, lecz przeciwnie skierowane siły krzyżulcowe D , a tym samym w dolnym pasie kratownicy pionowej równe, i przeciwnie skierowane siły kra-
wędziowe ΔL /rys. 24/.



Rys. 24

Z równowagi układu sił stężenia poprzecznego otrzymujemy

$$X \cdot h = P \cdot b \quad \text{czyli} \quad P = X \cdot \frac{h}{b}$$

Stężenia poprzeczne podparte w płaszczyźnie pierwszego pośredniego słupka kratownicy pionowej przekazują swoje reakcje podporowe P jako obciążenie dźwigara pionowego. Z równania momentów względem punktu B wyznaczono dla kratownicy pionowej przy „ n ” polach tarcz reakcje podporowe

$$A \cdot n = P /n-1/ + /n-2/ \Delta L \cdot h - P \cdot 1$$

ponieważ

$$P = X \frac{h}{b} ; \quad \Delta L = \frac{X}{2 \operatorname{tg} \beta} ; \quad \text{gdzie} \quad \operatorname{tg} \beta = \frac{b}{2}$$

czyli

$$\Delta L = \frac{X}{b}$$

więc

$$A \cdot n = X \cdot \frac{h}{b} \cdot n - X \frac{h}{b} + X \frac{h}{b} \cdot n - 2 X \frac{h}{b} - X \frac{h}{b}$$

$$A = X \frac{h}{b} \cdot 2n - 4 X \frac{h}{b}$$

$$A = - B = D = - C = X \frac{h}{b} \cdot \frac{2 \sqrt{n-2}}{n} \quad /35/$$

W ten sposób ustalone zostały podstawy do obliczenia tej jednokrotnie statycznie niewyznaczalnej kratownicy przestrzennej.

Wielkość nadliczbową X można wyznaczyć wg metody sił z równania

$$a_{11} \cdot X_1 + a_{10} = 0 \quad /36/$$

gdzie wielkości przesunięć a_{ik} wynoszą

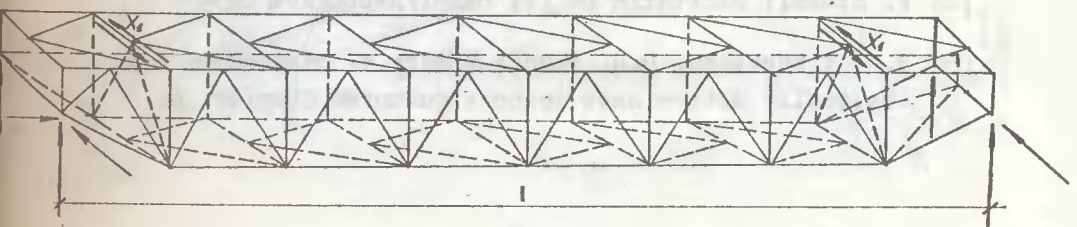
$$a_{11} = \frac{1}{EA} \sum N_1^2 \cdot l$$

$$a_{10} = \frac{1}{EA} \sum N_1 \cdot N_p \cdot l$$

$$X = - \frac{\sum N_1 N_p l}{\sum N_1^2 l} \quad /37/$$

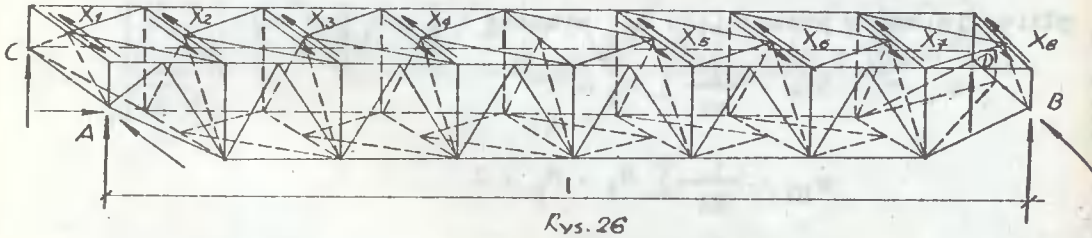
Z wyżej analizowanego układu sił można wyciągnąć wniosek, że nadliczbowa wielkość X i tym samym przestrzenne działanie sił może wystąpić tylko przy antymetrycznym obciążeniu skręcającym.

Przypadek adekwatny dla dowolnego obciążenia zewnętrznego zachodzi gdy kratownica oprócz czterech pionowych posiada także cztery poziome reakcje podporowe. Kratownica wg poniższego rysunku /rys.25/ jest dwukrotnie statycznie niewyznaczalna.



Rys. 25

Wskutek $X_2 = 1$ występują siły prętowe w dolnej kratownicy poziomej i tym samym również w dolnych pasach dźwigarów pionowych, tak że przy dowolnym obciążeniu zewnętrznym muszą wystąpić wielkości nadliczbowe X_1 i X_2 . Jeżeli przyjmiemy kilka stężeń poprzecznych, to dla każdego z nich można przypisać trzy dodatkowe warunki równowagi płaszczyzny, co w połączeniu z czterema niewiadomymi siłami krawędziowymi n-krotność statycznej niewyznaczalności dla każdego stężenia pośredniego podwyższy o jeden. Na rysunku 26 przedstawiono układ 8-krotnie statycznie niewyznaczalny odpowiadający kratownicy suwnicowej typu A.



Obliczenia są jednakże pracochłonne, szczególnie, gdy wchodzi w rachubę znaczna ilość prętów.

Literatura /do pkt. 1.2.3./

- [1] F. Stüssi: "Ausgewählte Kapitel aus der Theorie des Brückenbaues. Schleicher-Taschenbuch für Bauingenieure 1955"
- [2] F. Stüssi: "Baustatik Bd II, Basel/Stuttgart 1954"
- [3] S.P. Timoszenko, D.H. Young: "Theory of Structures 1965. Statically determinate space structures Chapter 4."

1.2.4. Praca przestrzenna kratownicy o węzłach sztywnych - wstępnie sprężonej /wykorzystanie gotowego programu STRAINS 71KM3B/

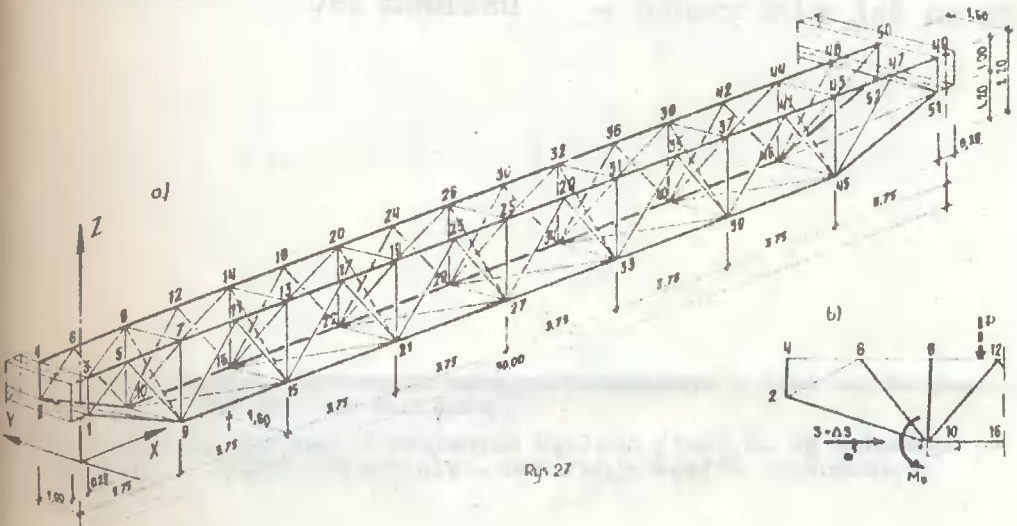
Celem porównania wielkości przemieszczeń uzyskanych na drodze obliczeń przybliżonych podanych w rozdziale 1.2.1. oraz według teorii zastępczej cienkościennej belki skrzynkowej /1.2.2./, przeprowadzono obliczenia w sposób ścisły posługując się programem STRAINS 71KM3B udostępnionym autorowi w Bydgoskim Przedsiębiorstwie Informatyki Przemysł. Bud. "ETOB".

Rozpatrzono kratownicę przedstawioną na rys. 27 dla czterech wariantów obliczeń:

1. I schemat - zwiększony moment bezwładności wszystkich przępon 10-krotnie /pręt ukośny 2L 50 x 50 x 5 $J_x = 22 \text{ cm}^4$.
· 10 = 220 cm^4 /.
2. II schemat - z uwzględnieniem wszystkich przępon.
3. III schemat - z dwoma przęponami skrajnymi i środkową.
4. IV schemat - z wyłączeniem przępon pośrednich.

Przyjęto obciążenie od nacisku kół wózka dwóch sił $P=9,7 \text{ T}$ /100% P/ ustawionych w przedziale środkowym dźwigara głównego dla kratownicy niesprężonej.

W tabelicy 6 podano sumeryczne ugięcia od siły sprężającej i przyrostu sił sprężających $S + \Delta S = 98,06 \text{ T}$ i momentu sprężającego $M_S = 33,93 \text{ Tm}$.

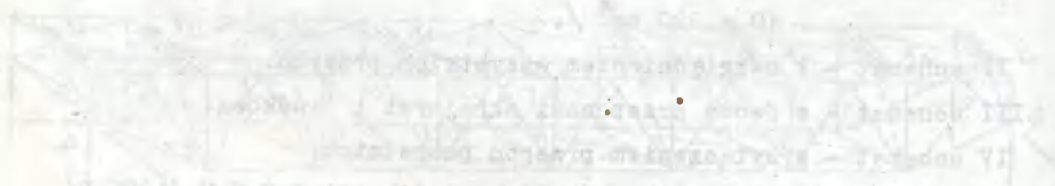


W tym celu należy wykonać następujące czynności:

1. Należy wyznaczyć siły wewnętrzne w poszczególnych przędlach.
2. Należy wyznaczyć siły zewnętrzne działające na konstrukcję.
3. Należy wyznaczyć siły reakcyjne w podporach.
4. Należy wyznaczyć siły osiowe w poszczególnych przędlach.
5. Należy wyznaczyć siły poprzeczne w poszczególnych przędlach.
6. Należy wyznaczyć siły momentowe w poszczególnych przędlach.
7. Należy wyznaczyć siły normalne w poszczególnych przędlach.
8. Należy wyznaczyć siły ścinające w poszczególnych przędlach.
9. Należy wyznaczyć siły zginające w poszczególnych przędlach.
10. Należy wyznaczyć siły rozciągające w poszczególnych przędlach.
11. Należy wyznaczyć siły ściskające w poszczególnych przędlach.
12. Należy wyznaczyć siły przemieszczenia w poszczególnych przędlach.
13. Należy wyznaczyć siły odkształcenia w poszczególnych przędlach.
14. Należy wyznaczyć siły naprężenia w poszczególnych przędlach.
15. Należy wyznaczyć siły odkształcenia w poszczególnych przędlach.
16. Należy wyznaczyć siły naprężenia w poszczególnych przędlach.
17. Należy wyznaczyć siły odkształcenia w poszczególnych przędlach.
18. Należy wyznaczyć siły naprężenia w poszczególnych przędlach.
19. Należy wyznaczyć siły odkształcenia w poszczególnych przędlach.
20. Należy wyznaczyć siły naprężenia w poszczególnych przędlach.

W tym celu należy wykonać następujące czynności:

1. Należy wyznaczyć siły wewnętrzne w poszczególnych przędlach.
2. Należy wyznaczyć siły zewnętrzne działające na konstrukcję.
3. Należy wyznaczyć siły reakcyjne w podporach.
4. Należy wyznaczyć siły osiowe w poszczególnych przędlach.
5. Należy wyznaczyć siły poprzeczne w poszczególnych przędlach.
6. Należy wyznaczyć siły momentowe w poszczególnych przędlach.
7. Należy wyznaczyć siły normalne w poszczególnych przędlach.
8. Należy wyznaczyć siły ścinające w poszczególnych przędlach.
9. Należy wyznaczyć siły zginające w poszczególnych przędlach.
10. Należy wyznaczyć siły rozciągające w poszczególnych przędlach.
11. Należy wyznaczyć siły ściskające w poszczególnych przędlach.
12. Należy wyznaczyć siły przemieszczenia w poszczególnych przędlach.
13. Należy wyznaczyć siły odkształcenia w poszczególnych przędlach.
14. Należy wyznaczyć siły naprężenia w poszczególnych przędlach.
15. Należy wyznaczyć siły odkształcenia w poszczególnych przędlach.
16. Należy wyznaczyć siły naprężenia w poszczególnych przędlach.
17. Należy wyznaczyć siły odkształcenia w poszczególnych przędlach.
18. Należy wyznaczyć siły naprężenia w poszczególnych przędlach.
19. Należy wyznaczyć siły odkształcenia w poszczególnych przędlach.
20. Należy wyznaczyć siły naprężenia w poszczególnych przędlach.

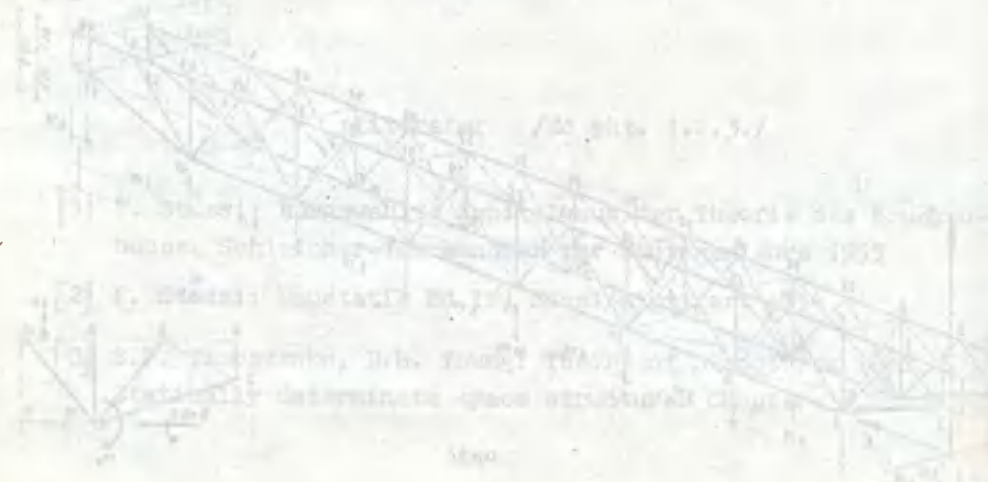


W tym celu należy wykonać następujące czynności:

1. Należy wyznaczyć siły wewnętrzne w poszczególnych przędlach.
2. Należy wyznaczyć siły zewnętrzne działające na konstrukcję.
3. Należy wyznaczyć siły reakcyjne w podporach.
4. Należy wyznaczyć siły osiowe w poszczególnych przędlach.
5. Należy wyznaczyć siły poprzeczne w poszczególnych przędlach.
6. Należy wyznaczyć siły momentowe w poszczególnych przędlach.
7. Należy wyznaczyć siły normalne w poszczególnych przędlach.
8. Należy wyznaczyć siły ścinające w poszczególnych przędlach.
9. Należy wyznaczyć siły zginające w poszczególnych przędlach.
10. Należy wyznaczyć siły rozciągające w poszczególnych przędlach.
11. Należy wyznaczyć siły ściskające w poszczególnych przędlach.
12. Należy wyznaczyć siły przemieszczenia w poszczególnych przędlach.
13. Należy wyznaczyć siły odkształcenia w poszczególnych przędlach.
14. Należy wyznaczyć siły naprężenia w poszczególnych przędlach.
15. Należy wyznaczyć siły odkształcenia w poszczególnych przędlach.
16. Należy wyznaczyć siły naprężenia w poszczególnych przędlach.
17. Należy wyznaczyć siły odkształcenia w poszczególnych przędlach.
18. Należy wyznaczyć siły naprężenia w poszczególnych przędlach.
19. Należy wyznaczyć siły odkształcenia w poszczególnych przędlach.
20. Należy wyznaczyć siły naprężenia w poszczególnych przędlach.

W tym celu należy wykonać następujące czynności:

1. Należy wyznaczyć siły wewnętrzne w poszczególnych przędlach.
2. Należy wyznaczyć siły zewnętrzne działające na konstrukcję.
3. Należy wyznaczyć siły reakcyjne w podporach.
4. Należy wyznaczyć siły osiowe w poszczególnych przędlach.
5. Należy wyznaczyć siły poprzeczne w poszczególnych przędlach.
6. Należy wyznaczyć siły momentowe w poszczególnych przędlach.
7. Należy wyznaczyć siły normalne w poszczególnych przędlach.
8. Należy wyznaczyć siły ścinające w poszczególnych przędlach.
9. Należy wyznaczyć siły zginające w poszczególnych przędlach.
10. Należy wyznaczyć siły rozciągające w poszczególnych przędlach.
11. Należy wyznaczyć siły ściskające w poszczególnych przędlach.
12. Należy wyznaczyć siły przemieszczenia w poszczególnych przędlach.
13. Należy wyznaczyć siły odkształcenia w poszczególnych przędlach.
14. Należy wyznaczyć siły naprężenia w poszczególnych przędlach.
15. Należy wyznaczyć siły odkształcenia w poszczególnych przędlach.
16. Należy wyznaczyć siły naprężenia w poszczególnych przędlach.
17. Należy wyznaczyć siły odkształcenia w poszczególnych przędlach.
18. Należy wyznaczyć siły naprężenia w poszczególnych przędlach.
19. Należy wyznaczyć siły odkształcenia w poszczególnych przędlach.
20. Należy wyznaczyć siły naprężenia w poszczególnych przędlach.



Przemieszczenia pionowe u_z kratownicy przestrzennej

/cztery warianty obliczeń - schemat I, II, III i IV/

Tablica 6.

Krata	Nr węzła	Schemat	u_z [cm]			
			$P = 9,7$ [T]	$S + 4S = 98,06$ [T]	$M^{1/3} = 33,93$ [Tm]	$\Sigma = 4+5+6$
1	2	3	4	5	6	7
	1	I	0	0	0	0
		II	0	0	0	0
	2	III	0	0	0	0
		IV	0	0	0	0
	3 /6/	I	0,445	- 0,485	- 0,158	- 0,198
		II	0,445	- 0,484	- 0,157	- 0,196
		III	0,446	- 0,477	- 0,160	- 0,201
		IV	0,473	- 0,515	- 0,168	- 0,048
	4 /8/	I	0,899	- 1,150	- 0,331	- 0,582
		II	0,900	- 1,147	- 0,331	- 0,578
		III	0,902	- 1,150	- 0,336	- 0,584
		IV	0,958	- 1,207	- 0,351	- 0,100
	5 /10/	I	0,904	- 1,164	- 0,328	- 0,588
		II	0,904	- 1,164	- 0,328	- 0,588
		III	0,907	- 1,175	- 0,334	- 0,602
		IV	0,964	- 1,232	- 0,350	- 0,102
	6 /12/	I	1,330	- 1,681	- 0,497	- 0,848
		II	1,331	- 1,683	- 0,498	- 0,851
		III	1,336	- 1,705	- 0,509	- 0,878
		IV	1,418	- 1,790	- 0,531	- 0,164
	7 /14/	I	1,736	- 2,051	- 0,644	- 0,958
		II	1,738	- 2,057	- 0,646	- 0,965
		III	1,744	- 2,098	- 0,661	- 1,014
		IV	1,853	- 2,209	- 0,691	- 1,047
	8 /16/	I	1,742	- 2,049	- 0,657	- 0,964
		II	1,744	- 2,053	- 0,658	- 0,968
		III	1,750	- 2,084	- 0,670	- 1,005
		IV	1,859	- 2,196	- 0,700	- 1,037
	9 /18/	I	2,085	- 2,381	- 0,735	- 1,031
		II	2,087	- 2,384	- 0,736	- 1,034
		III	2,093	- 2,413	- 0,747	- 1,067
		IV	2,227	- 2,551	- 0,783	- 1,107
	10 /20/	I	2,380	- 2,593	- 0,784	- 0,997
		II	2,380	- 2,593	- 0,784	- 0,998
		III	2,387	- 2,616	- 0,790	- 1,019
		IV	2,541	- 2,774	- 0,832	- 1,065
	11 /22/	I	2,383	- 2,582	- 0,779	- 0,977
		II	2,385	- 2,584	- 0,779	- 0,978
		III	2,390	- 2,603	- 0,786	- 0,998
		IV	2,546	- 2,762	- 0,828	- 1,044
	12 /24/	I	2,605	- 2,737	- 0,820	- 0,952
		II	2,608	- 2,739	- 0,821	- 0,952
		III	2,611	- 2,746	- 0,823	- 0,958
		IV	2,786	- 2,925	- 0,871	- 1,010
	13 /26/	I	2,684	- 2,772	- 0,834	- 0,922
		II	2,689	- 2,774	- 0,835	- 0,920
		III	2,688	- 2,764	- 0,833	- 0,909
		IV	2,880	- 2,960	- 0,885	- 0,966
	14 /28/	I	2,655	- 2,761	- 0,834	- 0,940
		II	2,658	- 2,762	- 0,835	- 0,939
		III	2,660	- 2,764	- 0,836	- 0,940
		IV	2,841	- 2,949	- 0,885	- 0,993

Dzielnik główny

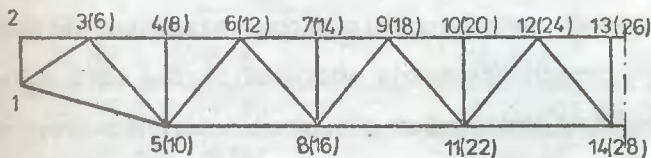
1	2	3	4	5	6	7
Dźwigar pomocniczy wg oznaczenia na rys. 27a						
	/17/	I II III IV	0,726 0,724 0,714 0,458	- - - - 0,527	0,844 0,845 0,789 0,162	- - - - 0,231
	/13/	I II III IV	1,444 1,441 1,420 0,910	- - - - 1,050	1,726 1,713 1,572 0,323	- - - - 0,464
	/19/	I II III IV	1,989 1,985 1,965 1,241	- - - - 1,435	2,301 2,292 2,177 0,432	- - - - 0,626
	/25/	I II III IV	2,241 2,231 2,224 1,380	- - - - 1,600	2,525 2,519 2,464 0,476	- - - - 0,696

z nawiasem / / - dotyczy oznaczenia jak na rys. 27 i 28 - kratownica przestrzenna;
bez nawiasu - oznaczenie jak na rys. 28 - kratownica płaska

Porównanie przemieszczeń pionowych u_z w kratownicy przestrzennej /dźwigara głównego/ i w kratownicy płaskiej /wydzielonej/

Tablica 7.

Nr węzła	$P = 9,7 T$	$S + \Delta S = 98,06 T$	$M_s = 33,93 Tm$	Σ
1, 2	$0 \begin{matrix} x/ \\ xx/ \end{matrix}$	0	0	0
3	$0,544 \begin{matrix} x/ \\ xx/ \end{matrix}$	- 0,735	- 0,193	- 0,384
/6/	$0,445 \begin{matrix} x/ \\ xx/ \end{matrix}$	- 0,484	- 0,157	- 0,196
4	1,092	- 1,480	- 0,401	- 0,789
/8/	0,900	- 1,147	- 0,331	- 0,578
5	1,095	- 1,472	- 0,401	- 0,778
/10/	0,904	- 1,164	- 0,328	- 0,588
6	1,617	- 2,197	- 0,605	- 1,185
/12/	1,331	- 1,683	- 0,498	- 0,851
7	2,123	- 2,724	- 0,796	- 1,397
/14/	1,738	- 2,057	- 0,646	- 0,965
8	2,128	- 2,709	- 0,802	- 1,383
/16/	1,744	- 2,053	- 0,658	- 0,968
9	2,547	- 3,188	- 0,902	- 1,543
/18/	2,087	- 2,384	- 0,736	- 1,034
10	2,912	- 3,470	- 0,958	- 1,516
/20/	2,380	- 2,593	- 0,784	- 0,998
11	2,914	- 3,455	- 0,955	- 1,496
/22/	2,385	- 2,584	- 0,779	- 0,978
12	3,180	- 3,687	- 1,005	- 1,512
/24/	2,608	- 2,739	- 0,821	- 0,952
13	3,267	- 3,722	- 1,022	- 1,477
/26/	2,689	- 2,774	- 0,835	- 0,920
14	3,250	- 3,710	- 1,020	- 1,480
/28/	2,658	- 2,762	- 0,835	- 0,939



Rys.28

/Kratownica płaska o sztywnych węzłach /numeracja i dane wg załącznika Nr 1 - rys. 28. bez nawiasów/.

/Kratownica przestrzenna o sztywnych węzłach /tabl.6. wg schematu II-przepony w każdym przedziale - numeracja węzłów oznaczona w nawiasach/.

Wnioski

Na podstawie danych zawartych w tabelicy 6. można wnioskować, że liczba i sztywność przepon ma nieznaczny wpływ na przemieszczenia kratownicy przestrzennej.

Z porównania wielkości przemieszczeń podanych w tabelicy 7. widoczna jest wyraźna korzyść w liczeniu układu jako przestrzennej gdzie średnio o 30% ugięcia są mniejsze od układu płaskiego.

Z analizy ugięć podanych w tabelicy 7. wynika, że dźwigar pomocniczy przenosi ~ 12% obciążenia ruchomego co dość dobrze pokrywa się z wynikami obliczeń podanych według metod przybliżonych

$$Q_1 = \frac{2,689}{3,267} \cdot 9,7 = 7,983 \text{ T} ; \quad Q_2 = 9,700 - 7,983 = 1,717 \text{ T}$$

$$n = \frac{9,700}{7,983} \cdot 100\% = 12\%$$

Różnica ugięć od obciążenia P między dźwigarem płaskim a przestrzennym o węzłach sztywnych /tabl.7/ wynosi np. dla węzła 28. $n = 22\%$, natomiast sumaryczne ugięcie od P, S + 4S, M_g $n = 58\%$.

1.2.4.1. Wpływ momentu sprężającego w miejscu kotwienia cięgna

W rozdziale 2.3.2. przedstawiono zagadnienie obliczenia wpływu momentu sprężającego w miejscu zakotwienia na wzrost naprężeń w prętach. Rozpatrzono metodę udokładnioną polegającą na uwzględnieniu naprężeń od trzech schematów obciążeń P; S + 4S i $M_g = \frac{S + 4S}{e}$ płaskiej kratownicy o węzłach sztywnych oraz metodę uproszczoną uwzględniającą rozłożenie M_g w zależności od sztywności prętów.

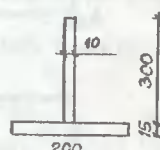
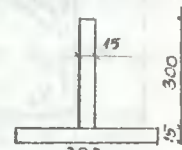
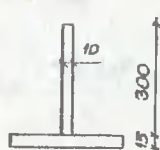
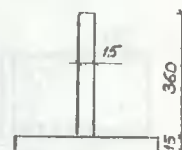
Ścisły sposób obliczenia układu przestrzennego o sztywnych węzłach rozwiązano przy pomocy programu STRAINS, na podstawie którego wyznaczono wartości sił i momentów oraz naprężeń w prętach węzła „10” /rys. 27b/.

Wartości sił i momentów w prętach węzła 10 /150% P/

Tablica 8.

Pręt	Wartości statyczne od P; S + ΔS; M _S					
	M _x [T]	Q _x [T]	Q _z [T]	M _x [Tm]	M _y [Tm]	M _z [Tm]
2-10	- 53,0888	0,06702	4,35552	0,00988	14,92599	0,10487
10-16	- 49,0430	0,09576	6,12819	0,00555	18,20304	0,27447
10- 8	- 1,7135	0,01344	0,09882	0,00016	0,12662	0,01827
6-10	- 5,4829	0,04688	0,15848	0,00094	0,27058	0,05734
10-12	- 11,1254	0,01175	0,63953	0,00237	0,52336	0,01149

Tablica 9.

Pręt	Profile	[kg/cm ²]	Profile skorygowane
2-10	teownik 	3251,55	teownik 
10-16	teownik 	3810,44	teownik 
10- 8	2L 50 x 50 x 5	2846,50	2L 60 x 60 x 8
6-10	2L 60 x 60 x 10	3091,30	2L 75 x 75 x 8
10-12	2L 90 x 90 x 10	1996,26	K = 2100 kg/cm ²

Wnioski: W porównaniu z metodami obliczeń podanych w rozdziale 2.3.2. ścisłe uwzględnienie przestrzennej pracy konstrukcji o węzłach sztywnych wskazuje na bardziej równomierny rozkład sił w prętach węzła „10” przy czym przekroczenie naprężeń wynosi 200%. W tabelicy 9. podano skorygowane przekroje.

1.2.5. Praca przestrzenna dźwigara typu bezkryżulcowego /typ C/

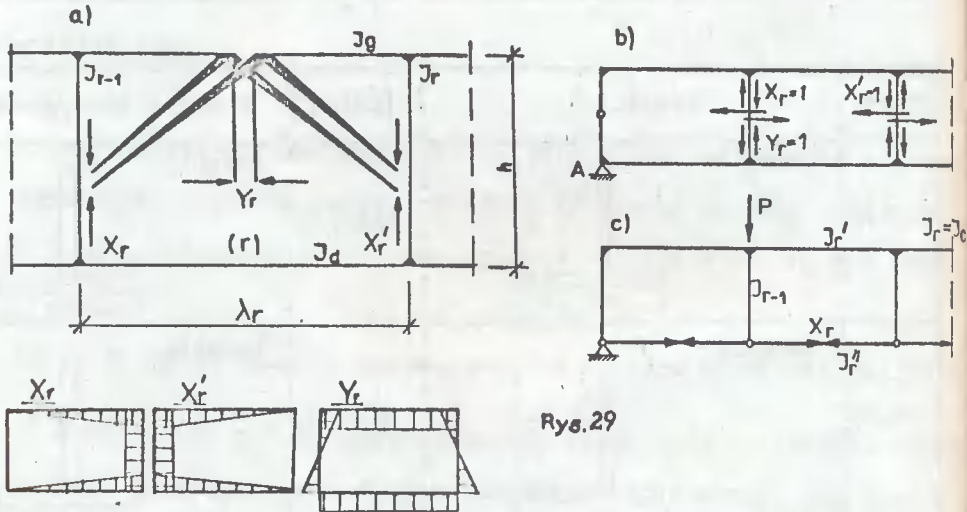
a/ Układ płaski

Dźwigar bezprzekątniowy zwany ramą Vierendeela jest przy n polach $3n$ -krotnie statycznie niewyznaczalny.

Zakładamy równość momentów bezwładności pasów górnych i dolnych w poszczególnych przedziałach pomijając wpływ sił normalnych i poprzecznych oraz wydłużeń prętów na odkształcenie układu. Zatem słupy traktujemy jako nieściśliwe.

Rozcinamy pas górny w osiach symetrii przedziałów i zaczepiamy nadliczbowe na końcach nieskończenie sztywnych ramion.

Układem podstawowym statycznie wyznaczalnym /rys. 29a/ będzie belka na dwu podporach.



Rys.29

Układ równań kanonicznych rozdzieli się wówczas na dwie grupy o nadliczbowych Y_r i w drugiej X_r, X'_r . Wynika stąd, że całki są równe zero

$$\int \frac{L_r M_g}{EJ} ds, \int \frac{L_r M_g'}{EJ} ds \quad g, r = 1, 2 \dots, n$$

Wielkość Y_r wyznaczamy z równań trójczłonowych

$$Y_{r-1} \zeta_{r,r-1} + Y_r \zeta_{rr} + Y_r \zeta_{r,r+1} + \zeta_{rp=0}; \quad r = 1, 1, \dots, n, \quad /38/$$

gdzie:

$$\zeta_{r,r-1} = - \frac{h^3}{12 EJ_{r-1}}; \quad \zeta_{r,r+1} = - \frac{h^3}{12 EJ_r}$$

$$\zeta_{r,r} = \frac{h^3}{12 EJ_{r-1}} + \frac{h^3}{12 EJ_r} + \frac{\lambda_r h^2}{2 EJ_r}; \quad \zeta_{rp} = - \frac{h}{2 EJ_r} \int M_p ds$$

Równanie pracy wirtualnej dla $X_r = 1, X'_r = 1, X'_{r+1} = 1$

$$X_r \delta_{rr} + X'_r \delta'_{rr} + X_{r+1} \delta_{r/r+1/} + \delta_{rp} = 0 \quad /38a/$$

$$X'_r \delta_{r'r'} + X_{r-1} \delta'_{r,r-1} + X_r \delta_{r'r'} + \delta_{r'p} = 0$$

$$X'_{r+1} \delta'_{/r+1/'/r+1/} + X_r \delta_{/r+1/'r} + X_{r+1} \delta_{/r+1/'/r+1/} + \delta_{/r+1/'p} = 0$$

Eliminując z równania /38a/ wielkości $X'_r, X'_{r+1/}$ uzyskamy układ równań trójczłonowych zawierających jedynie niewiadome $X_r /r=1, 2..n/$

$$X_{r-1} \delta_{r,r-1}^{/n/} + X_r \delta_{rr}^{/n/} + X_{r+1} \delta_{r,r+1}^{/n/} + \delta_{rp}^{/n/} = 0; \quad r = 1, 1, \dots, n \quad /39/$$

gdzie:

$$\delta_{r,r-1}^{/n/} = - \frac{\delta_{r,r'} \delta_{r-1,r'}}{r'r'}; \quad \delta_{r,r+1}^{/n/} = -$$

$$= - \frac{\delta_{r,/r+1/'} \delta_{r+1,/r+1/'}}{\delta_{/r+1/'/r+1/'}}$$

$$\delta_{rr} = \delta_{rr} - \frac{\delta_{rr'}^2}{\delta_{r'r'}} - \frac{\delta_{r,/r+1/'}^2}{\delta_{/r+1/'/r+1/'}}$$

$$\delta_{rp}^{/n/} = \delta_{rp} - \frac{\delta_{r,r'} \delta_{r'p}}{\delta_{r,r'}} - \frac{\delta_{r,/r+1/'} \delta_{/r+1/p}}{\delta_{/r+1/'/r+1/'}}$$



Rozwiązując układ równań /39/ wyznaczamy wielkości X_r / $r = 1, 2, \dots, n$ /, a ze wzorów /38a/ obliczamy wielkości X'_r .

Momenty zginające w ramie otrzymamy na drodze superpozycji

$$M = \sum_{r=1}^n /Y_r M_{ry} + X_r M_{rx} + X'_r M'_{rx}/ + M_p \quad /40/$$

W ramach bezprzekątniowych obciążonych siłami pionowymi największe siły poprzeczne występują w słupach i pasach w pobliżu podpory. Niekorzystne działanie sił poprzecznych w ustrojach suwnicowych zmniejszą się przez wykonanie skrajnych pól w postaci belki pełnej. Wówczas w obliczeniach przyjmujemy $J_1 = \infty$, $J = \infty$.

Dla zmiennego momentu bezwładności pasów przyjmujemy zredukowane długości prętów [4]

$$s'_g = s_g \frac{J_c}{J_g} \quad s'_d = s_d \frac{J_c}{J_d} \quad J = J_c$$

/41/

$$s'_g = J_c \int_g^g \frac{ds}{J_g} ; \quad s'_d = J_c \int^d \frac{ds}{J_d}$$

Odmiennej układ podstawowy, w którym otrzymamy identyczne wykresy momentów L_r , M_r , M'_r , można przedstawić przez założenie w połowie wysokości skrajnego słupa przegub A' i łożysko przesuwne B' .

Układem podstawowym są tu dwie belki swobodnie podparte ze wspornikami /rys. 29b/. Układamy równania kanoniczne o postaci /38/ i rozwiązujemy układ równań trójczłonowych znajdując wartości Y_r .

Rozważmy układ przedstawiony na rys. 29c, który można potraktować jako graniczny przypadek ramy bezprzekątniowej, w którym $J'_r \neq J_r$.

Zakładamy, że pas dolny jest nieobciążony w obrębie przedziałów i przejmuję jedynie siły rozciągające. Układem podstawowym statycznie wyznaczalnym jest tu belka na dwu podporach i jako nadliczbowe przyjmujemy siły występujące w prętach pasa dolnego.

Równania kanoniczne przyjmują tu postać równań trójczłonowych [3]

$$X_{r-1} \delta_{r,r-1} + X_r \delta_{rr} + X_{r+1} \delta_{r,r+1} + \delta_{rp} = 0$$

$$EJ_c \delta_{rr} = \frac{h^3}{3} \left/ \frac{J_c}{J_{r-1}} + \frac{J_c}{J_r} \right/ + h^2 \lambda_r \frac{J_c}{J_r} + \frac{EJ_c}{E_r F_r} \lambda_r \quad /41a/$$

$$EJ_c \delta_{r,r-1} = - \frac{h^3}{3} \frac{J_c}{J_{r-1}} ; \quad EJ_c \delta_{r,r+1} = - \frac{h^3 J_c}{3 J_r} ;$$

$$EJ_c \delta_{rp} = \int_0^{\lambda_r} M_p M_r \frac{J_c}{J_r'} ds$$

Ugięcie dźwigara bezprzekątniowego

Rozpatrzmy symetryczną w stosunku do poziomej osi kratę z równoległymi pasami będącą pod działaniem węzłowego obciążenia /rys. 30a/.

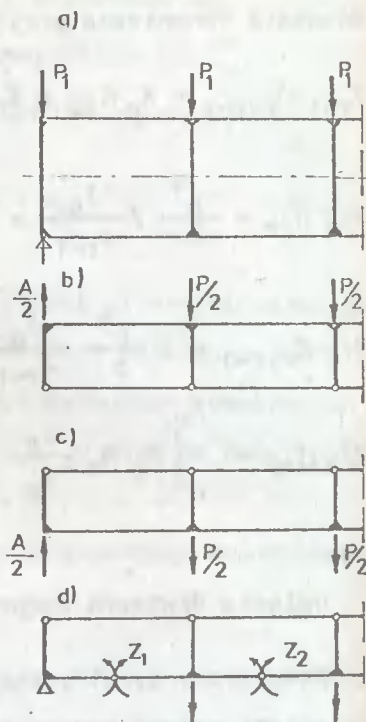
Zamieniamy obciążenie na symetryczne i antymetryczne. Dzięki odpowiednio większej powierzchni poprzecznego przekroju słupków pracujących na zginanie, ich podłużna deformacja w pierwszym przypadku obciążenia będzie znikoma. Pomijając te odkształcenia dojdziemy do wniosku, że od symetrycznego obciążenia nie powstaje zginanie elementów kraty i praca kraty sprowadza się do działania sił ściskających w słupkach. [5]

$$N_n = \frac{P_n}{2}$$

Przy odwrotnie symetrycznym obciążeniu wewnętrzne siły z przemieszczenia także będą odwrotnie symetryczne. Krata odkształca się tak, by oś symetrii była osią obojętną, przy czym:

- 1/ podłużne siły w słupkach są równe zeru oraz ugięcia górnych węzłów kraty równe ugięciom dolnym;
- 2/ zerowe punkty momentów i słupków /punkty przegięcia/ leżą na osi symetrii /w środku wysokości słupków/;
- 3/ rozstaw między dowolnymi dwoma zerowymi punktami słupków pozostaje niezmienny.

Wówczas zauważa się, że obliczenie kraty w całości może być zamienione dwiema jego połówkami, mającymi postać belek wielowieszarowych obciążonych każdą połową obciążeń /rys. 30b,c/.



Rys.30

Cięgna wieszarów w linii obojętnej należy obliczać jako nieodkształcalne $/E_\omega = \infty/$, z uwagi na antymetrię sił w obu belkach wystarczy obliczyć tylko dla jednej belki - np. dolnej. Wielowieszarowa belka jest n razy statycznie niewyznaczalna, gdzie n - liczba przęseł.

Wprowadzając przeguby w środku przęseł dolnego pasa przekształcamy system w statycznie wyznaczalny. Pozostałymi niewiadomymi są momenty zginające /rys. 30d/.

Siła poprzeczna w przegubie n równa jest $\frac{Q_n}{2}$, gdzie Q_n - siła poprzeczna w n -tym przęśle wyznaczona dla bezkrzyżulcowej kraty.

Momenty w pasie

$$M_{n,n-1}^o = Q_n \frac{d_n}{4} = \frac{M_n - M_{n-1}}{4}; \quad M_{n-1}^o = -Q_n \frac{d_n}{4} = -\frac{M_n - M_{n-1}}{4}$$

Z równania momentów w odniesieniu do przegubu w n-tym przęśle znajdujemy siły X_n^o w n-tym wieszaku i w pasie U_n^o

$$X_n^o = - \frac{M_{n+1} + M_n}{2h}; U_n^o = \frac{M_{n-1} + M_n}{2h} \quad /42/$$

Poprzeczna siła w słupku

$$Q_{nh}^o = X_{n+1}^o - X_n^o = - \frac{M_{n+1} - M_{n-1}}{2h} = - \frac{Q_{n+1} d_{n+1} + Q_n d_n}{2h} \quad /43/$$

Moment zginający w słupku /w miejscu połączenia z pasem/

$$M_{nh}^o = - Q_{nh}^o \frac{h}{2} = \frac{M_{n+1} - M_{n-1}}{4} = \frac{1}{4} /Q_{n+1} d_{n+1} + Q_n d_n/ \quad /44/$$

Na rys. 31a, b, c, pokazano część wykresów dla

podstawowego systemu od danego obciążenia, a na

rys. 31d, e, f, wykresy od Z_n . Widoczne jest, że

każda niewiadoma Z daje wykresy tylko w prze-

działach jednego przęsła. Siły w wieszaku /ciągnie/

X przyjmujemy równe ta-

kiej wartości ażeby mo-

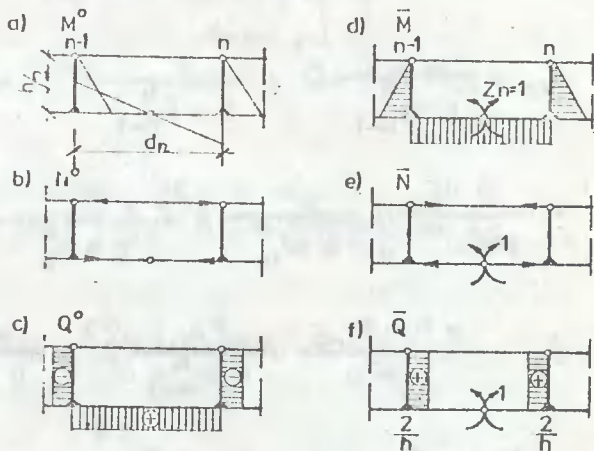
ment zginający w przegu-

bie okazał się równy

$Z_n = 1$. To daje $X = \frac{2}{h}$. Wykresy od Z_{n-1} i Z_{n+1} będą takie jak od Z_n . Otrzymamy równania trójczłonowe

$$Z_{n-1} \delta_{n,n-1} + Z_n \delta_{nn} + Z_{n+1} \delta_{n,n+1} + \delta_{no} = 0$$

/45/



Rys.31

Współczynniki obliczamy wg ogólnego wzoru, uwzględniającego także odkształcenia od sił podłużnych i poprzecznych

$$\delta_{ik} = \int / \int \frac{M_i M_k}{EJ} dx + \int \frac{N_i N_k}{EF} dx + \int \frac{Q_i Q_k}{G \delta \omega} dx / \quad /46/$$

Pręty obliczamy jako pryzmatyczne na odcinku między węzłami poszerzenia /rys. 32/

$$\frac{d'}{d} = \alpha; \quad \frac{h'}{h} = \beta$$

Wyznaczając całki Mohra znanym sposobem, otrzymamy:

$$\delta_{n,n-1} = - \frac{h_n}{6 EJ_{n-1}} \beta^3 - \frac{2}{h G \delta \omega_n} \beta$$

$$\delta_{nn} = \frac{h}{6 EJ_{n-1}} \beta^3 + \frac{2}{h G \delta \omega_{n-1}} \beta + \frac{d_n}{d} \alpha +$$

$$+ \frac{4 d_n}{h^2 E \omega_n} + \frac{h}{6 EJ_n} \beta^3 + \frac{2}{h G \delta \omega_n} \beta$$

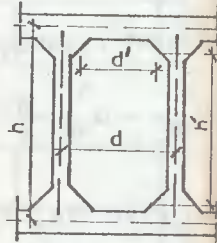
$$\delta_{no} = \frac{-M_n - M_{n-2}}{4} / \frac{h}{6 EJ_{n-1}} \beta^3 - \frac{2}{h G \delta \omega_{n-1}} / \frac{M_{n-1} + M_n / d_n}{h^2 E \omega_n} \alpha +$$

$$+ \frac{M_{n-1} - M_{n-1}}{4} / \frac{h}{6 EJ_n} \beta^3 + \frac{2}{h G \delta \omega_n} \beta / \quad /47/$$

Górnymi indeksami h i d zaznaczono momenty bezwładności i powierzchnie odnoszące się odpowiednio do słupków i pasów.

Momenty w pasach Z

$$Z_n = \frac{M_{n-1} + M_n}{4} + \frac{X_n h}{2} \quad /48/$$



Rys.32

Wyznaczenie ugięć

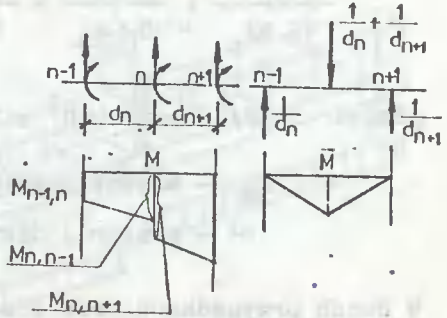
Wykresy ugięć węzłów dźwigara można otrzymać w wyniku rozpatrzenia odkształcenia pasa belki na dwóch podporach. Posłużyć się możemy między innymi znaną metodą ciężarów sprężystych „w” [2].

Fikcyjne obciążenie węzła n /rys. 33a/

$$-\frac{1}{d_n}, \frac{1}{d_n} + \frac{1}{d_{n+1}}, -\frac{1}{d_{n+1}}$$

Stan fikcyjny daje wykresy rozłożone tylko na odcinku między węzłami n-1 i n+1 /rys. 33b/.

W oparciu o zasady obliczenia całek Mohra znajdujemy:



Rys.33

$$w_n = \int \int \frac{M \bar{M}}{EJ} dx + \int \frac{N \bar{N}}{E\omega} dx + \int \frac{Q \bar{Q}}{G\delta\omega} dx = \frac{M_{n-1,n} d_n}{G EJ_n} +$$

$$+ \frac{M_{n,n-1} d_n}{3 EJ_n} + \frac{M_{n,n+1} d_{n+1}}{3 EJ_{n+1}} + \frac{M_{n+1,n} d_{n+1}}{6 EJ_{n+1}} + \frac{Q_n}{G\delta\omega_n} -$$

$$- \frac{Q_{n+1}}{G\delta\omega_{n+1}} \quad /49/$$

W powyższym wzorze przyjmujemy przekroje pryzmatyczne na długości między odcinkami przedziałów, co daje nieco zawyżone ugięcia.

Przy większej liczbie przedziałów rzeczywiste ugięcie może być dostatecznie dokładnie wyznaczone przez pomnożenie współczynnikiem

$$d = \frac{d'}{d} .$$

Przy stałej sztywności pasa i równych przedziałach

$$W_n = \frac{P_n}{G} + \frac{M_{n-1} + 4M_n + M_{n+1}}{6E/J}; [G\delta\omega]_n =$$

$$= \frac{2}{\frac{d_n}{12EJ_n} + \frac{1}{G\delta\omega_n} - \frac{d_n^2}{6EJ_n}} \quad /50/$$

gdzie: $/J/ = \frac{1}{2} \omega h^2 + 2J$

J_n - moment bezwładności belki bezprzekątniowej

ω - przekrój dźwigara

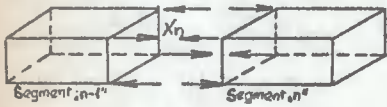
W dwóch przypadkach przy absolutnie sztywnych słupkach i przy przegubowym statycznie wyznaczalnym schemacie można niezależnie od obciążenia obliczyć sprężyste charakterystyki, /sztywność giętną EJ i sztywność przy ścinaniu $G\delta\omega/$ płaskiej belki, której ugięcia zgodne są z ugięciami dźwigara bezkrzyżulcowego. W ogólnym przypadku sposób ten stosowany jest w obliczeniach przybliżonych. Przy niskich dźwigarach, ugięcia zastępczej belki od zginania znacznie przewyższają ugięcia od ścinania. Ramę typu Vierendeela można również obliczyć metodą iteracji [1].

b/ Układ przestrzenny

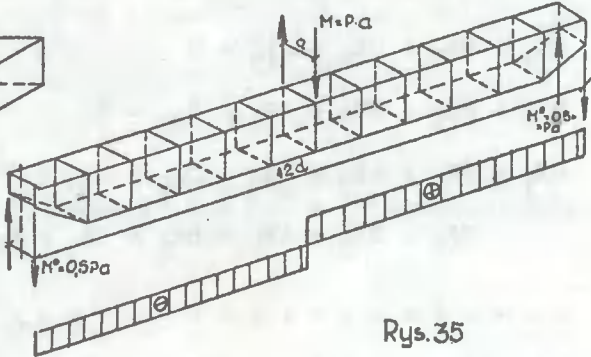
Dźwigar przestrzenny typu Vierendeela można rozpatrywać jako złożony z szeregu przyległych do siebie komór /sekcji/ według teorii cienkościennych skrzynkowych konstrukcji. Przejście od ramowego systemu do cienkościennego można zrealizować poprzez zamianę ram kraty głównej, pomocniczej i stężeń poprzecznych oraz prętowych wykratowań poziomych energetycznymi równoważnymi /ekwiwalentnymi/ ściankami pracującymi tylko na ścinanie [6]. Aby stworzyć

powiązanie poszczególnych sekcji muszą powstać między nimi naprężenia podłużne, mające tę właściwość, że nie tworzą wypadkowej, a więc również i momentu wypadkowego /rys.34/.

Jeżeli obciążymy dźwigar w środku rozpiętości przęsła parą sił przeciwnie skierowanych czyli momentem skręcającym $M = P \cdot a$ /rys. 35/ wówczas możemy napisać układ równań kanonicznych metody sił



Rys 34



Rys.35

$$X_1 \delta_{11} + X_2 \delta_{12} + X_3 \delta_{13} + \Delta_{1p} = 0$$

$$X_1 \delta_{21} + X_2 \delta_{22} + X_3 \delta_{23} + X_4 \delta_{24} + \Delta_{2p} = 0 \quad /51/$$

$$X_1 \delta_{31} + X_2 \delta_{32} + X_3 \delta_{33} + X_4 \delta_{34} + X_5 \delta_{35} + \Delta_{3p} = 0$$

$$X_{n-2} \delta_{n,n-2} + X_{n-1} \delta_{n,n-1} + X_n \delta_{n,n} + X_{n,n+1} \delta_{n,n+1} + X_{n+2} \delta_{n,n+2} + \Delta_{np} = 0$$

$$X_{s-4} \delta_{s-2,s-4} + X_{s-3} \delta_{s-2,s-3} + X_{s-2} \delta_{s-2,s-2} + X_{s-1} \delta_{s-2,s-1} + X_s \delta_{s-2,s} + X_{s-3} \delta_{s-1,s-3} + X_{s-2} \delta_{s-1,s-2} + X_{s-1} \delta_{s-1,s-1} + X_s \delta_{s-1,s} + \Delta_{s-1,p} = 0$$

$$X_{s-2} \delta_{s,s-2} + X_{s-1} \delta_{s,s-1} + X_s \delta_{s,s} + \Delta_{sp} = 0$$

Z układu równań /51/ wynika, że współczynnikami przy nadliczbowych różnymi od zera są tylko

$$\delta_{n,n-2}; \delta_{n,n-1}; \delta_{n,n}; \delta_{n,n+1}; \delta_{n,n+2}$$

Rozpatrując energię potencjalną dźwigara dochodzimy do wniosku

$$\begin{aligned} \delta_{1,1} &= \delta_{2,2} = \delta_{3,3} = \dots = \delta_{nn} = A \\ \delta_{1,2} &= \delta_{2,1} = \delta_{3,2} = \delta_{2,3} = \dots = \delta_{n,n-1} = \delta_{n,n+1} = B \\ \delta_{1,3} &= \delta_{3,1} = \delta_{2,4} = \delta_{4,2} = \dots = \delta_{n,n-2} = \delta_{n,n+2} = C \end{aligned}$$

ponadto zakładając symetrię, układ równań kanonicznych przyjmie postać:

$$\begin{aligned} AX_1 + BX_2 + CX_3 + \Delta_{1p} &= 0 \\ BX_1 + AX_2 + BX_3 + CX_4 + \Delta_{2p} &= 0 \\ CX_1 + BX_2 + AX_3 + BX_4 + CX_5 + \Delta_{3p} &= 0 \\ CX_2 + BX_3 + AX_4 + BX_5 + CX_6 + \Delta_{4p} &= 0 \\ \dots & \\ CX_{n-4} + BX_{n-3} + AX_{n-2} + BX_{n-1} + CX_n + \Delta_{n-2,p} &= 0 \\ CX_{n-3} + BX_{n-2} + /A+C/ X_{n-1} + BX_n + \Delta_{n-1,p} &= 0 \\ 2XC_{n-2} + 2BX_{n-1} + AX_n + \Delta_{np} &= 0 \end{aligned} \quad /52/$$

Współczynniki przy nadliczbowych dla jednakowej sztywności przępon są następujące:

$$A = \frac{8d}{3EF} + \frac{1}{d} \left/ \frac{a}{Gt_a} + \frac{b}{Gt_b} \right/ + \frac{3ab}{2d^2Gtp} \quad /53/$$

$$B = \frac{2d}{3EF} - \frac{1}{2d} \left/ \frac{a}{Gt_a} + \frac{b}{Gt_b} \right/ - \frac{ab}{d^2Gtp} \quad /53a/$$

$$C = \frac{ab}{4d^2Gtp} \quad /53b/$$

gdzie: d, a, b - kolejno: długość jednej sekcji, szerokość i wysokość dźwigara;

t_a, t_b, t_p - grubość pasów, ścian i przepony

Dla przepon skrajnych o nieskończonej sztywności zmienia się współczynnik A tylko w pierwszym równaniu /52/

$$A' = \frac{8d}{3EF} + \frac{1}{d} \left/ \frac{a}{Gt_a} + \frac{b}{Gt_b} \right/ + \frac{5ab}{4d^2Gt_p} \quad /54/$$

Wyrazy wolne w układzie /52/ przyjmą postać

$$\Delta_{np} = \frac{L_n}{2ab} \left/ \frac{a}{G_a t_a} - \frac{b}{G_b t_b} \right/ + \frac{-L_{n-1} + 2L_n - L_{n+1}}{4dGt_p} \quad /55/$$

gdzie: $L_n = M_{n-1} - M_n$

dla obciążenia momentem skręcającym $M = P \cdot a$ w środku rozpiętości wzory upraszczają się:

- przepony o jednakowej sztywności.

$$\Delta_{1p} = -\frac{M_0}{4dGt_p} \quad \Delta_{2p} = \Delta_{3p} = \dots = \Delta_{n-2,p} = 0 \quad /56/$$

$$\Delta_{n-1p} = \frac{M_0}{2dGt_p} \quad /57/$$

$$\Delta_{np} = -\frac{M_0}{ab} \left/ \frac{a}{Gt_a} - \frac{b}{Gt_b} \right/ - \frac{M_0}{dGt_p} \quad /58/$$

- dla przepon skrajnych o nieskończonej sztywności

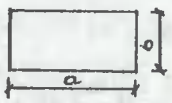
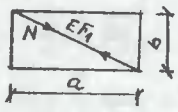
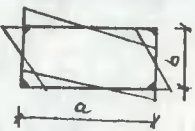
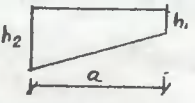
$$\Delta_{1p} = 0 \quad /59/$$

Przy obliczeniu dźwigara typu bezprzekątniowego jako przestrzennej belki skrzynkowej zachodzi konieczność zastąpienia ram bocznych, krzyżulców i słupków krat poziomymi ściankami pełnymi.

Porównując odpowiednie energie potencjalne ścianki pełnej z energią potencjalną ramy, krzyżulców i ścianek trapezowych segmentów

przypodporowych, otrzymamy grubości ścianek ekwiwalentnych /równoważnych/, które zestawiono w tabelicy 10.

Tablica 10.

Schemat	Siła w ściance: krzyżulca lub ramy	Ekwiwalentna /równoważna/ grubość ścianki
	q	$t_o = t$
	$N = q \sqrt{a^2 + b^2}$	$t_1 = \frac{E \cdot ab}{G \left[\sqrt{\frac{a^2 + b^2}{3}} + \frac{b}{F_1} \right]}$
	$M = q \frac{ab}{4}$	$t_2 = \frac{24}{Gab \left[\frac{a}{EJ_a} + \frac{b}{EJ_b} \right]}$
	-	$t_3 = \frac{\bar{q}^2}{2q^2 b} / h_1 + h_2 /$

Równoważna grubość ścianki prostokątnej t_3 /wzór 12 pkt 1.3.2./

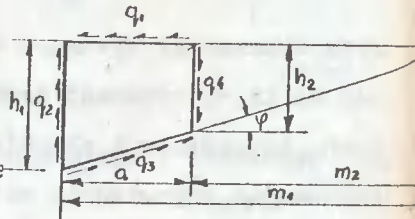
$$U_1 = \frac{q^2 ab}{2 G t_3}$$

oznaczając strumień sił stycznych /rys.36/

$q_1 = q_3 = \bar{q}$ oraz wstawiając

za $b = \frac{h_1 + h_2}{2}$ /wg tablicy 13/ możemy

przyjąć, że energia potencjalna ścinania ścianki równa się, podobnie jak U_1



Rys.36

$$U = \frac{\bar{q}^2}{2Gt_3} / \frac{h_1 + h_2}{2} / \quad /60/$$

Przyjmując, że $U_1 = U$ i przekształcając otrzymamy

$$t_3 = \frac{\bar{q}^2}{2 q^2 b} / h_1 + h_2 / \quad /61/$$

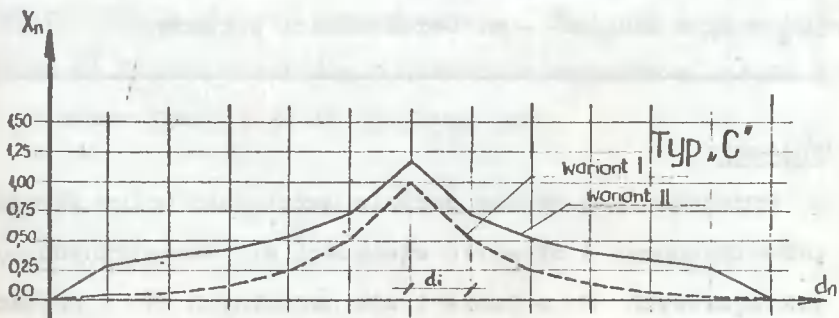
Wyznaczenie nadliczbowych X_n pozwala na określenie wielkości sił ścinających w ściankach lub w prętach. Jeżeli przez q^0 oznaczymy wielkość sił ścinających w układzie zastępczym to

$$q_n^0 = \frac{M_{n-1} - M_n}{2 ab} \text{ kG/cm} \quad /62/$$

a całkowita wielkość siły

$$q_n = \frac{1}{2 d_{n-1}} / X_n - X_{n-1} / - \frac{1}{2 d_n} / X_{n+1} - X_n / + q_n^0 \quad /63/$$

Znając wartość q_n można, posługując się wzorami z tablicy 10, wyznaczyć wartości sił wewnętrznych dowolnego pręta rozpatrywanej konstrukcji.



Rys. 37

W tabelicy 11 zestawiono przykładowo wyniki obliczeń dźwigara bezprzekątniowego poddanego działaniu momentu skręcającego $M = 1 \cdot a$.

Tabelica 11.

Nr wzoru	Oznaczenie	Wartości	
		Gt przepon jednakowych	Gt przepon ∞
16, 17	A, A'	2,23347	1,91347
16a	B	- 1,41602	- 1,42602
16b	C	0,32000	0,32000
19	1p	- 0,20833	0,0
	4p	0,41667	0,41667
	5p	- 0,88986	- 0,88986
15	$X_1 = X_{11}$	0,26101	0,01755
	$X_2 = X_{10}$	0,35413	0,04947
	$X_3 = X_9$	0,40743	0,11550
	$X_4 = X_8$	0,50708	0,24763
	$X_5 = X_7$	0,73311	0,50029
	$X_6 =$	1,18927	0,96630
20, 21	q_n	- 0,00130	- 0,00219
-	M^0	15,60	26,28
Dane: /rys. 38/ $l = 30,0 \text{ m}$; $d = 2,50 \text{ m}$; $a = 1,60 \text{ m}$; $b = 1,92 \text{ m}$; $F_k = 11,5 \text{ cm}^2$; $F_s = 4,8 \text{ cm}^2$; $J_d = 20587 \text{ cm}^4$; $J_b = 33223 \text{ cm}^4$ - m. bezwładności ramy; $J_d = J_b = 668 \text{ cm}^4$ - m. bezwładności przepon.			

Wnioski:

Przedstawiona metoda pozwala uwzględnić wpływ skręcania układu przestrzennego i określić wielkości sił wewnętrznych momentów przywęzłowych M w ramie i sił normalnych N w prętach kratownic poziomych.

Rzeczywiste wielkości M i N otrzymamy mnożąc wartości M^0 ; N^0 przez P /obciążenie zewnętrzne/.

Naprężenia w narożniku ramy od momentu skręcającego kształtują się w granicach 4% naprężeń granicznych dla 100% P oraz 7% dla obciążenia pionowego 200% P

$$\sigma_{/100/} = \frac{15,6 \cdot 9700 \cdot 17,5}{33223} = 79,71 \text{ kG/cm}^2 ;$$

$$n = \frac{79,71}{2100} \cdot 100\% = 4\% ;$$

$$\sigma_{/200/} = \frac{15,6 \cdot 18000 \cdot 17,5}{33223} = 148 \text{ kG/cm}^2 ;$$

$$n = \frac{148}{2100} \cdot 100\% = 7\% .$$

Z wykresu podanego na rys. 37 wynika, że największe siły X_n występują w miejscu działania momentu skręcającego.

Chcąc obliczyć ugięcie dźwigara należy posłużyć się jedną ze znanych metod, np. ciężarów sprężystych, niezależnie od obliczenia układu na skręcanie.

c/ Układ przestrzenny - metoda dokładna

Przemieszczenia pionowe przestrzennego dźwigara bezprzekątniowego /typu C/ podano w tabelicy 12, które obliczono w sposób ścisły według programu STRAINS 71 KM 3B /rys. 38/.

Maksymalne ugięcia od sprężenia $/S + 4S/$ i obciążenia 200% P kształtują się następująco:

$f_{1/2} = 2,199$ cm - teoretyczny przestrzenny według tablicy 12

$f_{1/2} = 2,050$ cm - teoretyczny według metody przybliżonej
/tabl.31 str. 152 /

$f_{1/2} = 2,120$ cm - modelowe na podstawie badań /tabl.27 str. 149 /

Wielkości momentów sprężających obliczono z zależności:

100% P

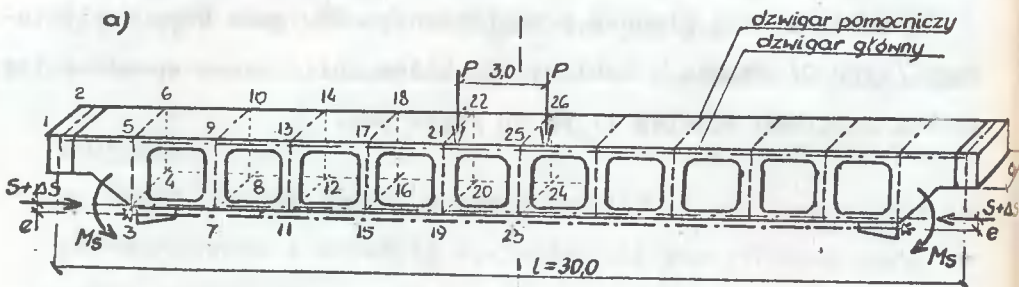
$$M_s = /S + 4S/ e = 75,5 \cdot 0,31 = 23,405 \text{ Tm}$$

$$S = 61,1 \text{ T}; S + 4S = 75,5 \text{ T}; e = 0,31 \text{ m}$$

200%

$$M_s = /S + 4S/ e = 30,389 \text{ Tm}$$

$$S = 74,23 \text{ T}; S + 4S = 98,03 \text{ T}; e = 0,31 \text{ m}$$



Rys.38

Przemieszczenia pionowe przestrzennego dźwigiara bezprzekątniowego / typ C/

Tablica 12.

Nr węzła	100% P				200% P					
	P = 9,7	S = 61,1	S + 4S = 75,5	M _S = 23,40%	P = 18,0	S = 74,23	S + 4S = 98,403	M _S = 30,389%		
	[T]	[T]	[T]	[Tm]	[T]	[T]	[T]	[Tm]		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
5	+ 0,547	- 0,610	- 0,754	- 0,138	- 0,345	+ 1,014	- 0,741	- 0,979	- 0,179	- 0,144
9	+ 1,199	- 1,126	- 1,391	- 0,278	- 0,471	+ 2,225	- 1,368	- 1,806	- 0,362	0,057
13	+ 1,828	- 1,529	- 1,890	- 0,382	- 0,443	+ 3,392	- 1,858	- 2,454	- 0,495	0,443
17	+ 2,372	- 1,812	- 2,239	- 0,452	- 0,318	+ 4,402	- 2,201	- 2,907	- 0,587	0,909
21	+ 2,797	- 1,985	- 2,453	- 0,495	- 0,151	+ 5,191	- 2,412	- 3,185	- 0,643	1,363
25	+ 2,948	- 2,039	- 2,520	- 0,509	- 0,08	+ 5,471	- 2,477	- 3,272	- 0,661	1,538
6	+ 0,404	- 0,396	- 0,489	- 0,100	0,184	+ 0,750	- 0,481	- 0,635	- 0,129	- 0,014
10	+ 1,051	- 1,028	- 1,270	- 0,263	- 0,482	+ 1,951	- 1,248	- 1,649	- 0,342	- 0,040
14	+ 1,652	- 1,459	- 1,803	- 0,372	- 0,523	+ 3,065	- 1,772	- 2,341	- 0,483	0,241
18	+ 2,210	- 1,807	- 2,233	- 0,459	- 0,482	+ 4,101	- 2,196	- 2,900	- 0,596	0,605
22	+ 2,551	- 1,959	- 2,420	- 0,497	- 0,366	+ 4,733	- 2,380	- 3,143	- 0,645	0,946
26	+ 2,743	- 2,054	- 2,538	- 0,520	- 0,315	+ 5,090	- 2,495	- 3,295	- 0,676	1,119

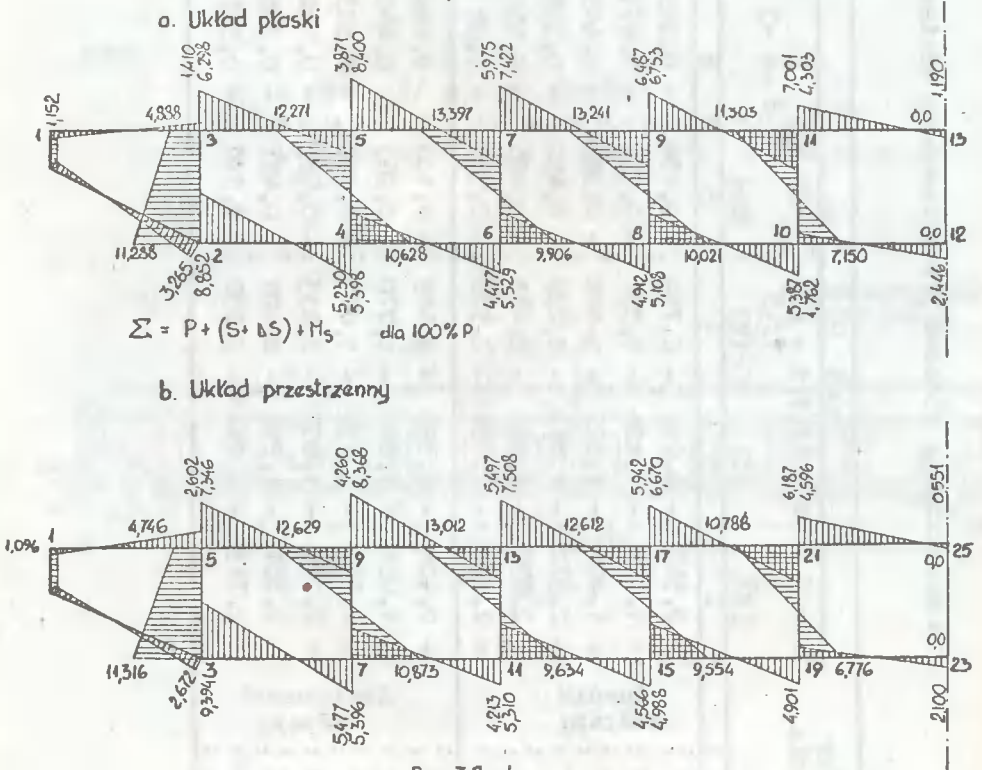
Wnioski

Z analizy ugięć pionowych podanych w tablicy 12 wynika wyraźna korzyść w obliczaniu układu jako przestrzennego. Odciążenie dźwigara głównego z uwagi na pracę przestrzenną wynosi ~15%, to znaczy, że dźwigar pomocniczy przenosi obciążenie ruchome Q_2

$$Q_2 = 9,7 - \frac{2,948}{4,502} \cdot 9,7 = 3,35 \text{ T}; n = \frac{9,7}{9,70 - 3,35} \cdot 100\% \approx 15\%$$

$f_{/25/} = 2,948 \text{ cm /tabl. 12/}; f_{\text{max}} = 4,502 \text{ cm - układ płaski /tabl.30 str. 151 /}.$

Należy również zauważyć, że wpływ przestrzenności jest wyraźniejszy w dźwigarze bezprzekątniowym w porównaniu np. z kratownicą /11%/ ze względu na większą sztywność dźwigara pomocniczego /1:4,7/.



Ugięcia pionowe pomierzone na modelu są nieco mniejsze od teoretycznych. Widoczna jest dość dobra zgodność wartości przemieszczeń obliczonych według metody przybliżonej z metodą ścisłą w odniesieniu do obciążenia sumarycznego $P + /S + \Delta S/$.

Z analizy wykresów momentów zginających /rys. 38a,b/ dźwigara głównego płaskiego i przestrzennego można wyciągnąć następujące wnioski:

- Wartości momentów zginających w dźwigarze głównym płaskim różnią się nieznacznie w porównaniu z układem przestrzennym.
- Największe momenty zginające w pasie górnym występują w węźle trzecim od podpory, natomiast w pasie dolnym w miejscu zakotwienia cięgna. Maksymalny moment zginający w słupku występuje w elemencie czwartym.
- Z wykresów rysunku 38a i b można zauważyć nierównomierny wzrost momentów zginających w poszczególnych węzłach, przy czym największe wartości osiaga w 1/6 rozpiętości, natomiast najmniejsze w połowie rozpiętości.

Powyższy obraz przebiegu momentów zginających w poszczególnych węzłach pasa górnego jest wynikiem sprężenia konstrukcji.

Porównanie naprężeń układu płaskiego i przestrzennego dźwigara głównego w najniekorzystniejszych punktach węzłowych podano w tabelicy 13.

Tablica 13.

Lp.	Momenty zginających M_{ik}	Wartości momentów zginających $[Tm]$		Moment bezwładności J_x	z	Naprężenia		Różnica %
		Układ płaski	Układ przestrzenny			Układ płaski	Układ przestrzenny	
1	M_{5-7}	8,400	8,368	32800	28,5	729,88	727,20	0,38
2	M_{2-4}	8,852	9,394	16584	17,5	919,13	991,29	7,85
3	M_{7-6}	13,397	13,012	66504	32,5	654,70	635,89	2,96

Z tablicy 13 wynika, że różnica naprężeń dźwigara płaskiego w stosunku do przestrzennego kształtuje się dla najniekorzystniejszych momentów w granicach 0,4% dla pasa górnego, dla pasa dolnego 8% i dla słupków 7%.

Wnioskować można z powyższego o celowości obliczania układu jako przestrzennego.

Literatura do pkt.1.2.5.

- [1] St. Błaszkwiaak, Zb. Kączkowski: Metoda Crossa. Warszawa 1959.
- [2] H. Müller, Breslau: Die graphische Statik der Baukonstruktionen. Bd.II, Stuttgart 1905.
- [3] W. Nowacki: Mechanika budowli, t.II, PWN, Warszawa 1967.
- [4] F. Stüssi: Baustatik t.II., Basel-Stuttgart 1954.
- [5] A.A. Umanski: O progibe bezraskosnykh ferm i mnogoetażnykh ram. ONTI 1, Moskwa-Leningrad 1936.
- [6] A.A. Umanski: Stroitel'naja mekhanika samoleta. Moskwa 1961.

1.5. Teoretyczne zasady obliczania belek skrzynekowych

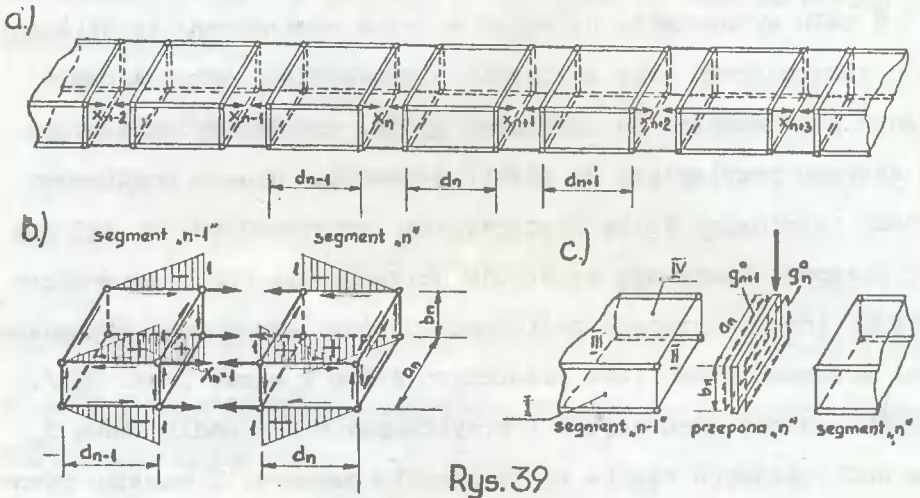
1.5.1. Wyidealizowana tarczownica przegubowa o przekroju zamkniętym /tarcze przenoszą tylko ścinanie, siły normalne przenoszone są przez pręty narożne/

W celu wyznaczenia naprężeń w belce skrzynekowej od działania momentu skręcającego przy założeniu nieswobodnego odkształcenia przekroju poprzecznego rozpatrujemy system podstawowy składający się z szeregu przyległych do siebie segmentów. System podstawowy otrzymamy rozcinając belkę płaszczyznami prostopadłymi do jej osi wzdłuż przepon. Równowagę segmentów uzyskuje się przez wprowadzenie między innymi czterech podłużnych prętów podporowych usytuowanych na krawędzi przecięcia płaszczyzn ścian i pasów /rys. 39a/. Rozcinamy jeden z tych prętów i przykładamy w nim nadliczbową X_r . Liczba nadliczbowych będzie równa liczbie przepon. Z warunku równowagi wynika, że siły w każdym z trzech pozostałych prętów powinny być równe co do wielkości o znaku takim, by każda ze ścian belki była w równowadze /rys. 39b/.

Każdy z segmentów systemu podstawowego będzie znajdował się w warunkach swobodnego odkształcenia jego przekroju poprzecznego, natomiast istniejące w nim naprężenia od sił zewnętrznych będą równoważyły się z naprężeniami od sił wewnętrznych.

Siły wewnętrzne wzajemnego oddziaływania wyznaczymy po rozpatrzeniu odkształcenia systemu podstawowego. Skręcanie poszczególnych segmentów spowoduje zniekształcenie poszczególnych przekrojów poprzecznych. W przypadku ogólnym, tj. niejednakowego obciążenia lub utwierdzenia skrajnego przekroju, każdy z nich będzie odkształcał się w inny sposób, przy czym płaskie poprzeczne przekroje znajdujące się w płaszczyźnie przepon będą miały również różne zniekształcenia /rys. 39c/. Dlatego też dla zachowania równowagi powinny wy-

stępować między tymi przekrojami naprężenia normalne, które można rozłożyć na dwie wzajemnie odwrotnie działające pary sił podłużnych przyłożonych w węzłach przekroju po jego przekątnych /rys. 39b/.



Rys. 39

Dzięki temu pomimo działającego momentu skręcającego powstaną między poszczególnymi segmentami różne wielkości sił podłużnych X_r . Moment skręcający w interesującym nas przekroju wyznacza się jako sumę zewnętrznych momentów z prawej lub z lewej strony przekroju. Wielkości sił X_r znajdujemy z równań kanonicznych metody sił uwzględniających wzajemne przemieszczenia układu w poszczególnych węzłach.

Przy założeniu nieskończenie sztywnych przepon na wartość odkształceń w dowolnym r -tym przekroju będą miały wpływ tylko siły przyłożone w sąsiednich segmentach $r, r+1$.

r -te równanie układu równań kanonicznych przy tym założeniu będzie:

$$X_{r-1} \delta_{r,r-1} + X_r \delta_{r,r} + X_{r+1} \delta_{r,r+1} + \Delta_{rp} = 0 \quad /64/$$

gdzie: $\delta_{r,r-1}, \delta_{r,r}$ - przemieszczenia wywołane grupami sił X na kierunku działania X_r ;

Δ_{rp} - przemieszczenie na tym samym kierunku wywołane momentem skręcającym zależnym tylko od obciążenia.

Przy założeniu przepon sprężystych układ równań kanonicznych przybiera postać pięciocłonową, co oznacza, że na wielkość odkształcenia będą miały wpływ siły przyłożone w dwóch sąsiednich segmentach z każdej strony przekroju.

$$\begin{aligned} X_{r-2} \delta_{r,r-2} + X_{r-1} \delta_{r,r-1} + X_r \delta_{r,r} + X_r \delta_{r,r+1} + \\ + X_r \delta_{r,r+1} + \Delta_{rp} = 0 \end{aligned} \quad /65/$$

Przy założeniu symetrii układu oraz obciążeniu belki skrzynkowej momentem skręcającym $M_g = P \cdot a$ w środku rozpiętości przęsła możliwe są znaczne uproszczenia obliczeń. Podstawowymi założeniami są:

$$\begin{aligned} \delta_{n,n} &= A \\ \delta_{n,n-1} &= \delta_{n,n+1} = B \\ \delta_{n,n+2} &= \delta_{n,n+2} = C \end{aligned}$$

Układ równań kanonicznych po uwzględnieniu powyższych uproszczeń przyjmie postać /52/ a współczynniki A, B, C, A', Δ_{np} /53 ÷ 55/ podane w rozdziale 1.3.5.

W tabelicy 14 ujęto wyniki obliczeń belek skrzynkowych typu „D” i „E” poddanych działaniu momentu skręcającego $M = 1$. a w środku rozpiętości przęsła.

Współczynniki i wyrazy wolne równań obliczono podobnie jak w belce składającej się ze stosunkowo cienkich ścianek. Należy przyjąć, że naprężenia σ_x i σ_y w płaszczyźnie ścianek oraz ścinające τ są stałe.

Przyjmując zasadę przemieszczeń przy stałej grubości ścianek w przedziałach d możemy napisać współczynniki i wyrazy wolne równań w następującej postaci [3]

$$\delta_{ik} = d \iint / \zeta_{xi} \varepsilon_{xk} + \zeta_{yi} \varepsilon_{yk} + \zeta_i \gamma_k / dx dy \quad /66/$$

$$\varepsilon_{xk} = \frac{\zeta_{xk}}{E} - \mu \frac{\zeta_{yk}}{E} ; \varepsilon_{yk} = \frac{\zeta_{yk}}{E} - \mu \frac{\zeta_{xk}}{E} \quad /67/$$

$$\gamma_k = \frac{\zeta_k}{G}$$

$$\delta_{ik} = d \iint / \frac{\zeta_{xi} \zeta_{xk}}{E} - \mu \frac{\zeta_{xi} \zeta_{yk}}{E} + \frac{\zeta_{yi} \zeta_{yk}}{E} - \mu \frac{\zeta_{yi} \zeta_{xk}}{E} + \frac{\zeta_i \zeta_k}{G} / dx dy \quad /68/$$

Tablica 14

Nr wzoru	Oznaczenia:	Wartości			
		Typ „D”		Typ „E”	
		Gt /I/ przepon jednakowe	Gt /II/ przepon = ∞	Gt /I/ przepon jednakowe	Gt /II/ przepon = ∞
rozd. 1. 2. 5. 16, 17 16a 16b	A, A' B C	2,3811 - 1,0099 0,0955	2,2856 - 1,0099 0,0955	2,2392 - 1,0375 0,1213	2,1178 - 1,0375 0,1213
19	Δ _{1p} Δ _{9p} Δ _{10p}	- 0,0500 0,1000 0,2961	0,0 0,1000 0,2961	- 0,0700 0,1400 0,0046	0,0 0,1400 0,0046
15	X ₁ = X ₁₉ X ₂ = X ₁₈ X ₃ = X ₁₇ X ₄ = X ₁₆ X ₅ = X ₁₅ X ₆ = X ₁₄ X ₇ = X ₁₃ X ₈ = X ₁₂ X ₉ = X ₁₁ X ₁₀	- 0,0264 - 0,0133 - 0,0049 - 0,0005 + 0,0037 + 0,0116 + 0,0311 + 0,0793 + 0,1829 + 0,2732	+ 0,0001 + 0,0002 + 0,0006 + 0,0017 + 0,0044 + 0,0119 + 0,0312 + 0,0794 + 0,1829 + 0,2731	- 0,0418 - 0,0239 - 0,0101 - 0,0024 0,0038 0,0132 0,0334 0,0769 0,1323 0,1495	+ 0,0001 + 0,0003 + 0,0009 + 0,0022 + 0,0056 + 0,0139 + 0,0337 + 0,0770 + 0,1312 + 0,1496

I wariant
II wariant

Maksymalne naprężenia ścinające od momentu skręcającego

$$\varepsilon_n^o = \frac{\text{Typ „D”}_k}{2 ab} \frac{M_{n-1}^k - M_n^k}{ab} = - \frac{1}{2b} ; g_n = \frac{1}{2d_{n-1}} / X_n - X_{n-1} / - \frac{1}{2d_n} / X_{n+1} - X_n / + \varepsilon_n^o$$

$$\epsilon_{10} = \frac{1}{2 \cdot 150} / 0,2732 - 0,1829/ - \frac{1}{2 \cdot 150} / 0,1829 - 0,2732/ -$$

$$- \frac{1}{286,5} = 0,00289$$

$$P_{10} = 0,00289 \cdot 143,25 \cdot 9700 = 4016 \text{ kg}; = \frac{4016}{140 \cdot 0,8} = 35,85 \text{ kg/cm}^2;$$

$$n = \frac{35,85}{2100 \cdot 0,6} \cdot 100\% = 2,85\%$$

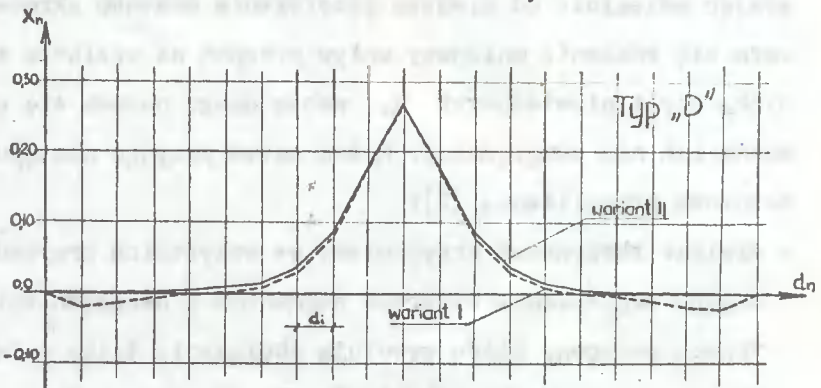
Typ „E”

$$\epsilon_{10} = \frac{1}{2 \cdot 150} / 0,1496 - 0,1323/ - \frac{1}{2 \cdot 150} / 0,1323 - 0,1496/ -$$

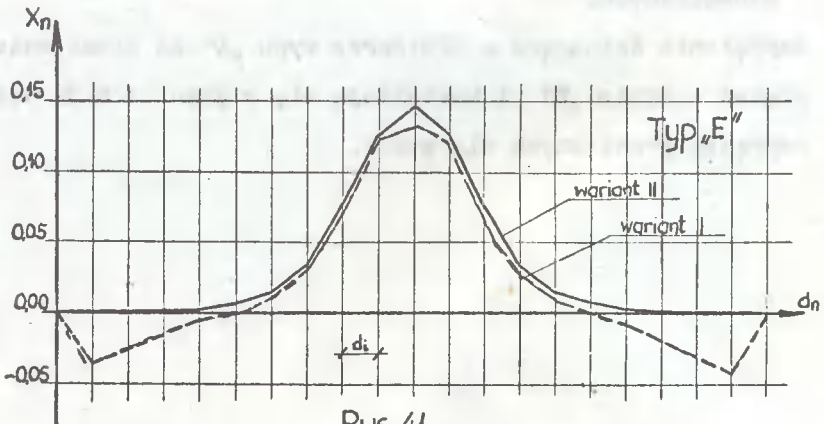
$$- \frac{1}{260} = 0,00373$$

$$P_{10} = 0,00373 \cdot 130 \cdot 9700 = 4703 \text{ kg}; = \frac{4703}{127 \cdot 1,0} = 37,03 \text{ kg/cm}^2;$$

$$n = 2,94\%$$



Rys. 40



Rys. 41

Wnioski:

Wykresy podane na rys. 40 i 41 przedstawiają wartości nadliczbowych X_n obliczonych z równań kanonicznych. Z rysunków widoczne jest, że zarys wykresu sił normalnych w pasach narożnych cienkościennych konstrukcji wykazuje znaczniejsze załamanie w pobliżu środka rozpiętości /w miejscu działania momentu skręcającego/. Zauważyć można, że w miarę oddalania się od środka rozpiętości przebieg wykresu ma charakter łagodny z nieznacznymi załomami. Gdyby pominąć w niektórych przekrojach przepony, to wówczas wykres na odcinku od podpory do przepon 9 i 11 byłby prostoliniowy. Istniejące większe lub mniejsze załamania na wykresach wskazują wielkość wpływu przepon na przebieg zmiany sił w pasach. Zwiększając odległość od miejsca przyłożenia momentu skręcającego zauważa się znacznie mniejszy wpływ przepon na wielkość sił normalnych, czyli niewiadomych X , wobec czego nasuwa się wniosek, że można ich nie uwzględniać. Można zatem przyjąć następujące obliczeniowe przybliżenie [2]:

- dźwigar skrzynkowy przyjmujemy we wszystkich przypadkach składający się tylko z czterech segmentów z uwzględnieniem jedynie trzech przepon, które wywołują obciążenie tylko w dwóch sąsiednich segmentach. Pozwoli to na ułożenie trójczłonowych równań kanonicznych.

Naprężenia ścinające w dźwigarze typu „D” są nieco mniejsze od naprężeń w typie „E” i kształtują się w granicach 3% ścinających naprężeń granicznych dla stali.

Literatura do rozdziału 1.3.

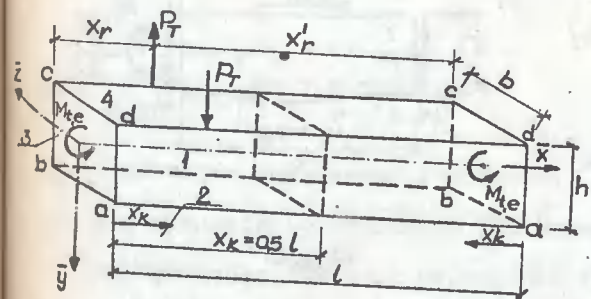
- [1] A. Föppl: Kraft und Deformation, Berlin 1933.
- [2] A.M. Wasilenko: Rasczet prostranstwiennych ferm krainowych konstrukcji na kručenie. AN USSR, Kiew 1951.
- [3] A.A. Umanski: Stroitelnaja mechanika samoleta. Moskwa 1961.

1.3.2. Właściwa tarczownica przegubowa o przekroju zamkniętym

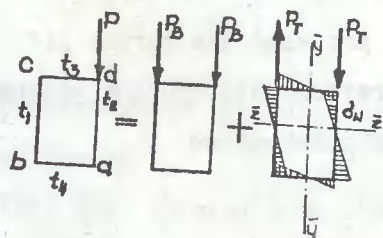
Rozpatrywany dźwigar skrzynkowy mimośrodowo obciążony składa się z czterech równych podłużnych tarcz i poprzecznych przepon, które przyjmujemy jako połączone przegubowo wzdłuż wspólnych krawędzi. Zasady zachowania się tarczownic pod działaniem obciążenia wyjaśnili Craemer [1] i Ehlers [2], natomiast stan naprężeń w tarczownicach pryzmatycznych tzw. teorię zgięciową rozwinęli Gruber [4], Gruning [5], Ohlig [7], Girkmann [3] i Własow [8].

Poszczególne tarcze tarczownicy traktujemy w kierunku podłużnym jako belki, co jest w znacznym stopniu słuszne z uwagi na dużą różnicę wysokości tarczy h do rozpiętości l . Pozwala to na pominięcie płytowych momentów zginających w kierunku podłużnym /dla $\frac{h}{l} \leq \frac{1}{5}$ zginanie płytowe występuje przede wszystkim w kierunku poprzecznym/. W dalszym założeniu przyjmujemy przeponę jako całkowicie sztywną w jej płaszczyźnie i wiotką w kierunku prostopadłym. Tarcze nośne zidealizowano jako belki, dla których ma ważność teoria zginania z prostolinijnym przebiegiem naprężeń według Naviera.

Obciążenie P można rozłożyć na obciążenie zginające $P_B = \frac{1}{2} P$ /rys. 43/ oraz obciążenie skręcające $P_T = \frac{1}{2} P$ wywołujące naprężenia normalne i tnące /teoria tarczownic przegubowych/, które wygodnie jest wyznaczyć za pomocą linii wpływowych dla punktów narożnych a, b, c i d i dla przekroju $x_k = \frac{1}{2} l$ /rys. 42/, gdzie występują maksymalne naprężenia. Zakładamy, że tarcze podłużne usztywnione poprzecznymi przeponami są wzajemnie nieprzesuwnie przytrzymane. Poszczególne wartości linii wpływowych od obciążenia skręcającego P_T oznaczono przez $\sigma_{w/\max}$, bez uwzględnienia pośrednich przepon i przy swobodnym spaczeniu skrajnych przepon, które zrównoważono mom. $M_{t,a}$ i $M_{t,e}$



Rys.42



Rys.43

$$M_{t,a} = P_T \cdot b \cdot \frac{x_r'}{l} ; M_{t,e} = P_T \cdot b \cdot \frac{x_r}{l} \quad /69/$$

Naprężenia normalne określamy według znanego wzoru gdzie M_1 i N_1 /siły normalne/ zależne są od miejsca ustawienia ciężaru, a więc od x_r lub x_r'

$$\sigma_w^a = + \frac{M_n}{W_{n,2}} + \frac{N_n}{F_n} = - \frac{M_{n+1}}{W_{n+1,y}} + \frac{N_{n+1}}{F_{n+1}} \quad /70/$$

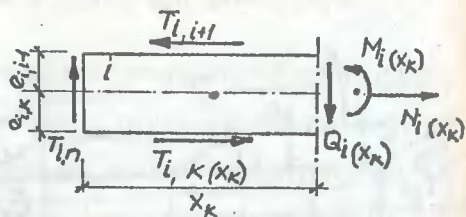
podobnie $\sigma_w^b, \sigma_w^c, \sigma_w^d$.

Rozpatrując poszczególne tarcze jako rozcięte wzdłuż wspólnej krawędzi powstaną naprężenia podłużne i wydłużenia krawędzi. W wyniku wzajemnego powiązania tarcz wzdłuż krawędzi wydłużenia będą sobie równe. Ta ciągłość sąsiadujących tarcz jest przyczyną występowania sił krawędziowych $T_{1k} = T_k$ w dowolnym miejscu przekrojowym x_k /rys.44/. Zależne są one od sposobu obciążenia i podparcia, od szerokości i wysokości dźwigara oraz wymiarów przekrojów poszczególnych tarcz.

$$T_{ik} = \int_0^{x_k} t_{i,k/x_k} \cdot dx_k \quad /70a/$$

$$T_{i,k} \cdot x_k = M_{k,p/x_k} \quad /70b/$$

Na przykład dla tarczy "i"
otrzymamy następujące wielkości przekrojowe



Rys.44

$$M_{i/x_k} = T_{i,n} \cdot x_k - T_{i,i-1/x_k} \cdot e_{i,i-1} - T_{i,k/x_k} \cdot e_{i,k} \quad /71/$$

$$N_{i/x_k} = T_{i,i-1/x_k} - T_{i,k/x_k}; \quad Q_{i/x_k} = T_{i,n} \quad /72/$$

Przy założeniu stałej grubości poszczególnych tarczownic

$$e_{i,i-1} = e_{i,k} = e_i; \quad e_{k,i} = e_{k,k+1} = e_k \quad /73/$$

zatem

$$M_{i/x_k} = M_{i,p/x_k} - T_{i,i-1/x_k} \cdot e_i + T_{i,k/x_k} \cdot e_i \quad /74/$$

Ze związków /71/ i /74/ można otrzymać naprężenia lub E-krotne wydłużenia poszczególnych tarcz od działania M i N.

$$\begin{aligned} \epsilon_{i,i-1/x_k} &= E \cdot \mathcal{E}_{i,i-1/x_k} = - \frac{M_{i/x_k}}{W_i} + \frac{N_{i/x_k}}{F_i} = - \\ &= - \frac{M_{i,p/x_k}}{W_i} + \frac{4 \cdot T_{i,i-1/x_k}}{F_i} + \frac{2T_{i,k/x_k}}{F_i} \end{aligned} \quad /75/$$

z warunków równań ciągłości

$$E \cdot \epsilon_{i,k/x_k} - E \cdot \epsilon_{k,i/x_k} = 0 \quad /76/$$

$$\frac{M_{1,p/x_k/}}{2 W_i} + \frac{M_{k,p/x_k/}}{2 W_k} - \frac{T_{i,i-1/x_k/}}{F_i} - \frac{T_{k,k+1/x_k/}}{F_k} -$$

$$- 2 T_{i,k/x_k/} \cdot \left[\frac{1}{F_i} + \frac{1}{F_k} \right] = 0 \quad /77/$$

Dla przekrojów pojedynczo i podwójnie symetrycznych znacznie uprości się wyznaczenie stycznych sił krawędziowych.

Uwzględniając równanie poprzednie /70b/ oraz wyrażenie na styczną siłę krawędziową w połączeniu naroża z poprzecznicami

$T_{i,n} = \frac{P_T}{4} \frac{x_r}{l}$ otrzymamy następujące momenty zginające siły podłużne i poprzeczne dla pojedynczo /a/ lub podwójnie symetrycznych /b/ przekrojów, np. dla $0 \leq x_k \leq x_r$

$$a/ \quad M_{s/x_k/} = P_T \frac{x_r' \cdot x_k}{1} \cdot \frac{F_s}{2 K_e} /K_{e',i+2} + K_{e',i+4}/ \quad /78/$$

$$N_{i/x_k/} = P_T \frac{x_r' \cdot x_k}{1} \cdot \frac{3 F_s}{K_e \cdot h} /F_{i+3} - F_{i+2}/ \quad /79/$$

$$Q_{i/x_k/} = P_T \frac{x_r'}{1} \quad /80/$$

gdzie: $i = 1$ oraz $M_{s/x_k/} = M_{1,p/x_k/} = M_{1,i+2,p/x_k/}$

$$b/ \quad M_{s/x_k/} = P_T \frac{x_r' \cdot x_k}{1} \frac{K_d' \cdot F_s}{K_d} \quad /81/$$

$$N_{i/x_k/} = 0 ; \quad Q_{i/x_k/} = P_T \frac{x_r'}{1} \quad /82/$$

gdzie: $K_d = F_g^2 + F_s /4F_g + 3F_s/$; $F_1 = F_2 = F_s$; $F_3 = F_4 = F_g$

$$K_d' = 3F_s + F_g ; \quad K_e = 2F_g + F_s /2F_s + 2F_g + 3F_s/$$

Wstawiając wyniki równań /78/ do /82/ w wyrażenie /70/ oraz

$W_{1,z} = \frac{F_S h}{6}$ otrzymamy dla schematu dźwigara podwójnie symetrycznego /typ „E”/

$$\sigma_{w,max} /a/ = P_T \frac{3 l \cdot K_d'}{2 K_d \cdot h} P_T = 0,5 M_p \quad /83/$$

Największe naprężenia normalne wystąpią w przedziale środkowym, które od wpływu P_T wyznaczyć można według linii wpływowych.

b/ Wpływ przepon poprzecznych na stan naprężeń

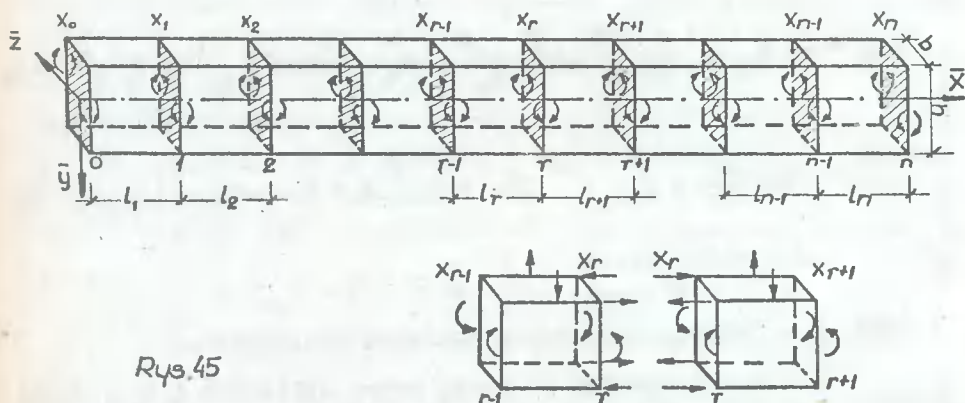
Dla przypadku obciążenia skręcającego P_T zostaną wyznaczone linie wpływowe naprężeń normalnych i tnących w oparciu o teorię tarczownic przegubowych dla $x_k = 0,5 l$ i punktów narożnych, gdzie występują największe naprężenia aktualne do wymiarowania przekroju. Również i dla dźwigarów zbieżnych przy czołownicy obowiązują przedstawione związki, tak długo jak badane przekroje odnoszą się do środków rozpiętości dźwigara.

Dla tego sposobu obliczenia przyjmujemy następujące założenia:

- jednakowy odstęp pomiędzy przeponami $l_r = \frac{l}{n + 1}$
- n - liczba przepon pośrednich;
- stałe wartości h , b i t /rys. 1/ na całej długości dźwigara;
- przepony pośrednie jako sztywne dla $\frac{J_Q}{J_C} = 2,0 \cdot 10^{-3}$, tj. stosunku momentu bezwładności przepony do dźwigara w odniesieniu do osi z .

Dźwigar skrzynkowy można przedstawić jako złożony z wielu uszeregowanych do siebie komór, które z uwagi na przepony są sztywne na zginanie, skręcanie, ścinanie i spaczenie.

Obciążenie składa się z ruchomej pary sił. Jako nadliczbowe siły przekrojowe pomiędzy dwoma przedziałami zaczepiamy cztery momenty działające w płaszczyźnie tarcz podłużnych. Jeżeli każdy z momentów rozłożymy na parę sił działających na zewnątrz krawędzi danej tarczy to wówczas wystąpią siły normalne, które z kolei tworzą grupę sił równoważnych jako niewiadome X_r . Dźwigar jest n-krotnie statycznie niewyznaczalny dla odkształcalnych skrajnych przekrojów lub $n + 2$ razy statycznie niewyznaczalny dla skrajnych przekrojów nieodkształcalnych /rys. 45/.



Rys. 45

Niewiadome pary momentów /nadliczbowe X_r / otrzymujemy z rozwiązania równań sprężystości

$$X_0 B \delta_{0,0} + X_1 B \delta_{0,1} + \dots + X_r B \delta_{0,r} + \dots + X_n B \delta_{0,n} + B \delta_{0,Lm} = 0$$

$$X_0 B \delta_{r,0} + X_1 B \delta_{r,1} + \dots + X_r B \delta_{r,r} + \dots + X_n B \delta_{r,n} + B \delta_{r,m} = 0 \quad /84/$$

$$X_0 B \delta_{n,0} + X_1 B \delta_{n,1} + \dots + X_r B \delta_{n,r} + \dots + X_n B \delta_{n,n} + B \delta_{n,Lm} = 0$$

Współczynniki przy niewiadomych wywołane są kolejno: naprężeniami zginającymi tarcze podłużne $\delta_{r,s}^B$; naprężeniami od sił podłużnych $\delta_{r,s}^N$ od sił poprzecznych $\delta_{r,s}^L$ tarcz podłużnych i naprężeń

w przeponach od sił poprzecznych $\delta_{r,s}^Q$

$$\delta_{r,s} = \delta_{r,s}^B + \delta_{r,s}^N + \delta_{r,s}^L + \delta_{r,s}^Q \quad /85/$$

Współczynniki wyrazów wolnych wywołane naprężeniami ^{statycznymi} czystego skręcania tarcz podłużnych i poprzecznych $\delta_{r,T}^L$; $\delta_{r,T}^Q$, od zginania sił normalnych i poprzecznych w wyniku obciążeń pomiędzy tarczami $\delta_{r,z}^B$; $\delta_{r,z}^N$; $\delta_{r,z}^L$ oraz ścian poprzecznych od sił poprzecznych $\delta_{r,z}^Q$

$$\delta_{r,L} = \delta_{r,T_m}^L + \delta_{r,T_m}^Q + \delta_{r,z_n}^B + \delta_{r,z_m}^N + \delta_{r,z_m}^L + \delta_{r,z_m}^Q \quad /86/$$

gdzie:

$$\lambda = \frac{E}{G} = 2,6; \quad \mathcal{K} = 1,0; \quad K = Nr \text{ tarczy poprzecznej}$$

$$K = 0, 1 \dots r \dots n$$

Indeks m - dotyczy oznaczenia obciążeń ruchomych

B - współczynniki i wyrazy wolne obliczone z B-krotnymi sumami - podano w tablicy 15 i 16.

Wielkości przekrojowe sił obliczamy z ogólnej zależności

$$K = K_L + \sum_{r=0} K_r \cdot X_r \quad /87/$$

Współczynniki $\delta_{r,s}$ /przekrój podwójnie symetryczny/

Tablica 15.

$E \delta_{r,s}^B = \sum_L \frac{1}{J_1/r/} \int M_1/r/ M_1/s/ dx_r$	$E \delta_{r,0}^B \div E \delta_{n,r-2}$ $E \delta_{r,r+2}^B \div E \delta_{r,n}^B$	$M_w^2 \frac{4 l_{r+1} K_d'^2}{K_d^2 h^2} /F_s + F_g/$
	$E \delta_{r,r-1}^B = E \delta_{r,r+1}^B$ $E \delta_{r,r}^B = 0$	$M_w^2 \frac{3/l_r + l_{r+1}/K_d'^2}{K_d^2 h^2} /F_s + F_g/$
$E \delta_{r,s}^N = \sum \frac{1}{F_1/r/} \int N_1/r/ N_1/s/ dx_r$	$E \delta_{r,0}^N \div E \delta_{r,r-2}^N =$	$E \delta_{r,r+1}^B \div E \delta_{n,n}^B ; E \delta_{r,r-1}^N = E \delta_{r,r+1}^N ;$ $E \delta_{r,r}^N = 0$
$E \delta_{r,s}^L = \frac{ER}{G} \sum_L \frac{1}{F_1/r/} \int_{lr} \frac{Q_1/r/ Q_1/s/}{Q_i} dx_r$	$E \delta_{r,0}^L \div E \delta_{r,r-2}^L =$ $E \delta_{r,r-1}^L = E \delta_{r,r+1}^L$ $E \delta_{r,r}^L$	$E \delta_{r,r+2}^L \div E \delta_{n,n}^L = 0$ $- M_w^2 \frac{\lambda}{2 l_{r+1}} \left[\frac{1}{F_s} + \frac{b^2}{h^2} \frac{1}{F_g} \right]$ $M_w^2 \frac{\lambda}{2} \left[\frac{1}{F_s} + \frac{b^2}{h^2} \frac{1}{F_g} \right] \left[\frac{1}{l_r} + \frac{1}{l_{r+1}} \right]$
$E \delta_{r,s}^Q = \frac{ER}{G} \sum_Q \frac{1}{F_k} \int Q_{ki} \cdot Q_{X,s} dz_k$	$E \delta_{r,0}^Q \div E \delta_{r,r-3}^Q =$ $E \delta_{r,r-2}^Q \div E \delta_{r,r+2}^Q$ $E \delta_{r,r-1}^Q = E \delta_{r,r+1}^Q$ $E \delta_{r,r}^Q$	$E \delta_{r,r+3}^Q \div E \delta_{r,n}^Q = 0$ $M_w^2 \frac{\lambda b}{4 F_Q l_{r+1} \cdot l_{r+2}}$ $- M_w^2 \frac{\lambda}{4 F_Q} \frac{b}{l_{r+1}} \left[\frac{1}{l_r} + \frac{2}{l_{r+1}} + \frac{1}{l_{r+2}} \right]$ $M_w^2 \frac{\lambda b}{F_Q} \left[\frac{1}{4 l_r^2} + \frac{1}{2 l_r} + \frac{1}{2 l_{r+1}} + \frac{1}{4 l_{r+2}^2} \right]$

Tablica 2

Współoczylniki wyrazów wolnych od obrotów pośredniego

Współoczylniki wyrazów wolnych od czystego skręcenia

Tablica 16

...	$E \delta_{r,2m}^B = \sum_{I=1}^r \frac{1}{J^I/r^I} \int_{I_r}^{M_1} \frac{1}{M_1} \frac{1}{M_1} \frac{1}{2m} dx_r$	$E \delta_{r,2m}^L = \frac{E \cdot \mathcal{E}}{G} \sum_{I=1}^r \frac{1}{J^I/r^I} \int_{I_r}^{Q_1} \frac{1}{r^I} \frac{1}{G_1} \frac{1}{2m} dx_r$
$1 \div r-1$ $r+2 \div n$	0	$M_{wP}^B \frac{\lambda b}{1} \left[\frac{1}{b} \frac{1}{F_S^{r+1}} - \frac{1}{F_S^r} \frac{1}{r} + \frac{b}{h^2} \frac{1}{F_S^r} - \frac{1}{F_S^{r+1}} \frac{1}{r} \right]$
r	$M_{wP}^B \frac{1}{L} \frac{1}{r} \frac{1}{r} \frac{1}{2} \frac{4 K_d^2 / r^2}{K_d^2 / r^2} \frac{1}{F_S} \frac{1}{r} + \frac{1}{F_S} \frac{1}{r} \frac{1}{r}$	$M_{wP}^B \frac{\lambda b}{2} \left[\frac{1}{b} \frac{1}{F_S^{r+1}} - \frac{X_r^2}{F_S^r} \frac{1}{r} - \frac{b}{h^2} \frac{1}{F_S^r} + \frac{X_r}{1} \frac{1}{b F_S^{r+1}} - \frac{b}{h^2} \frac{1}{F_S^r} \frac{1}{r+1} \right]$
r+1	$M_{wP}^B \frac{1}{L} \frac{1}{r+1} \frac{1}{r} \frac{1}{2} \frac{4 K_d^2 / r^2}{K_d^2 / r^2} \frac{1}{F_S} \frac{1}{r} + \frac{1}{F_S} \frac{1}{r} \frac{1}{r}$	$M_{wP}^B \frac{\lambda b}{2} \left[\frac{1}{b} \frac{1}{F_S^{r+1}} - \frac{X_r^2}{F_S^r} \frac{1}{r} - \frac{b}{h^2} \frac{1}{F_S^r} + \frac{X_r}{1} \frac{1}{b F_S^{r+1}} - \frac{b}{h^2} \frac{1}{F_S^r} \frac{1}{r+1} \right]$
$1 \div r-1$ $r+1$ $r+2 \div n$	$E \delta_{r,2m}^N = \sum_{I=1}^r \frac{1}{F_I/r^I} \int_{I_r}^{M_1} \frac{1}{r^I} \frac{1}{M_1} \frac{1}{2m} dx_r$	$M_{wP}^B \frac{\lambda b}{1} \left[\frac{1}{b} \frac{1}{F_S^{r+1}} - \frac{1}{F_S^r} \frac{1}{r} - \frac{b}{h^2} \frac{1}{F_S^r} + \frac{X_r}{1} \frac{1}{b F_S^{r+1}} - \frac{b}{h^2} \frac{1}{F_S^r} \frac{1}{r+1} \right]$
$1+r-2$ $r+3 \div n$	$E \delta_{r,2m}^Q = \frac{E \cdot \mathcal{E}}{G} \sum_{k=Q}^1 \frac{1}{F_k} \int_{Q_k,r}^{Q_k,2m} dz_k$	$E \delta_{r,2m}^Q = \frac{E \cdot \mathcal{E}}{G} \cdot \frac{1}{F_k} \int_{Q_k}^{Q_k,2m} dz_k$
r-1	0	0
r	$-M_{wP}^B \frac{X_{r-1}}{L} \frac{1}{F_{r-1}} - \frac{\lambda b}{2 F_{r-1}}$	$-M_{wP}^B \frac{X_{r-1}}{L} \frac{1}{F_{r-1}} - \frac{\lambda b}{4 F_{r-1}}$
r+1	$M_{wP}^B \frac{\lambda b}{2 L} \left[\frac{X_r}{F_r} - \frac{X_r}{F_r} \frac{1}{r} + \frac{1}{L} \frac{1}{r} + \frac{1}{L} \frac{1}{r+1} \right]$	$M_{wP}^B \frac{\lambda b}{4} \left[\frac{X_r}{F_r} \frac{1}{r} - \frac{1}{L} \frac{1}{r} + \frac{1}{L} \frac{1}{r+1} - \frac{X_r^2}{L^2} \frac{1}{F_{r-1}} \right]$
r+2	$-M_{wP}^B \frac{\lambda b}{L} \frac{1}{F_{r+1} \cdot L} \frac{1}{F_{r+2}}$	$-M_{wP}^B \frac{\lambda b}{L} \frac{1}{F_{r+1} \cdot L} \frac{1}{F_{r+2}}$

Na rys. 46 a, b i c przedstawiono wykresy linii wpływowych dla liczby pośrednich przepon $n=3$; $n=7$; $n=10$ o podwójnej symetrii względem osi \bar{y} jak i \bar{z} dla narożnika a i $x_k = 0,5 \cdot l$ /dźwigar E rys. 114/.

Znając stosunek [6]

$$m/n/ = \frac{\sigma_{w,n/\max/}}{\sigma_{w,0/\max/}} \text{ można od}$$

razu wyznaczyć max rzędne naprężeń z przekroju $x = \frac{1}{2} \cdot l_r$

ze wzoru

$$\sigma_{w,n/\max/} = m/n/ \cdot 0,5 \cdot \sigma_{w/\max/}$$

$$\sigma_{w,n} = \sigma_{w,\max} \frac{1}{2/n+1} = 0,5 \cdot m/n/$$

gdzie:

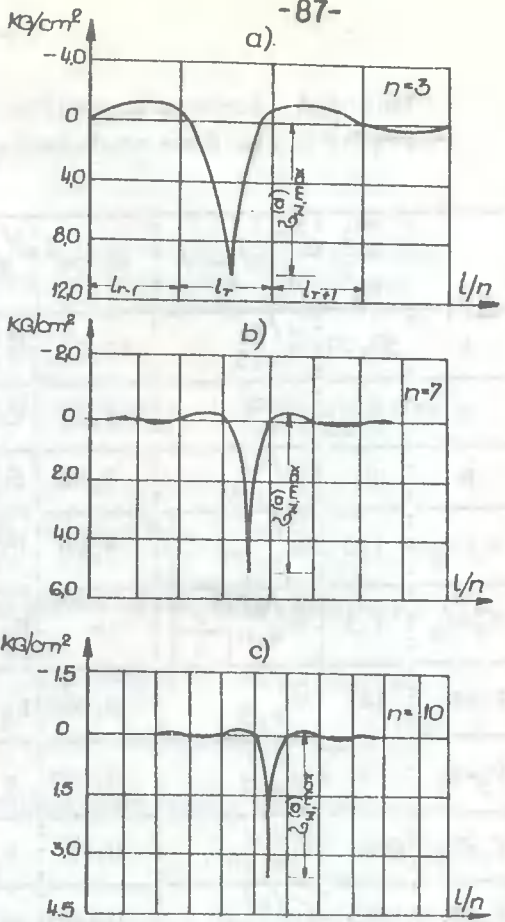
$\sigma_{w,n/\max/}$ - max.l.w. dźwigara skrzynkowego z dowolną liczbą n pośrednich przepon;

$\sigma_{w,0/\max/}$ - max.l.w. dźwigara skrzynkowego bez przepon pośrednich $[n=0]$ przy odkształcalnej skrajnej tarczy

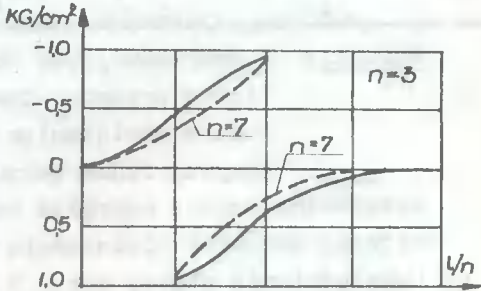
$$\sigma_{w,0} = 0,5 \cdot \sigma_{w,\max}$$

$$\sigma_{w,0} = 34,0 \text{ kg/cm}^2$$

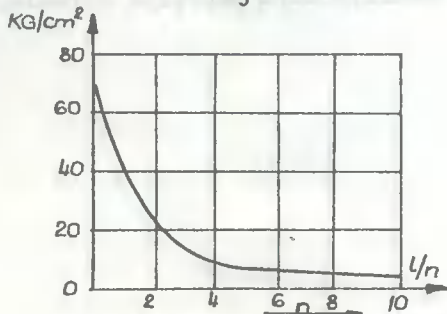
Na rys. 47 przedstawiono wykresy naprężeń tnących oraz na rys. 48 wpływ liczby przepon na wielkość naprężeń normalnych.



Rys.46



Rys.47



Rys.48

Wartości liczbowe zestawiono w tabelicy 17. Mnożąc poszczególne rzędne przez dane obciążenia otrzymamy naprężenia od $P_T = \frac{1}{2} P / F = 1T /$

Tablica 17.

	$\frac{\text{cm}^2}{\text{cm}^3}$	$\sigma_{w,n}/\text{max}$	kg/cm^2	$\sigma_{w,n} \left[\frac{21}{3} r \right]$	kg/cm^2	$T_{1,n}$	kg	$\sigma_w \text{ kg/cm}^2$
						$T_{1,k}$		
l	30,00	$\sigma_{w,3}$	10,21	$\sigma_{w,3}$	0,388	$T_{x0}^{/3/}$	0	0
h	130	$\sigma_{w,7}$	5,11	$\sigma_{w,7}$	0,097	$T_{x1}^{/3/}$	125	0,49
b	84	$\sigma_{w,10}$	3,40	$\sigma_{w,10}$	0,061	$T_{x2}^{/3/}$	250	0,98
$t_1=t_2$	1,0	$\sigma_{w,20}$	3,40	$\sigma_{w,20}$	0,048	$T_{x0}^{/7/}$	0	0
$t_3=t_4$	1,5	$\sigma_{w,n} \left[\frac{1_r}{3} \right]$	-	$K_d \text{ cm}^4$	128271	$T_{x1}^{/7/}$	35,5	0,14
$F_1=F_2$	127	$\sigma_{w,3}$	0,388	$K_d \text{ cm}^4$	507	$T_{x2}^{/7/}$	107	0,42
$F_3=F_4$	126	$\sigma_{w,7}$	0,097	$m/3/$	0,30	$T_{x3}^{/7/}$	178,5	0,70
$W_1=W_3$	2688	$\sigma_{w,10}$	0,061	$m/7/$	0,15	$T_{x4}^{/7/}$	250	0,98
$W_2=W_4$	1764	$\sigma_{w,20}$	0,048	$m/10/ =$ $=m/20/$	0,10	$\sigma_{w,0}$	-	34,0

Wnioski: Z wykresów /rys. 46/a,b,c/ wynika, że im większa jest liczba przepon, tym mniejsze są naprężenia normalne wywołane obciążeniem skręcającym P_T przy czym kształt krzywej linii wpływowej jest podobny.

Maksymalne rzędne naprężeń normalnych dążą asymptotycznie do granicznej wartości niezależnie od wymiarów przekrojowych dźwigara. Uwzględnienie więcej niż 7 przepon bardzo nieznacznie wpływa na zmniejszenie naprężeń normalnych $\sigma_{w,max}$ od P_T /rys. 48/.

Literatura /do punktu 1.3.2./

- [1] H. Craemer: Allgemeine Theorie der Faltwerke. Beton und Eisen 1930.
- [2] G. Ehlers: Ein neues Konstruktionsprinzip. Der Bauingenieur 1930.
- [3] K. Girkmann: Flachentragwerke, Wien 1956.
- [4] E. Gruber: Hohlträger als Faltwerke. IVBH VII, 1943/44.
- [5] Grünig: Die Nebenspannungen in prismatischen Faltwerken. Ing.Arch. 1932.
- [6] G. Herden: Berechnung von Hohlkastentragern. Hebezeuge und Fördermittel, z.9, 1965.
- [7] R. Ohlig: Mehrfache prismatische Faltwerke. Ing.Arch. 1941.
- [8] W.S. Własow: Tonkostennyje prostranstwennyje systemy, Gostroizdat, Moskwa 1958.

Literatura dodatkowa/do punktu 1.3.2./

- [1] F.W. Bornscheuer: Systematische Darstellung des Biege- und Verdrehvorganges unter besonderer Berücksichtigung der Wölbkrafttorsion. Der Stahlbau 21 /1952/ H.1-H.3.
- [2] R. Dąbrowski: Zuschrift zu R. Heilig 9. Der Stahlbau 31 /1962/ H.4.
- [3] R. Dąbrowski: Der Schubverformungseinfluss auf die Wölbkrafttorsion der Kastenträger mit verformbaren biegesteifem Profil. Der Bauingenieur 40 /1965/ H. 11.
- [4] R. Dąbrowski: Skręcanie mostowych i hydrotechnicznych konstrukcji cienkościennych o przekroju zamkniętym. Polit.Gdańska 1958.
- [5] H. Ebner: Die Beanspruchung dünnwandiger Kastenträger auf Drillung bei behinderter Querschnittsverwölbung. DVL 1933.
- [6] Flugge; Marguerre: Wölbkräfte in dünnwandigen Profilstäben, Ing. Arch. 18 /1950/ H.1.
- [7] R. Heilig: Der Schubverformungseinfluss auf die Wölbkrafttorsion von Stäben mit offenem Profil. Der Stahlbau 30 /1961/ H.4.
- [8] R. Heilig: Beitrag zur Theorie der Kastenträger beliebiger Querschnittsform. Der Stahlbau 30 /1961/ H.11.
- [9] Karman; Christensen: Methods of Analysis for Torsion with Variable Twist. Journal of the Aeronautical Sciences 11 /1944/H.2.
- [10] W.A. Konowalow: K rasczetu koniczeskich oboloczek warjacyjnom metodam. Oborongiz 1960 W. 130. Trudy MAU.
- [11] K.Marguerre: Torsion von Voll- und Hohlquerschnitten. Der Bauingenieur 21 /1940/.
- [12] U.F. Obrazcow: Warjacjonnye metody rasczeta tonkostennyx awiacjonnyx konstrukcji. Maszinostr., Moskwa 1966.
- [13] F. Rössinger: Der dünnwandige Kastenträger mit einfachsymmetrischen verformbarem Rechteckquerschnitt unter Biege- und Torsionsbelastung. Forschungshefte aus dem Gebiete des Stahlbaues H.13, GmbH Köln 1959.

- [14] O. Schindler: Untersuchung an geschweissten Hüttenkranen der Kastenträgerbauart. Stahl und Eisen 79 /1959/ Nr 26.
- [15] F. Stüssi: Brücken als Raumtragwerke. Taschenbuch für Bauingenieure 1955.
- [16] F. Wansleben: Forschungshefte aus dem Gebiete des Stahlbaues Nr 11, 1956.
- [17] W.S. Własow: Dünnwandige elastische Stäbe. B.1.2., VEB, Berlin 1964/65.

1.3.3. Skręcanie skrępowane dźwigarów skrzynkowych przy nieodkształcalnym przekroju

a/ Wstęp

Konstrukcje pełnościennie o przekroju zamkniętym /typ D i E/ odznaczają się dużą sztywnością na skręcanie, dzięki której są w stanie przenosić obciążenia poprzeczne działające na znacznym mimośrodku względem ich osi podłużnej.

Opracowana w różnym czasie przez kilku autorów techniczna teoria skręcania prętów cienkościennych o przekroju zamkniętym opiera się na przyjęciu:

- niezmienności kształtu przekroju czyli nieodkształcalności przekroju,
- na założeniu, że naprężenia normalne towarzyszące skrępowanemu skręcaniu mają przebieg powinowaty do wartości przesunięć podłużnych rozpatrywanych punktów przekroju przy czystym skręcaniu.

Pierwsze prace Umanskiego [10], Urbana [12] i Bornscheuera [3] były właściwie przeniesieniem równania różniczkowego skręcania skrępowanego prętów cienkościennych o przekroju otwartym na przekroje zamknięte uprzednio wyprowadzone dla szczególnego przypadku belki dwuteowej przez Timoszenkę [9] i Własowa [11].

Skręcanie belek skrzynkowych mostu suwnicowego typu D i E przedstawiono w oparciu o udokładnioną teorię skręcania skrępowanego prętów cienkościennych o przekroju zamkniętym przy założeniu niezmienności kształtu przekroju.

Udokładnionej teorii skręcania poświęcone są prace Umanskiego [11], Benscotera [2], Urbana [12], Bornscheuera [3], a w jej rozwinięciu i udoskonaleniu - prace R. Dąbrowskiego [4] i Rutckiego [8].

Zagadnieniem wytrzymałości i stateczności prętów cienkościennych o przekroju otwartym zajmowali się w Polsce między innymi Na-leszkiewicz [7], J. Muttermilch i A. Kociołek [6].

Udokładniona teoria skręcania przekrojów zamkniętych sprowadzona jest do dwóch równań różniczkowych, w których obok funkcji kąta skręcania, występuje jeszcze pewna funkcja deplanacji /spaczenia/ dla określenia naprężeń normalnych przy założeniu:

- niezmienności kształtu przekroju,
- że naprężenia normalne towarzyszące skrępowanemu skręcaniu mają przebieg powinowaty do wartości przesunięć podłużnych rozpatrywanego punktu przekroju przy czystym skręcaniu.

Przy dostatecznie gęstym rozstawie sztywnych przepon wpływ zmiany kształtu między przeponami można pominąć jako nieznaczny.

b/Dźwigar typu D i E

W przypadku gdy skręcana belka jest jednym lub obu końcami utwierdzona /pozbawiona możliwości swobodnej deplanacji/ w przekroju normalnym belki pojawią się naprężenia normalne. Oprócz tego w wyniku deplanacji poprzecznych przekrojów między utwierdzonymi końcami z uwagi na nierównomierny rozkład wyżej wspomnianych naprężeń powstają obok naprężeń stycznych od skręcania swobodnego również dodatkowe naprężenia styczne.

Dla profilu zamkniętego skrzynkowego naprężenia normalne wyznaczamy ze wzoru:

$$\sigma_{\omega} = \frac{B_{\omega} \cdot \bar{\omega}}{J_{\omega}} \quad /88/$$

gdzie:

$B_{\omega} = B \bar{\omega} / x /$ - giętno-skrętny bimoment /funkcja kąta skręcania $\beta / x /$ w danym przekroju/;

$B \bar{\omega} / x / = - E J_{\omega} \beta'' / x /$

$\bar{\omega}$ - główna powierzchnia wycinkowa /liczona względem środka skręcania A/

$$\bar{\omega} = \bar{\omega}_A = \bar{\omega}_B + \alpha_z y - \alpha_y z + c$$

gdzie: $\bar{\omega}_B = \omega_B - \int_0^s \frac{ds}{\delta/s}$ - uogólniona powierzchnia wycinkowa /z pomocniczego p-tu B/

$$\varrho = \frac{\Omega}{\oint \frac{ds}{\delta/s}} \quad \bar{s} = \int_0^s \frac{ds}{\delta/s}$$

ϱ - średni promień konturu zamkniętego;

\bar{s} - zastępcza długość łuku konturu;

$J = \oint \omega^2 dF$ - główny wycinkowy moment bezwładności;

$c = - \frac{S_{\omega B}}{F}$ - $S_{\omega B}$ - statyczny moment wycinkowy.

Naprężenia styczne przy skręcaniu skrępowanym określa wzór:

$$\tau_{\bar{\omega}} = - \frac{M_{\bar{\omega}} \bar{s}_{\bar{\omega}}}{J_{\bar{\omega}} \delta} \quad /89/$$

gdzie:

$$\bar{s}_{\bar{\omega}} = S_{\bar{\omega}} - \frac{1}{\Omega} \oint S_{\bar{\omega}} d\omega$$

$$\tau_{\omega} = - \frac{M_{\bar{\omega}} S_{\bar{\omega}}}{J_{\bar{\omega}} \delta} - \frac{M_{\bar{\omega}} \frac{1}{\Omega} \oint S_{\bar{\omega}} d\omega}{J_{\bar{\omega}} \delta} = \tau_{\omega_1} + \tau_{\omega_2}$$

τ_{ω_1} - napr. zmienne wzdłuż długości konturu;

τ_{ω_2} - napr. stałe;

δ - grubość ścianek

F - pole poprzecznego przekroju

oraz $\tau_{\uparrow} = \frac{Ms}{\delta \Omega}$; $\Omega = 2 F = \oint h ds$

$$\tau = \tau_1 + \tau_{\bar{\omega}} \quad /90/$$

Z powyższych wzorów można wnioskować, że naprężenie $\zeta_{\bar{\omega}}$ nie daje żadnego wypadkowego momentu, a zewnętrzny moment skręcający M_S jest przenoszony całkowicie przez naprężenie ζ_1 .

$$M_{\bar{\omega}} = \frac{dB_{\bar{\omega}}}{dx} \text{ - moment giętno-skrętny}$$

Bimoment wyznaczamy z rozwiązania różniczkowego równania kąta skręcenia:

$$\beta^{IV} - k^2 \beta^{II} = - \frac{\mu}{EJ} m \quad /91/$$

gdzie:

$$k = \sqrt{\frac{GJ_d}{EJ} \mu} \text{ - giętno-skrętna charakterystyka /współczynnik zanikania/}$$

$$\mu = 1 - \frac{J_d}{J_p} \text{ - współczynnik zniekształcenia}$$

$$J_d = \frac{\Omega^2}{\oint \frac{s}{\delta/s}} ; \quad J_p = \oint h^2 dF$$

Na rys. 49 podano schemat obciążenia oraz na rys. 50 wykresy $\bar{\omega}$ i $\bar{S}\bar{\omega}$, natomiast w tablicy 18 wyniki obliczeń belki typu D i E.

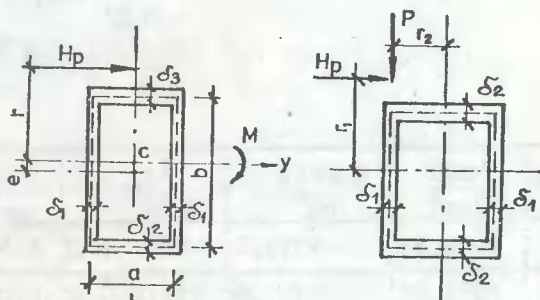
Dane wymiarowe $a, b, \delta_1,$

H_p, P, M /od pomostu/

r_1, r_2 przyjęto wg rys.

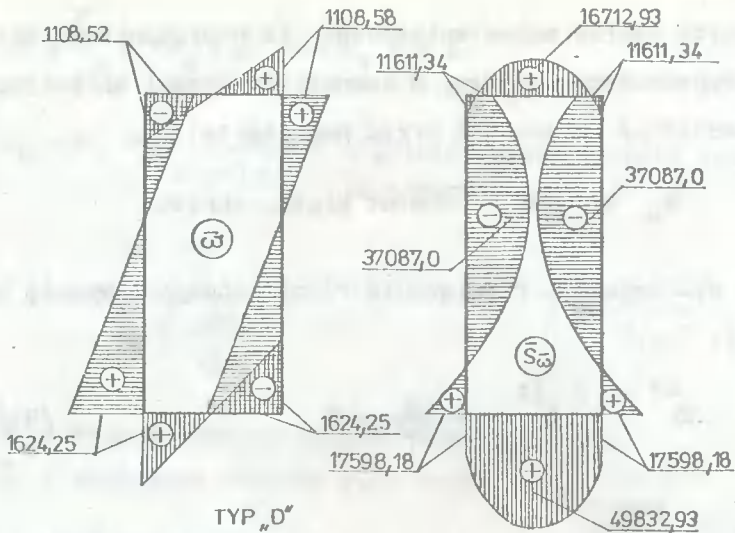
177. Wyznaczony z równania różniczkowego bimoment ma w tym wypadku

postać:

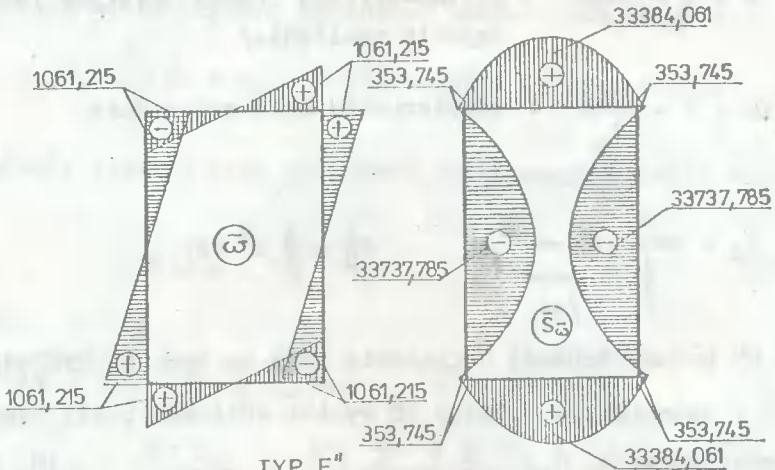


Rys. 49

$$B_{\bar{\omega}}/x/ = - \frac{\mu M_S}{2} \frac{\text{sh } kx}{k} + \frac{1 - \text{ch } \frac{kl}{2}}{k \text{ sh } k l/2} \text{ch } kx/ \quad /92/$$



TYP „D“



TYP „E“

Rys. 50

Tablica 18.

Typ:	$\bar{\omega}_{\max}$ cm ²	$S_{\bar{\omega}_{\max}}$ cm ⁴	J_{d_4} cm ⁴	J_p cm ⁴	$J_{\bar{\omega}}$ cm ⁶	μ
D	1624,25	41317,8	641 778,7	1144504	270,394 · 10 ⁶	0,4393
E	1061,22	33737,8	1237564,3	1470 505,7	189,948 · 10 ⁶	0,1584
-	k 1/cm	$B_{\bar{\omega}}$ kg/cm ²	$M_{\bar{\omega}}$ kgcm	$\epsilon_{\bar{\omega}}$ kg/cm ²	$\zeta_{\bar{\omega}}$ kg/cm ²	ζ_1 kg/cm ²
D	0,01993	840321,8	16797,5	5,0488	1,7060	3,0729
E	0,01983	1351455,3	26794,9	7,5509	3,1395	10,573

Literatura /do punktu 1.3.3./

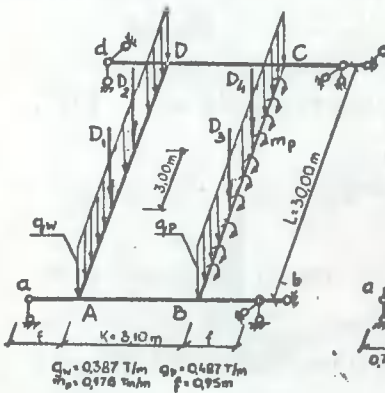
- [1] S.U. Bencoter: A. Theory of Torsion Bending of Multicell Beams. J. Appl. Mech. 1954.
- [2] N.M. Bielajew: Soprotiwlenie materialow. M. Fizmatgis 1962.
- [3] F.W. Bornscheuer: Systematische Darstellung des Biege- und Verdrehvorganges unter besonderer Berücksichtigung der Wölbkrafttorsion. Der Stahlbau, H.1, 1952 i H.3, 1952.
- [4] R. Dąbrowski: Skręcanie mostowych i hydrotechnicznych konstrukcji cienkościennych o przekroju zamkniętym. Gdańsk 1958.
- [5] R. Dąbrowski: Der Schubverformungseinfluss auf die Wölbkrafttorsion der Kastenträger mit verformbaren biegesteifem Profil. Der Bauingenieur 1965, II. 11.
- [6] J. Muttermilch, A. Kociotek: Wytrzymałość i stateczność prętów cienkościennych o przekroju otwartym, Warszawa 1972, Polit. Warszawska.
- [7] J.N. Naleszkiwicz: Zagadnienie stateczności sprężystej, Warszawa 1958.
- [8] J. Rutecki: Cienkościenne konstrukcje nośne, Warszawa 1966, PWi.
- [9] St. Timoszenko: Izd. Kiewskiego Politechn. Zeit. Math. Physik 1910.
- [10] A.A. Umanski: Procznost i ustojcziwost tonkostennykh konstrukcji w samoletoostrojenie, Leningrad 1937.
- [11] A.A. Umanski: Stroitel'naja mekhanika samoleta, Moskwa 1961.
- [12] J.W. Urban: Teoria rasczeta stierzniewykh tonkostennykh konstrukcji. Transizdat, Moskwa 1955.
- [13] W.S. Własow: Rasczet tonkostennykh prismatycznych obołoczek. Prikladnaja Matematika i Mekhanika 1949.

1.3.4. Analiza pracy statycznej płaskoprzestrzennej ramy mostu typu D i E

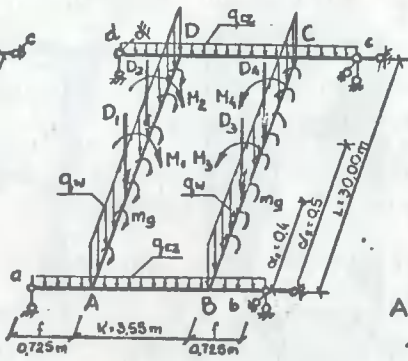
W płaszczyźnie poziomej układ belek podłużnych i czołownic stanowi ramę płaskoprzestrzenną. Obliczenia przeprowadzono metodą dokładną rozpatrując układ jako czterokrotnie statycznie niewyznaczalny, rozwiązany metodą sił.

We wnioskach końcowych porównano metodę dokładną obliczeń z metodą przybliżoną opierającą się na założeniu schematu belki obustronnie utwierdzonej.

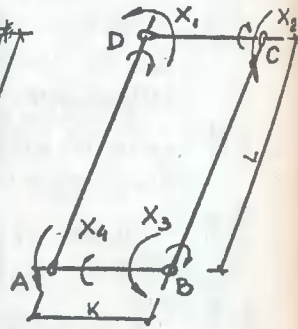
Wartości statyczne sił wewnętrznych wyznaczono posługując się liniami wpływowymi wg schematów obciążeń podanych na rys. 51-53.



Rys. 51



Rys. 52



Rys. 53

1.3.4.1. Linie wpływowe momentów węzłowych

Jako schemat zastępczy przyjęto układ czteroprzegubowy, w którym momenty nadliczbowe przyłożone w pkt. B i D wywołują w belkach głównych skręcanie, a momenty nadliczbowe w pkt. A i C zginanie. Dla przyjętego schematu zastępczego /rys. 53/ wielkości przemieszczeń można przedstawić w następującej postaci [1]:

$$\delta_{1,1} = \delta_{3,3} = \frac{2k}{3 EJ'_x} + \frac{L}{GJ_s} ; \quad \delta_{2,2} = \delta_{4,4} = \frac{2L}{3 EJ'_x} + \frac{k}{GJ'_s}$$

$$\delta_{3,1} = \delta_{1,3} = \frac{k}{3 EJ'_x} ; \quad \delta_{2,4} = \delta_{4,2} = \frac{L}{3 EJ_x} \quad /99/$$

gdzie:

EJ_x - sztywność belki głównej względem poziomej osi x;

EJ'_x - sztywność czołownicy;

GJ_s - sztywność na skręcanie belki głównej;

GJ'_s - sztywność na skręcanie czołownicy;

L - długość belki głównej;

k - rozstaw belek głównych.

Moment bezwładności na skręcanie:

$$J_s = \frac{4 [H - 0,5 /d_G + d_D/]^2 /G + d_s/]}{2 \left[\frac{H - 0,5 /d_G + d_D/}{d_s} \right] + \frac{G + d_s}{d_G} + \frac{G - d_s}{d_D}} \quad [cm^4] \quad /100/$$

gdzie:

H, G - wysokość belki i szerokość belki w cm;

d_G, d_D, d_s - grubości odpowiednio: pasa górnego, dolnego i ścian bocznych belki w cm.

Wykresy momentów skręcających nie całkują się z wykresami momentów zginających, wobec czego odpowiednie przemieszczenia będą równe zero.

Rozkładając obciążenie skupione P według schematu zastępczego na symetryczne i antymetryczne oraz wyznaczając wykresy momentów, otrzymamy:

- dla obciążenia antymetrycznego

$$\Delta_{1P} = \Delta_{3P} = 0; \quad \Delta_{2P} = -\Delta_{4P} = \frac{PL^2}{12 EJ_x} /d - 3d + 2d^3/ \quad /101/$$

dla obciążenia symetrycznego

$$\Delta_{1P} = \Delta_{3P} = 0; \quad \Delta_{2P} = \Delta_{4P} = - \frac{PL^2}{12 EJ_x} / 3\alpha - 3\alpha^2 / \quad /102/$$

Wstawiając wartości /99/, /101/, /102/ do układu równań kanonicznych metody sił oraz przyjmując oznaczenia

$$\beta_\alpha = \frac{\alpha}{2} - \frac{\alpha^2}{2}; \quad \gamma_\alpha = \frac{\alpha}{6} - \frac{\alpha^2}{2} + \frac{\alpha^3}{3} \quad /103/$$

$$k = \frac{EJ_x}{L} \cdot \frac{K}{GJ'_s} \quad /104/$$

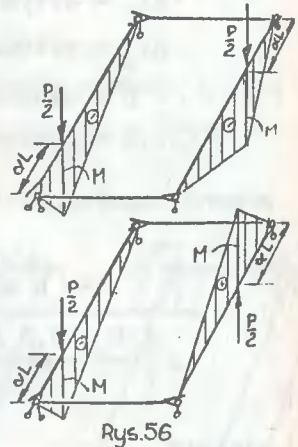
k - współczynnik

otrzymamy:

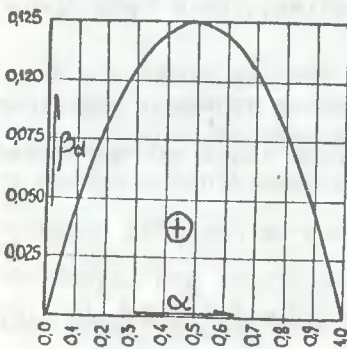
$$X_1 = X_3 = 0$$

$$X_2 = \frac{PL}{2} / \frac{\beta_\alpha}{1+k} - \frac{3\gamma_\alpha}{1+3k} / = y_2 \quad \text{dla } P = 1 \quad /105/$$

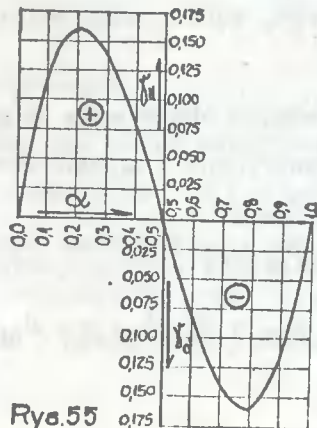
$$X_4 = \frac{PL}{2} / \frac{\beta_\alpha}{1+k} + \frac{3\gamma_\alpha}{1+3k} / = y_4 \quad \text{dla } P = 1 \quad /106/$$



Przyjmując $P = 1$ wzory /105/, /106/ przedstawiać będą rzędne linii wpływowych momentów węzłowych X_2 i X_4 .



Rys. 54



Rys.55

Ponieważ przyjęte oznaczenia β_{xi} i χ_{xi} /103/ są funkcjami paraboli i paraboli sześcienniej, korzystnym jest wyznaczenie ich wielkości z wykresów podanych na rys. 54 i 55.

Powierzchnia linii wpływowej

$$\omega = \frac{L^2}{24(1+k)} \quad /107/$$

Wielkości momentów węzłowych obliczonych przy pomocy linii wpływowych są następujące:

$$X_2 = P_1 y_2 + \varepsilon_1 \cdot W - P_2 y_2' + \varepsilon_2 \omega + \dots$$

$$X_4 = P_1 y_4 + \varepsilon_1 W - P_2 y_4' + \varepsilon_2 \omega + \dots \quad /108/$$

i odpowiednio reakcje

$$R_A = \frac{1}{L} /X_4 - X_2/ + R_A^0$$

$$R_B = \frac{1}{L} /- X_4 + X_2/ + R_B^0$$

$$R_C = \frac{1}{L} /X_4 - X_2/ + R_C^0 \quad /109/$$

$$R_D = \frac{1}{L} /- X_4 + X_2/ + R_D^0$$

gdzie:

$R_A^0, R_B^0, R_C^0, R_D^0$ - reakcje w układzie zastępczym o l obciążenia przęsłowego

1.3.4.2. Linie wpływowe momentów węzłowych pod działaniem momentu skręcającego

Rozkładając moment skręcający podobnie jak obciążenie P na symetryczny i antymetryczny otrzymamy wielkości przemieszczeń:

- dla obciążenia symetrycznego

$$\Delta_{2M} = \Delta_{4M} = 0; \Delta_{1M} = -\Delta_{3M} = -\frac{M L}{2 GJ_s} + \frac{M K}{12 EJ_x} \quad /110/$$

- dla obciążenia antymetrycznego

$$\Delta_{2M} = \Delta_{3M} = 0; \Delta_{1M} = \Delta_{3M} = -\frac{M L}{2 GJ_s} + \frac{3}{12} \frac{M K}{EJ_x} \quad /111/$$

Wstawiając wartości /110/ /111/ do układu równań kanonicznych przy momencie skręcającym $M = 1$ otrzymamy rzędne linii wpływowych momentów węzłowych X_1 i X_3 /rys. 56a/

$$y_1 = \frac{\alpha/2L + 3/ + /0,5 l^2 + 1/}{/1 + 1/ /1 + 3/} \quad /112/$$

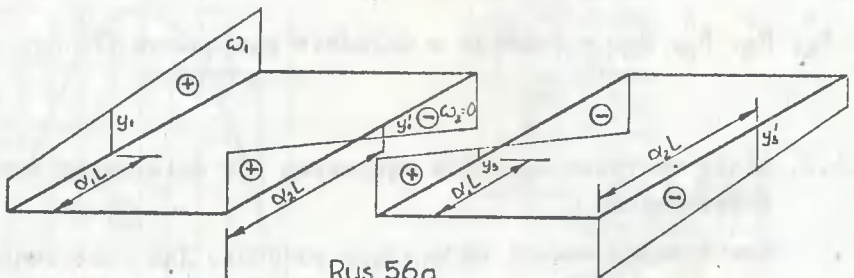
$$y_3 = \frac{/0,5 - \alpha/ l}{/1 + 1/ /1 + 3/} = -y_1' \quad /113/$$

$$y_3' = \frac{/1 - \alpha/ /2 l + 1/ + /0,5 l^2 + 1/}{/1 + 1/}$$

gdzie:

$$l = \frac{GJ_s}{L} \times \frac{K}{EJ_x}$$

dotyczy prawej belki głównej przy momencie poruszającym się na belce lewej z A do D.



Rys. 56a
Linie wpływowe momentów węzłowych

Powierzchnia linii wpływowej

$$\omega = \pm \frac{L}{2} \quad /115/$$

Obliczone przy pomocy /112/, /113/, /114/ wielkości momentów węzłowych będą:

$$X_1 = M_1 y_1 + M_2 y_1' + m_1 \omega_1 + m_2 \omega_2 + \dots \quad /116/$$

$$X_2 = M_1 y_3 + M_2 y_3' + m_2 \omega_2 + m_1 \omega_1 + \dots$$

oraz reakcji

$$R_A = \frac{1}{K} / - X_1 + X_3 / + R_A^0$$

$$R_B = \frac{1}{K} / X_1 - X_3 / + R_B^0$$

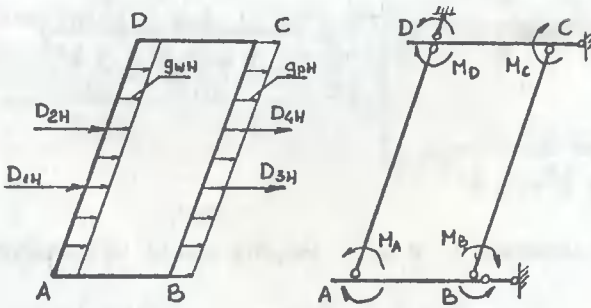
$$R_C = \frac{1}{K} / - X_1 + X_3 / + R_C^0$$

$$R_D = \frac{1}{K} / X_1 - X_3 / + R_D^0$$

/117/

1.3.4.3. Linie wpływowe momentów węzłowych przy obciążeniu poziomym

Dla wyznaczenia linii wpływowych od obciążenia poziomego przyjęto schemat zastępczy, jak na rys. 56b.



Rys.56b.

Dla tak przyjętego schematu wielkości przemieszczeń będą wynosiły:

$$\delta_{11} = \delta_{33} = \frac{L}{EJ_y} + \frac{2}{3} \frac{K}{EJ'_y}$$

$$\delta_{31} = \delta_{24} = - \frac{K}{3 EJ'_y}$$

$$\delta_{22} = \delta_{44} = \frac{1}{3} \frac{L}{EJ_y} + \frac{2}{3} \frac{K}{EJ'_y} \quad /118/$$

$$\delta_{21} = \delta_{1,4} = \delta_{2,3} = \delta_{3,4} = 0$$

$$A_{1P} = - \frac{PL^2}{2 EJ_y} / \alpha - \alpha^2 /$$

$$A_{2P} = - \frac{PL^2}{2 EJ_y} / \frac{\alpha}{3} - \alpha^2 + \frac{2}{3} \alpha^3 /$$

Wstawiając /118/ do układu równań kanonicznych oraz przyjmując oznaczenia

$$k' = \frac{EJ_y}{L} \times \frac{K}{EJ'_y} ; \quad A = \frac{3 + 2 k'}{3 + 4 k' + k'^2}$$

$$B = \frac{k'}{3 + 4 k' + k'^2} ; \quad C = \frac{3 + 6 k'}{1 + 4 k' + 3 k'^2} \quad /119/$$

$$D = \frac{3 k'}{1 + 4 k' + 3 k'^2}$$

Otrzymamy przy założeniu $P = 1$ rzędne linii wpływowych momentów węzłowych

$X_1 = LA \beta_c$	$X_1 = 1$	$M_A = M_D = 1$	
$X_2 = LC \gamma_d$	$X_2 = 1$	$M_A = -M_D = 1$	
$X_3 = LB \beta_c$	$X_3 = 1$	$M_B = M_C = -1$	/120/
$X_4 = LD \gamma_d$	$X_4 = 1$	$M_B = -M_C = -1$	

i odpowiednio wielkość momentów

$$M_A = X_1 + X_2$$

$$M_B = -X_3 + X_4/$$

$$M_C = -X_3 - X_4/$$

$$M_D = X_1 - X_2$$

/121/

Przy obliczeniu wielkości obciążenia poziomego przyjmuje się [2], że stanowi ono 10% obciążenia pionowego.

$$P_H = 0,1 P$$

$$\varepsilon_H = 0,1 g$$

1.3.4.4. Uwzględnienie przekoszenia w płaszczyźnie poziomej

Dla rozwiązania ramy z uwzględnieniem przekoszenia przyjęto schemat zastępczy z biegunem sprężystym, jak na rys. 57.

Nadliczbowe od obciążenia symetrycznego będą:

$$X_1 = X_2 = \frac{1}{2} P_{\text{przek}} ; X_3 = 0 \quad /122/$$

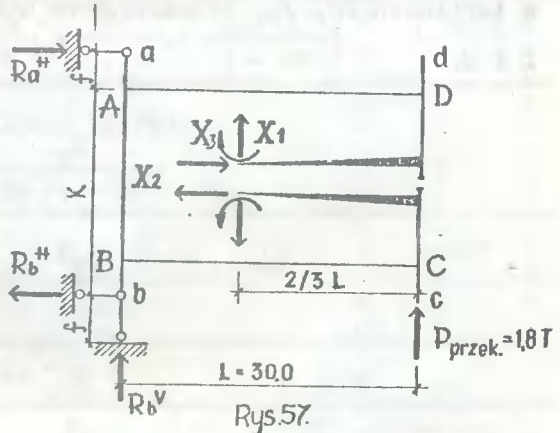
Przemieszczenia od antymetrycznego obciążenia

$$\delta_{22} = \frac{K^3}{6 EJ_y} + \frac{LK^2}{2 EJ_y}$$

$$\Delta_{1P} = \Delta_{3P} = 0 \quad /123/$$

$$\Delta_{2P} = P_{\text{przek}} \cdot LK \left[\frac{L}{4 EJ_y} + \frac{K^2 + K \cdot f}{EJ_y / 12 K + 24 f /} \right]$$

skąd przyjmując $k'' = \frac{EJ_y}{L} \times \frac{K}{EJ_y' / 12 K + 24 f /}$ otrzymamy:



$$X_2 = - P_{\text{przek.}} \frac{L}{K} \frac{\frac{1}{2} + \frac{L}{6 / K + 2f} k''}{1 + \frac{1}{3} k} \quad /124/$$

i momenty węzłów

$$M_{BF} = - M_{AF} = P_{\text{przek.}} L \frac{f}{K + 2f}$$

$$M_{BA} = - M_{AB} = \frac{K}{2} X_2 + \frac{P_{\text{przek.}} LK}{2 / K + 2f} \quad /125/$$

$$M_{BC} = - M_{AD} = \frac{K}{2} X_2 + \frac{1}{2} P_{\text{przek.}} L$$

$$M_{CB} = - M_{CD} = - M_{DA} = - M_{DC} = \frac{K}{2} X_2$$

W tablicach 20, 21, 22 zestawiono wyniki obliczeń sumnic dla typu D i E.

Zestawienie nadliczbowych X_2 i X_4 dla typu „D”

Tabela 20.

Oznaczenie obciążenia	D ₁	D ₂	D ₃	D ₄	q _{AD}	q _{BC}
Wielkość obciążenia T	19,0	18,0	18,0	18,0	0,387	0,487
P_{bc}	0,120	0,125	0,120	0,125	-	-
$\frac{P_{bd}}{1+k}$	0,04399	0,04582	0,04399	0,04582	-	-
χ_2	0,008	0,0	0,008	0,0	-	-
$\frac{3\chi_2}{1+3k}$	0,00388	0,0	0,00388	0,0	-	-
$\frac{P_{bc}}{1+k} - \frac{3\chi_2}{1+3k}$	0,04011	0,04582	0,04011	0,04582	-	-
$\frac{P_{bc}}{1+k} + \frac{3\chi_2}{1+3k}$	0,04787	0,04582	0,04787	0,04582	-	-
Rzędne linii wpływu						
$y_2 = \frac{L}{2} \left(\frac{P_{bc}}{1+k} - \frac{3\chi_2}{1+3k} \right)$	0,60165	0,68730	0,60165	0,68730	-	-
$y_4 = \frac{L}{2} \left(\frac{P_{bc}}{1+k} + \frac{3\chi_2}{1+3k} \right)$	0,71805	0,68730	0,71805	0,68730	-	-
Powierzchnia linii wpływu						
$\omega = \frac{L^2}{24} \frac{1}{1+k}$	-	-	-	-	+ 13,7463	- 13,7463
P_{y2}	10,830	12,371	10,830	12,371	-	-
$q \cdot \omega$	-	-	-	-	5,320	- 6,694
$X_2 = P_{y2} + q \cdot \omega$			45,028 Tm			
P_{y4}	12,925	12,371	12,925	12,371	-	-
$q \cdot \omega$	-	-	-	-	5,320	- 6,694
$X_4 = P_{y4} + q \cdot \omega$			49,218 Tm			

Zestawienie nadliczbowych dla typu "E"
 Tablica 21.

Obciążenia	D ₁	D ₂	D ₃	D ₄	ε _w lewe	ε _w prawe
Wielkość T; T/m	18,0	18,0	18,0	18,0	0,505	0,505
p_e	0,120	0,125	0,120	0,125	-	-
$p_e / (1 + k)$	0,0375	0,0390	0,0375	0,0390	-	-
δ_e	0,008	0,0	0,008	0,0	-	-
$\frac{3\delta_e}{1+k}$	0,0032	0,0	0,0032	0,0	-	-
$p_e / (1 + k) - \frac{3\delta_e}{1 + 3k}$	0,0343	0,0390	0,0343	0,0390	-	-
$\frac{p_e}{1+k} + \frac{3\delta_e}{1+3k}$	0,0407	0,0390	0,0407	0,0390	-	-
$y_2 = \frac{L}{2} \left(\frac{p_e}{1+k} - \frac{3\delta_e}{1+3k} \right)$	0,5145	0,5850	0,5145	0,5845	-	-
$y_4 = \frac{L}{2} \left(\frac{p_e}{1+k} + \frac{3\delta_e}{1+3k} \right)$	0,6105	0,5850	0,6105	0,5845	-	-
Powierzchnia linii wpływu						
$\omega = \frac{L^2}{24(1+k)}$	-	-	-	-	11,7038	- 11,7038
P_{y2}	9,261	10,530	9,261	10,530	-	-
$\epsilon\omega$	-	-	-	-	5,910	- 5,910
$X_2 = P_{y2} + \epsilon\omega$			39,582 Tm			
P_{y4}	10,989	10,530	10,989	10,530	-	-
$\epsilon\omega$	-	-	-	-	5,910	- 5,910
$X_4 = P_{y4} + \epsilon\omega$			43,038 Tm			

Zestawienie nadliczbowych X_1 i X_3 momentów węzłowych od sił poziomych oraz momentów węzłowych od przekoszenia

Tablica 22.

	Nr wzoru	Oznaczenie	Wartość	
			Schemat "D" T_m	Schemat "E" T_m
Nadliczbowe - obciążenia przęsłowego i momentów skręcających	112-116	X_1	23,968	20,728
		X_3	26,112	22,877
	Tablica 20;21	X_2	45,028	39,582
		X_4	49,218	43,038
Momenty węzłowe od przekoszenia	124,125	M_{DA}	- 13,996	- 12,774
		M_{AD}	10,885	14,226
		M_{AB}	7,109	6,396
		M_{BA}	8,762	7,830
Momenty węzłowe od obciążenia poziomego	118-121	M_A	15,886	14,635
		M_B	- 15,886	- 14,635
		M_C	- 14,103	- 13,091
		M_D	14,103	13,091
Porównanie momentów przęsłowych metody dokładnej z przybliżoną				
Typ „D”			Typ „E”	
Metoda dokładna	Metoda przybliżona		Metoda dokładna	Metoda przybliżona
250,40 T_m	298,46 T_m		259,10 T_m	300,49 T_m
$n = 15,5 \%$			$n = 13,5 \%$	

W metodzie uproszczonej przęsłowy moment zginający wyznacza się ze wzoru:

$$M = 0,125 g l^2 + 0,5 P l / 1 - \frac{a}{2L} / ^2 \quad //126/$$

gdzie: a_1 - rozstaw skupionych sił P od nacisku wózka.

Wnioski:

Z porównania metody dokładnej /tablica 22/ ze sposobem przybliżonym wynikają różnice wartości momentów przęsłowych wynoszących $n = 15,5\%$ dla typu „D” i $n = 13,5\%$ dla typu „E”, co dowodzi celowości stosowania metody dokładnej z uwagi na racjonalne wykorzystanie materiału.

Literatura

/ do rozdziału 1.3.4. /

- [1] J.E. Spengler: Issledowanie płoskoprostranstwiennych sistem mostowych kranow. Trudy Wniptmaszn, Moskwa 1953.
- [2] N.N. Streleckij: Reseczatye kombinirowannye sistem mostow. Moskwa 1953.

1.4. Uwagi dotyczące dynamiki konstrukcji nośnych dźwignic

W dotychczasowej praktyce projektowej, celem uwzględnienia rzeczywistych obciążeń występujących w konstrukcjach nośnych dźwignic, uwzględniających dynamiczną pracę ustroju nośnego, wprowadza się współczynniki, przez które mnożąc obciążenie statyczne uzyskuje się odpowiadające im obciążenie całkowite /statyczne i dynamiczne/.

W obliczeniach ustrojów nośnych wpływy dynamiczne ujawnione są w sposobie przyjmowania wielkości sił obciążających, a sam ich rozkład przyjmuje się za podobny do rozkładu w przypadku obciążeń pionowych, działających na konstrukcję znajdującą się w spoczynku. Tym samym właściwe obliczenia konstrukcji stalowej dźwignicy otrzymuje się przez liniową transformację obliczeń statycznych, przy czym współczynnikiem transformacji są tzw. współczynniki Ψ_1 i Ψ_2 .

Współczynnik Ψ_1 uwzględnia dynamiczny wpływ obciążeń stałych ustroju nośnego wywołany wstrząsami przy ruchu tego ustroju, zaś współczynnik zwiększenia Ψ_2 uwzględnia wpływ zmiennych obciążeń na części nośne ustroju.

Za obciążenie stałe przyjmuje się siły, których wartości i punkty przyłożenia nie ulegają zmianie podczas ruchu rozpatrywanej części ustroju, a więc ciężar własny ustroju, ciężar związanych z nią mechanizmów itp.

Obciążeniem zmiennym są wszystkie siły, których wartości - punkty przyłożenia lub kierunki zmieniają się podczas pracy dźwignicy, a więc ciężar nosiwa, wózka suwnicowego poruszającego się po konstrukcji nośnej, siły bezwładności wywołane rozruchem lub hamowaniem wózka /nosiwa/ i obrotowych części ustroju.

Odpowiednie przepisy w różnych krajach uzależniają wartości wyżej wymienionych współczynników od szeregu warunków.

- Współczynnik ψ należy dobierać w zależności od charakteru eksploatacji dźwignicy, szybkości jazdy, styków szyn jezdnych.
- Podobnie wartość współczynnika ψ uwarunkowana jest - oprócz powyższych, tzw. grupami natężenia ruchu dźwignicy.

Dla przykładu wartość współczynnika ψ zaleca się w naszym kraju przyjmować w granicach $1,05 \div 1,15$, ale już wartość współczynnika ψ waha się w szerokich granicach.

Według przepisów niemieckich od $1,2 \div 1,4$; radzieckich $1,1 \div 1,5$; angielskich $1,2 \div 1,5$.

Z wartości tych współczynników wynika, że do obliczonych naprężeń, które powstają w elementach konstrukcji pod wpływem obciążeń statycznych /zasadniczych/, wnosi się kilkudziesięcioprocentową poprawkę zwiększającą obciążenie statyczne.

Oczywiście, że stosowanie w praktyce konstruktorskiej tak dużych współczynników dynamicznych spowodowało, że konstrukcje maszyn transportowych były przewymiarowane, zbyt ciężkie i materiałochłonne. Tego rodzaju względy, a przede wszystkim zagadnienie oszczędności stali zmusiło szereg ośrodków badawczych w kraju i za granicą do rewizji przyjmowanych założeń dla określenia wartości współczynników dynamicznych, głównie współczynnika ψ , uwzględniającego dynamiczny wpływ obciążeń zmiennych na konstrukcję. Większość ośrodków badawczych oparła swoje prace na wyznaczeniu współczynników dynamicznych na drodze teoretycznej z drgań konstrukcji nośnych dźwignic. Ze względu na to, że teoria drgań konstrukcji nośnych maszyn dźwigowych jest bardzo skomplikowana, wprowadzono do obliczeń szereg uproszczeń przez przyjmowanie do analizy matematycznej różnych modeli układu drgań konstrukcji.

Uproszczenia te były konieczne ze względu na to, że mając do czynienia z układami wielomasowymi i wielosprężynowymi natrafiono na olbrzymie trudności matematyczne. Stąd przyjmowanie daleko uproszczonych modeli drgań konstrukcji, jako układu drgającego dwumasowego czy jednomasowego.

W załączniku 1. pkt 1.5: podano analizę dynamiczną układu wózek - suwnica - ciężar, przy:

- pracy mechanizmu podnoszenia i poderwania ładunku z podstawy,
- przejazd suwnicy przez nierówność progową,
- zderzenie wózka i suwnicy z odbojnicą.

Współczynniki dynamiczne Ψ dla pięciu typów mostów podano w tabelicy 1. załącznika, gdzie wartości obliczone teoretycznie wynoszą $\Psi = 1,382 \div 1,42$, natomiast według badań modelowych

$$\Psi = 1,25 - 1,379.$$

Rozdział II.

2. Wstępnie sprężone konstrukcje mostów suwnicowych

2.1. Dobór przekroju belki sprężonej

Zaleca się projektowanie wstępnie sprężonych belek zmiennych w linii przekroju podłużnego, w szczególności dla ustrojów o dużej rozpiętości i nośności. Przyczynia się to do uzyskania dodatkowej oszczędności stali w granicach 7 ÷ 10% oraz do lepszego wykorzystania materiału na całej długości dźwigara. Belkę dwuteową sprężoną projektujemy przy zachowaniu współczynnika asymetrii /niesymetryczny przekrój ze względu na optymalną nośność/. Dla dźwignic mostowych o przekroju dwuteowym zalecany współczynnik asymetrii $A = 1,50$. Współczynnik ten dla belek skrzynkowych kształtuje się w granicach [1]

$$A = \frac{h_2}{h_1} = \frac{W_g}{W_d} = 1,0 \div 1,2$$

gdzie: W_g , W_d - wskaźniki wytrzymałości strefy górnej i dolnej belki;

h_1 , h_2 - odległość górnej i dolnej krawędzi przekroju od osi $x - x$.

Geometryczną charakterystykę belki skrzynkowej określa stosunek pola przekroju środnika do całego przekroju belki

$$m = \frac{F_{\text{śr}}}{F} = 0,45 \div 0,55 ; \quad \text{średnio } m = 0,50$$

Dla belek dwuteowych przyjmujemy

$$m = 0,550 \div 0,567 ; \quad m_{\text{śr}} = 0,550$$

Wymiary elementów konstrukcyjnych według zaleceń autora [2] są następujące:

- dźwigar dwuteowy

$$h = \frac{1}{8} \div \frac{1}{15} / l - \text{dla niesprężonej konstrukcji o nośności} \\ Q = 10 \div 100 \text{ T};$$

$$h = \frac{1}{10} \div \frac{1}{20} / l - \text{dla sprężonej konstrukcji o nośności} \\ Q = 10 \div 100 \text{ T.}$$

Powyzszą wysokość belki przyjęto przy założeniu ugięcia dopuszczalnego od obciążenia ruchomego $f_{\text{dop}} = \frac{1}{700}$ i naprężenia granicznego stali $K = 2100 \text{ kg/cm}^2$;

- dźwigar skrzynkowy

$$h > \frac{1}{20}; \quad b = \frac{1}{50} - \text{element niesprężony};$$

$$h = \frac{1}{35} \div \frac{1}{30} / l - \text{element sprężony} \quad Q = 10 \div 30 \text{ T};$$

$$h = \frac{1}{30} \div \frac{1}{20} / l - \text{element sprężony} \quad Q = 30 \div 100 \text{ T};$$

$$b > \frac{1}{70}; \quad t_1 > \frac{1,2 M_{\text{max}}}{b \cdot h \cdot K}; \quad t_2 = t_1 - 0,2 \text{ cm};$$

$$t_3 = t_4 > \frac{h}{200};$$

gdzie: h, b, t_1, t_2, t_3, t_4 - według rys.4.

- kratownice

$$h = \frac{1}{20} \div \frac{1}{15} / l - \text{ustrój sprężony} \quad Q = 10 \div 30 \text{ T};$$

$$h = \frac{1}{15} \div \frac{1}{11} / l - \text{ustrój sprężony} \quad Q = 30 \div 100 \text{ T.}$$

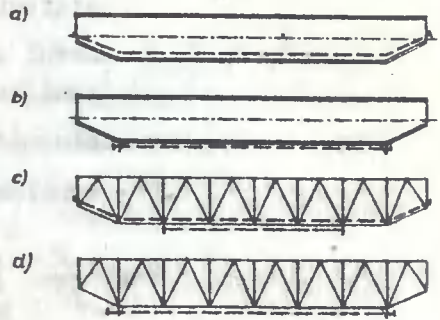
2.2. Siły sprężające

Mosty suwnic doznają dominujących obciążeń w płaszczyźnie pionowej od ciężaru własnego mostu oraz ciężaru ruchomego złożonego z ciężaru podnoszonego ładunku i wózka. Moment zginający od ciężaru własnego belki, przyjętego jako równomiernie rozłożony, przedstawia wykres o zarysie parabolicznym w przeciwieństwie do ciężaru ruchomego, gdzie pod wpływem nacisku osi P_1 i P_2 można wyznaczyć obwiednie momentów, tzw. linię „M”, dla każdego chwilowego położenia wózka. Jeżeli naciski na osie wózka są równe

$$P_1 = P_2 = P$$

to uzyskany obraz linii „M” jest symetryczny. Dostosowanie momentu zginającego wywołanego wstępnym sprężeniem belki do obciążeń stałych i równomiernych jest osiągalne z dużą dokładnością, jednak praktycznie pewne trudności przysparza dostosowanie zmiennego momentu od obciążenia ruchomego do momentu wywołanego wstępnym sprężeniem. Większą więc, dokładność dostosowania się tych momentów można uzyskać przez zastosowanie wstępnego sprężenia wielokrotnego. Ze względów jednak praktycznych i wykonawczych stosuje się zazwyczaj ciągną o prostoliniowej trasie przebiegu, wywołujące stały moment zginający na długości sprężanej belki. Przebieg ciągnien może być prosty, zakrzywiony i załamany. Prosty przebieg ciągną stosuje się zazwyczaj ze względów praktycznych poniżej pasa rozciąganego dźwigara bezpośrednio na pasie lub od wewnątrz pasa dolnego. Dla jednoprzęsłowych belek nie jest celowe prowadzenie ciągną na całej długości, ponieważ w pobliżu łożyska, gdzie momenty zginające od obciążenia zewnętrznego są ograniczone, powstaje skomplikowany stan naprężeń, z drugiej jednak strony w miejscu zakotwienia powstaje znaczny moment sprężający wymagający wzmocnienia węzła.

Konstrukcyjnie i technologicznie najlepsze rozwiązanie można osiągnąć jeżeli wysokość belki lub kratownicy jest zmienna w miejscu zakotwienia cięgien /rys. 58/.



rys. 58

Konstrukcje stalowe sprężone są urządzeniami statycznie niewyznaczalnymi, które najdogodniej rozwiązuje się metodą sił. Jeżeli na konstrukcję poza obciążeniami zewnętrznymi działa n sił nadliczbowych, to układ równań kanonicznych, z którego można wyznaczyć wielkości nadliczbowe X_i /gdzie $i = 1, 2, 3, \dots, n$ / ma postać

$$\delta_{n1} X_1 + \delta_{n2} X_2 + \dots + \delta_{nn} X_n + A_{np} = 0 \quad /127/$$

Współczynnik δ_{ik} układu równań kanonicznych w przypadku elementów pełnościennych oblicza się ze znanych wzorów

$$\delta_{ik} = \sum_0^s \int \frac{M_i M_k}{EJ} ds + \sum_0^s \int \frac{N_i N_k}{EF} ds + \sum_0^s \int \mathcal{K} \frac{Q_i Q_k}{GF} ds \quad /128/$$

$$A_{ip} = \sum_0^s \int \frac{M_i M_p}{EJ} ds + \sum_0^s \int \frac{N_i N_p}{EF} ds + \sum_0^s \int \mathcal{K} \frac{Q_i Q_p}{GF} ds$$

gdzie: $M_i, N_i, Q_i, M_k, N_k, Q_k$ - kolejno: moment zginający, siła podłużna i poprzeczna od siły uogólnionej $X_i = 1$ i $X_k = 1$;

M_p, N_p, Q_p - kolejno: moment zginający, siła podłużna i siła poprzeczna od obciążenia zewnętrznego;

δ_{ik}, A_{ip} - przesunięcie punktu przyłożenia siły X_i w kierunku tej siły, spowodowane siłą $X_k = 1$ i obciążeniem zewnętrznym;

E, G, J, F - moduł sprężystości podłużnej, poprzecznej, moment bezwładności, pole przekroju poprzecznego;

s - długość pręta;

\mathcal{K} - współczynnik charakteryzujący kształt przekroju

$$\mathcal{K} = \frac{F}{J^2} \int \frac{S^2}{b^2} dF$$

b - szerokość przekroju w odległości z od osi obojętnej;

S - moment statyczny części przekroju uzyskanej przez odcięcie prostą równoległą do osi obojętnej odległą o z od osi obojętnej.

Zwykle przyjmuje się, że wpływ sił poprzecznych na wartość przemieszczeń nie przekracza 5% i dlatego pomija się te wartości.

- Dla elementów kratowych współczynniki δ_{ik} układu równań kanonicznych są równe

$$\delta_{ik} = \sum \frac{N_i N_k \cdot l_i}{EF_i}; \quad A_{ip} = \sum \frac{N_i N_p \cdot l_i}{EF_i} \quad /129/$$

2.2.1. Przyrost siły sprężającej

Przyrost ΔS siły w cięgnie sprężającym od obciążenia zewnętrznego określamy z kanonicznego równania metody sił

- dla belki

$$\Delta S = X = - \frac{A_{1P}}{\delta_{11}} = - \frac{\int_0^s \frac{M_1 M_P}{EJ_x} dx}{\int_0^s \frac{M_1^2}{EJ_x} dx + \frac{l_0}{E_c F_c} + \frac{l_0}{EF}} \quad /130/$$

S możemy wyznaczyć również posługując się wzorem 131

$$\text{dla } x > \frac{1 - l_c}{2}$$

$$\Delta S = \frac{P \cdot c \left[1 / x_1 + x_2 / - / x_1 + x_2 / - \frac{1 - l_c / 2}{2} \right]}{2 l_c \left[c^2 + \frac{J_x}{F} + \frac{EJ_x}{E_c F_c} \right]} \quad /131/$$

- dla kratownicy

$$\Delta S = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{N_{si} \cdot N_{pi} \cdot l_i}{EF_i}}{\sum_{i=1}^n \frac{N_{si}^2 \cdot l_i}{E_i F_i} + \frac{l_c}{E_c \cdot F_c}} \quad /132/$$

gdzie: l_c, E_c, F_c - długość cięgna, moduł sprężystości i pole przekroju cięgna sprężającego;

N_{si} - siła w pręcie i od siły sprężającej $S = 1$;

N_{pi} - siła w pręcie i od obciążenia zewnętrznego;

x_1, x_2 - odległości poszczególnych sił od lewej podpory belki;

P - siły skupione od nacisku kół wózka.

c - odległość cięgna od środka ciężkości belki

Linie wpływowe przyrostu siły sprężającej ΔS dla belki swobodnie podpartej przedstawiono na rys. 59.

Nadliczbową X_1 $\Delta S = X_1$ określamy dla dwóch przedziałów: A-1 i 1-2, w których porusza się siła jednostkowa.

Z równania kanonicznego wyznaczamy linię wpływową nadliczbowej X_1

$$\delta_{11} X_1 + \Delta_{1P} = 0; \quad X_1 = - \frac{\Delta_{1P}}{\delta_{11}} \quad /133/$$

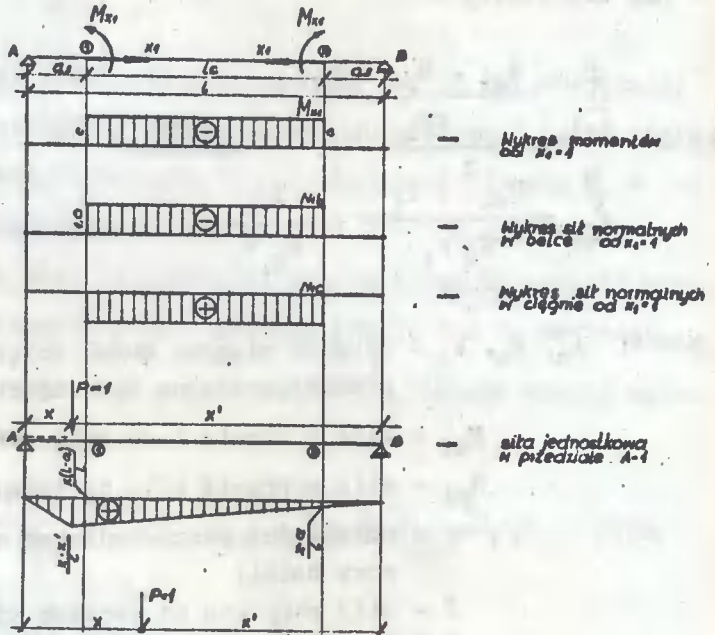
przy czym Δ_{1P} jest funkcją położenia siły jednostkowej Δ_{1P}/x

i otrzymujemy przez scałkowanie wykresów momentów M_{x1} i M_p/x .

Na przykład dla belki ażurowej

$$\delta_{11} = \int_0^s \frac{M_{x1}^2}{EJ_{xb}} dx + \int_0^s \frac{N_{x1}^2}{EF_{sr}} dx + \int_0^s \frac{N_{x1}^2}{E_0 F_0} dx \quad /134/$$

M_{x1}, N_{x1} - moment zginający i siła normalna wywołana sprężeniem cięgną siłą $X_1 = 1$



Ustalając linię wpływową przyrostu siły sprężającej ΔS możemy określić wartości sił wewnętrznych od obciążenia zewnętrznego dla każdego przekroju belki. Szczególnie przydatne są linie wpływowe przyrostu siły sprężającej ΔS w sprężonych ustrojach ażurowych,

gdzie zachodzi konieczność określenia wartości sił wewnętrznych w wielu przekrojach.

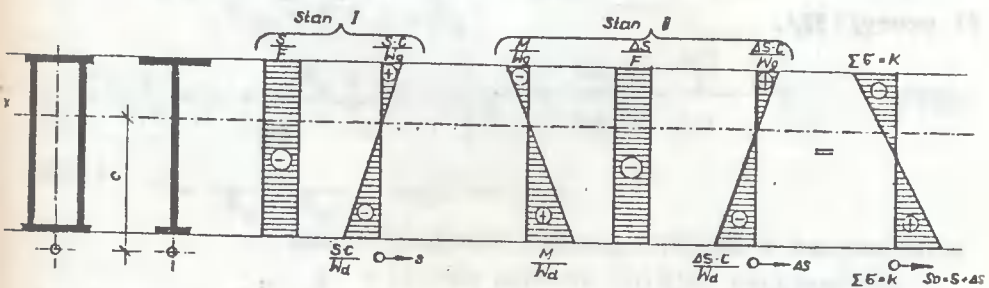
Z porównania obu sposobów wyznaczania wartości $4S$ w oparciu o przeprowadzone przykłady liczbowe można wyciągnąć następujące wnioski:

- wzór /131/ daje dokładne wyniki dla $x \geq \frac{1 - l_c}{2}$
- metoda linii wpływowych jest metodą dokładną i można ją stosować w każdym przypadku.

2.2.2. Stany naprężeń dla ustroju blachownicowego, ażurowego i skrzynkowego

Sprężanie za pomocą ciągłych związane jest z wprowadzeniem do przekroju mimośrodowej siły sprężającej, wywołującej moment sprężenia o znaku przeciwnym do momentu zginającego wywołanego obciążeniem obliczeniowym. W zakresie sprężystym dźwigara powstają w przekrojach naprężenia od maksymalnego momentu zginającego dla dwóch stanów - podczas sprężania /stan I/ i eksploatacji /stan II/. Naprężenia normalne w włóknie górnym i dolnym w przekroju belki pełnościennej i skrzynkowej oraz ażurowej sprawdzamy jak dla pręta ściskanego mimośrodowo.

- belka blachownicowa i skrzynkowa /rys. 60/



Rys. 60.

Stan I.

$$\sigma_g = - \frac{\alpha_1 \cdot S}{F} + \frac{\alpha_1 \cdot S \cdot c}{W_{xg}} \leq K \quad /135/$$

$$\sigma_d = - \frac{\alpha_1 \cdot S}{F \cdot \beta_y} - \frac{\alpha_1 \cdot S \cdot c}{W_{xd}} \leq 1,05 K$$

Stan II.

$$\sigma_g = - \frac{\alpha_1 \cdot S + 4S}{F} - \frac{M}{W_{xg}} + \frac{|\alpha_1 \cdot S + 4S/c|}{W_{xg}} \leq K \quad /136/$$

$$\sigma_d = - \frac{\alpha_1 \cdot S + 4S}{F} + \frac{M}{W_{xd}} - \frac{|\alpha_1 \cdot S + 4S/c|}{W_{xd}} \leq K$$

gdzie:

- σ_g, σ_d - naprężenia normalne w włóknie górnym i dolnym belki;
- β_y - współczynnik wyboczeniowy pasa dolnego;
- α_1 - współczynnik przeciążenia dla sił od sprężenia;

- belka ażurowa /rys. 61a/

Wzory na naprężenia normalne w stanie I i II przekroju środkowego M_{max} i $Q = 0$ są analogiczne do wzorów /135 i 136/, lecz o innym przebiegu wykresu naprężeń /rys. 61b/.

Naprężenia natomiast w przekroju - /rys. 61c/ np. w 1/4 rozpiętości dla stanu I określają wzory /135/, natomiast dla stanu II wzory /137/.

Stan II.

$$\sigma_g = - \frac{S + \Delta S}{F} - \frac{M - /S + \Delta S/c}{W_g} - \frac{M_{pb}}{W'_g} \leq K$$

$$\sigma_{g/a/} = - \frac{S + \Delta S}{F} - \frac{M - /S + \Delta S/c \cdot e_1}{J_x} + \frac{M_{pb}}{W'_d} \leq K$$

$$\sigma_d = - \frac{S + \Delta S}{F} + \frac{M - /S + \Delta S/c}{W_d} + \frac{M_{pb}}{W_g} \leq K \quad /137/$$

$$\sigma_{d/b/} = - \frac{S + \Delta S}{F} + \frac{M - /S + \Delta S/c \cdot e_2}{J_x} - \frac{M_{pb}}{W''_d} \leq K$$

gdzie:

$\sigma_{g/a/}$; $\sigma_{d/b/}$ - naprężenia w punkcie a i b /przekroje u nasady słupka/

2.2.3. Dopuszczalna siła sprężająca

Dopuszczalną siłę sprężającą ustaloną z warunku stateczności pasa dolnego przy sprężaniu /S/ oraz kontrolowaną siłę sprężającą /S_k/ uwzględniającą straty opóźnione i doraźne, wyznaczamy ze wzorów

$$S = \frac{1,05 \cdot K \cdot \beta_y \cdot F \cdot W_{xd}}{W_{xd} + F \cdot c \cdot \beta_y}$$

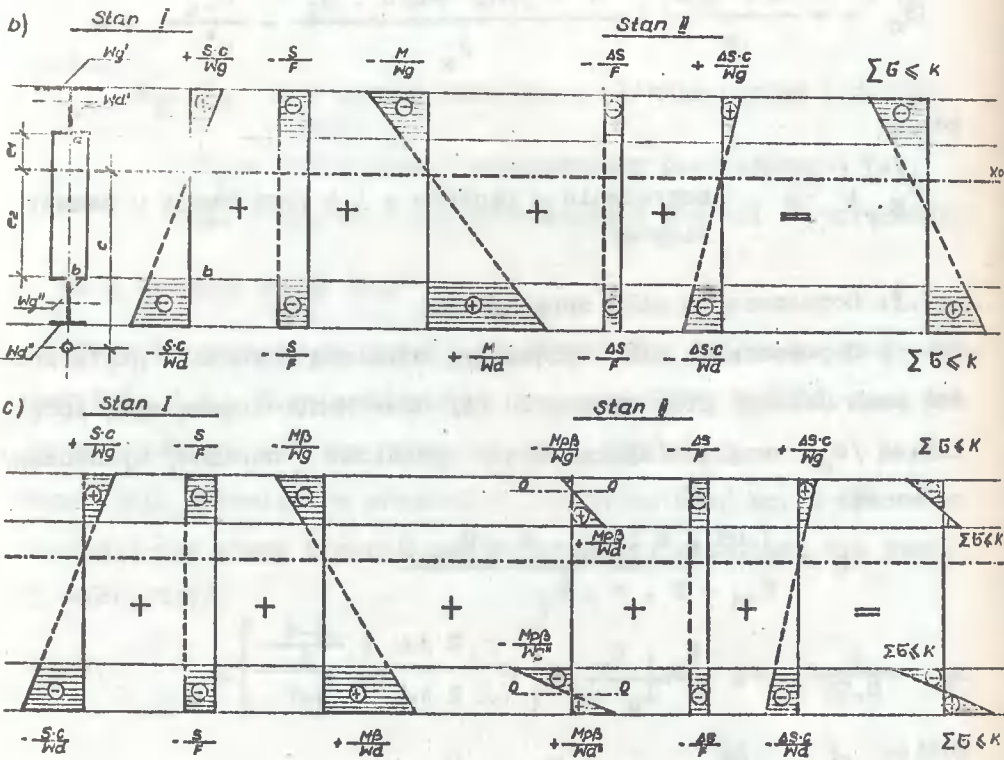
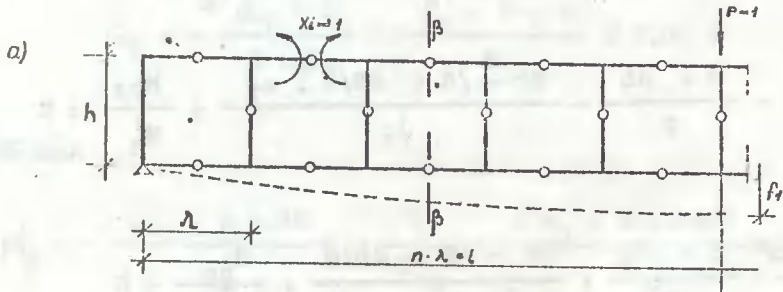
$$S_k = \frac{S}{0,95} + \Delta z \frac{F_c \cdot E_c}{l_c} + \left[1 - \frac{2 j \alpha + \frac{j-1}{j}}{2 j \alpha + j-1} \right] S \quad /138/$$

gdzie: $\alpha = \frac{EF}{E_c \cdot F_c}$ - współczynnik;

Δz - wielkość poślizgu ciągną w zakotwieniu;

j - liczba pęczków kolejno naciąganych;

E_o , K , F_c , l_c - moduł sprężystości podłużnej, naprężenie graniczne, przekrój i długość ciągną.



b) Przekrój w środku rozpiętości [$M_{max}, Q=0$]

Rys. 61

c) Przekrój $\beta-\beta$ w $1/4$ rozpiętości [$M_{\beta}, Q_{\beta}, M_{\beta\beta}$]

$$M_{\beta\beta} = \frac{Q_{\beta} \cdot \lambda}{2} - \frac{\lambda}{2}$$

2.3. Sztywność ustrojów sprężonych

2.3.1. Ugięcia

W przepisach, normach i literaturze podaje się warunek ograniczenia wielkości strzałki ugięcia mostów suwnicy. Warunek ten prowadzi do powiększenia sztywności kosztem zwiększenia przekrojów.

Istotnym argumentem uzasadniającym taki sposób postępowania jest ograniczenie występowania nadmiernych drgań ustroju stalowego mostu w czasie eksploatacji suwnicy.

Z tych względów w niniejszej pracy przestrzegany jest warunek ograniczenia ugięć mostów.

Dźwigary sprężone w zakresie odkształceń sprężystych są bardziej wiotkie niż zwykle, ponieważ mają mniejsze pole przekroju poprzecznego oraz mniejszy moment bezwładności. Sprężanie mostów suwnicowych pozwala na regulację odkształceń. Istotnym celem sprężenia jest wprowadzenie wymaganych i kontrolowanych naprężeń, jednak przez zmianę siły naciągu można regulować w pewnych granicach odkształcenia bez utracenia roli sprężania przy zwiększaniu nośności konstrukcji. Problem wpływu sztywności na konstrukcję jest nadal otwarty i nie został jeszcze dokładnie zbadany; dlatego w wielu wypadkach ustalenia są dość formalne. Ugięcie łączne stanowi sumę ugięć belki niesprężonej w stanie obciążonym f_0 oraz belki poddanej tylko działaniu siły w ciągnie sprężającym

$$f = f_0 - f_s - f_{\Delta s} \leq f_{dop} \quad /139/$$

gdzie: $f_s, f_{\Delta s}$ - odwrotne ugięcie dźwigara od sił sprężających i przyrostu sprężenia w ciągnie;
 f_0 - ugięcie belki niesprężonej w stanie obciążonym.

Dopuszczalne ugięcie mostu przyjmujemy w granicach

$$f = L / \frac{1}{600} \div \frac{1}{800}$$

Instrukcja [5] podaje także wielkości dopuszczalnego ugięcia odwrotnego w wyniku sprężania, które to wymagania ograniczają w znacznym stopniu efekt sprężania belki czy też kratownicy. Wygięcie w wyniku sprężania jest obliczane podobnie jak dźwigarów, które są obciążone momentem $M_x = S_0 \cdot c$ /rys. 62/ przyłożonym w miejscu zamocowania cięgna.

Wygięcie ku górze od sił w cięgnie najprościej jest wyznaczyć sposobem Maxwell-Mohra, pomijając wpływ siły poprzecznej

$$y = \int_0^l M_1 d\varphi$$

$$d\varphi = \frac{M_x dx}{EJ_x}; M_x = S_0 \cdot c$$

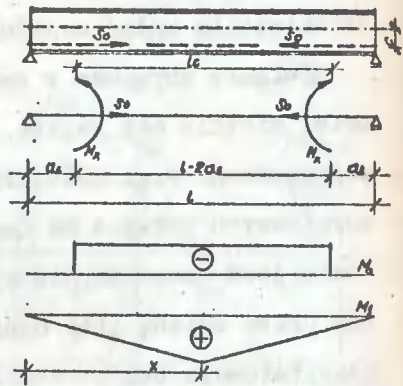
Maksymalne ugięcie wystąpi w połowie rozpiętości

$$M = \frac{1}{2} x \text{ /dla } 0 \leq x \leq \frac{l}{2} \text{; } P = 1$$

Po przekształceniu otrzymamy odwrotną strzałkę ugięcia

$$f_s = - \frac{2}{EJ} \int_a^{l/2} \frac{x}{2} \cdot S_0 \cdot c dx = \frac{-S_0 \cdot c}{2 EJ} / \frac{l^2}{4} - a^2 / \quad /140/$$

gdzie: M_1 - moment zginający od siły jednostkowej przyłożonej w punkcie, którego przemieszczenia poszukuje się, i działającej w kierunku przemieszczenia;



Rys. 62

M_x - moment zginający od obciążenia zewnętrznego /siły w cięgnię S/;

EJ_x - sztywność giętą przekroju belki;

$d\varphi$ - elementarny kąt obrotu

$S_0 = S + 4S$ - całkowita siła w cięgnię

Dźwigary mostów suwnicowych o większych rozpiętościach racjonalnie jest projektować o przekrojach zmiennych na długości, co pozwala na uzyskanie oszczędności zużycia stali.

Sztywność belek o zmiennym przekroju jest nieco mniejsza od sztywności belek o stałym przekroju. Zmniejszenie ugięcia dźwigara tego typu można osiągnąć przez wprowadzenie wstępnej sprężenia cięgnem o wysokiej wytrzymałości stali.

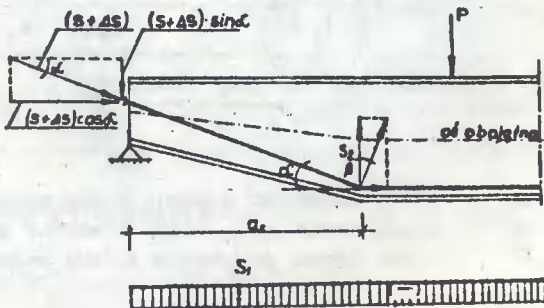
Belki wstępnie sprężone o zmiennym przekroju są konstrukcjami ściskanymi mimośrodowo, obliczone jako ustroje statycznie niewyznaczalne. Rozkład sił w cięgnię załamanym /rys. 63/ przedstawia się następująco [4], [5]:

$$S_1 = /S + 4S/ \cos \alpha \quad ; \quad S_2 = /S + 4S/ \sin \alpha$$

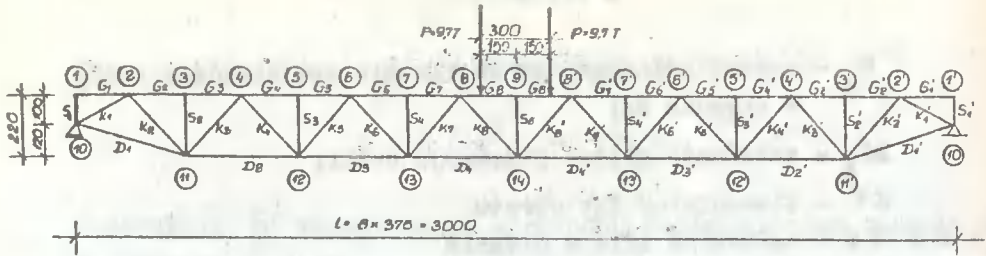
gdzie:

α - kąt pochylecia cięgna na odcinku "a₂"

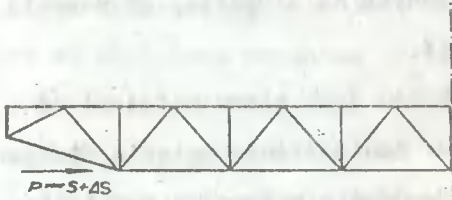
S_1, S_2 - składowa pozioma i pionowa siły w cięgnię.



Rys. 63



Rys 64 Schemat 1 — obciążenie suwnicy



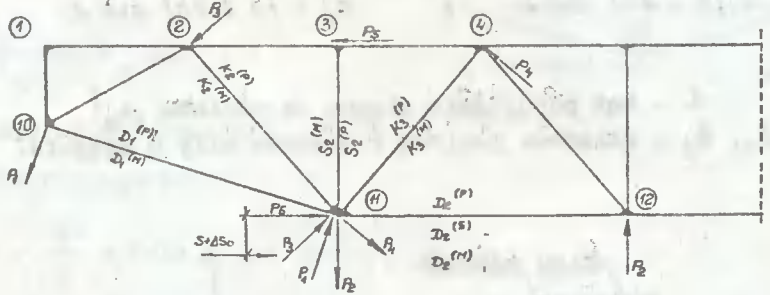
Rys 65

Schemat 2 — siła sprężająca działająca w osi pasa dolnego.



Rys 66.

Schemat 3 — obciążenie kratownicy momentami przyłożonymi w miejscu zakłęcia ściąga.



Rys 67. Rozłożenie momentu na siły skupione

oznaczenia na rys 67

- $D_i^{(P)}$; $K_i^{(P)}$; $S_i^{(P)}$ — siły osiowe od schematu 1. (obc. suwnicą) - tabl. 4.
- $D_i^{(M)}$; $K_i^{(M)}$; $S_i^{(M)}$ — siły osiowe od schematu 3. (moment sprężający) - tabl. 4.
- $D_i^{(S)}$; — siła osiowa od schematu 2. (siły osiowej sprężającej) - tabl. 4.

2.3.2. Wpływ momentu sprężającego w miejscu kotwienia cięgna /most typu A/

W rozdziale 1.2.4. przedstawiono ścisły sposób obliczenia kratownicy przestrzennej o sztywnych węzłach, na podstawie którego wyznaczono wartości statyczne oraz naprężenia w prętach schodzących się w węzłach zakotwionego cięgna /rys. 27b/.

Szczególnej uwagi [6] wymagają pręty węzła „11” /rys. 64/, które oprócz naprężeń od sił normalnych przenoszą naprężenia od momentu sprężającego $M_s = \frac{1}{S} \cdot 4S / c = 98,06 \cdot 34 = 3394 \text{ Tcm}$. Zagadnienie to można rozpatrzyć również metodą uproszczoną polegającą na rozłożeniu M_s proporcjonalnie do sztywności prętów /rys. 67/. Dla porównania obliczono momenty M_{ik} w prętach jak dla kratownicy płaskiej o sztywnych węzłach /rys. 65 i 66/. Wyniki obliczeń załączono w tablicy 23 /według wydruku z EHC/.

Tablica 23

Nr pręta	Krata płaska o sztywnych węzłach		Metoda uproszczona	
	$\frac{S}{M}$ [T]	$\frac{M_{ik}}{M}$ [Tcm]	$\frac{S}{M}$ [T]	$\frac{M_{ik}}{\text{rys.67}}$
11-10	- 2,46	- 1488	4,02	- 1585
11-12	- 9,54	- 1732	4,42	- 1665
11- 4	5,99	- 114	0,05	- 93
11- 3	0,0	- 42	0,32	- 36
11- 2	- 2,73	- 17	0,16	- 15

W uproszczonym sposobie

$$M_{11,k} = M_s \frac{J_{11,k}}{l_{11,k} \sum \frac{J_{11,k}}{l_{11,k}}}$$

$$P_i = \frac{M_{11,k}}{l_{11,k}}$$

Moment zginający np. w pręcie 11-10 /odpowiednik pręta 2-10 tabl.8/

/ jest następujący:

$M_{11-10} = 1493 \text{ Tcm}$ - metoda ścisła /tabl.8 /

$M_{11-10} = 1488 \text{ Tcm}$ - metoda udokładniona /tabl. 23 /

$M_{11-10} = 1586 \text{ Tcm}$ - sposób uproszczony /tabl. 23 /

Widoczna jest tutaj duża zgodność metody ścisłej /krata przestrzen-
na/ i metody udokładnionej /krata płaska/ o węzłach sztywnych.

Siła ściskająca w pasie dolnym wynosi $\sim 10\%$ wartości $S + 4S$.

W tabelicy 24 podano ugięcia pasa dolnego dla kratownicy płaskiej
o węzłach sztywnych i przegubowych.

Ugięcie pasa dolnego

kratownicy płaskiej /z węzłami sztywnymi i przegubowymi/

Tablica 24.

Nr węzła	Układ z węzłami sztywnymi				
	Obciążenia			Razem mm	Różnica mm
P = 9,7 T mm	S + 4S mm	M_s mm			
1	0,0	0,0	0,0	0,0	-
5	10,9	-14,7	- 4,0	- 7,8	-
8	21,3	-27,1	- 8,0	-13,8	-
11	29,1	-34,5	- 9,5	-14,9	-
14	32,5	-37,1	-10,2	-14,8	-
17	29,1	-34,5	- 9,5	-14,9	-
20	21,3	-27,1	- 8,0	-13,8	-
23	10,9	-14,7	- 4,0	- 7,8	-
26	0,0	0,0	0,0	0,0	-
	Układ z węzłami przegubowymi				
1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
5	11,1	-14,9	- 3,0	- 6,8	1,0
8	21,7	-27,4	- 7,7	-13,4	0,4
11	29,7	-34,8	- 9,5	-14,6	0,3
14	33,0	-37,3	-10,1	-14,4	0,4
17	29,7	-34,8	- 9,6	-14,7	0,2
20	21,7	-27,4	- 7,9	-13,6	0,2
23	11,1	-14,9	- 5,0	- 8,8	1,0
26	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
:	:	:	:	:	:
:	:	:	:	:	:

Z porównania ugięć kratownicy płaskiej z węzłami sztywnymi i przegubowymi widoczny jest wpływ na ugięcia od sił osiowych $/S + 4S/$, natomiast wpływ M_S jest nieznaczny. Siła ściskająca w pasie dolnym wynosi $\sim 10\%$ wartości $S + 4S$.

2.5. Nośność

Mosty suwnicowe charakteryzują się zmiennością stanów obciążeń wywołujących ciągłe zmiany naprężeń w przekrojach. Wykorzystanie w pełni tych naprężeń pozwala na uzyskanie zwiększonej nośności dźwigara, ograniczone jest jednak z uwagi na:

- a/ wielkość naprężeń w przekrojach dźwigara;
- b/ konieczność zapewnienia stateczności;
- c/ dopuszczalne ugięcie dźwigara.

W dźwigarach sprężonych - w odróżnieniu od dźwigarów przegubowych, powstaje od sprężenia ciągną na odcinku między punktami zamocowań, stały moment $S \cdot c$.

Przy obciążeniu natomiast momentem zginającym od obciążenia ruchomego M_0 powstają naprężenia niejednakowe na długości dźwigara, co w konsekwencji obniża nośność dźwigara, a tym samym i efekt sprężenia.

Również konieczność zapewnienia stateczności dźwigara ogranicza wielkość momentu sprężającego $S \cdot c$. Często zachodzą wypadki, że mimośród „c” jest ograniczony względami konstrukcyjnymi. Wówczas należałoby stosować odpowiedniej wielkości siłę sprężającą S , która by nie spowodowała utraty stateczności płaskiej postaci zgięcia elementu.

Siła sprężająca ograniczona jest także normową wielkością dopuszczalnego ugięcia ze względów eksploatacyjnych suwnic, ponieważ ugięcie ku górze może utrudnić ruchy jazdy wózka.

a/ - Ustalenie nośności dźwigara z warunku naprężeń dopuszczalnych /lub granicznych/

Naprężenia we włóknach skrajnych wynoszą:

$$\sigma_g = - \frac{S_o}{F} + \frac{S_o \cdot c}{W_g} - \frac{\alpha_2 M_{op}}{W_g} - \frac{\alpha_3 M_{og}}{W_g} \leq K \quad /141/$$

$$\sigma_d = - \frac{S_o}{F} - \frac{S_o \cdot c}{W_g} + \frac{\alpha_2 M_{op}}{W_d} + \frac{\alpha_3 M_{og}}{W_d} \leq K \quad /142/$$

gdzie: $S_o = \alpha_1 S + \Delta S$ /143/

$$M_{op} = 0,25 P_w l; \quad M_{og} = 0,125 g l^2; \quad \Delta S = \xi \cdot \alpha_2 \cdot P_w;$$

P_w - traktujemy jako wypadkową sił skupionych powstałych od obciążenia mostu wózkiem suwnicy.

Wartość ξ została wyprowadzona na podstawie metody sił dla przypadku wg rys 58b:

dla cięgna prostego [9]

$$\xi P_w = \frac{\frac{c}{4} / \frac{1}{2} + a_s /}{c^2 + \frac{J}{F} + \frac{EJ}{E_o F_c}} \quad /144/$$

$$\xi g = \frac{\frac{c}{6} \left[a_s / 1 - a_s / + \frac{1^2}{2} \right]}{c^2 + \frac{J}{F} + \frac{EJ}{E_c F_c}} \quad [OH] \quad /145/$$

dla strefy górnej / G / mamy:

$$\begin{aligned}
 - K = & - \frac{d_1 \cdot S}{F} - \frac{\gamma^P \cdot d_2 \cdot P_w}{F} - \frac{\gamma^G \cdot d_3 \cdot g}{F} + \\
 & + \frac{d_1 \cdot S \cdot c}{W_g} + \frac{\gamma^P \cdot d_2 \cdot P_w \cdot c}{W_g} + \frac{\gamma^G \cdot d_3 \cdot g \cdot c}{W_g} - \\
 & - \frac{d_2 \cdot P_w \cdot l}{4 W_g} - \frac{d_3 \cdot g \cdot l^2}{8 W_g} \quad /146/
 \end{aligned}$$

czyli

$$\begin{aligned}
 - K = & - \frac{d_1 \cdot S}{F} + \frac{d_1 \cdot S \cdot c}{W_g} - P / \frac{\gamma^P \cdot d_2}{F} - \frac{\gamma^P \cdot d_2 \cdot c}{W_g} + \\
 & + \frac{d_2 \cdot l}{4 W_g} / - g / \frac{\gamma^G \cdot d_3}{F} - \frac{\gamma^G \cdot d_3 \cdot c}{W_g} + \frac{d_3 \cdot l^2}{8 W_g} / 147/
 \end{aligned}$$

przy oznaczeniach:

$$V_g = \frac{\gamma^P \cdot d_2}{F} - \frac{\gamma^P \cdot d_2 \cdot c}{W_g} + \frac{d_2 \cdot l}{4 W_g}$$

$$R_g = \frac{\gamma^G \cdot d_3}{F} - \frac{\gamma^G \cdot d_3 \cdot c}{W_g} + \frac{d_3 \cdot l^2}{8 W_g}$$

$$P_g = \frac{K}{V_g} - \frac{d_1 \cdot S}{F \cdot V_g} + \frac{d_1 \cdot S \cdot c}{W_g \cdot V_g} - \frac{g R_g}{V_g}$$

dla pasa dolnego mamy:

$$V_d = \frac{\gamma^{Pw} \cdot d_2}{F} + \frac{\gamma^{Pw} \cdot d_2 \cdot c}{W_d} - \frac{d_2 \cdot l}{4 W_d}$$

$$R_d = \frac{\gamma^E \cdot d_3}{F} + \frac{\gamma^E \cdot d_2 \cdot c}{W_d} - \frac{d_3 \cdot l^2}{8 W_d}$$

/148/

$$P_d = \frac{-K}{V_d} - \frac{d_1 \cdot S}{F \cdot V_d} - \frac{d_1 \cdot S \cdot c}{W_d \cdot V_d} - \frac{g R_d}{V_d}$$

$N = 2 P_g$ - nośność mostu suwnicowego typu B, C, D i E

gdzie: $S, 4S, W_g, W_d, F_c, c, F$ - jak w rozdziale 2.2.

$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ - współczynnik przecięcia dla sił od sprężenia, obciążenia zmiennego i stałego;

l, a_s - jak na rys. 62.

Jeśli pominiemy wpływ naprężeń tnących /które wzrastają proporcjonalnie do obciążeń/, to przy cięgnach prostych sprężenie nie wpływa redukująco na ich wielkość. Wobec tego dwukrotne zwiększenie nośności przez sprężenie może okazać się możliwe ze względu na ugięcia i naprężenia w pasach, natomiast przeszkodą może być niedostateczna nośność krzyżulców bądź stateczność środków.

b/ Warunek stateczności

W belkach poddanych obciążeniu ruchomemu należy sprawdzić środek przed możliwością utraty stateczności miejscowej. Powinno się wówczas uwzględnić wszystkie trzy rodzaje naprężeń w środku:

σ_x normalne, zgniatające σ_y i ścinające τ_{xy}, τ_{yx}

Największy wpływ na stateczność miejscową mają naprężenia σ_y . Wpływ ten jest szczególnie duży przy znacznych odległościach między żebami usztywniającymi.

Wielkość naprężeń σ_y zależy od długości z , /na której rozkłada się nacisk sił P na środnik/ grubości środnika oraz wielkości P /rys. 68/. W celu zmniejszenia wielkości σ_y należy dążyć do zwiększenia długości z . Możemy to osiągnąć zwiększając grubość pasa belki, jak również przez monolityczne połączenie szyny z pasem górnym, np. przy użyciu śrub sprężających. Linię rozkładu naprężenia pod siłą skupioną P zastępujemy prostym odcinkowym obciążeniem „ p ” na długości „ z ”

$$z = 3,25 \sqrt[3]{\frac{J_p + sz}{g}}$$

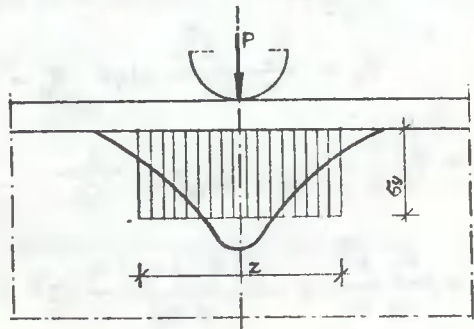
$$\sigma_y = \frac{\mu \cdot P \cdot \varphi}{z \cdot g} \leq K \quad /149/$$

- gdzie: $J_p + sz$ - moment bezwładności pasa wraz z szyną i w przypadku sztywnego połączenia szyny z pasem;
 g - grubość środnika;
 μ - współczynnik zależny od intensywności pracy suwnicy;
 φ - współczynnik dynamiczny.

Maksymalne naprężenie na krawędzi górnej środnika σ_y można określić również ze wzoru wyprowadzonego w znanej monografii Girkmanna

$$\sigma_y = 0,308 \frac{\mu P \cdot \varphi}{g} \sqrt[3]{\frac{g}{J_p + sz}}$$

/150/



Rys. 68.

c/ Warunek ugięcia

Ponieważ konstrukcja zasadnicza będzie sprężona przed wbudowaniem i obciążeniem, wobec tego

$$f/s + \Delta s_w = \frac{-/s + \Delta s_w/c}{8 EJ} /l^2 - 4 a^2/ + \frac{5 gl^4}{384 EJ} \leq f_d \quad /151/$$

gdzie: Δs_w - przyrost siły sprężającej spowodowany ciężarem własnym mostu suwnicowego;

stąd

$$S + \Delta s_w = \frac{5 gl^4 - 384 \cdot EJ \cdot f/s + \Delta s_w/}{48 \cdot c /l^2 - 4 a^2/}$$

czyli

$$S + \Delta s_w = \frac{0,104 \cdot gl^4 - 8 \cdot EJ \cdot f/s + \Delta s_w/}{c /l^2 - 4 a^2/}$$

Można przyjąć ogólnie, że straty doraźne i opóźnione Δs_s siły sprężającej wynoszą $\sim 8\%$; wówczas $\Delta s_s = 0,08 \cdot S$

i ostatecznie

$$S_k = \frac{0,104 \cdot gl^4 - 8 EJ \cdot f/s + \Delta s/}{c /l^2 - 4 a^2/} - \Delta s_w + 0,08 S \quad /152/$$

Moment zginający winien być obliczony z warunku dopuszczalnej strzałki ugięcia

$$f_o = \frac{M_o \cdot l^2}{10 EJ} \quad \text{więc} \quad M_o = \frac{10 EJ f_o}{l^2} \quad /153/$$

$$f_o = f_{g+p} - f/s + \Delta s_w \leq \frac{1}{700}$$

$$f_o = \frac{M_o l^2}{10 EJ} - \frac{/s + \Delta s_w/c}{8 EJ} /l^2 - 4 a^2/ + \frac{5 gl^4}{384 EJ}$$

$$M_0 = \frac{10 EJ f_0}{l^2} + 1,25 /S+ 4 S_w/ c /l - \frac{4a^2}{l^2} / - 0,1302 \text{ gl}^2$$

podstawiając za $f_0 = \frac{1}{700}$ otrzymamy

$$M_0 = \frac{0,0143 EJ}{1} + 1,25 /S+ 4 S_w/ c /l - \frac{4a^2}{l^2} / - 0,1302 \text{ gl}^2$$

Obciążenie wypadkowe z nacisku dwóch kół wózka

$$M_r = P_w /x - \frac{x^2}{l} - \frac{ax}{2l} /$$

$$P_w = \frac{M_r}{/x - \frac{x^2}{l} - \frac{ax}{2l} /} \quad /154/$$

Udźwig sumnicy $Q = 2 \cdot P_w - G_w$

gdzie:

- f_0 - ugięcie od obciążenia zewnętrznego;
- M_r, M_0 - moment zginający od obciążenia ruchomego i całkowity od obciążenia pionowego;
- G_w, P_w - ciężar wózka i wypadkowa dwóch sił skupionych od nacisku kół wózka;
- x, a - odległość obciążenia P_w od lewej podpory i odległość między osiami kół wózka w kierunku podłużnym.

Wzajemny stosunek wzrostu udźwigu i momentu zginającego określa zależność

$$n_s = \frac{N_{spr}}{Q} \quad ; \quad n_m = \frac{M_{spr}}{M_0} \quad /155/$$

gdzie:

- N_{spr}, M_{spr} - nośność i moment zginający konstrukcji sprężonej.

W powyższej pracy nie analizowano zagadnienia wpływu sprężania na częstość drgań własnych konstrukcji. Badania wykazały [12], że wzrost siły sprężającej powoduje obniżenie podstawowej częstości drgań własnych dźwigara. Współczynnik dynamiczny ustalony dla przekroju środkowego dźwigara nie odbiega od odpowiednich wartości odnoszących się do dźwigara niesprężonego.

Jak wynika z przeprowadzonych szczegółowych obliczeń, których wyniki zestawiono w tablicy 27 oraz badań modelowych /rozdział 3/, wzrost nośności mostów typu B, C, D i E jest możliwy w granicach do 200%, natomiast typu A w granicach do 150% w porównaniu z suwnicami niesprężonymi. Ograniczenie nośności wynika z warunku dopuszczalnego ugięcia zarówno w stanie sprężania jak i eksploatacji.

3. Badania modelowe

3.1. Wprowadzenie w problematykę badań

Wykonane badania na modelach miały na celu określenie na drodze eksperymentalnej wpływu sprężania dźwigarów na sztywność i nośność ustroju. Przed przystąpieniem do ustalenia programu badań przeanalizowano sposób przeprowadzenia prób z uwzględnieniem możliwości technicznych, aparaturowych i finansowych, jakimi mógł dysponować autor. Uzyskanie na drodze eksperymentalnej materiału, na podstawie którego dałoby się opracować wnioski mogące znaleźć praktyczne znaczenie w budowie mostów suwnicowych, wskazywało na konieczność przeprowadzenia badań na wielu modelach. Wynikało to z uwagi na stosowanie w przemyśle różnych rozwiązań konstrukcyjnych mostów, a to przede wszystkim blachownicowych, skrzynkowych i kratownicowych. Wykonane modele doświadczalne wymagały szczegółowych obliczeń i opracowań konstrukcyjnych ze względu na przyłożone duże siły sprężające mogące spowodować awarię modelu.

Zdecydowano się na wykonanie pięciu modeli mostów oznaczonych symbolem A, B, C, D i E typu kratowego, blachownicowego, bezkrzyżulcowego oraz skrzynkowego, o dwóch wariantach ustawienia szyny jezdnej. Modele w skali 1:10 wykonano możliwie precyzyjnie ze stali St3SY, szczególnie w przypadku mostu typu kratowego /A/ i blachownicowego o przeponach ramowych /B/, gdzie zachowano ścisłą geometryczną, obciążeniową i modułową skalę modelową wszystkich przekrojów mostu. Dalsze dwa modele posiadały zwiększoną grubość elementów przekrojowych w skali 1:5 z uwagi na technologiczne trudności przy łączeniu blach podczas spawania, natomiast dla modelu /D/ przyjęto skalę przekroju 1:2. Pomiarzy przemieszczeń statycznych pionowych i poziomych przeprowadzono zarówno na elemencie niesprężonym jak i sprężonym, co było wskazane z uwagi na przeprowadzenie analizy porównawczej sztywności mostów oraz wyciągnięcie prawidłowych wniosków.

3.2. Kryteria podobieństwa modelowego

Wiadomym jest, że znaczna część pomiarów odbywa się nie na obiektach rzeczywistych, lecz na ich modelach, wobec czego zachodzi potrzeba poznania zasad, według których możemy przenosić wyniki otrzymane z modelu na obiekt rzeczywisty. Zasady te podaje teoria podobieństwa, która jest podstawą badań zjawisk podobnych do siebie, a w szczególności badań modelowych. Skale, tj. stosunki jednoimiennych wielkości, oznaczamy literą „K” i nazywamy stałymi podobieństwa. Jeżeli na przykład rozpatrujemy dwa zjawiska w obiekcie /o/ i w modelu /m/ to skalą odpowiednich wymiarów liniowych jest

$$K_t = \frac{l_m}{l_o}$$

i podobnie skale innych wielkości, jak np.: skala sił K_p , skala modułów Younga K_E itp. Dla różnych wielkości będą na ogół różne wartości skal. Nie wszystkie skale jednocześnie można obierać dowolnie. Zależności jakie powinny spełniać skale poszczególnych wielkości wynikają z tzw. kryteriów podobieństwa, które można określić za pomocą równań opisujących badane zjawisko lub za pomocą analizy wymiarowej.

W niniejszej pracy oparto się na kryterium opisującym badane zjawisko - to znaczy, określono podobieństwo za pomocą równań wytrzymałości materiałów i teorii sprężystości.

W rozpatrywanym przypadku dla trzech modeli zachodziła konieczność zwiększenia grubości blach z uwagi na trudności łączenia /odkształcenia modeli od ujemnego wpływu naprężeń spawalniczych/.

Skala modelowa ugięć

Ugięcie belki wolnopodpartej możemy wyznaczyć na podstawie wzoru

$$f = \frac{P_w \cdot l^3}{\alpha \cdot EJ} \quad /156/$$

gdzie: P_w - wypadkowa dwóch sił skupionych powstałych od obciążenia mostu wózkem suwnicy;

α - współczynnik zależny od sposobu obciążenia;

l - rozpiętość belki.

Mamy więc

$$f_o = \frac{P_o l_o^3}{\alpha \cdot E_o J_o}$$

oraz dla modelu

$$f_m = \frac{P_m l_m^3}{\alpha \cdot E_m J_m}$$

zatem

$$\frac{f_m}{f_o} = \frac{P_m \cdot l_m^3 \cdot E_o \cdot J_o}{P_o \cdot l_o^3 \cdot E_m \cdot J_m}$$

czyli $K_f = K_u = \frac{K_p \cdot K_l^3}{K_E \cdot K_J}$ /157/

gdzie: $K_p = \frac{P_m}{P_o}$; $K_l^3 = \frac{l_m^3}{l_o^3}$; $K_E = \frac{E_m}{E_o} = 1$;

$$K_J = \frac{J_m}{J_o}$$

ugięcie rzeczywiste jest równe $u_o = \frac{u_m}{K_u}$ /158/

gdzie: u_m - ugięcie pomierzone na modelu.

Dla elementów zginanych wystarczy spełnienie warunku

$$i_x = i_y$$
 /159/

przy czym

$$i_x = \frac{J_{mx}}{J_{ox}}; \quad i_y = \frac{J_{my}}{J_{oy}}$$

gdzie: J_{mx} ; J_{my} - moment bezwładności modelu względem osi x i y;
 J_{ox} ; J_{oy} - moment bezwładności obiektu względem osi x i y.

Dla konstrukcji sprężonej, stałą podobieństwa K_u obliczamy podobnie.

Ugięcie łączne stanowi sumę ugięć belki niesprężonej w stanie obciążonym oraz belki poddanej tylko działaniu siły S_o w ciągnie sprężającym

$$f = f_o - f^{/s/}$$

gdzie: $S_o = S_k + \Delta S_w = S + \Delta S_s + \Delta S_w$ - kontrolowana siła sprężająca uwzględniająca straty doraźne i opóźnione oraz przyrost siły sprężającej od ciężaru własnego

$$\frac{f_o}{s} = - \frac{S_o c_o}{2 E_o J_o} / \frac{l_o^2}{4} - s_o^2 / \quad /160/$$

$$\frac{f_m}{s} = - \frac{S_{om} c_m}{2 E_m J_m} / \frac{l_m^2}{4} - a_m^2 / \quad /161/$$

$$\frac{\frac{f_m}{s}}{\frac{f_o}{s}} = \frac{S_{om} \cdot c_m / \frac{l_m^2}{4} - a_m^2 / E_o J_o}{S_o \cdot c_o / \frac{l_o^2}{4} - a_o^2 / E_m J_m}$$

$$K_m = \frac{S_{om} \cdot c_m}{S_o \cdot c_o} ; K_1 = \frac{\frac{l_m^2}{4} - a_m^2}{\frac{l_o^2}{4} - a_o^2}$$

$$K_E = 1 ; K_J = \frac{J_m}{J_o}$$

otrzymamy

$$K_f = K_u = \frac{K_M \cdot K_1^2}{K_E \cdot K_J} \quad /162/$$

i podobnie, jak dla elementu niesprężonego

$$U_o = \frac{U_m}{K_u} \quad /163/$$

gdzie: f_o ; f_m - ugięcie obiektu oraz modelu od sprężenia;
 a_o ; c_o - odległość ciężna od podpory obiektu i od środka ciężkości przekroju;
 $/o/$ $/m/$ - oznaczenia obiektu i modelu.

Zależność $i_x = i_y$ oznacza, że stosunek momentów bezwładności przekrojów w układzie rzeczywistym i modelowym względem obu osi głównych musi być taki sam /stały/, a przekroje prętów modelu mogą nie zależeć od podziałki długości ani od materiału, z którego wykonano model [13], [14].

Biorąc pod uwagę, że przemieszczenia pochodzące od siły poprzecznej i momentu skręcającego są w ogóle małe w porównaniu z przemieszczeniami pochodzącymi od momentu zginającego, dochodzimy do wniosku, że w wypadkach dominującego wpływu momentu zginającego model jest praktycznie dostatecznie dokładny gdy spełniony jest warunek $i_x = i_y$ równości skal dla momentów bezwładności.

3.3. Program i przebieg badań

Poszczególne modele doświadczalne poddane zostały obciążeniom statycznym. Pomiaru ugięć mostu przeprowadzono trzykrotnie zarówno na konstrukcji niesprężonej jak i sprężonej, dokonując odczytów czujnikami zegarowymi o dokładności 0,01 mm. Odczytów dokonano w 8, 10 lub 12 przedziałach /w zależności od typu konstrukcji/ pod całym dźwigarem, przemieszczając wózkem obciążenie w obu podłużnych kierunkach dźwigara.

Zabieg sprężania dokonano prasą naciągowo-kotwiącą typu UNA-CIA z dostosowaniem do jednego drutu średnicy 5 i 7 mm ze stali D90, o kotwieniu typu szczękowego. Na maszynie wytrzymałościowej sprawdzono próbki strun na zerwanie. Otrzymano następujące wartości R_p :

- dla \emptyset 5 mm $R_R = \frac{3130}{0,196} = 15950 \text{ kg/cm}^2$;

- dla \emptyset 7 mm $R_R = \frac{5750}{0,385} = 14900 \text{ kg/cm}^2$.

Całkowitą siłę sprężającą „S” wprowadzono czteroetapowo, kolejno przekładając prasę i wyrównując siłę sprężającą do wielkości siły na drugim dźwigarze.

Na prasie podczas badania zamontowano specjalną osłonę oporową /produkcji Politechniki Warszawskiej/ nakładaną na blok kotwiący przy zastosowaniu podkładek wyrównujących naciąg strun do żądanej siły. Przyrząd ten służył do wyrównania strat wynikłych z poślizgu szczęk, pozwalając na eliminację poślizgu i zachowanie efektywnej siły sprężającej.

Badania przeprowadzono w następujących warunkach:

- suwnicę ustawiono na podporach belek podsuwnicowych;
- obciążenia badawcze przyjęto zgodnie ze skalą obciążeń o wielkości 50, 75, 100%, 150% i 200% obciążeń modelowych $P_m = K_1^2 \cdot P_o$, natomiast siły sprężające 100 i 111% S /typ A/; 100 i 137% S /typ B/; 100 i 134% /typ C/; 100% /typ D/; 100 i 150% /typ E/;
- pomiary ugięć dźwigarów dokonano przy użyciu czujników zegarowych w poszczególnych przedziałach pod całym dźwigarem, przemieszczając obciążenia w obu podłużnych kierunkach /u i x/. Dla każdego dźwigara wykonano trzy serie pomiarów; w każdej serii po pięć odczytów przy następujących warunkach:
 1. odczyt „zerowy” - wózek nieobciążony przy podporach;
 2. odczyt - wózek nieobciążony nad przekrojem środkowym mostu oraz w dalszych przedziałach;
 3. odczyt - wózek obciążony nad przekrojem środkowym mostu oraz w dalszych przedziałach;

4. odczyt - jak w punkcie 2;

5. odczyt - jak w punkcie 1.

3.4. Zestawienie wyników uzyskanych z obliczeń i badań modelowych

Uzyskane wyniki dotyczące ugięć poziomych pięciu badanych modeli przedstawiono na rys. 71. Maksymalne ugięcie uzyskane przy ustawieniu koła w odległości $\frac{a}{4}$ od osi symetrii /dla $P_1 = P_2$ /. Modele typu A, B, C, D i E /rys. 115 ÷ 122/ ustawiono na stanowiskach badawczych umieszczając czujniki zegarowe na sztywnej podstawie wzdłuż dźwigara podłużnicy, przy czym w celu wyeliminowania ugięcia belki podsuwnicowej, modele ustawiono w ten sposób, że koła jazdy suwnicy przypadły bezpośrednio nad podporami. Na rys. 72 ÷ 88 zostały przedstawione wykresy zależności ugięć od wielkości siły sprężającej S i obciążenia zewnętrznego zmiennego od 0 do 200% P /dwukrotnie zwiększone obciążenie/.

Z wykresów ugięć dla dźwigarów z kratą pomocniczą typu A, B i C /rys. 11 ÷ 15/ oraz tablicy 6 i 12 wynika, że ugięcie dźwigara głównego i pomocniczego jest podobne, co potwierdza założenie o jednakowym ugięciu obu elementów. Przebieg linii ugięcia wyznaczonej w trakcie badań modelowych jak i obliczeń teoretycznych, jest zbliżony kształtem do siebie, aczkolwiek występują pewne różnice w wielkościach ugięć w wyniku przestrzennej sztywności dźwigarów.

Wykresy dotyczące dźwigarów typu D i E /skrzynkowych rys. 98 do 99 i 100 ÷ 109/ obrazują dużą zgodność wielkości ugięć w stanie eksploatacyjnym zarówno w badaniach modelowych jak i w analizie teoretycznej.

Rysunek 89 przedstawia schemat rozmieszczenia czujników; rys. 90 ÷ 94 przekroje modeli mostów typu sprężonego ciągnem pojedyn-

czym; rys. 95 ÷ 99 ugięcia modelowe i rys. 100 ÷ 109 ugięcia teoretyczne dla 150% N /typ A/ oraz 200% N /typ B, C, D i E/ zestawione w tablicy 26 i 27.

Tablica 32 zawiera wyniki obliczeniowe rozpatrzonych pięciu obiektów mostowych oraz modeli dla obciążenia zwiększonego. W tablicy 30 podano ugięcia teoretyczne dla obciążenia 100% N i w tablicy 31 dla 200% P; w tablicy 26 ugięcia modelowe dla obciążenia 100% P; w tablicy 27 dla obciążenia 150% P /typ A/ i 200% P /typ B, C, D i E/, natomiast w tablicy 33 zestawiono naprężenia teoretyczne obliczone dla środka rozpiętości mostów typu B, C, D i E /dla 100 i 200% N/. W tablicy 28 podano przemieszczenia pionowe przestrzennej kratownicy o węzłach sztywnych dla mostu typu A i obciążeniu 100 i 150% P, podczas gdy w tablicy 29 przemieszczenia pionowe od 100 i 200% P mostu typu C, tj. bezprzekątniowego /przestrzennego/.

Tablica 36 zawiera wyniki porównawcze ugięć pionowych kratownicy płaskiej o węzłach sztywnych, przestrzennej o węzłach przegubowych oraz przestrzennej o węzłach sztywnych.

Rysunek 115 do 119 przedstawia modele niesprężone pięciu typów mostów, które poddano badaniu przemieszczeń poziomych i pionowych przy pomocy czujników zegarowych.

Rysunek 120 do 124 dotyczy pięciu modeli sprężonych; rys. 125 do 131 dotyczy szczegółów połączeń tężników poziomych i poprzecznych z dźwigarem głównym, pomocniczym i czołownicami oraz sprężenie i kotwienie typu samozaciskowego/szczękowego/ ciągnięć poszczególnych mostów.

Na rys. 132 do 134 przedstawiono sposób przeprowadzonych badań rozkładu obciążeń na dźwigar główny i pomocniczy oraz skon-

struowany przyrząd /rys. 132/ do określenia ugięć przestrzennych modeli sprężonych typu A, B i C.

Rysunek 135 i 136 przedstawia aparaturę do badania ugięć dynamicznych.

Badanie niszczące modelu typu D, które nastąpiło po przyłożeniu trzykrotnie większego obciążenia, pokazano na rys. 137 i 138.

Wzrosty i ugięcia w czasie					
Wzrosty	Ugięcia	Wzrosty	Ugięcia	Wzrosty	Ugięcia
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02
0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03
0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04
0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05
0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06
0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07
0,08	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08
0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09
0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10
0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11
0,12	0,12	0,12	0,12	0,12	0,12
0,13	0,13	0,13	0,13	0,13	0,13
0,14	0,14	0,14	0,14	0,14	0,14
0,15	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15
0,16	0,16	0,16	0,16	0,16	0,16
0,17	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17
0,18	0,18	0,18	0,18	0,18	0,18
0,19	0,19	0,19	0,19	0,19	0,19
0,20	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20
0,21	0,21	0,21	0,21	0,21	0,21
0,22	0,22	0,22	0,22	0,22	0,22
0,23	0,23	0,23	0,23	0,23	0,23
0,24	0,24	0,24	0,24	0,24	0,24
0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25
0,26	0,26	0,26	0,26	0,26	0,26
0,27	0,27	0,27	0,27	0,27	0,27
0,28	0,28	0,28	0,28	0,28	0,28
0,29	0,29	0,29	0,29	0,29	0,29
0,30	0,30	0,30	0,30	0,30	0,30
0,31	0,31	0,31	0,31	0,31	0,31
0,32	0,32	0,32	0,32	0,32	0,32
0,33	0,33	0,33	0,33	0,33	0,33
0,34	0,34	0,34	0,34	0,34	0,34
0,35	0,35	0,35	0,35	0,35	0,35
0,36	0,36	0,36	0,36	0,36	0,36
0,37	0,37	0,37	0,37	0,37	0,37
0,38	0,38	0,38	0,38	0,38	0,38
0,39	0,39	0,39	0,39	0,39	0,39
0,40	0,40	0,40	0,40	0,40	0,40
0,41	0,41	0,41	0,41	0,41	0,41
0,42	0,42	0,42	0,42	0,42	0,42
0,43	0,43	0,43	0,43	0,43	0,43
0,44	0,44	0,44	0,44	0,44	0,44
0,45	0,45	0,45	0,45	0,45	0,45
0,46	0,46	0,46	0,46	0,46	0,46
0,47	0,47	0,47	0,47	0,47	0,47
0,48	0,48	0,48	0,48	0,48	0,48
0,49	0,49	0,49	0,49	0,49	0,49
0,50	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50
0,51	0,51	0,51	0,51	0,51	0,51
0,52	0,52	0,52	0,52	0,52	0,52
0,53	0,53	0,53	0,53	0,53	0,53
0,54	0,54	0,54	0,54	0,54	0,54
0,55	0,55	0,55	0,55	0,55	0,55
0,56	0,56	0,56	0,56	0,56	0,56
0,57	0,57	0,57	0,57	0,57	0,57
0,58	0,58	0,58	0,58	0,58	0,58
0,59	0,59	0,59	0,59	0,59	0,59
0,60	0,60	0,60	0,60	0,60	0,60
0,61	0,61	0,61	0,61	0,61	0,61
0,62	0,62	0,62	0,62	0,62	0,62
0,63	0,63	0,63	0,63	0,63	0,63
0,64	0,64	0,64	0,64	0,64	0,64
0,65	0,65	0,65	0,65	0,65	0,65
0,66	0,66	0,66	0,66	0,66	0,66
0,67	0,67	0,67	0,67	0,67	0,67
0,68	0,68	0,68	0,68	0,68	0,68
0,69	0,69	0,69	0,69	0,69	0,69
0,70	0,70	0,70	0,70	0,70	0,70
0,71	0,71	0,71	0,71	0,71	0,71
0,72	0,72	0,72	0,72	0,72	0,72
0,73	0,73	0,73	0,73	0,73	0,73
0,74	0,74	0,74	0,74	0,74	0,74
0,75	0,75	0,75	0,75	0,75	0,75
0,76	0,76	0,76	0,76	0,76	0,76
0,77	0,77	0,77	0,77	0,77	0,77
0,78	0,78	0,78	0,78	0,78	0,78
0,79	0,79	0,79	0,79	0,79	0,79
0,80	0,80	0,80	0,80	0,80	0,80
0,81	0,81	0,81	0,81	0,81	0,81
0,82	0,82	0,82	0,82	0,82	0,82
0,83	0,83	0,83	0,83	0,83	0,83
0,84	0,84	0,84	0,84	0,84	0,84
0,85	0,85	0,85	0,85	0,85	0,85
0,86	0,86	0,86	0,86	0,86	0,86
0,87	0,87	0,87	0,87	0,87	0,87
0,88	0,88	0,88	0,88	0,88	0,88
0,89	0,89	0,89	0,89	0,89	0,89
0,90	0,90	0,90	0,90	0,90	0,90
0,91	0,91	0,91	0,91	0,91	0,91
0,92	0,92	0,92	0,92	0,92	0,92
0,93	0,93	0,93	0,93	0,93	0,93
0,94	0,94	0,94	0,94	0,94	0,94
0,95	0,95	0,95	0,95	0,95	0,95
0,96	0,96	0,96	0,96	0,96	0,96
0,97	0,97	0,97	0,97	0,97	0,97
0,98	0,98	0,98	0,98	0,98	0,98
0,99	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99
1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00

Ugięcia modelowe dla 100% N

Tablica 26.

Położenie czujników	Ugięcia modelowe /po wymnożeniu przez skalę/ cm				
	Typy mostów				
	100% N	100% N	100% N	100% N	100% N
	A	B	C	D	E
1	2	3	4	5	6
Odległości x cm	Siła sprężająca „S” kg				
	100%	100%	100%	100%	100%
	600	788	1438	8625	2426
-	$f_m / o /$ w stanie niesprężonym				
$X_1 = 37,5$	0,980	0,930	1,210	0,800	1,660
$X_2 = 75,0$	1,680	1,560	3,150	2,200	2,260
$X_3 = 112,5$	2,300	2,190	4,000	2,700	2,840
$X_4 = 150,0$	2,500	2,400	4,125	3,200	3,000
$X_5 = 187,5$	2,300	2,190	4,000	2,700	2,840
$X_6 = 225,0$	1,680	1,560	3,150	2,200	2,260
$X_7 = 262,5$	0,980	0,930	1,500	0,800	1,660
	$f_m / s /$ w stanie sprężonym /nieobciążonym/				
$X_1 = 37,5$	- 1,190	- 1,03	- 0,850	- 1,500	- 1,681
$X_2 = 75,0$	- 1,890	- 1,63	- 1,650	- 2,800	- 2,753
$X_3 = 112,5$	- 2,520	- 2,17	- 1,910	- 3,560	- 3,835
$X_4 = 150,0$	- 2,630	- 2,45	- 2,018	- 4,280	- 4,120
$X_5 = 187,5$	- 2,520	- 2,17	- 1,910	- 3,560	- 3,835
$X_6 = 225,0$	- 1,910	- 1,63	- 1,650	- 2,800	- 3,835
$X_7 = 262,5$	- 1,220	- 1,03	- 0,850	- 1,500	- 1,681
	$f_m / E /$ w stanie eksploatacyjnym /sprężony + obciążony/				
$X_1 = 37,5$	- 0,210	- 0,100	0,360	- 0,700	- 0,021
$X_2 = 75,0$	- 0,210	- 0,110	0,500	- 0,600	- 0,493
$X_3 = 112,5$	- 0,220	- 0,230	2,090	- 0,860	- 0,995
$X_4 = 150,0$	- 0,130	- 0,250	2,107	- 1,080	- 1,120
$X_5 = 187,5$	- 0,220	- 0,230	2,090	- 0,860	- 0,995
$X_6 = 225,0$	- 0,210	- 0,110	0,500	- 0,600	- 0,493
$X_7 = 262,5$	- 0,210	- 0,100	0,360	- 0,700	- 0,021

Tablica 27.

Położenie czujników /cm/	Ugięcie modelowe /po wymnożeniu przez skalę cm/ Typy mostów				
	A	B	C	D	E
	Siła sprężająca „S” /kG/				
	100%	100%	100%	100%	100%
	600	788	1438	8625	2426
	$f_m^{/S/}$ - w stanie sprężonym /nieobciążonym				
$x_1 = 37,5$	- 1,00	- 1,000	- 0,980	- 1,720	- 1,700
$x_2 = 75,0$	- 1,780	- 1,800	- 1,600	- 3,000	- 2,200
$x_3 = 112,5$	- 2,418	- 2,400	- 2,400	- 3,960	- 2,800
$x_4 = 150,0$	- 2,830	- 2,550	- 2,840	- 4,300	- 3,020
$x_5 = 187,5$	- 2,418	- 2,400	- 2,400	- 3,960	- 2,800
$x_6 = 225,0$	- 1,780	- 1,800	- 1,800	- 3,000	- 2,200
$x_7 = 262,5$	- 1,00	- 1,000	- 0,980	- 1,720	- 1,700
	$f_m^{/E/}$ - w stanie eksploatacyjnym /sprężony + obciążony 200%/				
$x_1 = 37,5$	0,600	1,000	0,850	0,650	0,800
$x_2 = 75,0$	1,000	1,500	1,450	1,000	1,200
$x_3 = 112,5$	1,200	1,980	1,800	1,350	1,450
$x_4 = 150,0$	1,400	2,030	2,120	1,410	1,760
$x_5 = 187,5$	1,200	1,980	1,800	1,350	1,450
$x_6 = 225,0$	1,000	1,500	1,450	1,000	1,200
$x_7 = 262,5$	0,600	1,000	0,850	0,650	0,800

Dla mostu kratownicowego typu A /150% P/

Dla typu B, C, D i E /200% P/

Przemieszczenia pionowe przestrzennej kratownicy głównej o węzłach sztywnych /typ A/
/ według programu STRAINS/

Tablica 28

Nr węzła	100% P ^{x/}					150% P ^{x/}				
	$P + g_w^{x/}$	S	S + 4S	M _S	\sum_{1+3+4}	$P + g_w^{x/}$	S	S + 4S	M _S	\sum_{6+8+9}
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
8	1,372	- 1,147	- 1,147	- 0,331	- 0,106	1,737	- 1,195	- 1,193	- 0,346	0,198
14	2,541	- 2,057	- 2,057	- 0,646	- 0,162	3,247	- 2,171	- 2,177	- 0,680	0,390
20	3,198	- 2,595	- 2,595	- 0,789	- 0,186	4,167	- 2,725	- 2,732	- 0,823	0,612
26	3,570	- 2,774	- 2,774	- 0,835	- 0,039	4,666	- 2,912	- 2,919	- 0,877	0,870

^{x/} z uwzględnieniem ciężaru własnego /g_w/

100% P P = 9,7 T ; S = 88,2 T ; S + 4S = 98,06 T ; M_S = 33,93 Tm

150% P P = 13,88 T ; S = 102,9 T ; S + 4S = 103,168 ; M_S = 35,696 Tm

Przemieszczenia pionowe przestrzennego dźwigara bezprzekątniowego /typ C/
/ według programu STRAINS/

Tablica 29.

Nr węzła	100% P					200% P				
	$P + g_w^{x/}$	S	S + 4S	M _S	\sum_{1+3+4}	$P + g_w^{x/}$	S	S + 4S	M _S	\sum_{6+8+9}
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
5	0,748	- 0,610	- 0,754	- 0,138	- 0,144	1,164	- 0,741	- 0,979	- 0,179	0,006
9	1,401	- 1,126	- 1,391	- 0,278	- 0,268	2,625	- 1,368	- 1,806	- 0,362	0,457
13	2,130	- 1,529	- 1,890	- 0,362	- 0,142	3,754	- 1,858	- 2,454	- 0,495	0,805
17	2,774	- 1,812	- 2,239	- 0,452	0,083	5,553	- 2,201	- 2,907	- 0,587	2,059
21	3,397	- 1,985	- 2,453	- 0,495	0,449	6,001	- 2,412	- 3,185	- 0,643	2,175
25	3,789	- 2,039	- 2,520	- 0,509	0,760	6,511	- 2,477	- 3,272	- 0,661	2,578

100% P P = 9,7 T ; S = 61,1 T ; S + 4S = 75,5 T ; M_S = 23,405 Tm

200% P P = 18,0 T ; S = 74,23 T ; S + 4S = 98,03 T ; M_S = 30,389 Tm

Wykresy ugięć pionowych mostu typu A dla 150% P podano na rys. 100,
natomiast typu C na rys. 107 /200% P/.

Ugięcia teoretyczne bez uwzględnienia pracy przestrzennej
/dla 100% N/

Tablica 30.

Odległość przedziałów m	Ugięcia teoretyczne [cm]						
	Typy mostów						
	100% N		100% N	100% N	100% N	100% N	100% N
	A		B	C	D	E	
	x/	xx/					
1	2	3	4	5	6	7	
f_o - w stanie obciążonym /ciężar własny + ruchomy/							
$x_1 = 3,75$	1,180	1,200	1,420	1,131	1,790	2,280	
$x_2 = 7,50$	2,28	2,320	2,640	3,127	3,070	3,340	
$x_3 = 11,25$	3,10	3,160	3,500	4,335	3,840	3,750	
$x_4 = 15,0$	3,466	3,516	3,820	4,502	4,220	4,483	
$x_5 = 18,75$	3,10	3,160	3,550	4,335	3,840	3,750	
$x_6 = 22,50$	2,28	2,320	2,640	3,127	3,070	3,340	
$x_7 = 26,25$	1,180	1,200	1,420	1,131	1,790	2,280	
$f_o^{s/}$ - w stanie sprężonym /nieobciążonym/							
$x_1 = 3,75$	x/ 1,770	xx/ 1,720	- 1,620	- 1,100	- 1,780	- 1,780	
$x_2 = 7,50$	- 3,310	- 3,320	- 2,990	- 2,810	- 3,060	- 3,380	
$x_3 = 11,25$	- 4,170	- 4,190	- 3,810	- 3,650	- 3,950	- 3,920	
$x_4 = 15,0$	- 4,480	- 4,490	- 4,070	- 3,810	- 4,270	- 4,080	
$x_5 = 18,75$	- 4,170	- 4,190	- 3,810	- 3,650	- 3,950	- 3,920	
$x_6 = 22,50$	- 3,310	- 3,320	- 2,990	- 2,810	- 3,060	- 3,380	
$x_7 = 26,25$	- 1,770	- 1,720	- 1,620	- 1,100	- 1,780	- 1,780	
$f_o^{E/}$ - w stanie eksploatacyjnym /sprężony + obciążony/							
$x_1 = 3,75$	x/ 0,590	xx/ 0,520	- 0,200	0,031	0,010	0,500	
$x_2 = 7,50$	- 1,030	- 1,000	- 0,350	0,317	0,010	- 0,040	
$x_3 = 11,25$	- 1,070	- 1,030	- 0,310	0,685	- 0,110	- 0,170	
$x_4 = 15,0$	- 1,014	- 0,974	- 0,250	0,692	- 0,050	+ 0,403	
$x_5 = 18,75$	- 1,070	- 1,030	- 0,310	0,685	- 0,110	- 0,170	
$x_6 = 22,50$	- 1,030	- 1,000	- 0,350	0,317	0,010	- 0,040	
$x_7 = 26,25$	- 0,590	- 0,520	- 0,200	0,031	0,010	0,500	

x/ ugięcie kratownicy dla układu z węzłami sztywnymi /wg tabl. 24/

xx/ ugięcie kratownicy dla układu z węzłami przegubowymi /wg tabl.24/

Tablica 31

Odległość przedziałów m	Ugięcia teoretyczne /cm/				
	Typy mostów				
	150% N	200% N	200% N	200% N	200% N
	A	B	C	D	E
f_0 - w stanie obciążonym					
$x_1 = 3,75$	1,278	2,040	2,399	2,633	2,472
$x_2 = 7,50$	2,487	3,810	4,530	4,801	4,513
$x_3 = 11,25$	3,407	5,060	6,338	6,332	5,956
$x_4 = 15,0$	3,864	5,540	7,150	6,936	6,517
$x_5 = 18,75$	3,407	5,060	6,338	6,332	5,956
$x_6 = 22,5$	3,487	3,810	4,530	4,861	4,513
$x_7 = 26,25$	1,278	2,040	2,399	2,633	2,472
f_0 /S/ x_0 - w stanie sprężonym /nieobciążonym/					
$x_1 = 3,75$	- 1,195	- 1,820	- 2,020	- 1,757	1,771
$x_2 = 7,50$	- 2,171	- 3,370	- 3,750	- 3,305	3,331
$x_3 = 11,25$	- 2,725	- 4,250	- 4,770	- 4,243	4,277
$x_4 = 15,0$	- 2,912	- 4,540	- 5,100	- 4,556	4,592
$x_5 = 18,75$	- 2,725	- 4,250	- 4,770	- 4,243	4,277
$x_6 = 22,5$	- 2,171	- 3,370	- 3,750	- 3,305	3,331
$x_7 = 26,25$	- 1,195	- 1,820	- 2,020	- 1,757	1,771
f_0 /E/ x_0 - w stanie eksploatacyjnym /sprężony + obciążony/					
$x_1 = 3,75$	0,083	0,220	0,379	0,876	0,701
$x_2 = 7,50$	0,316	0,440	0,780	1,496	1,182
$x_3 = 11,25$	0,682	0,810	1,568	2,087	1,679
$x_4 = 15,0$	0,952	1,00	2,050	2,380	1,925
$x_5 = 18,75$	0,682	0,810	1,568	2,087	1,679
$x_6 = 22,5$	0,316	0,440	0,780	1,496	1,182
$x_7 = 26,25$	0,083	0,220	0,379	0,876	0,701

x/ ugięcia w stanie eksploatacyjnym uwzględniają ciężar własny, ruchomy i wpływ sprężenia.

Typ	G	N	g	M ₀	M _g	L ₀	γ _e	c	F	J _{10⁶}	W _{xc} ^{10⁴}	W _{xc} ^{10⁴}	4S ₁	4S ₂	4S ₃	S _k	S	δ _I	δ _I	δ _{II}	δ _{II}	δ _e	F ₀		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	cm		
A	9,5	150K	0,225	-	-	22,5	0,813	180,0	0,1174	1,9756	-	-	9,860	-	9,800	9,800	88,200	-	-	-	-	-	7180	3 x 24 φ 5	
	55,5									60,0			14,700										14,11	14,11	
B	18,0	200K	0,488	340,04	58,75	22,5	0,813	127,0	0,523,9	1,9814	2,920	1,840	18,60	5,36	8,97	126,3	117,33	331	-	1227	-	1031	846	8470	4 x 24 φ 5
	72									X													18,81	18,81	
C	10,8	200K	0,250	296,95	34,20	25,0	0,769	144,9	220,4	1,3954	1,935	1,095	19,40	3,40	4,57	78,8	74,23	193	-	783	-	1506	1563	6210	3 x 24 φ 5
	72									X													14,11	14,11	
D	11,5	200K	0,387	348,3	82,80	21,0	0,840	96,8	482	1,6681	2,790	1,970	21,90	8,65	13,10	142,5	129,4	201	-	1030	-	1200	797	7650	5 x 24 φ 5
	72								X														23,5	23,5	
E	12,5	200K	0,505	334,7	65,22	21,0	0,840	83,0	617,9	1,8545	2,760	2,630	20,70	6,67	15,55	197,5	182,0	290	-	1001	-	1063	329	8400	6 x 24 φ 5
	72								X														28,21	28,21	

MODEL

Typ	f ₀	f ₀ /S	f ₀ /E	f ₀ /S	f ₀ /E	K _f	f ₀ /S	M _m	S _m	E ₁	K _p	K _g	μ _p	μ _p X	K _y · 10 ⁻³	K _y · 10 ⁻³	F _m	W _{xc} /m	W _{xc} /m	J _x /m	Q _m	L ₀	e _x /m	ΔS _m	F ₀ /m	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
A	4,802	4,565	0,227	2,85	1,40	10	12,85	600	600	10	100	1	1:10	0,104	0,810	1,815	23,6	12,6	197,28	19,65	225	15,65	125	1 φ 5	0,196	
B	5,29	4,96	0,430	-2,55	2,03	10	12,85	772	788	10	100	1	1:10	0,104	0,895	5,24	30,4	19,25	206,45	15,23	225	6,80	186	1 φ 7	0,385	
C	6,95	4,27	2,58	-2,84	2,12	21,2	8,46	772	1438	10	100	1	1:5	0,180	2,14	3,86	30,8	21,2	251,92	15,90	250	11,9	153	1 φ 7	0,395	
D	6,57	4,76	1,81	4,30	1,41	40	125	3700	8625	10	18,5	1	1:2 X	25	1,92	48,2	554	391	6782	27,40	210	42,3	520	1 φ 18	2,54	
E	5,82	4,40	1,42	4,07	1,76	20	11,05	772	2425	10	100	1	1:5	0,2	1,8	12,33	53,2	53,1	372,22	11,15	210	6,0	188	1 φ 7	0,385	

X/ 117,4 oznacza przekrój pasa górnego ze współprzeciąającą szyną
60,0 przekrój pasa dolnego

Oznaczenia do tablicy 32

G, G_w, E - ciężar połyowy mostu, ciężar wózka i własny dźwigara;
N = 2 Q + G_w = 2 · 30 + 12 = 72 T - nośność sumkiły zwiększona o 200% dla typu B, C, D, E,
natomiast dla typu A/ - N = 1,5 · Q + G_w;

M₀, K_p - sumaryczny pionowy moment zginający według kojarzenia I od obciążenia stałego;
1₀, c - długość ciężna, odległość ciężna od środka ciężkości i współczynnik γ^{*} = 1 - $\frac{1-c}{3l}$;

F, F_c, I_y, W_{xc}, W_{xd} - powierzchnia przekroju dźwigara, ciężna m. bezwładności oraz górną i dolną
wskaznik wytrzymałości;

ΔB₁, ΔS₂, ΔS₃, S_k, S - przyrost siły sprężającej od obciążenia ruchomego, stałego, straty siły
sprężających, kontrolowana siła sprężająca i siła sprężająca;

δ_I, δ_I, δ_{II}, δ_{II}, δ_e, δ_e - napężenia dla stanu I i II wzdłuż górnego i dolnego dźwigara
oraz ciężna;

f₀, f₀, f₀ - ugięcie od obciążenia stałego, ruchomego i sumaryczne;

f₀/S, f₀/E - ugięcie obiektu od sprężenia i obciążenia eksploatacyjnego;

XX/ - $\frac{100K \cdot E}{150K \cdot P}$ dla ciężaru własnego i ruchomego.

C.d. oznaczeń do tablicy 32

f_m/E, f_m/S - ugięcie modelu od sprężania i obciążenia eksploatacyjnego;
N_m, S_m - nośność i siła sprężająca modelu;

K_f, K_p, K_y, K₁, K_p, K_e, K_y, K_m - współczynniki przeliczenia skali ele-
mentu sprężonego i niesprężonego oraz skali długości, siły,
momentu sprężystości podłużnej i przekrojowej

X/ skala średników /1:2/ i grubości blach 1:5] oraz momen-
tu bezwładności i momentów zginających;

F_m, W_{xc}, W_{xd}, J_x, Q_m, L_m, ΔS_m - oznaczenia jak wyżej, lecz dla modelu;

δ_x/X - odległość środka ciężkości modelu.

Napężenie w środku rozpiętości dźwigara głównego
obliczone teoretycznie

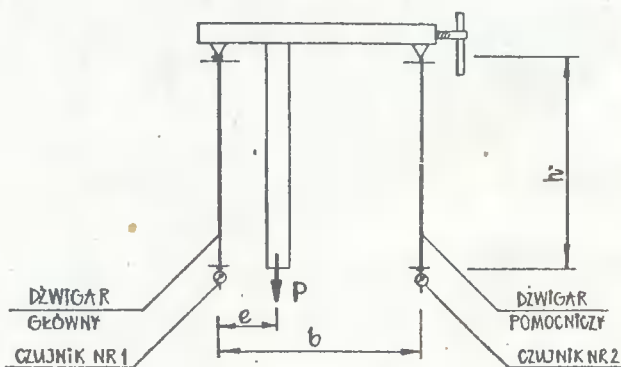
Tablica 33.

Typ mostu	Obciążenie	
	100% N	200% N
	niesprężone kg/cm^2	
B	$\sigma_g = - 887$	$\sigma_g = - 1285$
	$\sigma_d = + 1405$	$\sigma_d = + 2040$
C	$\sigma_g = - 1162$	$\sigma_g = - 1765$
	$\sigma_d = + 2058$	$\sigma_d = + 3120$
D	$\sigma_g = - 1017$	$\sigma_g = - 1437$
	$\sigma_d = + 1442$	$\sigma_d = + 2038$
E	$\sigma_g = - 972$	$\sigma_g = - 1395$
	$\sigma_d = + 1040$	$\sigma_d = + 1462$
sprężone /eksploatacja/ kg/cm^2		
B	$\sigma_g = - 492$	$\sigma_g = - 1031$
	$\sigma_d = - 17$	$\sigma_d = + 846$
C	$\sigma_g = - 910$	$\sigma_g = - 1527$
	$\sigma_d = + 616$	$\sigma_d = + 1329$
D	$\sigma_g = - 788$	$\sigma_g = - 1212$
	$\sigma_d = + 265$	$\sigma_d = + 816$
E	$\sigma_g = - 657$	$\sigma_g = - 1111$
	$\sigma_d = - 46$	$\sigma_d = + 332$

3.4.1. Badania modelowe rozkładu obciążeń na dźwigar główny i pomocniczy w mostach typu A, B i C

Wyniki obliczeniowe rozkładu obciążeń na dźwigar główny i pomocniczy z uwzględnieniem przestrzenności ustroju /rozd.1.3./ zostały skonfrontowane badaniami modelowymi.

Środek zginania pomiędzy belką główną a pomocniczą wyznaczono za pomocą przemieszczenia obciążenia do chwili wyrównania ich ugięć. Obciążenie zawieszono pomiędzy belką główną i pomocniczą umieszczając w osi dźwigarów czujniki zegarowe /schemat rys. 69/. Przesuwając obciążenie na przesuwaczu, doprowadzono do wyrównania ugięć obu dźwigarów /odczytanych na czujnikach/. Wyrównane ugięcia określiły środek zginania, tj. miejsce, w którym znajdowało się obciążenie. Wielkość przesunięcia odczytano na miarze przyrządu specjalnie w tym celu skonstruowanego w Zespole Konstrukcji Budowlanych. Na rys. 132 ÷ 134 przedstawiono przyrząd i sposób przeprowadzonych badań na trzech modelach mostów /typ A, B i C/, natomiast w tablicy 34 i 35 podano wyniki uzyskane na podstawie przeprowadzonych pomiarów.



RYC. 69

Zestawienie wielkości przesunięć uzyskanych z badań modelowych

Tablica 34.

Typ mostu	Odczyt	Czujnik	Ugięcie [mm]			Wielkość przesunięcia "e" [mm]	Średnie przesunięcie [mm]
			Przed obciążeniem	Obciążenie w osi głównej belki	Wyrównanie ugięć po przesunięciu obciążenia		
1	2	3	4	5	6	7	8
Dźwigary niesprężone							
A	I	1	0,000	9,649	1,570	19,4	19,2
		2	0,000	1,465	1,570		
	II	1	0,000	1,663	1,565	19,0	
		2	0,000	1,458	1,165		
	III	1	0,000	1,656	1,568	19,2	
		2	0,000	1,470	1,568		
B	I	1	0,000	0,884	0,860	21,6	21,6
		2	0,000	0,631	0,860		
	II	1	0,000	0,878	0,853	21,4	
		2	0,000	0,626	0,853		
	III	1	0,000	0,890	0,862	21,8	
		2	0,000	0,834	0,862		
C	I	1	0,000	0,646	0,625	28,7	28,8
		2	0,000	0,498	0,625		
	II	1	0,000	0,642	0,626	29,0	
		2	0,000	0,495	0,626		
	III	1	0,000	0,638	0,625	28,7	
		2	0,000	0,494	0,625		
Dźwigary sprężone							
A'	I	1	0,000	1,563	1,481	11,70	11,95
		2	0,000	1,362	1,481		
	II	1	0,000	1,550	1,478	12,15	
		2	0,000	1,360	1,478		
	III	1	0,000	1,558	1,485	12,0	
		2	0,000	1,158	1,485		
B'	I	1	0,000	0,781	0,725	13,8	13,8
		2	0,000	0,539	0,725		
	II	1	0,000	0,793	0,720	14,0	
		2	0,000	0,546	0,720		
	III	1	0,000	0,786	0,723	13,6	
		2	0,000	0,538	0,723		
C'	I	1	0,000	0,571	0,552	21,9	21,9
		2	0,000	0,476	0,552		
	II	1	0,000	0,569	0,551	21,8	
		2	0,000	0,474	0,551		
	III	1	0,000	0,572	0,553	22,0	
		2	0,000	0,476	0,553		

Wyniki z badań modelowych rozkładu obciążeń na dźwigar
główny /1/ i pomocniczy /2/ w mostach typu A, B i C

Tablica 35.

Typ mostu	Obciążenie P kg	Reakcja na dźwigar kg		Procentowe obciążenie dźwigara głównego /1/ %	Procentowe obciążenie dźwigara głównego wg obliczeń teoretyczn. %
		główny /1/	pomocniczy /2/		
1	2	3	4	5	6
Dźwigary niesprężone					
A	114	100,3	13,7	12	12
B	112	98,6	15,4	13,5	11
C	114	93,5	20,5	18	15
Dźwigary sprężone					
A'	114	105,5	8,5	7,5	-
B'	112	102,3	9,7	8,6	-
C'	114	98,4	15,6	13,7	-

Wyniki teoretyczne w kolumnie 6, dotyczące rozdziału obciążenia mostu typu A, obliczono na podstawie danych zawartych w tablicy 7 /typ A/, w tabl. 3 /typ B/ i w pkt. 1.3.5.

Porównanie ugięć sprężonego układu płaskiego i przestrzennego /typ A/
/Obliczenia z EMC i STRAINS/ Tablica 36.

Układ	Prze- dział	Ugięcie w przedziałach 1 - 4 dźwignara głównego [mm]					Obciążenie 150%				
		Obciążenie 100%					Obciążenie 150%				
	P	S + 4S	M _S	Σ		P	S + 4S	M _S	Σ		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		
Kratownica płaska węzły sztywne	1	11,11	- 14,92	- 3,01	- 6,82	15,90	- 15,39	- 3,11	- 2,60		
	2	21,66	- 27,36	- 7,66	- 13,36	30,99	- 28,22	- 7,90	- 5,13		
	3	29,67	- 34,82	- 9,48	- 14,63	42,45	- 35,91	- 9,78	- 3,24		
	4	32,99	- 37,31	- 10,13	- 14,45	47,20	- 38,48	- 10,45	- 1,73		
Kratownica przestrzenna węzły prze- gubowe	1	9,68	- 12,91	- 2,47	- 5,70	13,85	- 13,32	- 2,55	- 2,02		
	2	18,78	- 23,37	- 6,47	- 11,06	26,88	- 24,11	- 6,68	- 3,91		
	3	25,78	- 29,73	- 7,96	- 11,91	36,90	- 30,66	- 8,20	- 1,96		
	4	29,75	- 32,02	- 8,48	- 10,75	42,58	- 33,02	- 8,74	+ 0,82		
Kratownica przestrzenna węzły sztywne	1	9,22	- 11,16	- 3,40	- 5,84	12,78	- 11,93	- 3,46	- 2,61		
	2	17,81	- 21,24	- 6,67	- 10,10	24,87	- 21,77	- 6,80	- 3,70		
	3	24,38	- 26,63	- 8,03	- 10,28	34,07	- 27,32	- 8,23	- 1,48		
	4	27,65	- 28,42	- 8,54	- 9,32	38,64	- 29,19	- 8,77	0,68		

Wniosek

Z porównania wyników zawartych w tablicy 36 można wnioskować, że różnica ugięć pomiędzy kratownicą przestrzenną o węzłach przegubowych i sztywnych jest nieznaczna $n = \frac{2,975}{2,765} \cdot 100\% = 7,5\%$ w porównaniu do wartości ugięć dopuszczalnych $f = 4,28$ cm/. Nieco większa różnica uwiadczenia się przy rozpatrywaniu układu jako płaskiego /o sztywnych węzłach/.

Z przeprowadzonych badań można wnioskować, że z cytowanych w rozdziale 1.3. metod obliczeniowych wpływu przestrzenności poszczególnych układów najbardziej zbliżone wyniki teoretyczne do badań modelowych daje metoda sił, z uwzględnieniem dodatkowych podpór /odciążenie $\sim 10,5\%$ /. Rozpatrując natomiast ustrój jako przestrzenny otrzymano odciążenie dźwigara głównego w granicach 12% /tablica 7/. Na wielkość procentowego odciążenia dźwigara głównego decydujący wpływ ma stosunek sztywności obu dźwigarów /głównego i pomocniczego/.

Szczególne znaczenia nabiera fakt przeprowadzenia badań modelowych w odniesieniu do konstrukcji sprężonych z uwagi na brak w tym zakresie teoretycznych metod obliczeniowych.

Analizując wyniki z dokonanych pomiarów należy stwierdzić, że wpływ przestrzenności jest mniejszy dla ustrojów sprężonych w porównaniu do niesprężonych. Uzasadnić to można faktem znacznie większej sztywności sprężonego dźwigara głównego w stosunku do dźwigara pomocniczego, który pozostaje taki sam jak w konstrukcji niesprężonej.

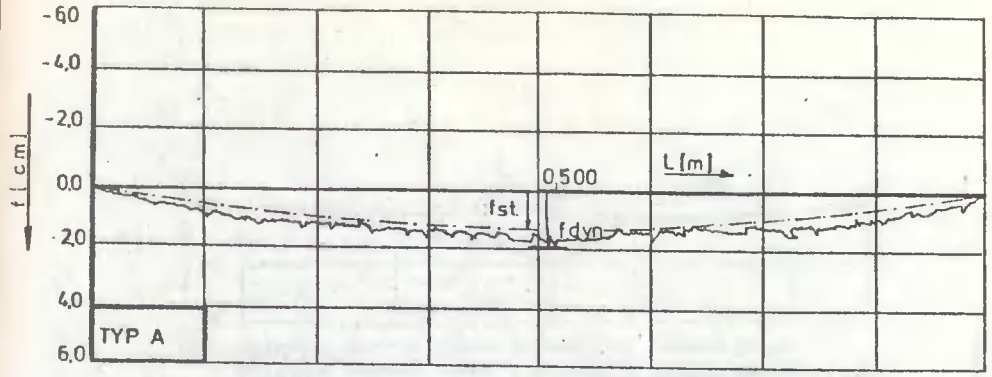
Pomiar maksymalnych ugięć pięciu typów mostów sprężonych przy dynamicznym obciążeniu przedstawiono na rys. 70b-f; a to w celu porównania z ugięciami statycznymi pomierzonymi czujnikami zegarowymi.

Pomiar ugięć dokonano ugięciomierzem samopiszącym skonstruowanym w Zespole Konstrukcji Budowlanych /rys. 135 \div 136/. Do tego celu wykorzystano przyrząd służący do rejestracji wydłużeń, tzw. „Dehnungsmessgerät MKe Leipzig”, składający się z agregatu sieciowego, urządzenia rejestrującego i elementów przekładni. Przekładnię skonstruowano tak, by rejestrujący rysik na bębnie urządzenia elektronicznego odpowiadał poszczególnym punktom przesuwającego się obciążenia na moście suwnicowym.

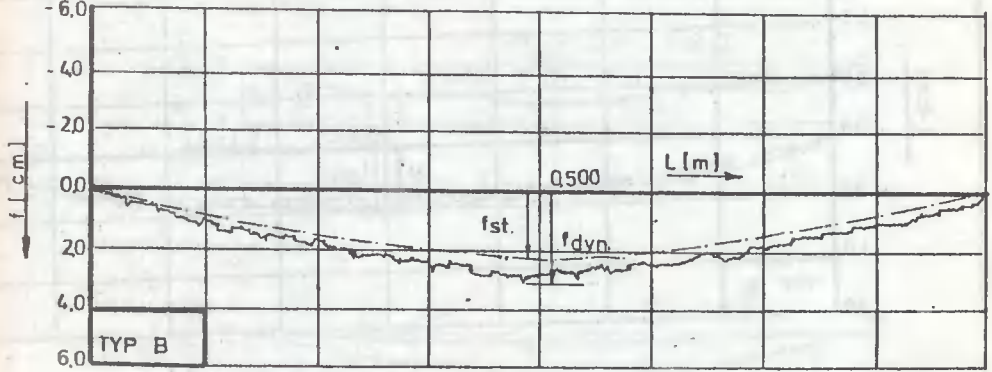
Skala rejestrującego urządzenia wynosiła 1:20. W celu przejścia ze skali urządzenia na modelową wykonano tarcze zespawane z sobą o stosunku średnicy kół 1:12. Przełożenie to umożliwiło zbadanie ugięcia przy dynamicznym działaniu obciążenia /stanu eksploatacyjnego/.

Na wykres ugięcia dynamicznego naniesiono wykres ugięcia statycznego pomierzonego czujnikami zegarowymi dla stanu eksploatacyjnego.

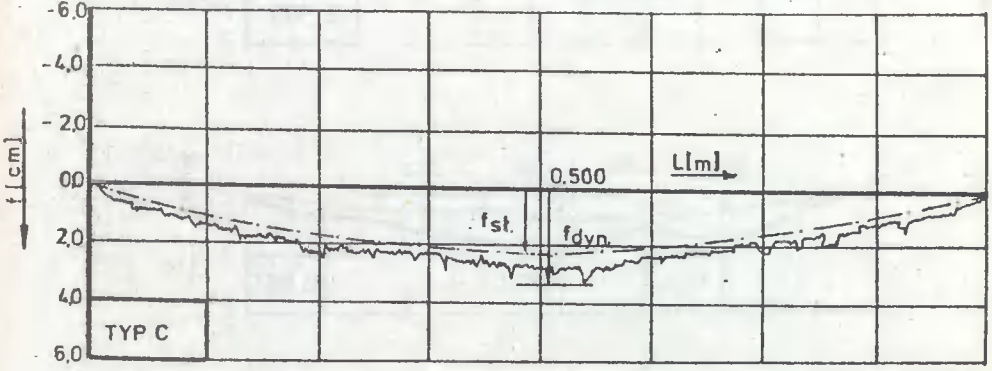
W tablicy 28 i 36 zestawiono wartości ugięć obliczonych wg programu na EMC i STRAINS dotyczących kratownicy przestrzennej zarówno sprężonej jak i niesprężonej.



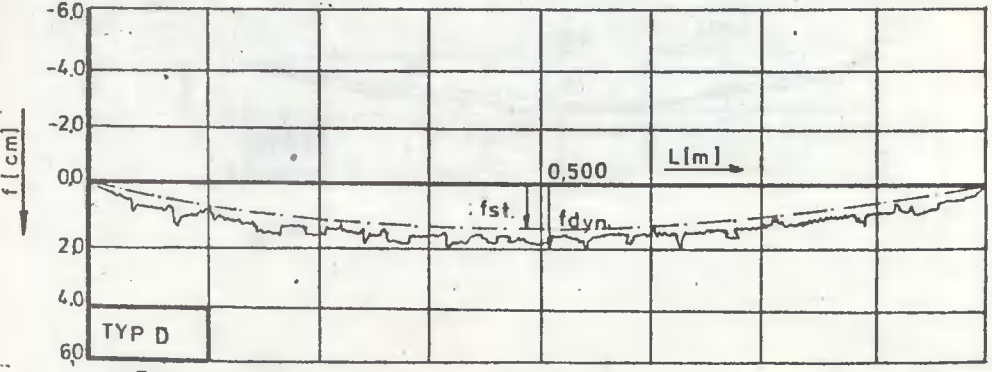
RYS.70 b



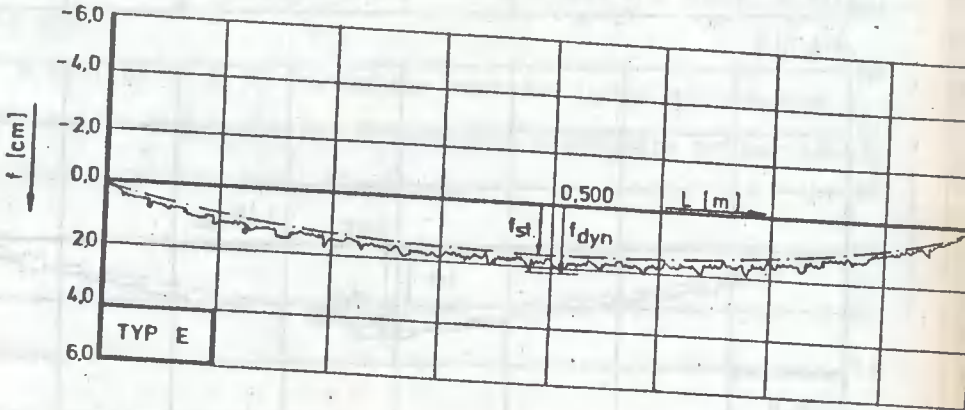
RYS.70 c



RYS.70 d

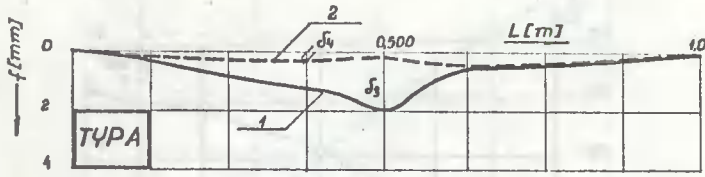


RYS.70 e

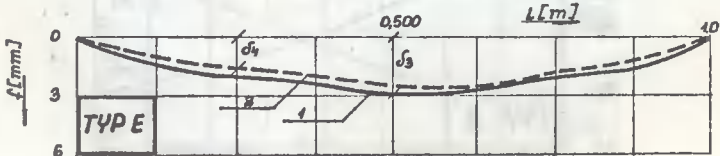
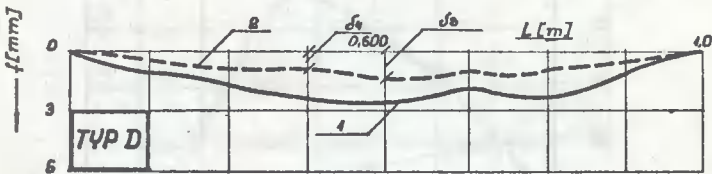
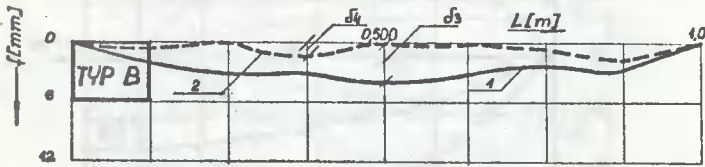


RYS. 70

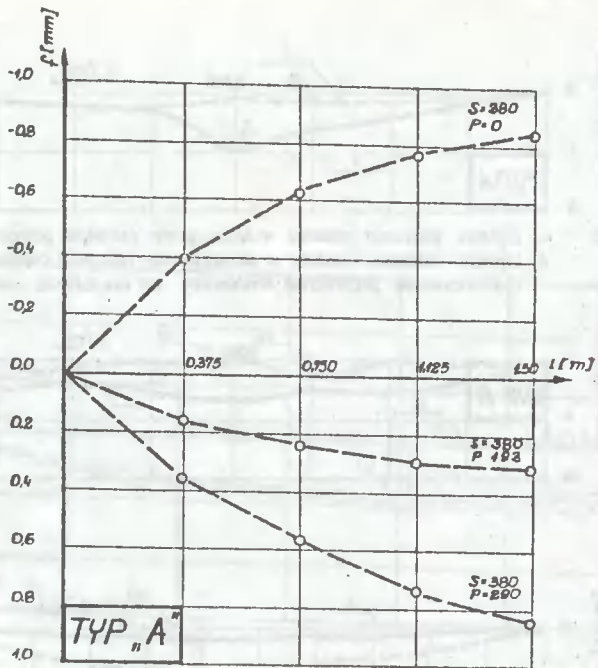
a)



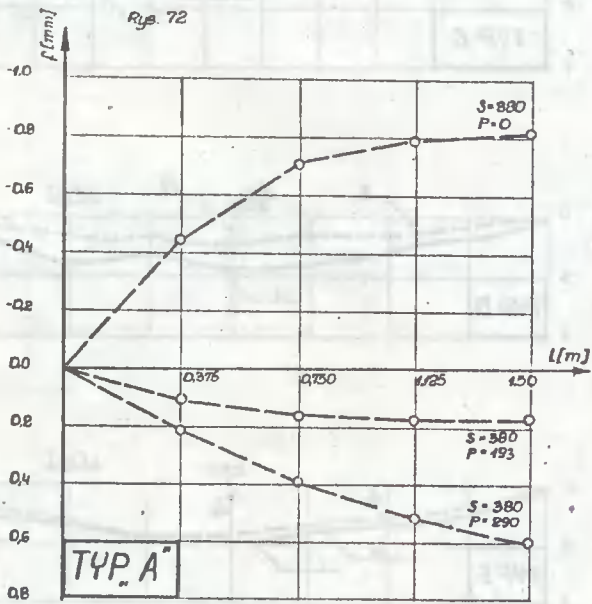
- a. 1.) Ugięcie poziome modelu w płaszczyźnie łęźników górnych
 2.) Ugięcie poziome modelu w płaszczyźnie łęźników dolnych
 b. Okształtowanie poprzeczne kratownicy od obciążenia pionowego



Rys. 71.

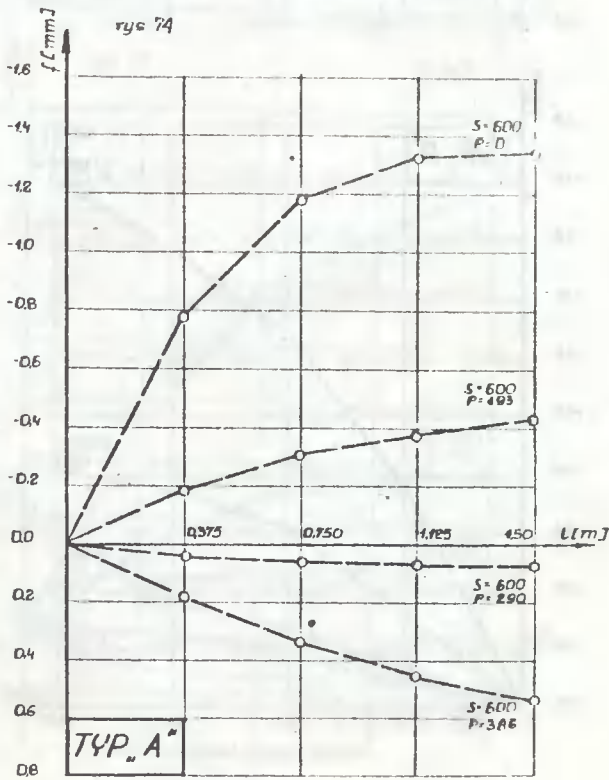
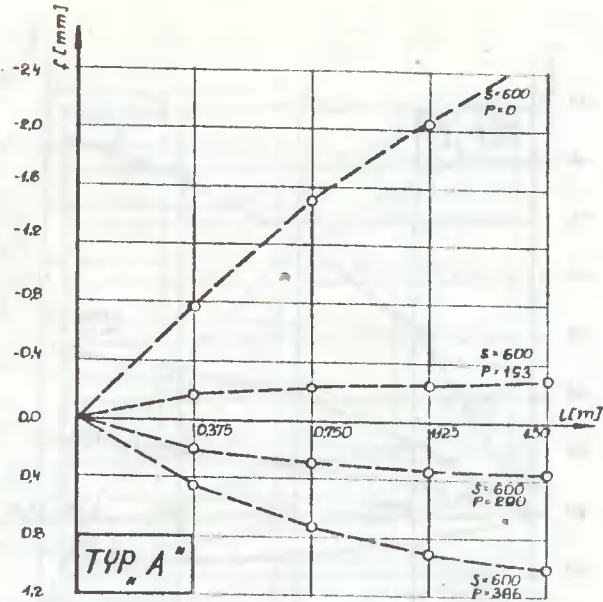


Rys. 72

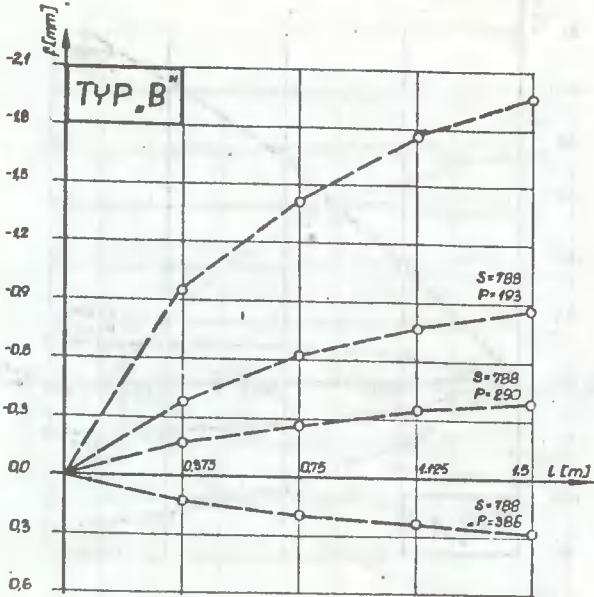


Krótka pomocnicza

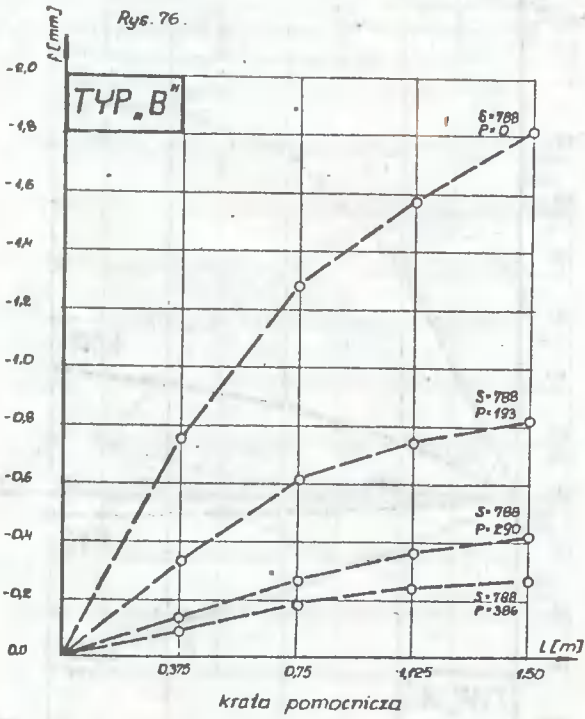
Rys 73



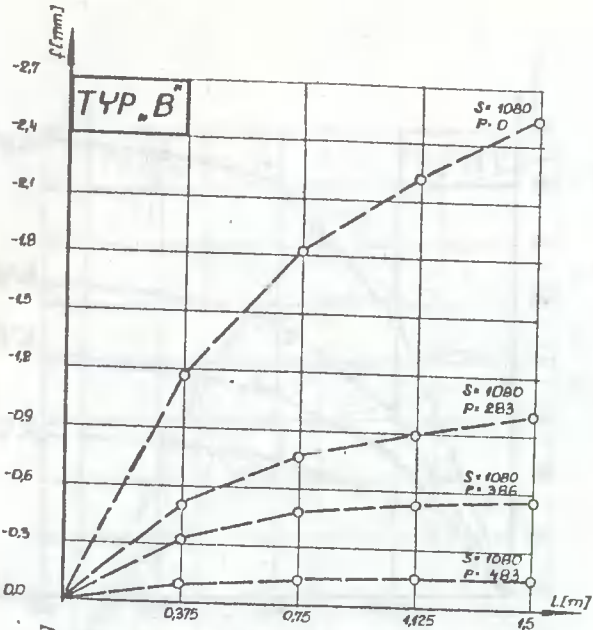
krata pomocnicza



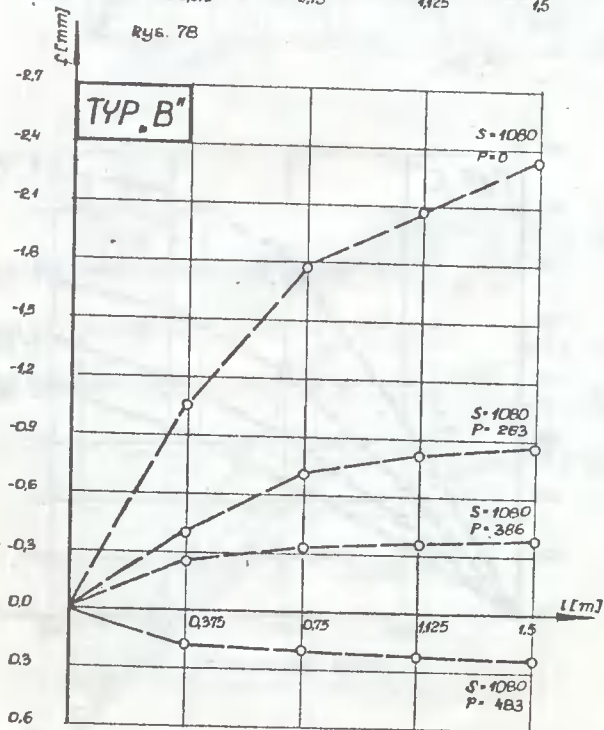
Rys. 76.



Rys. 77.

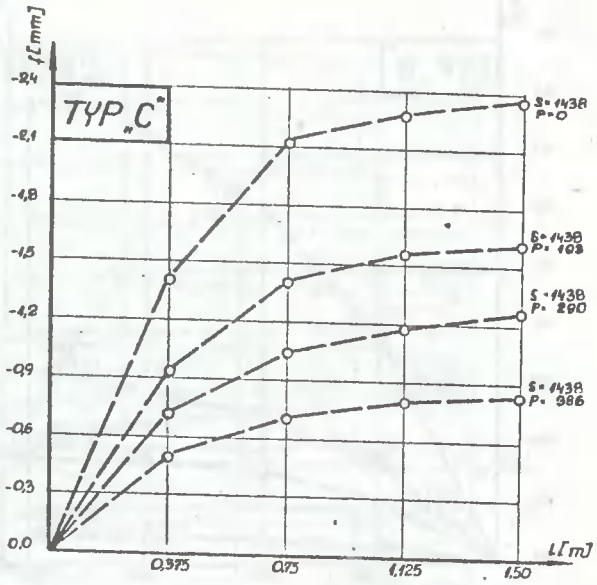


Rys. 78

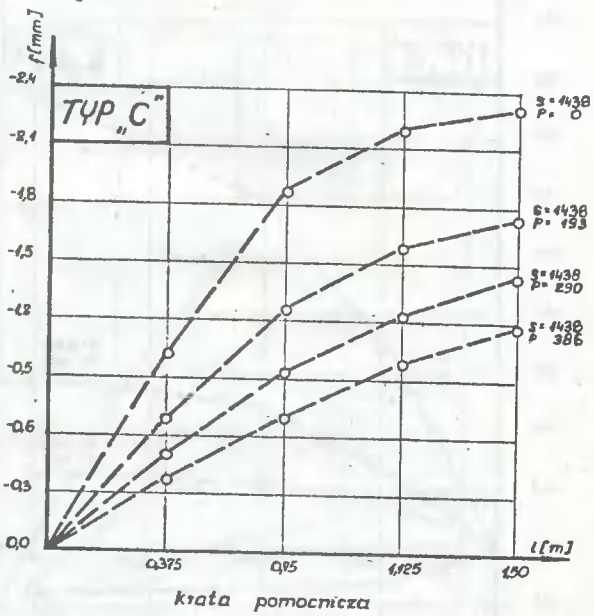


krafta pomocnicza

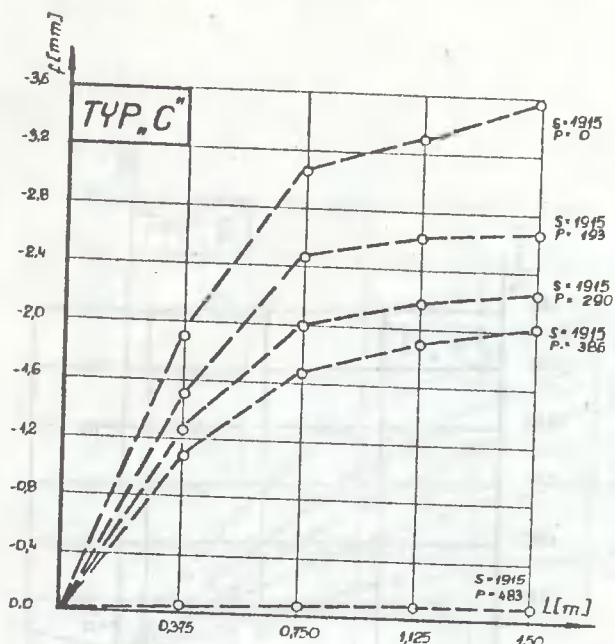
Rys. 79



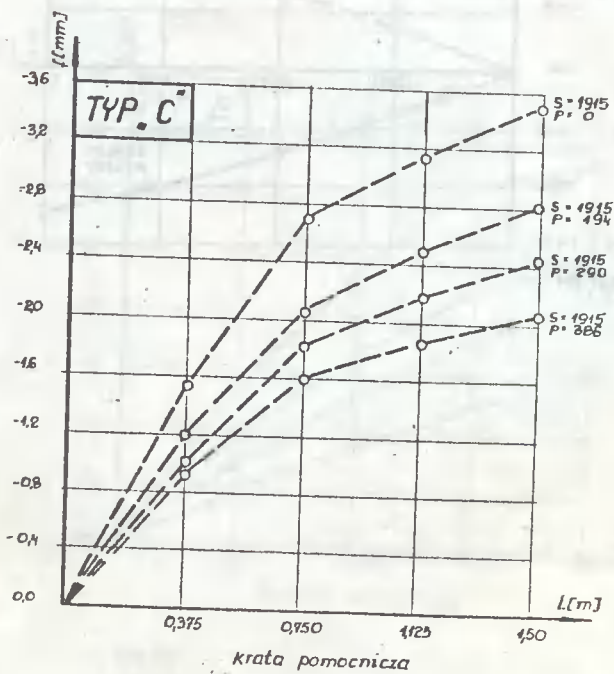
Ryb. 80



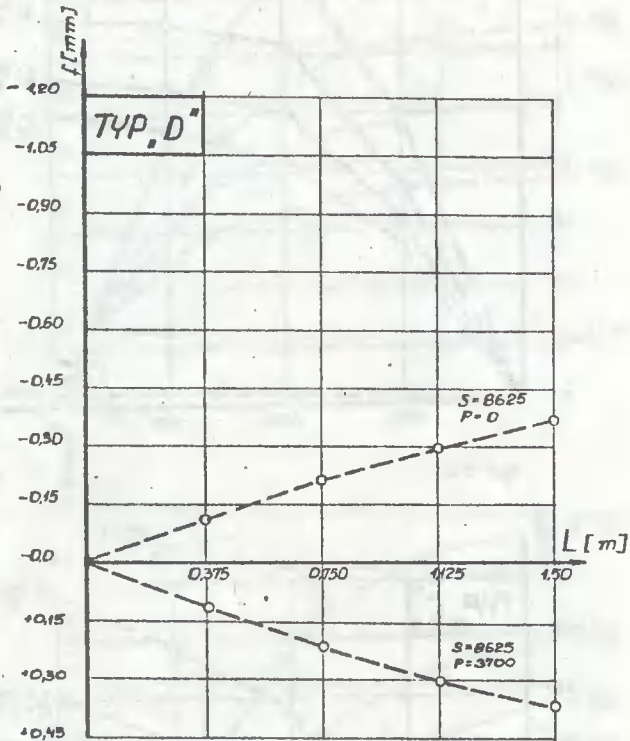
Ryb. 81



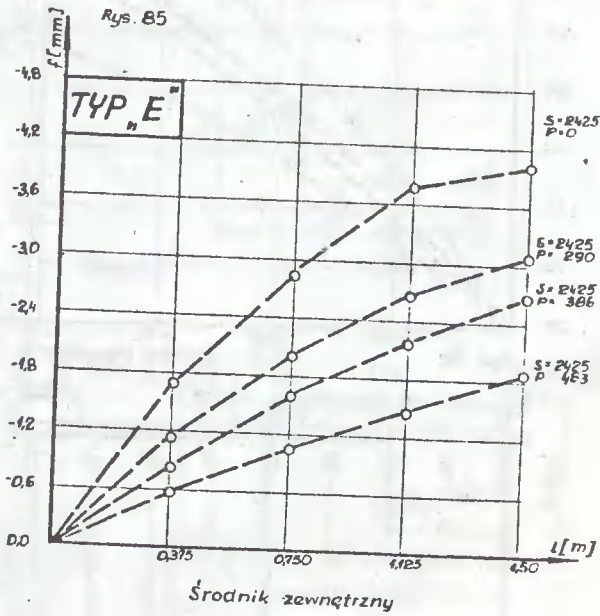
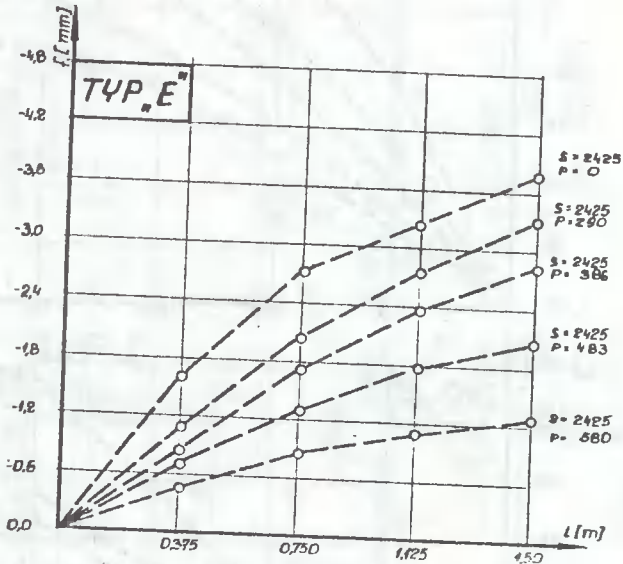
Rys. 82.



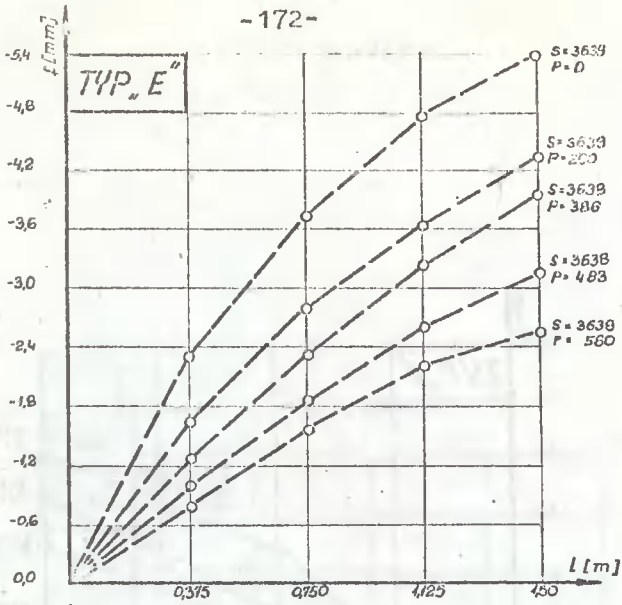
Rys. 83.



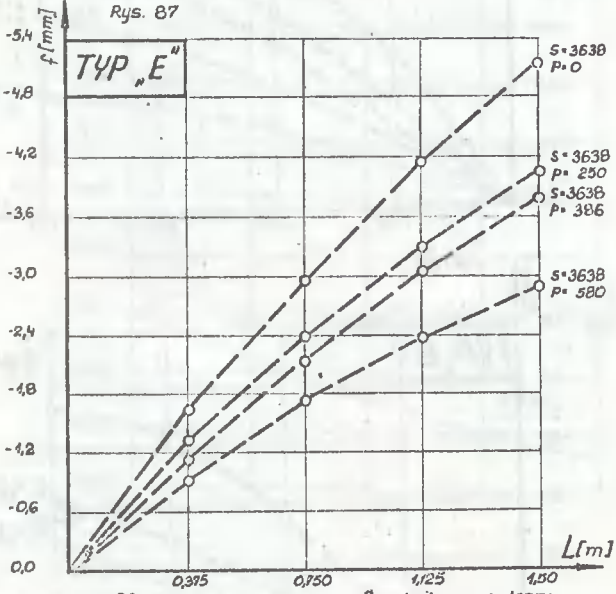
Rys. 84.



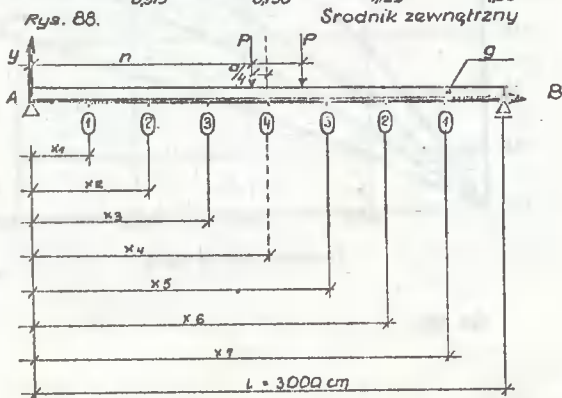
Rys. 86



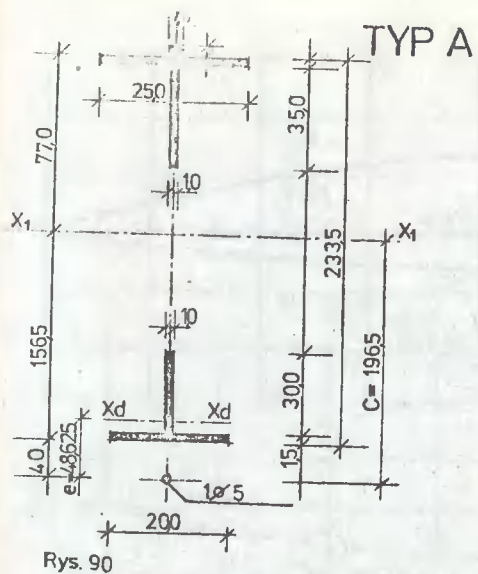
Rys. 87



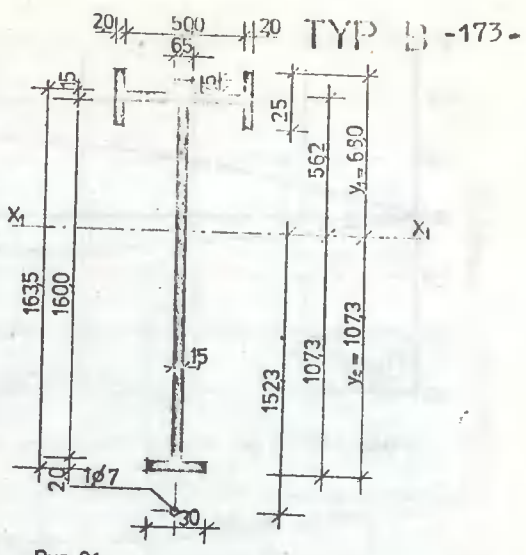
Rys. 88.



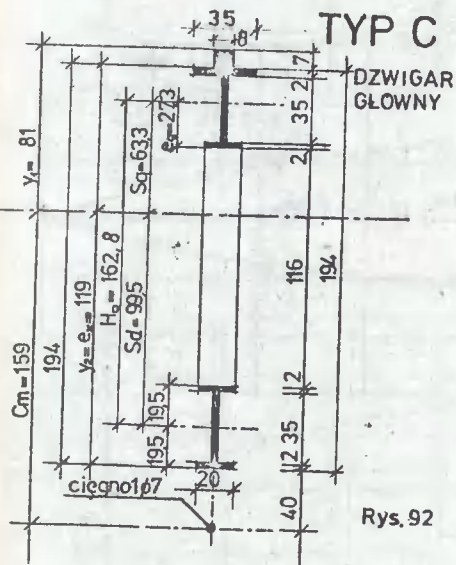
Rys. 89



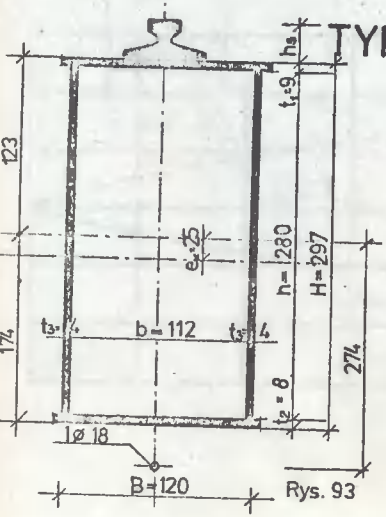
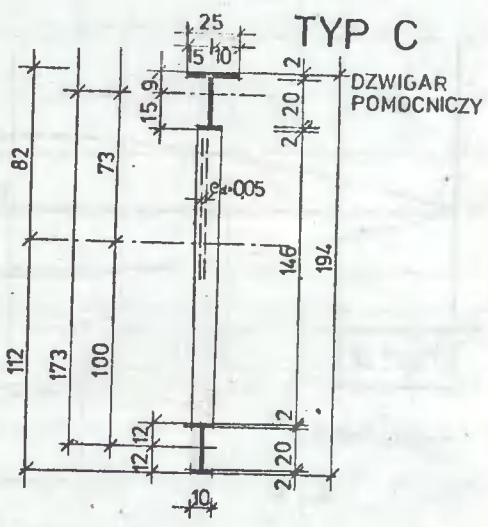
Rys. 90



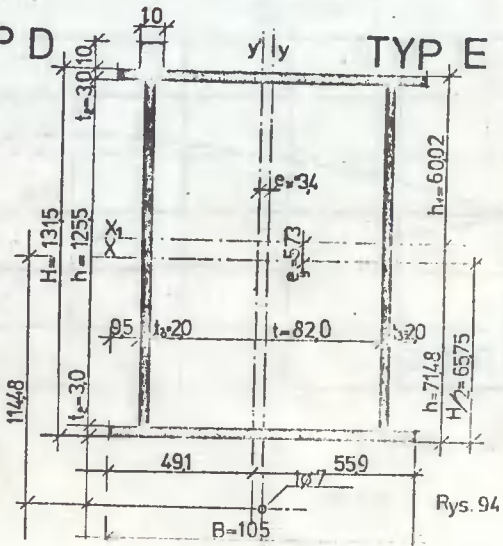
Rys. 91



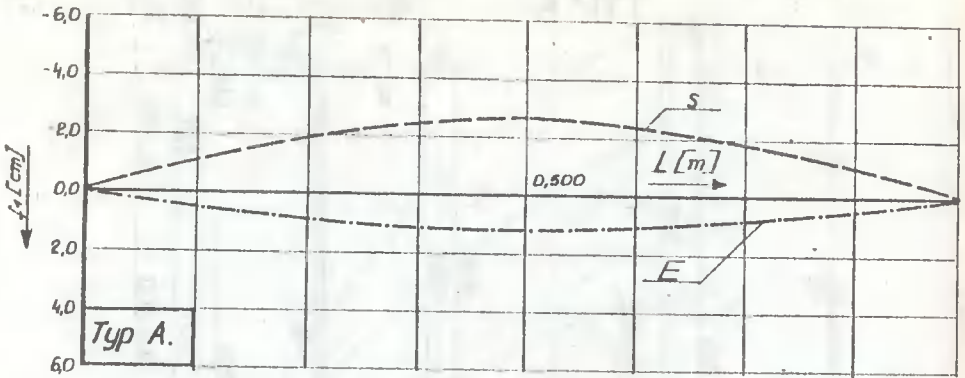
Rys. 92



Rys. 93

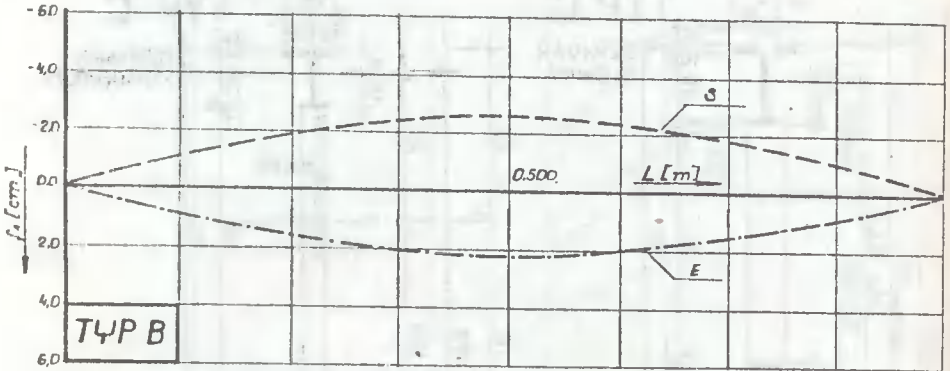


Rys. 94



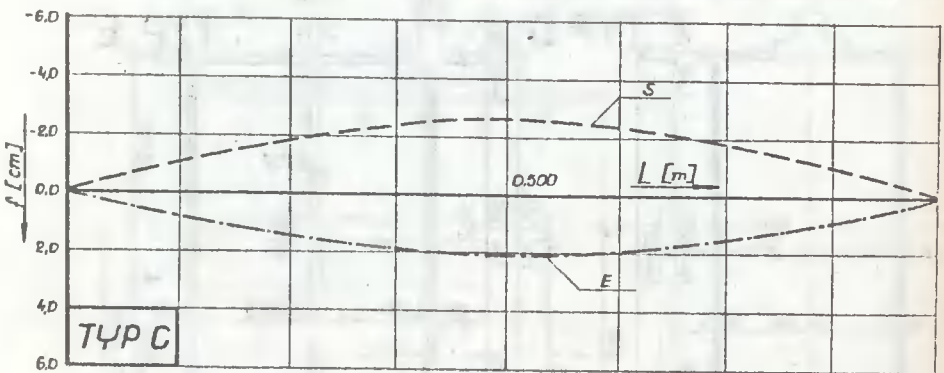
Model 150 % P

Rys. 95



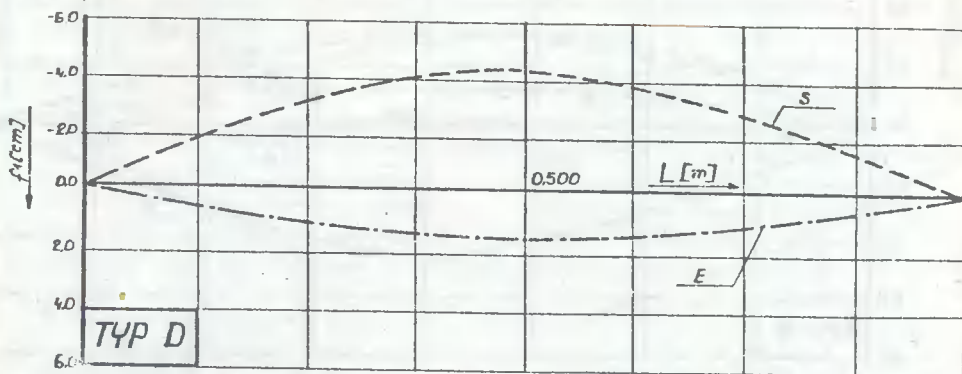
Model 200 % P

Rys. 96



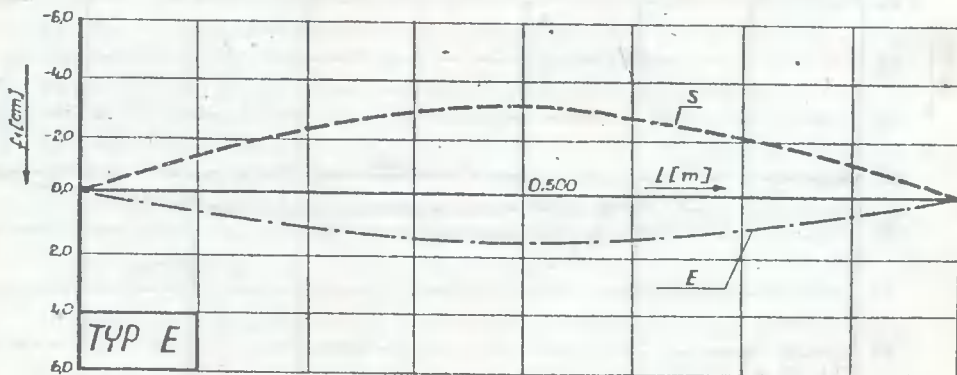
Model 200 % P

Rys. 97



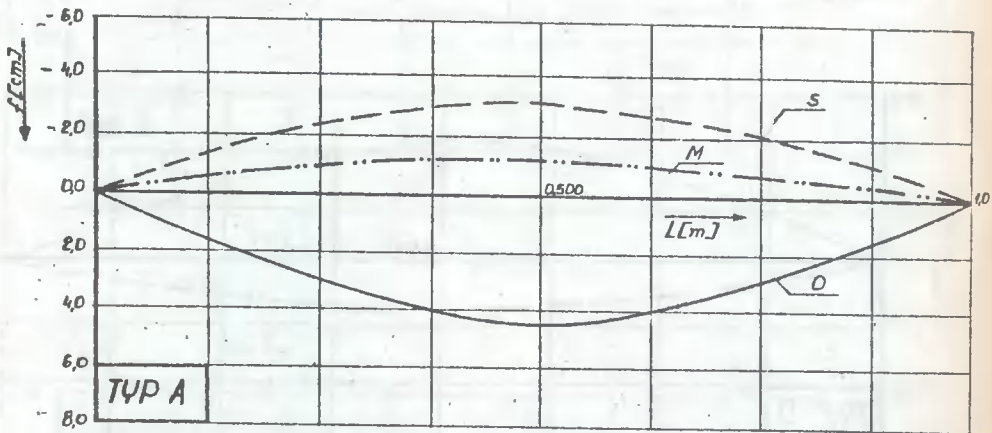
model 200% P

Rys. 98



model 200% P

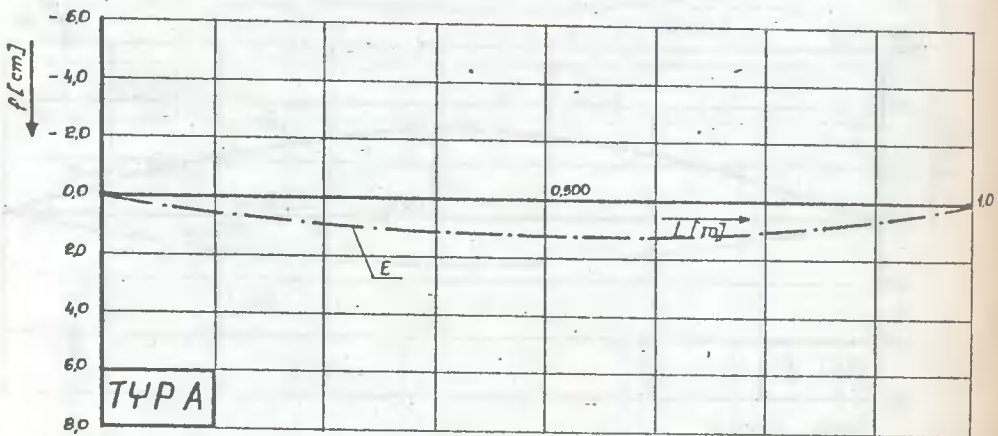
Rys. 99



$P = 150\% P$ (przestrzena)
Teoretyczne (tabl. 29)

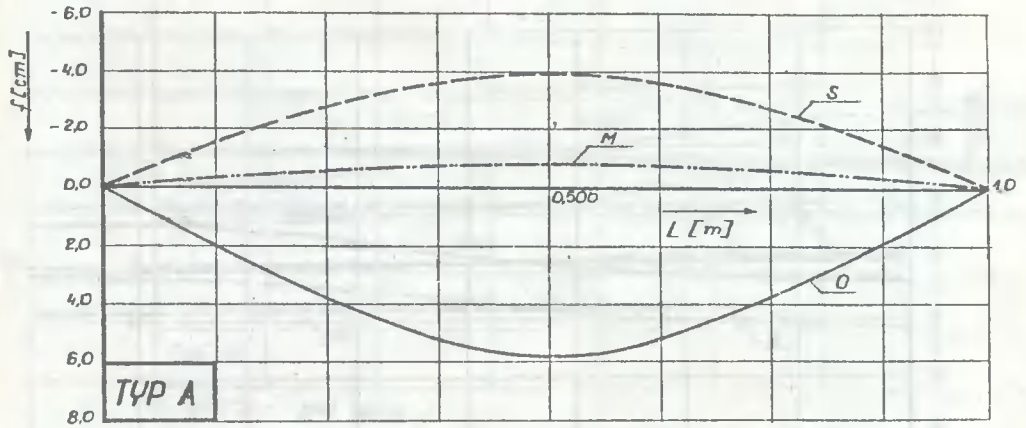
Rys. 100

- Obciążenie - ———— — D
- Sprężenie - - - - - S
- Moment sprężający - ······ M
- Eksploatacja - - · - · E



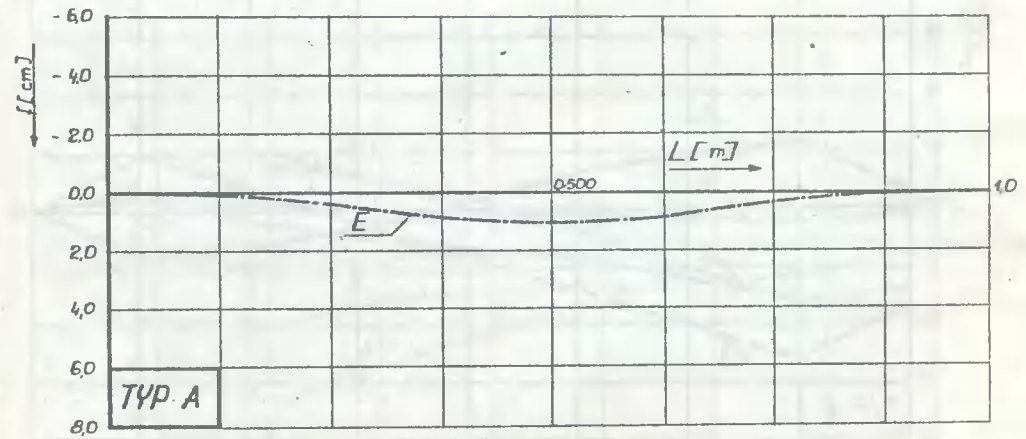
$P = 150\%$ (przestrzena)
Teoretyczne (tabl. 29)

Rys. 101



P = 200%

Rys. 102



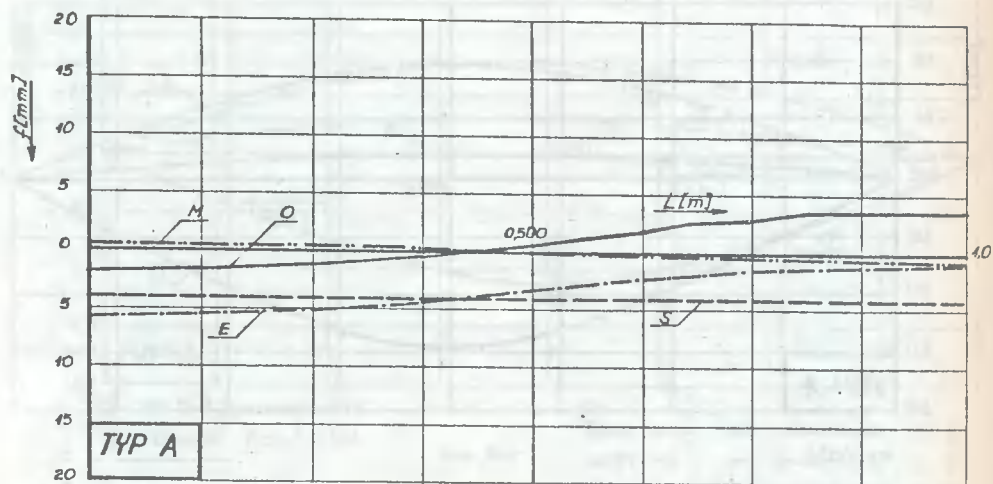
P = 200%

Teoretyczne

Rys. 103

Przesunięcie poziome

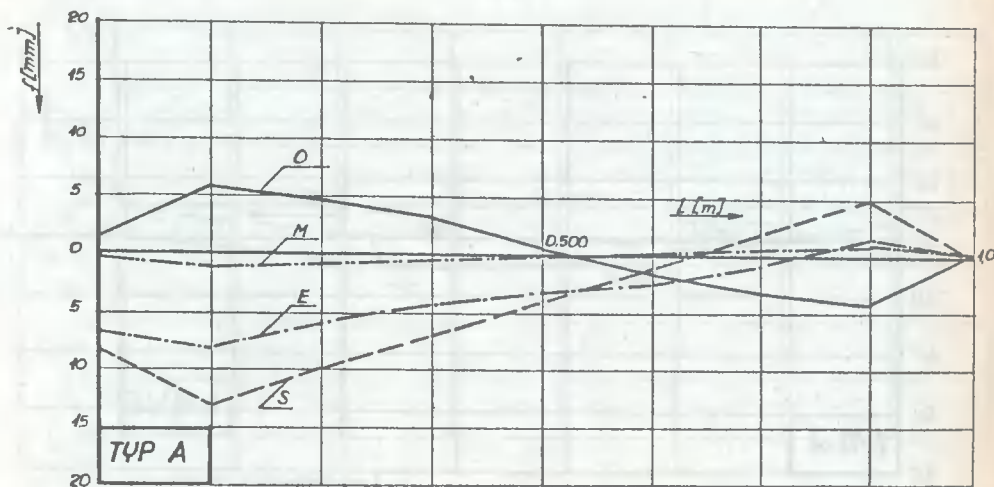
a)



(P = 450% - pas górny)

Teoretyczne

b)

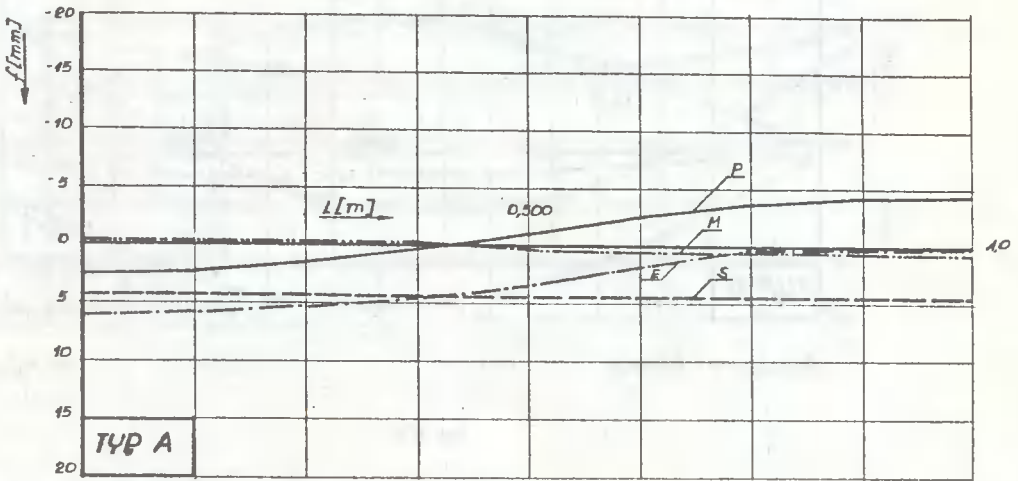


(P = 450% - pas dolny)

Teoretyczne

Przemieszczenie poziome

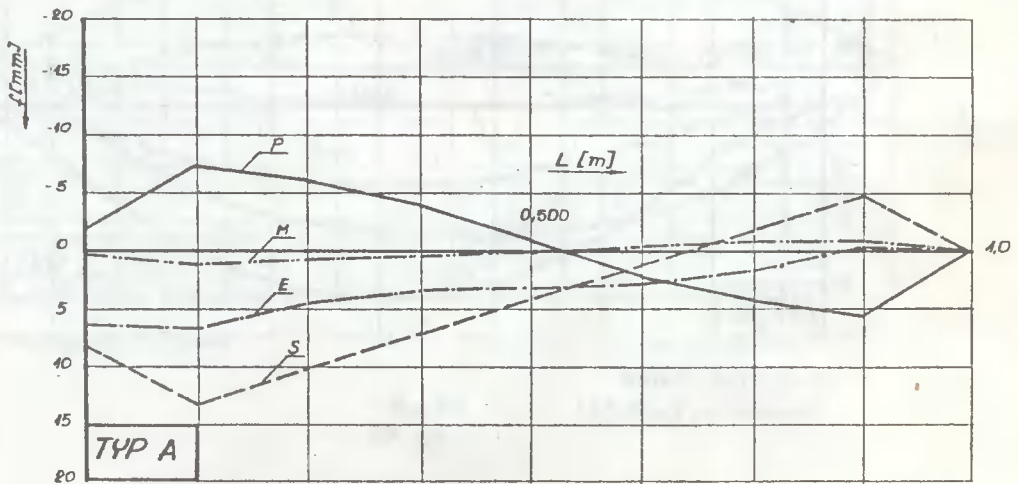
a)



($P=200\%$ - pas górny)

Teoretyczne

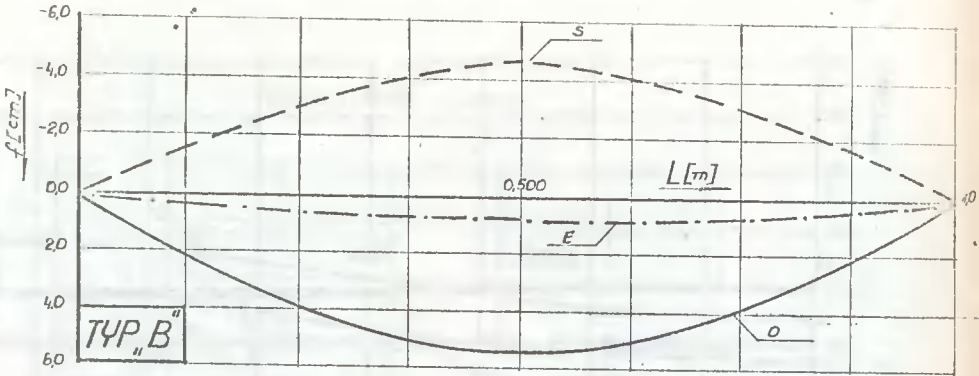
b)



($P=200\%$ - pas dolny)

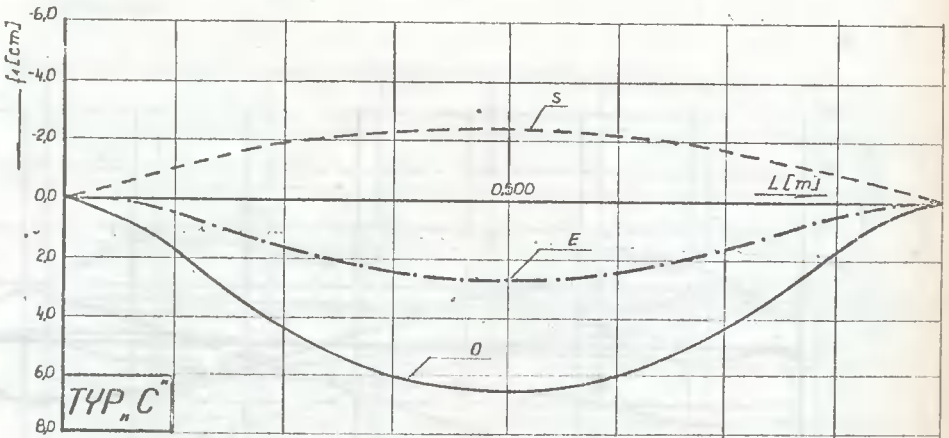
Teoretyczne

Rys. 105



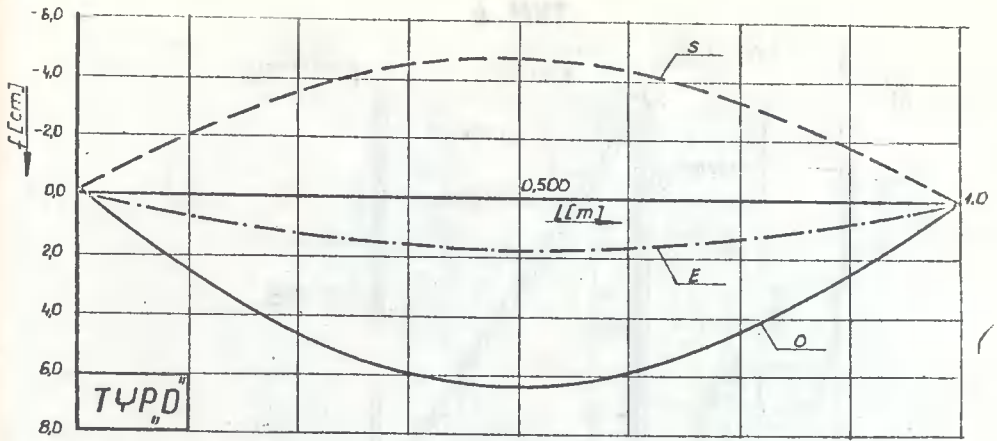
Teoretyczne - P=200%

Rys. 106



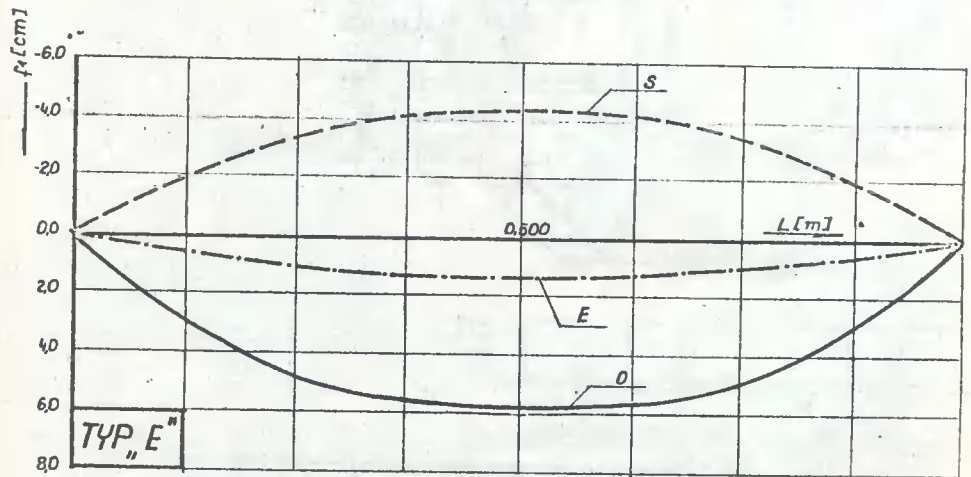
Teoretyczna - P=200%
przestrzenny (tabl. 29)

Rys. 107



Teoretyczne - P=200%

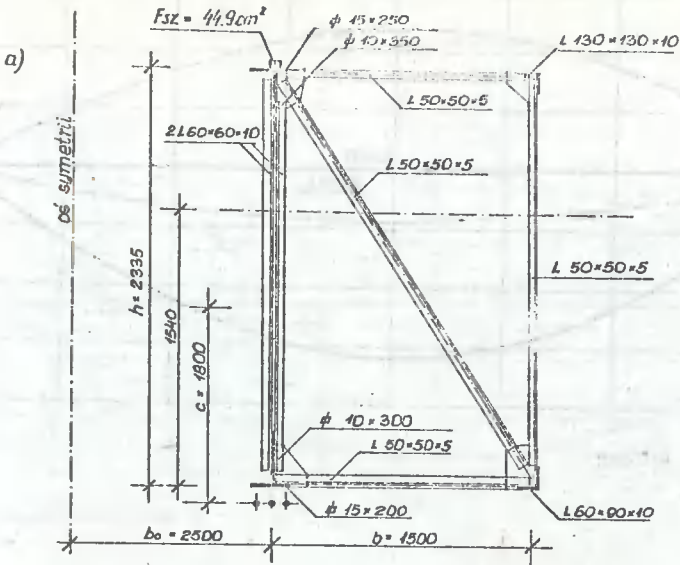
Rys. 108.



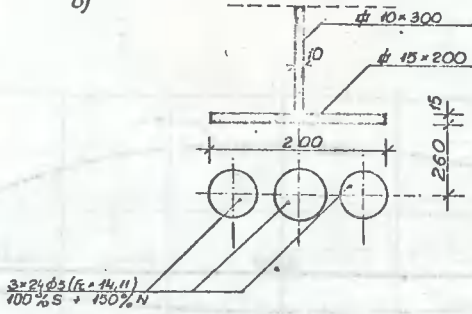
Teoretyczne - P=200%

Rys. 109

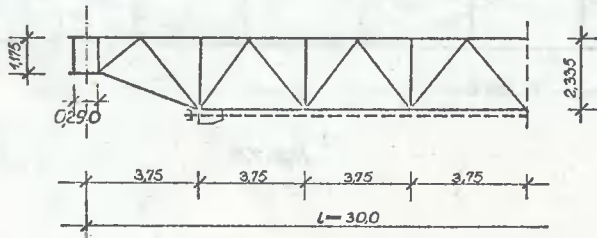
TYP A



b)



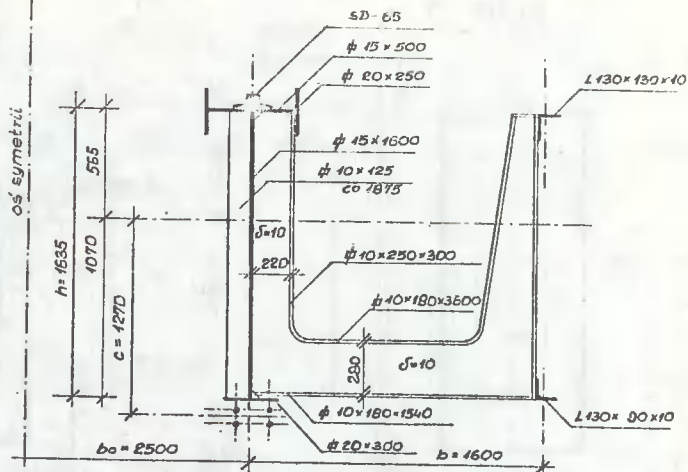
c)



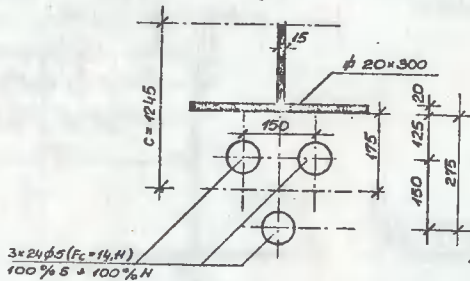
Rys. 110.

TUP B

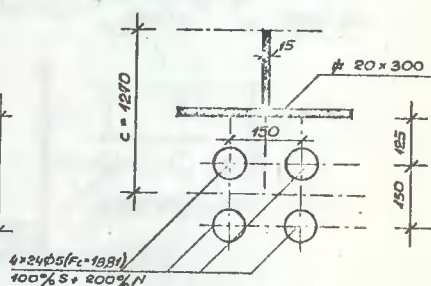
a)



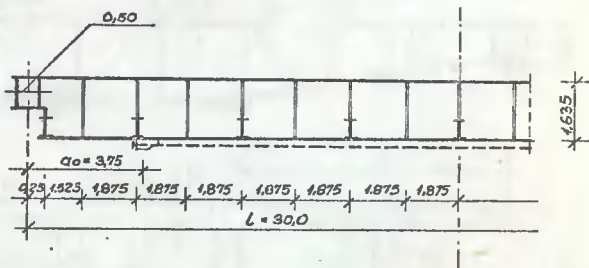
b)



c)

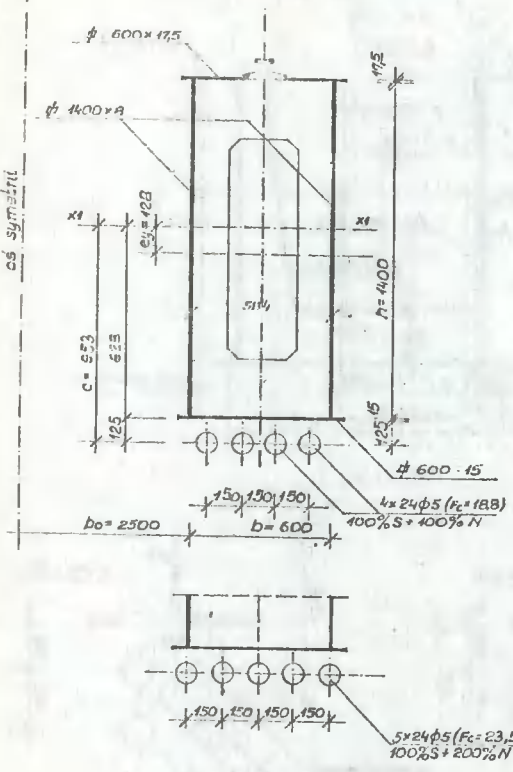


d)

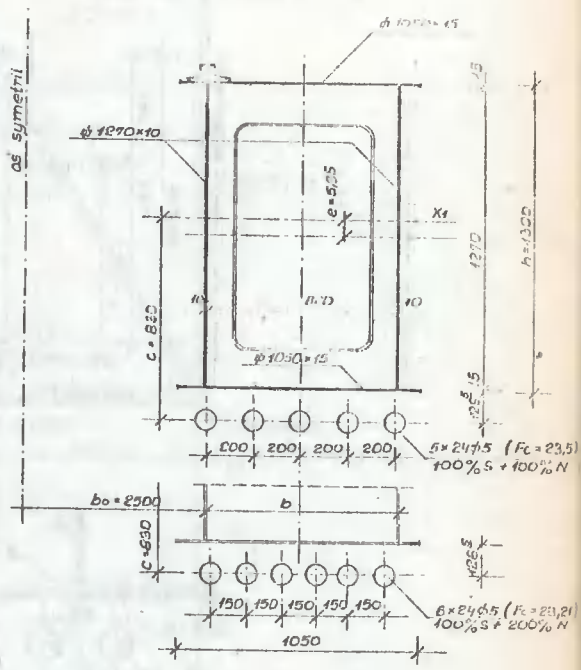


Rys. 111

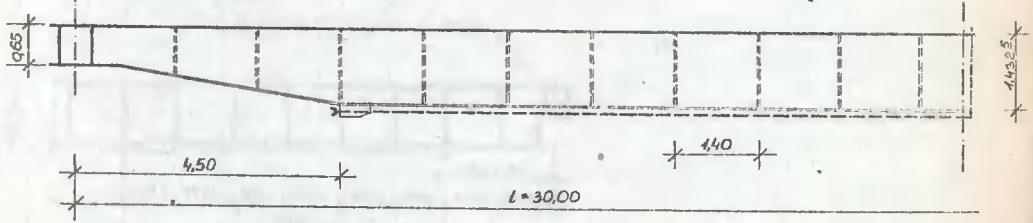
TYP D



TYP E

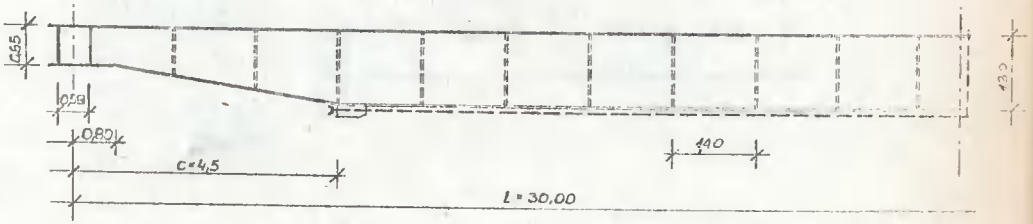


TYP D



Rys. 113

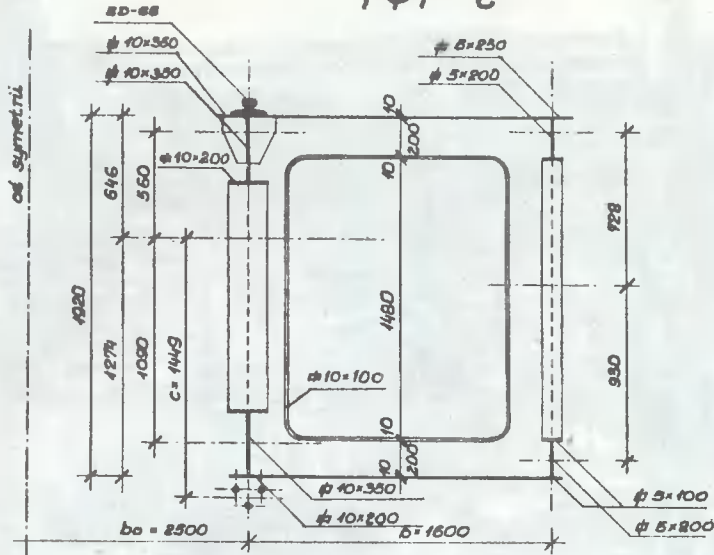
TYP E



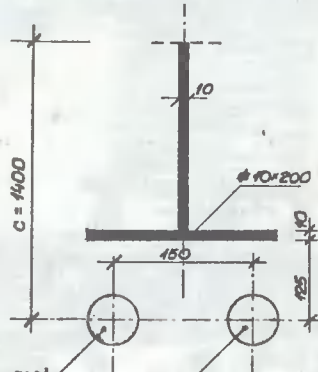
Rys. 114

TYP C

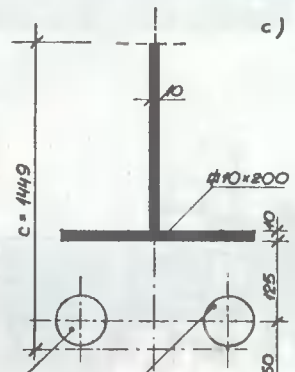
a)



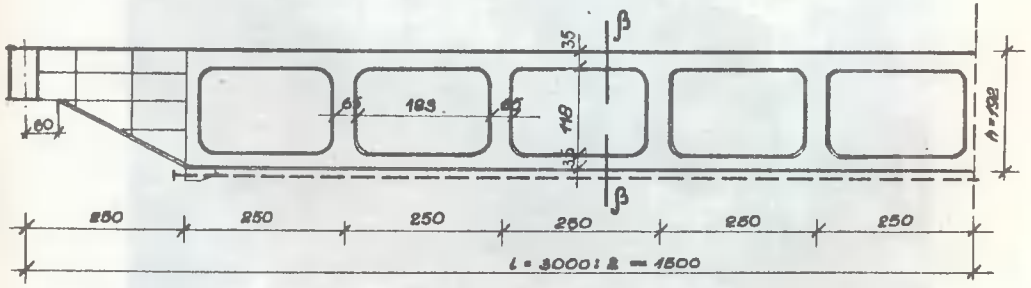
b)



c)

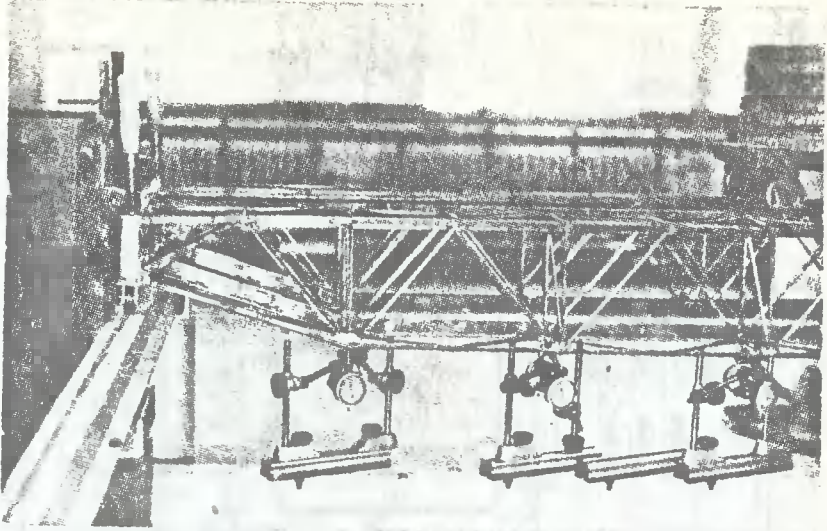


d)

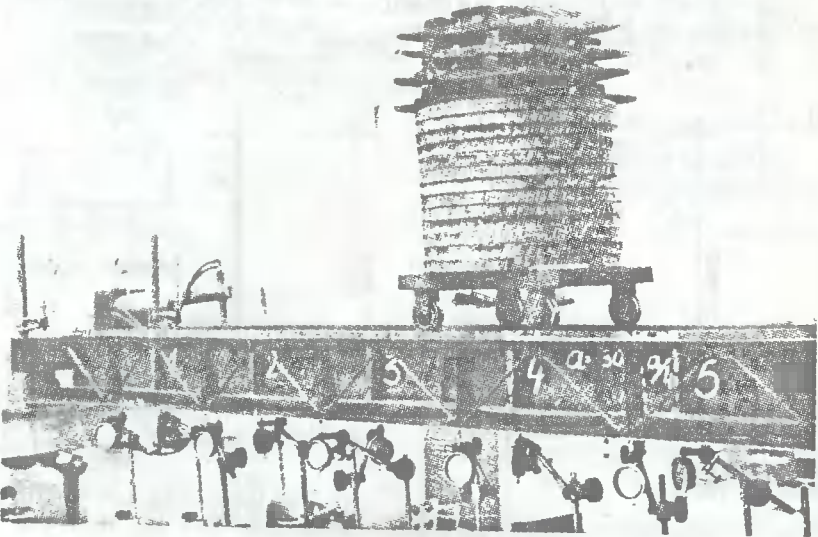


Rys. 112

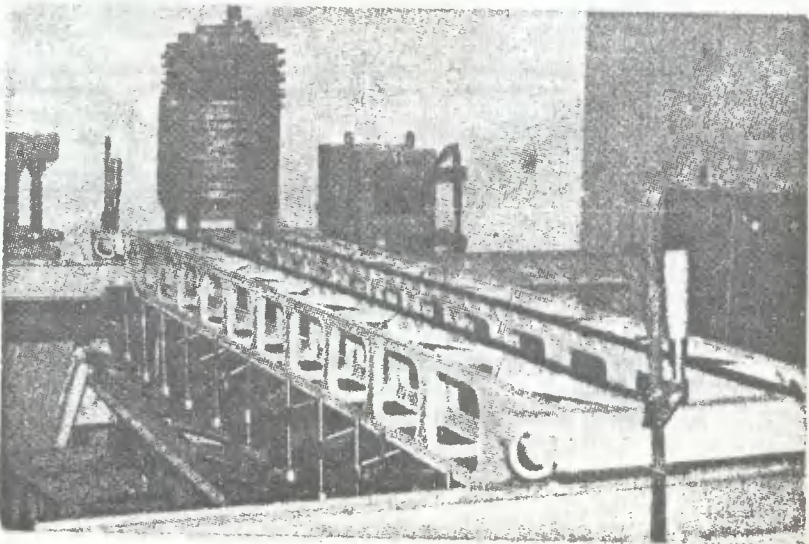
- a) Przekrój poprzeczny mostu typu bezkryżulcowego
- b) szczegół
- c) szczegół
- d) Przekrój podłużny dźwigara głównego



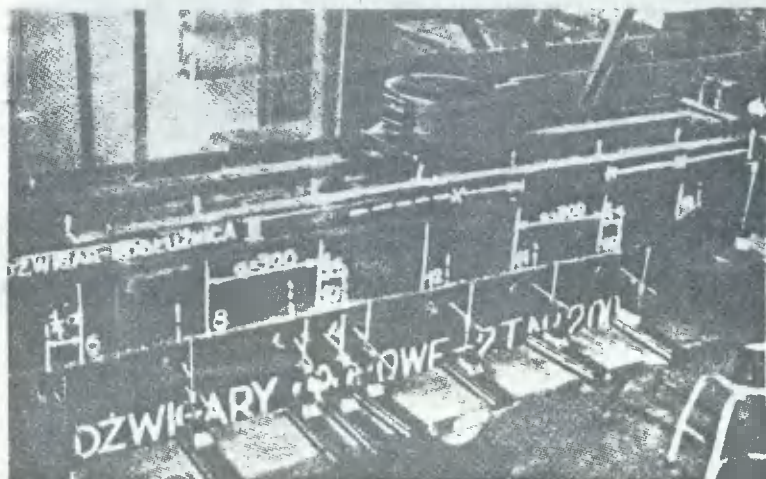
Rys. 115



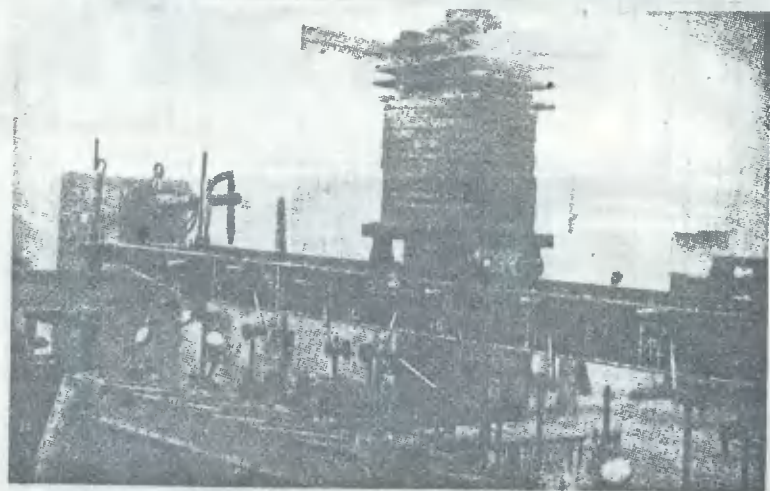
Rys. 116



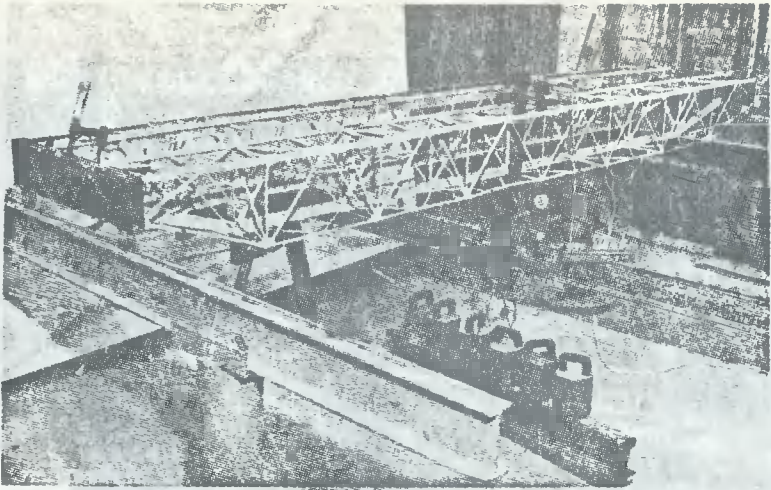
Rys. 117



Rys. 118



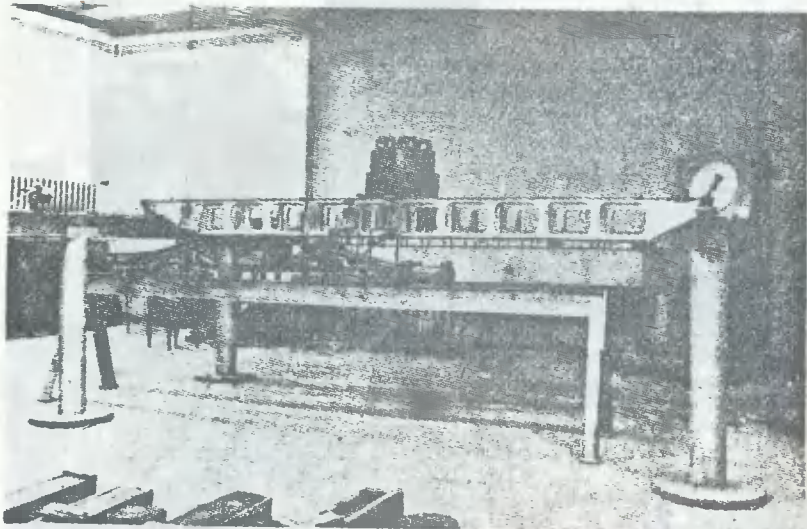
Rys. 119



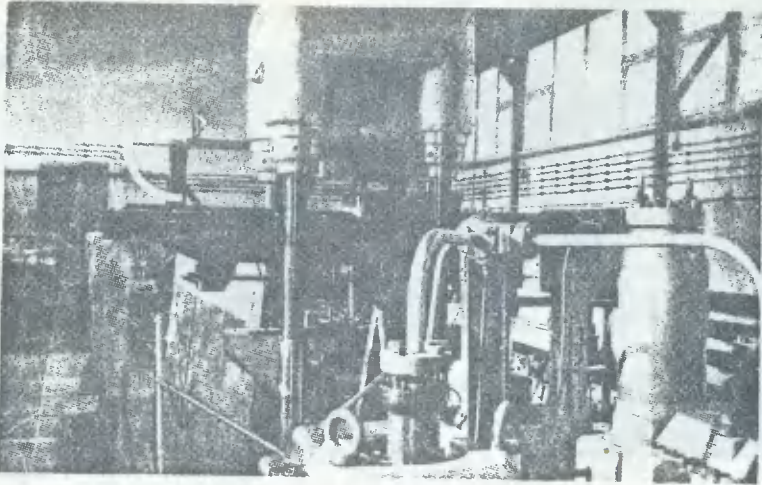
Rys. 120



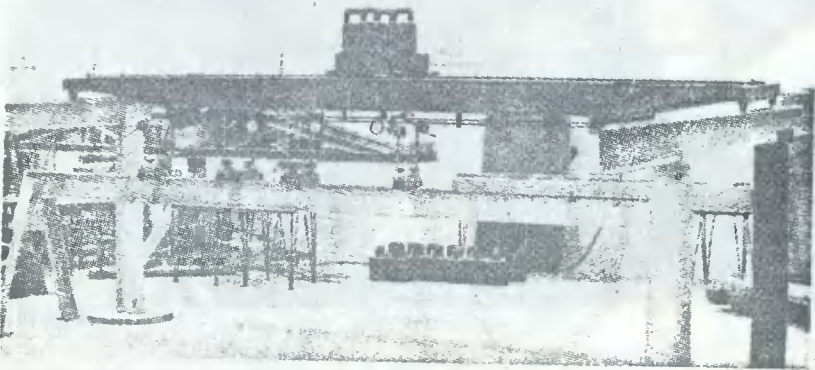
Rys. 121



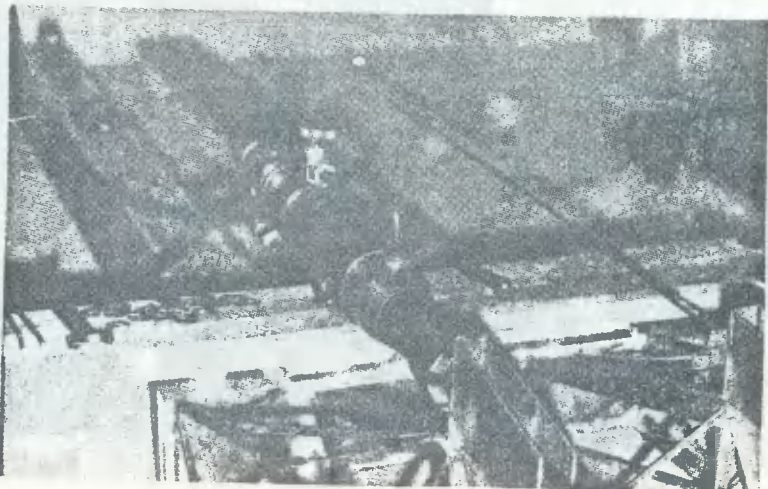
Rys. 122



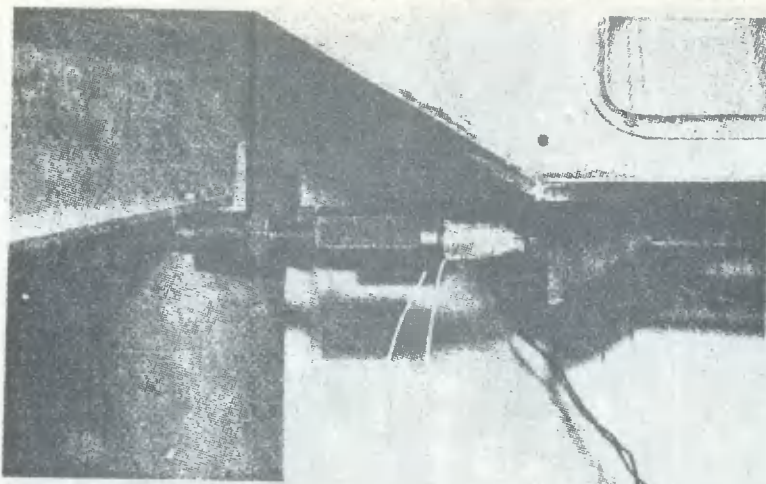
Rys.123



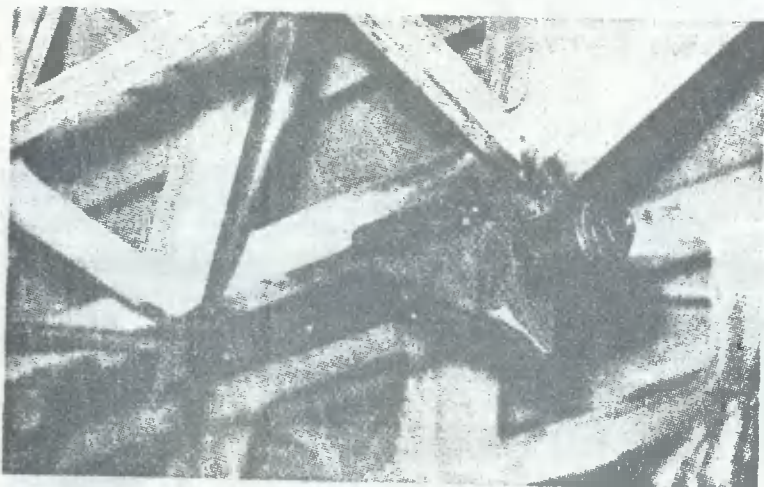
Rys.124



Rys.125



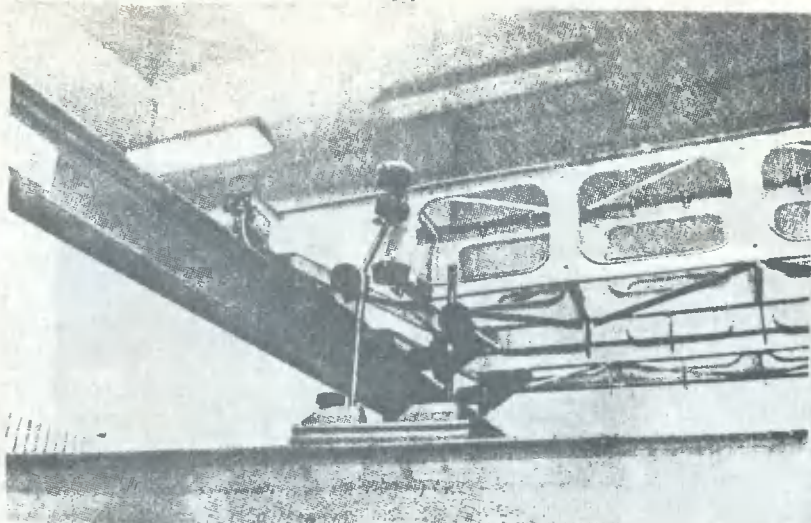
Rys.126



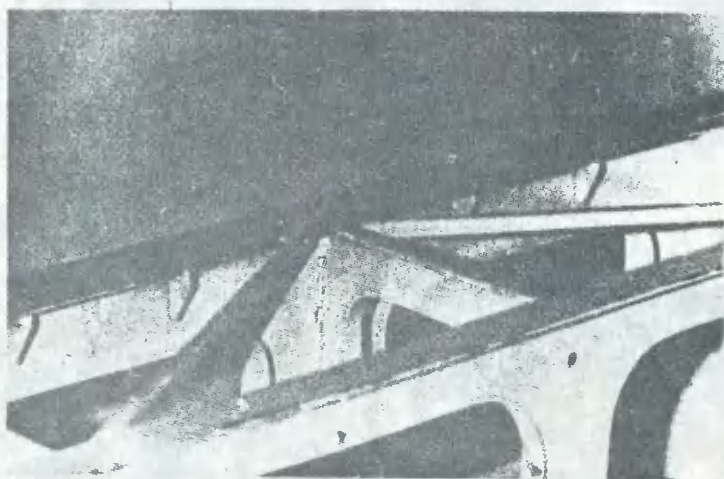
Rys.127



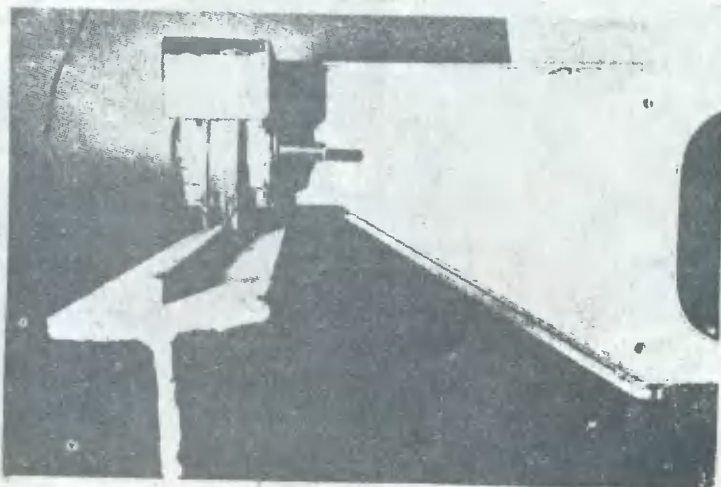
Rys.128



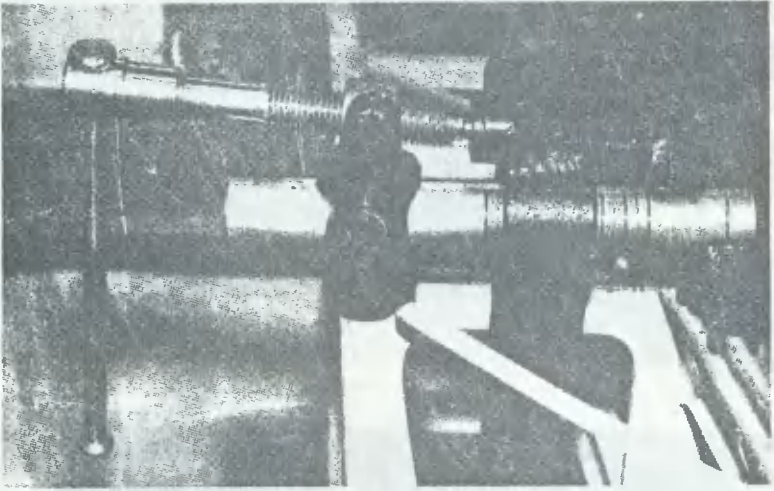
Rys. 129



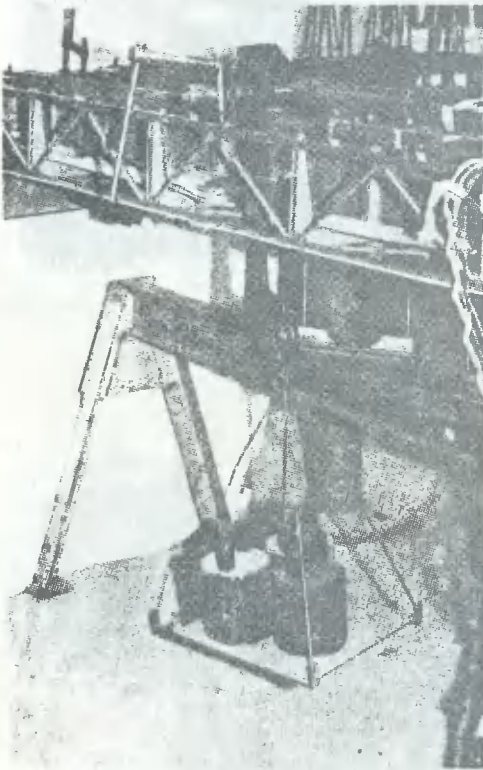
Rys. 130



Rys. 131



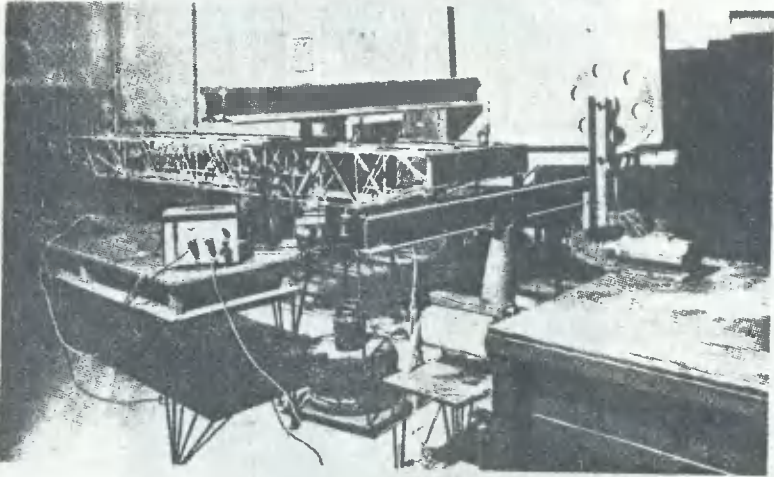
Rys. 132



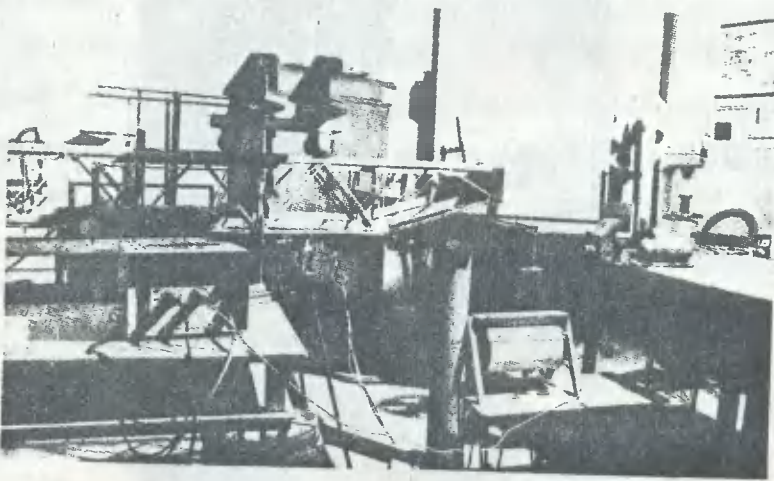
Rys. 133



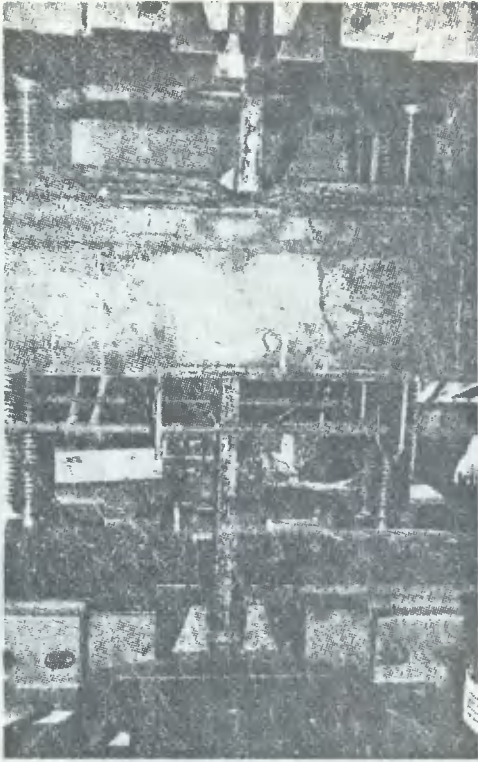
Rys. 134



Rys. 135



Rys. 136



Rys.137



Rys.138

3.5. Analiza przemieszczeń na podstawie badań modelowych i obliczeń teoretycznych

Badania ugięć modeli mostów suwnicowych /rys. 95 ÷ 99/ dały odpowiedź na szereg pytań i wątpliwości nasuwających się przy ustalaniu założeń jak i projektowaniu sprężonych konstrukcji mostów. Każdy z modeli był badany przy jednakowych parametrach udźwigu, rozpiętości i rodzaju stali, lecz o odmiennym typie konstrukcji, a więc i sztywności. Pozwoliło to na dokonanie szczegółowej analizy zalet i wad danego schematu konstrukcyjnego. Należy zwrócić uwagę, że decydującymi czynnikami rzutującymi na przekrój konstrukcji o dużej rozpiętości są wielkości ugięć dopuszczalnych. Spełnienie warunku sztywności nie zawsze pozwala na wykorzystanie naprężeń w przekroju. Najbardziej zbliżone wyniki eksperymentalne w porównaniu z teoretycznymi wykazały dźwigary typu skrzynkowego.

Na dokładność wyników otrzymanych w trakcie badań modelowych miały wpływ następujące czynniki:

- dokładność wykonania modeli oraz nieznaczne odkształcenia przekrojów powstałe w trakcie spawania;
- trudność idealnego wypoziomowania całości modelu ustawionego na belkach podsuwnicowych, co mogło mieć wpływ na niejednakowe obciążenie dźwigarów;
- obciążenia modeli dokonywane poprzez nakładanie kolejnych ciężarów /wywołanie nieznacznych drgań poziomych i pionowych modeli/.

Odchylenia wynikłe z dokładności wykonania modelu nie odbiegają jednak od podobnych rozbieżności, jakie występują w rzeczywistej konstrukcji.

Z wykresów ugięć wynika, że ogólnie dla wszystkich rozpatrywanych typów mostów ugięcia pionowe, otrzymane z pomiarów modelowych, są mniejsze od ugięć teoretycznych, co dowodzi o znacznie większej sztywności rzeczywistego obiektu od teoretycznie projektowanego. Uzasadnieniem tego stwierdzenia jest współpraca przestrzenna poszczególnych elementów mostu /jak: tętniki, dźwigar pomocniczy, sposób utwierdzenia belek głównych w czołownikach itp./.

Ugięcia uzyskane z obliczeń teoretycznych /rys. 100 ÷ 109/ uwzględniających współpracę przestrzenną mostów są na ogół zgodne z wynikami pomiarów modelowych. Rozpatrując natomiast układ obliczeniowo jako płaski, wielkość przemieszczeń jest około 11% większa od ustroju przestrzennego, co prowadzi do niepełnego wykorzystania materiału, a tym samym do nadmiernego zużycia stali.

Na rys. 71 przedstawiono wykresy ugięć poziomych od obciążenia pionowego poszczególnych typów mostu. Z powyższych wykresów wynika, że ugięcia poziome nie przekraczają wartości dopuszczalnej $\frac{L}{2000}$. Najmniejszą sztywność poziomą wykazuje model typu B

Naprężenia w środku rozpiętości dźwigara głównego przy dwukrotnie zwiększonym obciążeniu /nośności/ są poniżej naprężeń granicznych. Należy zauważyć, że dwukrotne obciążenie nie jest równoznaczne z dwukrotnym wzrostem naprężeń /tabl. 33/.

Podsumowując całość badań modelowych przeprowadzonych na pięciu modelach mostów suwnicowych można stwierdzić, że najlepszą zgodność z obliczeniami teoretycznymi uzyskano dla modeli uszeregowanych w następującej kolejności:

1. typ skrzynkowy /D i E/
2. typ bezkrzyżulcowy /C/
3. typ kratownicowy /A/
4. typ blachownicowy /B/

Wynika to z faktu, że do obliczeń teoretycznych przyjmujemy na ogół przekroje płaskie, natomiast wyniki doświadczalne uwzględniają w pełni pracę całego układu przestrzennego mostu suwnicowego. Stwierdzenie powyższe pozwala sugerować możliwość zmiany dopuszczalnej strzałki ugięcia dla teoretycznych obliczeń obiektów sprężonych. W eksploatacji należy jednak zwracać uwagę na to, by zbyt duża strzałka, spowodowana sprężeniem, nie utrudniała poruszania się wózka z obciążeniem użytkowym.

4. Wnioski

Podane wnioski końcowe są wynikiem analizy obliczeniowo-badawczej w odniesieniu do pięciu najbardziej typowych i powszechnie stosowanych schematów konstrukcji mostów suwnicowych. Przyjęto założenie, że dla obiektów rzeczywistych przebieg trasy ciągną jest prosty i w odległości średnio 15 cm poniżej pasa dolnego, co umożliwia zastosowanie prasy naciągowej typu Herkules-c 2a. Wielkość mimośrodów, a tym samym efekt sprężania, ograniczono więc względami gabarytowymi dźwigarów, które winny być możliwie jak najmniejsze. Zagadnienie sztywności przestrzennej natomiast rozpatrzono dla trzech typów mostów /A, B i C/ w aspekcie współpracy dźwigara pomocniczego, liczby i sztywności przepon oraz sposobu utwierdzenia dźwigarów w czołownicach. Wzrost sztywności pionowej i poziomej mostu przeanalizowano dla ogólnie projektowanego stosunku momentu bezwładności dźwigara głównego do pomocniczego w zakresie

$$\frac{J_2}{J_1} = \frac{1}{4,7} \div \frac{1}{7,9}$$

Przytoczone zatem wnioski mogą mieć zastosowanie w odniesieniu do projektowanych dźwignic mostowych w szerszym zakresie.

4.1. Podsumowanie i wnioski końcowe

1. Wprowadzenie naprężeń wstępnych wywołanych sprężeniem w mostach suwnicowych typu blachownicowego ażurowego i mostów skrzynkowych wskazuje na możliwość dwukrotnego zwiększenia nośności mostów.

Dla rozpatrzonych w powyższej pracy rozpiętości /30,0 m/ decydujące znaczenie odgrywa sztywność konstrukcji, natomiast dla elementów o małej rozpiętości i dużym udźwigu zasadniczy wpływ na nośność będą miały naprężenia. Należy także wziąć pod uwagę, że w pewnych przypadkach naprężenia tnące mogą nie pozwolić na dwukrotne zwiększenie nośności ze względu na stateczność łożysk.

2. W ustrojach kratownicowych sprężonych ciągnem usytuowanym mimośrodowo względem pasa dolnego, dla rozpatrzonej rozpiętości zachodzi możliwość 1,5-krotnego zwiększenia nośności ze względu na sztywność konstrukcji.

Niezależnie od sztywności konstrukcji również istotnym czynnikiem wpływającym na wytrzymałość elementów może okazać się zmęczenie materiału spowodowane szczytami naprężeń w węzłach. Baczniejszej uwagi wymaga kształtowanie węzła, w którym zakotwione jest ciągnie sprężające. Moment od sprężenia rozkłada się na pręty schodzące się w miejscu zakotwienia ciągnia w zależności od ich sztywności, co wymaga uwzględnienia naprężeń od zginania.

3. W nowo projektowanych mostach suwnicowych można przez wstępne sprężenie osiągnąć zmniejszenie wysokości ustroju, przekrojów poprzecznych i zmniejszenie ciężaru oraz oszczędności materiału w granicach 20%.

4. Wzrost sztywności pionowej mostu według badań modelowych, przy uwzględnieniu wpływu jego przestrzenności, kształtuje się w dźwigarach niesprężonych w granicach 12-18% /typ A, B i C/ oraz dla sprężonych w granicach 7-14% /tabl. 35 - rys. 132 do 134/. Dla konstrukcji sprężonych występuje nieco mniejszy wpływ przestrzenności z uwagi na większą sztywność dźwigara głównego w porównaniu z dźwigarem pomocniczym. W wyniku współpracy przestrzennej układu następuje odciążenie dźwigara głównego o powyższą wartość obciążenia ruchomego, co jest równoznaczne z dociążeniem dźwigara pomocniczego o tyleż samo /dla $J_2/J_1 = 1/4,7 \div 1/7,9$ /.

5. Wzrost sztywności poziomej mostu, przy uwzględnieniu współpracy przestrzennej tężników oraz dźwigara pomocniczego, kształtuje się w granicach 20%.

6. Badania modelowe, przeprowadzone w ustrojach sprężonych, wykazały większą sztywność w porównaniu z obliczeniami teoretycznymi.

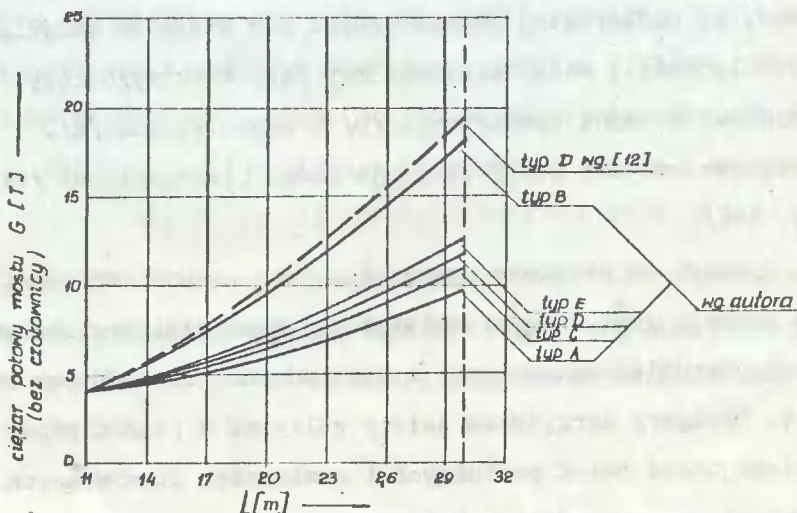
7. Z porównania pięciu rozpatrzonych typów mostów można wnioskować, że najbardziej ekonomicznymi pod względem zużycia stali są w kolejności: model kratownicowy /A/, bezkrzyżulcowy /C/, skrzynkowy z szyną symetryczną /D/ i asymetryczną /E/. Największe zużycie stali wykazuje model blachownicowy /B/ /rys. 115/.

Z uwagi na prostotę wykonania, małą pracochłonność i wysokość ustroju $\frac{h}{l} = \frac{1}{22}$ należałoby uznać dźwigary skrzynkowe jako najbardziej ekonomiczne i zalecane do powszechnego stosowania. Dźwigary skrzynkowe należy obliczać w płaszczyźnie poziomej jako układ belek podłużnych i czołownic, stanowiących ramę płaskoprzestrzenną /pkt 1.4.5/.

8. Wyniki badań modelowych wskazują na potrzebę zmiany dopuszczalnej strzałki ugięcia do $\frac{1}{500}$ /zamiast $\frac{1}{700}$ / z uwagi na dalece niewykorzystane naprężenia oraz znacznie większą sztywność obiektu sprężonego do teoretycznie projektowanego. Zmiana ta pozwoli na dalsze uzyskanie oszczędności stali i zwiększenie nośności.

9. W rozdziale I przeprowadzono szczegółową analizę obliczeniową dotyczącą skręcania kratownic, dźwigarów bezprzekątniowych i skrzynkowych według teorii skręcania prętów cienkościennych o nieodkształcalnym i odkształcalnym przekroju, według teorii tarczownic i cienkościennych belek skrzynkowych. Wpływ skręcania układów przestrzennych na wielkość naprężeń kształtuje się średnio w granicach 5% naprężeń normalnych od zginania. Szczegółowe wnioski podano na końcu każdego z kolejnych pozycji rozdziału I.

Wpływ przestrzenności konstrukcji obliczono zarówno metodami przybliżonymi jak i dokładnymi o przegubowych i sztywnych węzłach, porównując z układem płaskim.



Rys. 115

10. Wątpliwości dotyczące możliwości sprężania konstrukcji stalowych obciążonych dynamicznie są już dostatecznie rozstrzygnięte, co potwierdzają nie tylko badania przeprowadzone przez niektórych autorów [15] na modelach, ale również liczne przykłady wykonania i eksploatacji obiektów mostowych zarówno drogowych jak i kolejowych. Wzrost siły sprężającej powoduje obniżenie podstawowej częstości drgań własnych. Wpływ ten jest jednak nieznaczny i dla środkowego przekroju dźwigara sprężonego wartości liczbowe współczynnika dynamicznego nie odbiegają od odpowiednich wartości odnoszących się do dźwigara niesprężonego [2]. Celowe jest przeprowadzenie dalszych badań na obiektach rzeczywistych.

4.2. Perspektywy kontynuowania badań sprężonych mostów suwnicowych

Przeprowadzone w niniejszej pracy dociekania teoretyczne i badania na modelach doświadczalnych nie zamykają problematyki związanej z projektowaniem i wymiarowaniem konstrukcji mostów suwnicowych wstępnie sprężonych. Należy podkreślić, że wstępnie sprężone konstrukcje stalowe spełniają postulat oszczędności stali i nowoczesności rozwiązań projektowych.

Korzyści sprężania stalowych mostów suwnicowych są następujące:

- a/ zmniejszenie zużycia stali oraz obniżenie kosztów;
- b/ możliwość stosowania bardzo małej wysokości elementów, gdzie w ustrojach kratowych i blachownicowych możliwe jest osiągnięcie wysokości do $\frac{1}{20}$, natomiast skrzynkowych do $\frac{1}{30}$ /dla suwnic o nośności do 100 T/, co pozwala na obniżenie ciężaru własnego mostu do 20% [1];

- c/ możliwość wykonania konstrukcji o dużych rozpiętościach;
- d/ względne zwiększenie sztywności konstrukcji dzięki zmniejszeniu ugięć od sprężenia;
- e/ możliwość wzmocnienia istniejących konstrukcji bez zwiększenia ich wymiarów gabarytowych, co jest szczególnie korzystne przy podniesieniu nośności mostu;
- f/ możliwość zwiększenia strzałki ugięcia z uwagi na niewykorzystane naprężenia w dźwigarach sprężonych.

Do wad sprężania konstrukcji stalowych można zaliczyć: konieczność okresowego kontrolowania stanu konstrukcji podczas jej użytkowania, to znaczy stosowanie odpowiedniej aparatury pomiarowo-sygnalizacyjnej orientującej dźwigowego o stanie napięcia cięgien sprężających. Względy bezpieczeństwa wymagają również zastosowania zakotwień cięgien niezawodnych w warunkach obciążeń dynamicznych oraz odpowiednich środków zabezpieczających cięgna przed korozją.

Kilkuletnie prace badawcze autora wykazały możliwość i celowość unowocześnienia konstrukcji mostów suwnicowych poprzez uwzględnienie przestrzennej pracy ustroju, projektowanie belek o zmiennym przekroju oraz wprowadzenie wstępnego sprężania.

W kraju sprężone mosty suwnicowe nie zostały dotychczas rozpowszechnione i - jak dotąd, stosuje się rozwiązania tradycyjne. Opracowanie tego tematu i wnioski autora stanowią przyczynę do zastosowania wstępnego sprężenia w budowie mostów suwnic, co pozwoli na osiągnięcie znacznych korzyści ekonomicznych.

Literatura

- [1] E. Lubieniecki: Zastosowanie wstępnego sprężenia w stalowych belkach skrzynkowych mostów suwnicowych. Konstrukcje metalowe, Biul. Branż. Zjedn. „Mostostal” Nr 3/24, Warszawa 1970.
- [2] E. Lubieniecki: Projektowanie sprężonych dźwigarów skrzynkowych ze stopu aluminium. Konstrukcje metalowe, Biul. Branż. Zjedn. „Mostostal” Nr 3/28, Warszawa 1971.
- [3] Instrukcja po projektowaniu przedwarietelno napriażennych stalnych konstrukcji. Otczet ONJJSKA, Moskwa 1958.
- [4] J.M. Romanienko: Nekotorye woprosy stalnych przedwarietelno napriażennych balok peremennogo seceniija.
- [5] J.M. Romanienko: Odpredalenie progibow stalnych przedwarietelno napriażennych balok peremennogo seceniija, Stroit. i Arch. Nr 5, 1963.
- [6] W. Hryniewiecka: Wpływ sztywności węzłów na pracę sprężonej belki stalowej. Zesz. Naukowe Polit. Gdańskiej Nr 23, 1972.
- [7] A.B. Gemmerling: Ob ustoičiwosti przedwarietelno napriażennych balok, Stroit. mech. Nr 3, 1960.
- [8] W.Z. Własow: Tonkostiennyje uprugije stierzni, Gosud. Izd. F.M. Literatury, Moskwa 1959.
- [9] J. Bródka, K. Kulawińska, M. Kwaśniewski: Statyka sprężonych belek stalowych. Wyd. Bibl. „Inżynierii i Bud.” Zesz. nr 19/69.
- [10] E. Chwalla: Die Stabilität zentrisch und exzentrisch gedrückter Stäbe aus Baustahl. Sitzungsberichte A.Wiss., Wien 1928.
- [11] H. Müller-Breslau: Die graphische Statik der Baukonstruktionen, Bd. II, Stuttgart 1905.

- [12] W. Bińkowski: Wpływ elementów wstępnie sprężonych na nośność i ekonomię zużycia stali w budowie mostów suwnicowych. Praca doktorska, Polit. Śląska 1964.
- [13] T. Kolendowicz: Statyka modelowa układów prętowych przestrzennych. Prace WTI, Wrocław 1964.
- [14] A. Lisowski, A. Siemieniec: Podstawy doświadczalnej analizy naprężeń i odkształceń. AGH, Kraków 1967.
- [15] Laboratorium L.P.I.: Badania eksperymentalne Leningradzkiego Instytutu Przem. i PTO im. Kirowa 1962.

ПРОСТРАНСТВЕННАЯ ЖЕСТКОСТЬ ПРЕДВАРИТЕЛЬНО НАПРЯЖЕННЫХ СТАЛЬНЫХ КРАНОВЫХ МОСТОВ

Резюме

В работе представлен теоретический и модельный анализ пяти двухбалочных кранов типа: четырехферменного /А/, двутавровой балки /В/, рамы Vierendeela /С/, коробчатого сечения в котором рельс расположен по оси /Д/ и над одной из вертикальных стенок /Е/.

Тезисом работы является показание возможности значительного увеличения грузоподъемности крана при помощи предварительно напряженных затяжек нижних поясов балок и определение резерва жесткости при пространственной работе несущих крановых конструкций.

Приняты одинаковые: пролет, грузоподъемность и сорт стали, что позволило сравнить достоинства и недостатки отдельных мостов.

SPATIAL STIFFNESS OF GANTRY STEEL BRIDGES
IN PARTICULAR THOSE INITIALLY COMPRESSED

S u m m a r y

In the paper a theoretical as well as a model analysis of five twogirder gantries of the type ; lattice (A) , plate (B) , Vierendeel's frames (C) , and thinwall box girders with the crane placed in the axis (D) and above the webplate (E) , have been presented .

The aim of these's is to show both the possibilities of gantry hosting capacity by means of girder bottom chords flexible connector prestressing and the reserve of stiffness in spatial work of gantry bearing structure .

The same span , hoisting capacity and the kind of steel have been which in turn made the comparison of advantages and disadvantages of particular bridges possible .



CENA 20 ZL