

NW

AKADEMIA TECHNICZNO - ROLNICZA  
IM. JANA I JĘDRZEJA ŚNIADECKICH  
W BYDGOSZCZY

Rozprawy  
nr 69

ZBIGNIEW KOWALSKI

EFEKTY SKALI A EFEKTYWNOŚĆ TECHNOLOGII  
I POZIOM ZARZĄDZANIA W ROLNICTWIE RODZINNYM

3.43

walski, Zbigniew (ekono  
kty skali a efektywność

S.

BYDGOSZCZ - 1996



AKADEMIA TECHNICZNO - ROLNICZA  
IM. JANA I JĘDRZEJA ŚNIADECKICH  
W BYDGOSZCZY

**Rozprawy  
nr 69**

ZBIGNIEW KOWALSKI

**EFEKTY SKALI A EFEKTYWNOŚĆ TECHNOLOGII  
I POZIOM ZARZĄDZANIA W ROLNICTWIE RODZINNYM**

Biblioteka Główna ATR w Bydgoszczy



00000002068

BYDGOSZCZ - 1996

PRZEWODNICZĄCY KOMITETU REDAKCYJNEGO  
prof. dr hab. Ojcumiła Stefaniak

OPINIODAWCY  
prof. dr hab. Wojciech Józwiak  
dr hab. Stanisław Stańko

REDAKTOR NAUKOWY  
dr hab. inż. Ludosław Drelichowski, prof. ATR

OPRACOWANIE REDAKCYJNE I TECHNICZNE  
Krzysztof Soliński, Zbigniew Gackowski

Wydano za zgodą Rektora  
Akademii Techniczno-Rolniczej  
w Bydgoszczy



ISSN 0209-0597

WYDAWNICTWO UCZELNIANE  
AKADEMII TECHNICZNO-ROLNICZEJ W BYDGOSZCZY

---

Wyd. I. Nakład 150 egz. Ark. aut. 8,0. Ark. druk. 8,5. Papier druk. kl. III.  
Oddano do druku w lutym 1996 r. Druk ukończono w lutym 1996 r.  
Zakład Poligraficzny Kubik & Krause, 85-184 Bydgoszcz, ul. Cmentarna 84, tel.719-546

96 D. 32/4

## SPIS TREŚCI

1. WSTĘP .....	7
1.1. Wpływ zarządzania na wydajność procesu produkcji .....	10
2. CELE PRACY .....	13
3. SKALA PRODUKCJI. DEFINICJA .....	14
3.1. Rodzaje efektów wielkości i ich pomiar .....	18
3.1.1. Efekty wielkości pierwszego rodzaju (efekty skali) .....	18
3.1.2. Efekty wielkości drugiego rodzaju (alokacyjne) .....	19
3.1.3. Efekty wielkości trzeciego rodzaju (krótkookresowe, intensy- fikacyjne) .....	20
3.1.4. Efekty wielkości czwartego rodzaju ( <i>shadow</i> ) .....	22
3.2. Optimum wielkości produkcji - założenia i metody .....	22
3.2.1. Podejście modelowe .....	23
3.2.2. Podejście empiryczne .....	24
3.2.2.1. Podejście syntetyczne .....	24
3.2.2.2. Podejście analityczne .....	24
3.3. Optimum skali a poziom technologii (zarządzania) .....	26
3.4. Założenie podstawowe .....	27
3.4.1. Konsekwencje metodyczne .....	28
4. EFEKTYWNOŚĆ GOSPODARSTW JAKO KATEGORIA EKONOMICZNA ...	29
4.1. Reprezentacja przestrzenna efektywności. Kategorie efektywności .....	29
4.1.1. Efektywność technologii .....	32
4.1.2. Efektywność alokacji .....	33
4.1.3. Efektywność skali .....	34
4.1.3.1. Efektywność skali a charakter technologii produkcji .....	37
4.1.3.2. Efektywność skali a zasada racjonalnego działań .....	38
5. EFEKTYWNOŚĆ TECHNOLOGII A EFEKTY SKALI. BŁĄD WSPÓLZMIENNOŚCI .....	40
6. OCENA EFEKTÓW SKALI A ESTYMACJA PARAMETRÓW FUNKCJI PRODUKCJI. WYBRANE PROBLEMY .....	43
6.1. Estymacja funkcji produkcji z eliminacją błędu współzmienności .....	44
6.1.1. Analiza kowariancji (AK) .....	45
6.1.1.1. Przykłady zastosowań (na podstawie literatury) .....	53
6.1.2. Analiza składników reszt (ASR) .....	54
6.2. Analiza efektów skali a postać modelu produkcji .....	59
6.2.1. Model homogeniczny (jednorodny) .....	59
6.2.2. Model homotetyczny .....	59
6.2.3. Model giętki .....	61

7. ESTYMACJA MODELI O STRUKTURZE PANELOWEJ A EFEKTYWNOŚĆ TECHNOLOGII GOSPODARSTW .....	65
8. OCENA EFEKTÓW SKALI W ROLNICTWIE. KIERUNKIDALSZYCH BADAŃ .....	68
9. EFEKTY SKALI A EFEKTYWNOŚĆ TECHNOLOGII W ROLNICTWIE MAKROREGIONU ŚRODKOWO-ZACHODNIEGO .....	71
9.1. Model. Postać ogólna .....	71
9.2. Dane .....	72
9.3. Efekty skali. Model przekrojowy .....	74
9.3.1. Funkcja produkcji Cobba-Douglasa (CD) .....	74
9.3.2. Funkcja produkcji promieniowo-homotetyczna (PH) .....	78
9.3.3. Funkcja produkcji translog (TL) .....	82
9.4. Modele o strukturze panelowej .....	88
9.4.1. Model analizy kowariancji (AK) .....	89
9.4.1.1. Model ograniczony .....	90
9.4.1.2. Model pełny .....	92
9.4.2. Model analizy składników reszt (ASR) .....	100
9.5. Efektywność technologii badanych gospodarstw .....	102
9.5.1. Analiza korelacji .....	102
9.5.2. Analiza kowariancji a model brzegowy .....	105
10. PODSUMOWANIE I WNIOSKI .....	111
STRESZCZENIA .....	113
LITERATURA .....	115
ZAŁĄCZNIKI .....	127

*Rozprawa ta stanowi, w istotnej części, rozwinięcie teoretycznych rozważań publikowanych przeze mnie na łamach Zagadnień Ekonomiki Rolnej w latach 1990-1993. Założenia oraz wstępne wyniki tej pracy były prezentowane przeze mnie kilkakrotnie na seminarium, prowadzonym przez Pana Profesora Floriana Manieckiego na Wydziale Ekonomiczno-Rolniczym SGGW w Warszawie. Miałem także sposobność przedstawić je jako referat na VII Kongresie Europejskiego Stowarzyszenia Ekonomistów Rolnictwa, we Włoszech, jesienią 1993 roku. W znacznej części praca ta powstała podczas mojego pobytu w Niemczech na Uniwersytecie Christiana Albrechta w Kilonii, w Katedrze Ekonomiki Rolnictwa kierowanej przez Pana Profesora Klause-Henniga Hanfa. Pobyt ten był możliwy dzięki stypendiom, które otrzymałem z DAAD oraz z programu Tempus. Dzięki temu mogłem korzystać z bogatych księgozbiorów tamtejszych bibliotek oraz przedstawić i przedyskutować założenia pracy z moimi niemieckimi kolegami. Mogłem tam też skorzystać ze specjalistycznego oprogramowania ekonometrycznego.*

*Wszystkim osobom, które przyczyniły się do powstania tej pracy serdecznie dziękuję.*

Autor





## 1. WSTĘP

Powszechnie obserwowanym symptomem przemian rozwojowych w rolnictwie jest stały wzrost rozmiarów produkcji wytwarzanej przez pojedyncze gospodarstwa. Jednocześnie procesowi temu towarzyszy zmniejszanie się ogólnej liczby gospodarstw. Zjawisko to występuje szczególnie wyraźnie tam, gdzie dominującą formą organizacji produkcji są gospodarstwa rodzinne, działające w warunkach gospodarki rynkowej. Jego powszechność oraz duże znaczenie gospodarcze i społeczne sprawiają, że jest to jeden z najczęściej analizowanych aspektów rozwoju gospodarczego w rolnictwie. Badania o charakterze statycznym, jakie są związane z tym zagadnieniem, skupiają się najczęściej na zależnościach pomiędzy rozmiarem procesu produkcji a jego efektywnością. Rozważania o charakterze dynamicznym mają natomiast zwykle na celu wskazanie czynników decydujących o tempie wzrostu gospodarstw, modelowanie tego procesu i następnie prognozowanie przemian strukturalnych zachodzących w sektorze rolnym.

Głównym motorem przemian wielkościowych w rolnictwie jest dążenie rolników do zwiększania lub utrzymania uzyskiwanego poziomu dochodu w warunkach zmieniających się parametrów otoczenia, takich jak ceny produktów i nakładów, postęp techniczny, polityka rolna państwa itp. (Halcrow; Herlemann i Stammer; Kislew i Peterson 1982; Mellor). Mechanizm przemian wielkościowych w rolnictwie musi więc odzwierciedlać powiązania, jakie występują pomiędzy gospodarstwem a otoczeniem oraz pomiędzy poszczególnymi czynnikami produkcji w samym gospodarstwie. Modele wyjaśniające to zjawisko odwołują się najczęściej do pojęć z zakresu teorii produkcji.<sup>1</sup>

Klasyczna interpretacja efektów wzrostu wielkości gospodarstw, wywodząca się wprost z teorii produkcji (dominująca dotąd w literaturze) zakłada, że proces ten można wyjaśnić badając techniczną zależność pomiędzy poziomem wszystkich poniesionych w gospodarstwie nakładów a wielkością produkcji (Ball i Heady; Gardner i Pope; Hall i LeVeen; Heady; Heady i Dillon). Gdy zależność ta ma charakter nieliniowy, wzrost poziomu nakładów (przy tej samej technice wytwarzania<sup>2</sup>) powoduje zmianę ogólnej efektywności procesu produkcji. Pozwala to określić związek pomiędzy wielkością gospodarstwa i jego wynikami oraz, co jest bardzo ważne, determinuje jednoznacznie jego optimum. Stopniowy wzrost gospodarstw, będący skutkiem funkcjonowania tej zależności, może następować pod wpływem długookresowych zmian ogólnej relacji cen nakład-produkt. Podstawowym nośnikiem tych zmian są nowe technologie produkcji, o wyższej wydajności, różniące się od technologii starych w sposób neutralny. Taka interpretacja zjawiska wzrostu gospodarstw ma jednak pewne słabości. W praktyce, proces ten nie odbywa się bowiem poprzez zwiększanie wszystkich czynników produkcji w sposób proporcjonalny (Upchurch; Upton 1979). Jeszcze bardziej wątpliwe jest założenie o nieliniowym charakterze tak zdefiniowanej zależności nakład-produkt. Zgodnie z teorią produkcji, technologia wytwarzania określona w tyłu wymiarach prze-

---

<sup>1</sup> Coraz częściej uwzględniają one jednak również pewne aspekty pozaekonomiczne o charakterze behawioralnym (Schmidt 1988a).

<sup>2</sup> Technikę produkcji charakteryzuje ilościowa relacja pomiędzy czynnikami produkcji (Woś i Tomczak). Bardziej ogólnym pojęciem jest *technologia produkcji*, która stanowi zbiór najbardziej efektywnych technik wytwarzania.

strzeni produkcji, ile występuje w niej czynników wytwórczych, powinna mieć, z definicji, charakter liniowy (Kislev i Paterson 1991; Ritson).

Jeżeli jednak nawet uznamy, że „prawdziwa” technologia wytwarzania ma charakter liniowy (co przesądza o bezcelowości poszukiwania optimum wielkości w przedstawionym wyżej znaczeniu), czynnikiem, który skłania rolników do zwiększania rozmiarów produkcyjnego potencjału swoich gospodarstw, są zmiany relacji cen oraz produktywności poszczególnych czynników wytwórczych. Zjawisko to polega na harmonizacji technik wytwarzania, zgodnie z kryteriami ich równowagi krańcowej. Część nakładów stosowanych przez rolników ma niepodzielny charakter (na przykład maszyny). Warunkiem ich efektywnego wykorzystania w gospodarstwie jest często zwiększenie zasobów innych czynników produkcji (ziemi). Wielu autorów zwraca uwagę, że to właśnie możliwości substytucji czynników produkcji są głównym motorem przemian wielkościowych w rolnictwie (Bachman i Christensen; Buckwell; Herlemann i Stammer; Kislev i Peterson 1982; Mellor; Schultz; Upchurch). Na przykład, według modelu Kisleva-Petersona, podstawową zależnością cenową wpływającą na wielkość gospodarstw rodzimych jest stosunek kosztów pracy do kosztów mechanizacji<sup>3</sup>. Podobne wnioski wypływają również ze znanego modelu Herlemanna-Stamera (Herlemann i Stamer; Rychlik; Woś i Tomczak).

Procesy wzrostu gospodarstw rodzinnych nie są jednak zjawiskiem wyłącznie ekonomicznym. Organiczna jedność gospodarstwa domowego i produkcyjnego sprawia, że celem rolników nie jest tylko klasycznie rozumiana maksymalizacja nadwyżki. Uznając wielość i jednoczesność celów gospodarstw musimy odwoływać się przy ich analizie do wielowymiarowych funkcji użyteczności. Bardzo ważnym wymiarem tych funkcji jest ryzyko związane z prowadzeniem gospodarstwa. Poziom oraz subiektywny stosunek rolników do tego ryzyka jest ważnym czynnikiem wpływającym, zdaniem wielu autorów, na rozmiar procesu produkcji w rolnictwie (Pasour; Pasour i Bullock; Stefanou; Stefanou i Madden). Podobnie realizacja innych subcelów o charakterze pozaekonomicznym (takich jak, na przykład, cele osobiste członków rodziny) może również prowadzić do zwiększania lub zmniejszania produkcyjnego potencjału gospodarstw (Patrick i Eisgruber; Raup; Schmidt 1988a). Zgodnie z takim podejściem procesów wzrostu gospodarstw rodzinnych nie wyjaśniają wyłącznie zjawiska zachodzące w gospodarstwie jako przedsiębiorstwie produkcyjnym. Można je zrozumieć poddając łącznej analizie gospodarstwo produkcyjne oraz gospodarstwo domowe rolnika (Schmidt 1988a).

Oprócz przedstawionych wyżej czynników wewnętrznych, takich jak technologia produkcji, czy cele producenta, na rozmiar procesów produkcji w rolnictwie istotny wpływ wywierają zjawiska zachodzące w otoczeniu gospodarstw. Ważnym czynnikiem zewnętrznym o charakterze rynkowym, który niewątpliwie sprzyja procesom wzrostu gospodarstw są zależności techniczno-bilansowe na rynkach zaopatrzenia i zbytu. Sprawiają one, że koszty jednostkowe zawieranych przez rolników transakcji (na przykład zakupu jednej tony nawozu, czy sprzedaży jednej tony wyprodukowanego zboża) mogą być odwrotnie proporcjonalne do ich rozmiaru (Briton i Hill; Halcrow; Heady; Józwiak 1982; Krause i Kyle; Lund i Hill).<sup>4</sup>

<sup>3</sup> W gospodarstwach rodzinnych praca jest bowiem czynnikiem organicznie stałym. Wyceniana jest przez rolnika w sposób całkowicie subiektywny, jako koszt alternatywny, zmieniający się w zależności od stanu otoczenia.

<sup>4</sup> Halcrow (s.115) podaje bardzo prosty przykład odpowiedniej kalkulacji dla dwóch gospodarstw zbożowych o powierzchni 500 i 5000 akrów. W przypadku gospodarstwa większego kosz-

Jak wspomniano wyżej procesom wzrostu wielkości gospodarstw towarzyszy spadek ich liczby. Przyczynia się do tego mechanizm kształtowania cen na produkty rolne, działający w długim przedziale czasu. Ceny te powstają pod wpływem stopniowego spadku dochodowej elastyczności popytu na żywność, zgodnie z prawem Engla (Offut i Shoemaker; Schultz). Wielkość rynku rolnego jest więc w naturalny sposób ograniczona. Inną specyficzną cechą rolnictwa rodzinnego jest to, że poszczególni producenci działają na tym rynku w warunkach czystej konkurencji, jako klasyczni cenobiorcy.<sup>5</sup> Ich siła rynkowa jest więc znikoma. Na pewnym etapie rozwoju, jaki następuje w ramach określonej struktury sektora rolniczego, dalszy wzrost produkcji rolnej nie poprawia dochodowości gospodarstw, a nawet może powodować jej spadek (gdy elastyczność cenowa popytu na produkty rolne jest szczególnie niska). Dochodowość rolnictwa ulega więc stopniowo pogorszeniu. W rezultacie pewna część gospodarstw osiąga stan niewydolności dochodowej i ulega likwidacji<sup>6</sup>. Prawdopodobieństwo likwidacji poszczególnych gospodarstw jest odwrotnie proporcjonalne do poziomu ich dochodowości. Dochodowość ta zależy od bardzo wielu czynników, z których znaczna część może mieć charakter obiektywny (warunki naturalne, położenie ekonomiczne itp.). Jednak, co podkreśla wielu autorów, wśród gospodarstw o podobnej wielkości, działających w podobnym otoczeniu, bardzo ważnym czynnikiem różnicującym ich ekonomiczną wydolność są kierownicze umiejętności rolników (Dawson i Hubbart; Evans 1987a; Hoch 1976; Kalaitzandonakes i in.; Kislev i Peterson 1991; Lebeinstein; Osburn i Schneeberger; Pasour; Patrick i Eisgruber; Pilarski i Laguna; Schmidt; Schultz; Upton 1970; Upton i Haworth). Dlatego gospodarstwa zarządzane lepiej, działając w opisanych wyżej warunkach spadku dochodowości, przejmują z czasem czynniki produkcji gospodarstw kierowanych gorzej. Graniczną cenę transakcji wyznacza w tym przypadku potencjalna produktywność przejmowanych zasobów, możliwa do uzyskania w warunkach gospodarstwa - nabywcy. Opisany wyżej proces stopniowego zmniejszania się liczby gospodarstw ma często bardzo istotne znaczenie ze względu na nieelastyczną podaż ziemi jako czynnika produkcji w rolnictwie (Kislev i Peterson 1982).

Wielość przedstawionych wyżej czynników decydujących o wzroście gospodarstw świadczy o tym, że proces ten jest bardzo złożony<sup>7</sup>. Dlatego niektórzy autorzy próbują go interpretować jako zjawisko czysto losowe, zgodne z tak zwanym prawem Gibrata (Clark i in.; Evans 1987b; Hall 1987; Shapiro i in.; Sumner i Leiby).

Jest oczywiste, że ilościowe określenie, a następnie łączne modelowanie wszystkich potencjalnych czynników mogących wywierać wpływ na wzrost i wielkość gospodarstw

ty zakupu środków produkcji są niższe o 14,04 dol./akr. Także przy sprzedaży produktów gospodarstwo to osiąga korzyści w wysokości 5,72 dol./akr.

<sup>5</sup>Strategię gospodarstwa jako przedsiębiorstwa można określić, posługując się terminologią zaproponowaną przez Portera, jako obniżanie kosztów (ang. *cost leadership*). Inne strategie przyjmowane przez producentów w nierolniczych działach gospodarki są dla rolników praktycznie niedostępne (Rasmussen).

<sup>6</sup>Brak wydolności dochodowej oznacza stan, w którym gospodarstwo nie jest w stanie sfinansować potrzebnych środków obrotowych w okresie krótkim lub środkowym i trwałych w okresie długim.

<sup>7</sup>Istotny wpływ na procesy wzrostu wielkości gospodarstw wywierają także inne czynniki zewnętrzne o charakterze zaburzeń, do których niewątpliwie należy polityka rolna państwa. Może ona wpływać na omawiane procesy w sposób pośredni - parametryczny (subsydiowanie cen, polityka podatkowa, ubezpieczeniowa itp.) lub bezpośredni, nakładając wprost ograniczenia na wielkość produkcji (kwoty produkcyjne). Bardzo ciekawe rozważania na temat wpływu polityki rolnej na wielkość gospodarstw w USA przedstawili Raup oraz Gardner i Pope

jest trudne lub wręcz niemożliwe. Prawdopodobnie dlatego głównym przedmiotem uwagi ekonomistów zajmujących się tą problematyką pozostaje zależność pomiędzy poziomem nakładów (lub zasobami czynników wytwórczych) a wydajnością procesu produkcji. Wielu z nich uważa jednak, że ograniczanie tej analizy do nakładów konwencjonalnych (to znaczy do trzech podstawowych czynników produkcji) nie wystarcza, aby wyjaśnić różnice w produktywności poszczególnych gospodarstw. Jak wspomniano wyżej, bardzo ważnym czynnikiem różnicującym ich efektywność jest poziom zarządzania. Można więc założyć, że ze względu na związek wzrostu gospodarstw z ich efektywnością, zarządzanie jako ważny czynnik określający efektywność decyduje także o zróżnicowaniu gospodarstw pod względem wielkości.

Zagadnienie optymalnej wielkości procesów wytwórczych zajmuje bardzo ważne miejsce w teorii produkcji. Jednocześnie wielu autorów podkreśla, że wyniki badań empirycznych prowadzonych na ten temat są często kontrowersyjne (Griliches 1963; Lingard; Upton 1979). Z równie trudnymi problemami spotykają się ekonomiści, którzy próbują ocenić wpływ poziomu zarządzania na wyniki ekonomiczne gospodarstw. Jest to bowiem czynnik szczególnie trudny do zdefiniowania. Jeszcze trudniejsza jest jego ilościowa ocena.

### 1.1. Wpływ zarządzania na wydajność procesu produkcji

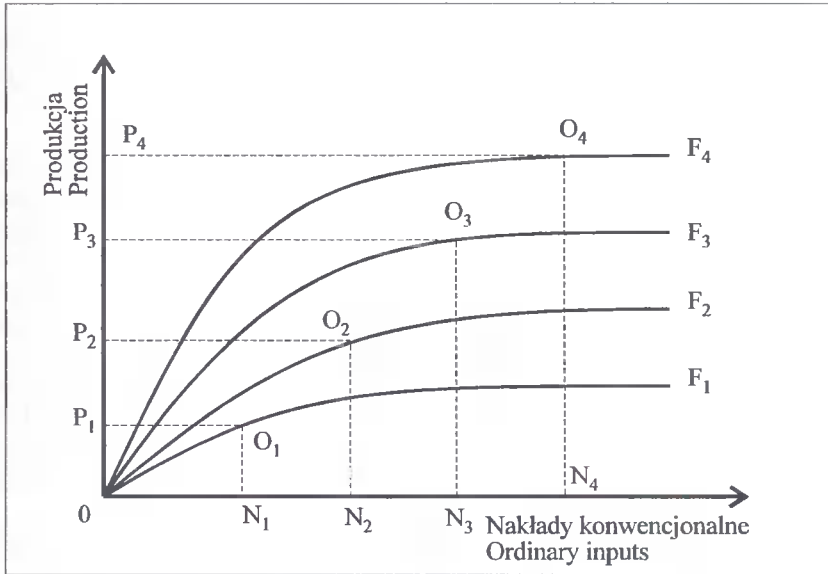
Wpływ ogólnie rozumianego zarządzania na wydajność procesu produkcji wyjaśniają dwa wykresy przedstawione na rysunku 1. Zaznaczone na pierwszym wykresie (rysunek 1a) cztery krzywe  $F_1 - F_4$  są funkcjami produkcji *intra-firm*<sup>8</sup> czterech gospodarstw różniących się zasobami tego czynnika. Zostały one wyprowadzone z hipotetycznej, przekrojowej funkcji *inter-firm* (rysunek 1b), dla czterech różnych poziomów zarządzania (tzn. dla czterech różnych gospodarstw).<sup>9</sup> Wpływ zarządzania na wydajność pozostałych czynników produkcji przejawia się więc jako przesunięcie poszczególnych krzywych *intra-firm* ku górze (Dawson; Doll; Lebeinstein; Lingard i in.). Powszechność takiej interpretacji zarządzania wynika z jego niezbyt jasnej treści empirycznej, podobnej do postępu technicznego obserwowanego w szeregach czasowych (Doll; Kislev i Peterson 1991). Dlatego

.... wydaje się uzasadnione, aby zarządzanie w szeregach przekrojowych uwzględniać w taki sam sposób jak poziom technologii w szeregach czasowych. Obydwa te czynniki mają wiele wspólnego; żaden nie jest nakładem w klasycznym znaczeniu, obydwa wywierają ważny wpływ na produkcję, ich poziom w poszczególnych firmach jest różny i w równym stopniu trudno jest je mierzyć. (Doll, s.561)

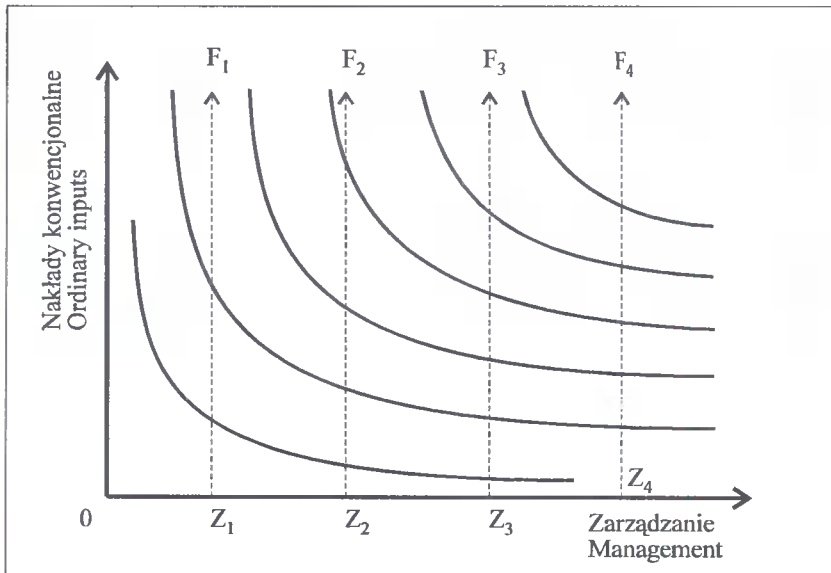
Różnice w poziomie zarządzania wpływają więc na ogólną produktywność zasobów materialnych gospodarstw. Ponadto sprawiają, że gdy producenci maksymalizują nadwyżkę, optymalny poziom nakładów jest dla każdego z nich inny ( $N_1 - N_4$ ). Ten prosty model pozwala także lepiej zrozumieć wspomniany wyżej związek pomiędzy poziomem zarządzania a wzrostem gospodarstw. Gdy najmniej efektywne gospodarstwo  $F_1$

<sup>8</sup>Funkcja lub technologia *intra-firm* jest indywidualną funkcją produkcji pojedynczego przedsiębiorstwa (gospodarstwa). Jej parametry można oszacować na podstawie szeregu czasowego. Z kolei funkcja *inter-firm* opisuje zależności w grupie przedsiębiorstw. Dlatego parametry takiego modelu szacuje się najczęściej na podstawie szeregów o charakterze przekrojowym.

<sup>9</sup>W przedstawionej na rysunku teoretycznej funkcji produkcji *inter-firm* zarządzanie musi być więc uwzględnione wprost jako czynnik produkcji.



(a)



(b)

Rys. 1. Wpływ poziomu zarządzania na produktywność gospodarstw  
 Fig. 1. Influence of management level on productivity of farms

uleganie likwidacji i jego zasoby znajdują się na rynku czynników produkcji, subiektywna cena transakcji, możliwa do zaoferowania przez gospodarstwo  $F_4$ , jest najczęściej wyższa od ceny, jaką mogą zaoferować gospodarstwa  $F_2$  oraz  $F_3$  (nawet przy założeniu jednakowej wielkości wszystkich gospodarstw)<sup>10</sup>.

Przedstawiona wyżej współzmiennność wielkości gospodarstw z poziomem zarządzania utrudnia praktyczną analizę tych dwóch ważnych aspektów procesu produkcji.<sup>11</sup> Najczęściej są one definiowane oddzielnie, jako dwa niezależne zjawiska (jak wykazano w dalszej części pracy, traci się przez to istotną część informacji). Bardziej poprawne wydaje się traktowanie zarządzania i wielkości gospodarstw jako cech organicznie współzmiennych. Współzmiennność tę potwierdzają także wyniki wielu badań empirycznych. Wynika z nich, że większe gospodarstwa są prowadzone zwykle przez lepszych rolników (Britton i Hill; Hoch 1976; Kislev; Kislev i Peterson 1991; Lund i Hill; Pilarski i Łąguna). Równie zasadna wydaje się hipoteza, jaką sformułowano wyżej, korzystając z teorii produkcji, że wyższy poziom zarządzania wpływa dodatkowo na produktywność zasobów gospodarstw (Aly i in.; Carlson; Ekanayake i Jayasuriya; Grabowski 1970; Hoch 1976; Kalaitzandonakes i in.; Lau i Yotopoulos; Leibenstein; Lingard; Lingard i in.; Mefford; Müller; Mundlak; Osburn i Schneeberger; Page; Welch).

Powyższe dwie hipotezy stanowiły podstawę dla rozważań zamieszczonych w dalszej części opracowania. Ich ogólnym celem było przedstawienie teoretycznych oraz praktycznych zasad oceny efektów skali produkcji w powiązaniu z efektywnością gospodarstw, wynikającą ze zróżnicowanego poziomu zarządzania.

Praca ma następującą strukturę. Rozdział drugi przedstawia szczegółowe cele opracowania. W kolejnym rozdziale zostały wyjaśnione podstawowe pojęcia związane z zagadnieniem wielkości i skali produkcji. Następnie krótko przedstawiono ekonomiczną treść podstawowych trzech kategorii efektywności oraz zasady ilościowej oceny efektów skali. W kolejnych dwóch rozdziałach omówiono istotę błędu, który pojawia się powszechnie przy ocenie efektów skali w rolnictwie oraz sposoby jego eliminacji. Szczególną uwagę poświęcono metodzie analizy kowariancji ze względu na jej prostotę i walory praktyczne. W tej samej części opracowania omówiono również trzy analityczne postacie funkcji produkcji, które mogą znaleźć zastosowanie do analizy efektów skali. Część teoretyczną pracy kończy porównanie własności wskaźników efektywności obliczonych na podstawie modelu analizy kowariancji z tradycyjnie stosowanym modelem brzegowym. W części empirycznej przedstawiono wyniki estymacji efektów skali produkcji dla dwóch grup gospodarstw rodzinnych z makroregionu środkowo-zachodniego Polski.

<sup>10</sup>Cena ta wynika bowiem z produktywności krańcowej czynników. Przy jednakowej wielkości wszystkich gospodarstw (na przykład  $N_1$ ) jest ona zawsze najwyższa dla gospodarstwa  $F_4$ .

<sup>11</sup>W podobny sposób jak współzmiennność nakładów w funkcji produkcji utrudnia ocenę ich produktywności.

## 2. CELE PRACY

Wieloznaczność pojęć, jakie spotyka się w krajowej literaturze ekonomiczno-rolniczej oraz zawodność tradycyjnie stosowanych metod analizy zjawiska skali na szczeblu gospodarstw skłaniają do bliższego zdefiniowania odpowiednich pojęć oraz zweryfikowania związanych z nimi narzędzi. Jak wspomniano wyżej, ogólny cel pracy zakładał przedstawienie teoretycznych oraz praktycznych zasad oceny efektów skali produkcji w powiązaniu z efektywnością gospodarstw i poziomem zarządzania. Natomiast szczegółowe cele opracowania zostały określone w sposób następujący:

1. Przeprowadzenie teoretycznej analizy związku, jaki zachodzi pomiędzy poziomem zarządzania, efektywnością technologii oraz efektami skali w rolnictwie rodzinnym na poziomie gospodarstw. Analizę tę przeprowadzono odwołując się do podstawowych pojęć oraz założeń neoklasycznej teorii produkcji.
2. Przedstawienie ekonometrycznego modelu, który pozwala na ilościową ocenę efektów skali na tle zróżnicowanej efektywności technologii (poziomu zarządzania) pomiędzy gospodarstwami.
3. Dokonanie praktycznej oceny efektów skali produkcji, jakie występują w rolnictwie rodzinnym na szczeblu gospodarstw.

Jak wynika z przedstawionych wyżej celów, praca ma przede wszystkim charakter teoretyczny. Znaczna część metodyki, jaką opisano w dalszej części opracowania, nie była bowiem dotąd praktykowana w krajowej ekonomice rolnictwa. Jest ona nieco bardziej złożona od metod tradycyjnych i wymaga dostępu do danych o odpowiedniej postaci oraz liczebności.

Mimo teoretycznego charakteru pracy przedstawiony w końcowych rozdziałach przykład praktyczny nie stanowi wyłącznie dodatkowej ilustracji dla omówionej w opracowaniu teorii. Znaczny zakres wykorzystanych danych źródłowych (osiem lat) pozwala na wyciągnięcie również wstępnych wniosków o charakterze poznawczym. Wnioski te odnoszą się przede wszystkim do specyficznego charakteru zależności nakład-produkt, jaka występuje w rolnictwie rodzinnym na poziomie gospodarstw.

### 3. SKALA PRODUKCJI. DEFINICJA

Podstawowymi dwoma pojęciami, które są związane z rozważanym zagadnieniem są *skala produkcji* (ang. *scale of production*) oraz *wielkość produkcji* (ang. *size of production*). W krajowej literaturze ekonomiczno-rolniczej są one najczęściej używane zamiennie. Ich szczegółowe definicje, jakie można tam spotkać są bardzo różne. Najogólniej mianem skali (lub wielkości) produkcji określa się rozmiar pojedynczego procesu produkcji. Procesy te mogą być wyodrębniane według różnych kryteriów, stosownie do celów przeprowadzanych analiz (wybrana działalność, całe gospodarstwo, grupa gospodarstw, sektor itp.). Obydwa pojęcia odnoszą się jednak zawsze do ilości wytwarzanych produktów (wprost lub pośrednio) (Manteuffel 1976, 1979; Rychlik; Woś i Tomczak).

Jednak wielu autorów (szczególnie w literaturze anglojęzycznej) wyraźnie rozróżnia te dwa pojęcia. Sugerują przy tym, że *wielkość produkcji* jest pojęciem bardziej ogólnym i zawiera w sobie pojęcie *skali* jako pewien przypadek szczególny (Britton i Hill; Chambers 1988; Dawson i Hubbart; Stanton; Weaver). Wielkość produkcji określa się zwykle na podstawie rozmiaru wytworzonego produktu lub sumy poniesionych nakładów. Wszystkie obserwowane w praktyce przypadki wzrostu produkcji gospodarstw oznaczają więc wzrost ich *wielkości*. Natomiast ich *skala* rośnie w czystej postaci tylko wtedy, gdy wszystkie nakłady zwiększają się w sposób proporcjonalny<sup>12</sup>. Jeżeli więc wydajność danego gospodarstwa wzrosła na skutek dowolnego, zwykle nieproporcjonalnego zwiększenia nakładów, możemy przypuszczać, że tylko część tego wzrostu wydajności jest efektem skali produkcji. Pozostała część może być, na przykład, efektem substytucji (harmonizacji technik produkcji) lub zmiany technologii wytwarzania.

Różnica pomiędzy pojęciami: *wielkość* i *skala* produkcji jest tak wyraźna tylko wtedy, gdy rozważania mają charakter dynamiczny lub porównawczy (to znaczy, gdy badamy przypadek wzrostu rozmiarów produkcji danego gospodarstwa lub gdy porównujemy różne gospodarstwa). Kiedy analiza ma charakter statyczny i ma na celu określenie wielkości lub skali pewnego procesu produkcji w danym momencie, różnica pomiędzy tymi dwoma pojęciami się zaciera. Ich zamienne używanie nie prowadzi wówczas do nieporozumień.

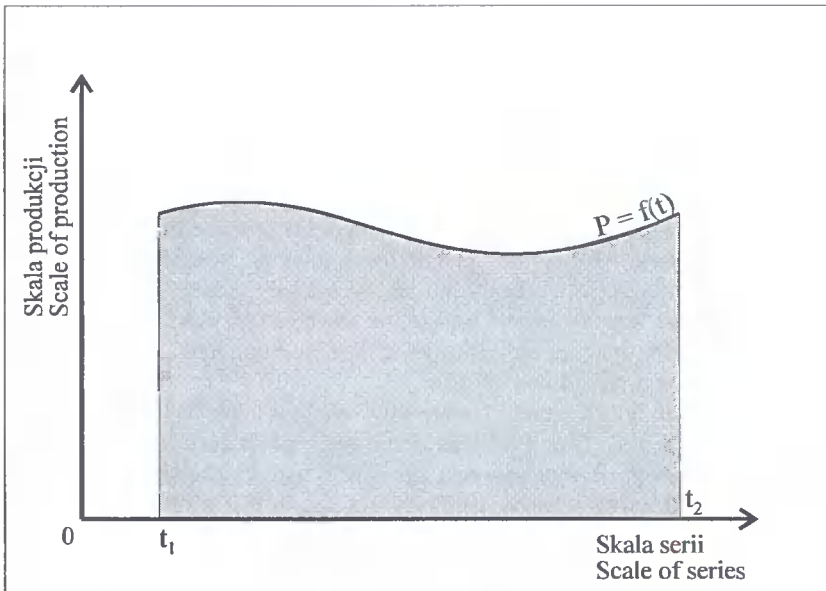
W krajowej literaturze ekonomicznej oprócz terminu *skala produkcji* funkcjonuje również pojęcie skali *serii*, które wyraża rozciągłość procesu produkcji w czasie (Pawłowski; Woś i Tomczak)<sup>13</sup>. Relację pomiędzy tymi dwoma pokrewnymi pojęciami najłatwiej jest przedstawić graficznie, w postaci prostego wykresu (rysunek 2).

---

<sup>12</sup>Przejęty wprost z języka angielskiego termin „skala” produkcji, kojarzy się z proporcjonalną zmianą pewnych wielkości, w tym przypadku procesu produkcji albo techniki wytwórczej (ang. *scale-down, scale-up*).

<sup>13</sup>Pojęciem, które bywa często używane jako bliskoznaczne pojęciu skali jest *koncentracja* (czasem uważane za synonim). W klasycznym znaczeniu, koncentracja jest to stopień dyspersji danego czynnika pomiędzy poszczególne obiekty (Marszałkowicz). Miarą koncentracji jest współczynnik koncentracji informujący ... *jaka część danego czynnika jest skoncentrowana w niektórych elementach pewnego agregatu w czasie lub w przestrzeni* (Kendall i Buckland, s.68).





Rys.2. Skala produkcji a skala serii  
Fig.2. Scale of production and the scale of series

Zaznaczona na rysunku krzywa  $P = f(t)$  jest czasową funkcją produkcji. Wielkość produkcji ( $P$ ) wytworzonej w przedziale czasu  $t_1 - t_2$  można więc wyrazić w postaci następującego równania:

$$P = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt \quad (1)$$

Zacieniowana powierzchnia obrazuje strumień produkcji uzyskany w przedziale czasu  $t_1 - t_2$ . Obydwa pojęcia skali odnoszą się do dwóch różnych wymiarów tego strumienia. Skalę *produkcji* przedstawia wartość funkcji  $f(t)$  w dowolnym punkcie należącej do przedziału  $t_1 - t_2$ , natomiast skali *serii* odpowiada długość odcinka  $t_1 - t_2$ .<sup>14</sup>

Szczegółowa treść ogólnego pojęcia *wielkość produkcji* wynika zazwyczaj z przedmiotu oraz kontekstu analizy. Stosowane w badaniach empirycznych odpowiednie mierniki *wielkości produkcji* mogą wyrażać rozmiar wytwarzanej produkcji lub dochodu, poziom nakładów lub wielkość potencjału gospodarstwa. Ze względu na ogólność tego pojęcia jedynym w zasadzie kryterium doboru powyższych mierników jest ich merytoryczny związek z celami samej analizy (Britton i Hill; Lund; Stanton; Woś i Tom-

---

Koncentracja jest więc zjawiskiem sprzyjającym zróżnicowaniu skali produkcji, nie jest natomiast jej synonimem czy nawet pojęciem bliskoznacznym.

<sup>14</sup>Ekonomiczna treść pojęcia *skali serii* jest więc bliska znanemu w ekonomii pojęciu *krzywych uczenia się* (ang. *learning curves*) (Wake i in.).

czak).<sup>15</sup> Za wyborem miar wyrażających poziom produkcji wydaje się przemawiać ich intuicyjnie bliższy związek z samą nazwą dyskutowanego zagadnienia (wielkość *produkcji*). Korzystając z tego rodzaju miar należy jednak zawsze pamiętać o tym, że nie wszystkie one wyrażają poprawnie produkcję wytworzoną w badanych gospodarstwach.<sup>16</sup>

Jednak większość autorów ocenia wielkość procesu wytwórczego przy pomocy różnych miar wyrażających poziom nakładów. Wyniki produkcyjne w rolnictwie nie są bowiem wyłącznie rezultatem gospodarczej działalności producentów. Są one w znacznym stopniu „zakłócone” działaniem czynników losowych. Miernikami tak rozumianej wielkości produkcji mogą być agregaty lub pewne nakłady cząstkowe, wybrane stosownie do celów analizy. Warto zwrócić uwagę, że również wszystkie popularne mierniki wielkości gospodarstw odnoszą się właśnie do strony nakładów (obszar gospodarstw, wielkość stada zwierząt, zatrudnienie itp.)<sup>17</sup>.

Problem wyboru odpowiednich mierników wielkości produkcji pojawia się najczęściej wtedy, gdy metoda badań zakłada grupowanie gospodarstw, a następnie porównywanie pewnych kategorii wynikowych, zgodnych z celami badań. Jest oczywiste, że rodzaj zastosowanych miar (a także sam sposób grupowania) wywiera wpływ na otrzymane wyniki. Subiektywizm ten można wyeliminować, jeżeli technologia produkcji reprezentowana jest przez funkcję produkcji. Odpowiednia definicja wielkości produkcji ma bowiem wówczas bardziej ogólny, wektorowy charakter (White i Irvin):

Wielkość przedsiębiorstwa jest miarą wszystkich środków produkcji, którymi ono zarządza. Można je przedstawić jako wektor B, którego elementami są poszczególne nakłady mierzone w jednostkach technicznych.[...] Wielkość przedsiębiorstwa jest wtedy określona w tylu wymiarach, ile jest elementów w wektorze B. Jeżeli pewne jego elementy maleją podczas gdy inne rosną, mamy do czynienia z substytucją - nie można wówczas stwierdzić, czy zmienia się wielkość - można jedynie powiedzieć, że dana firma powiększyła swój rozmiar w jednym wymiarze, a zmniejszyła w innym. (s.192)

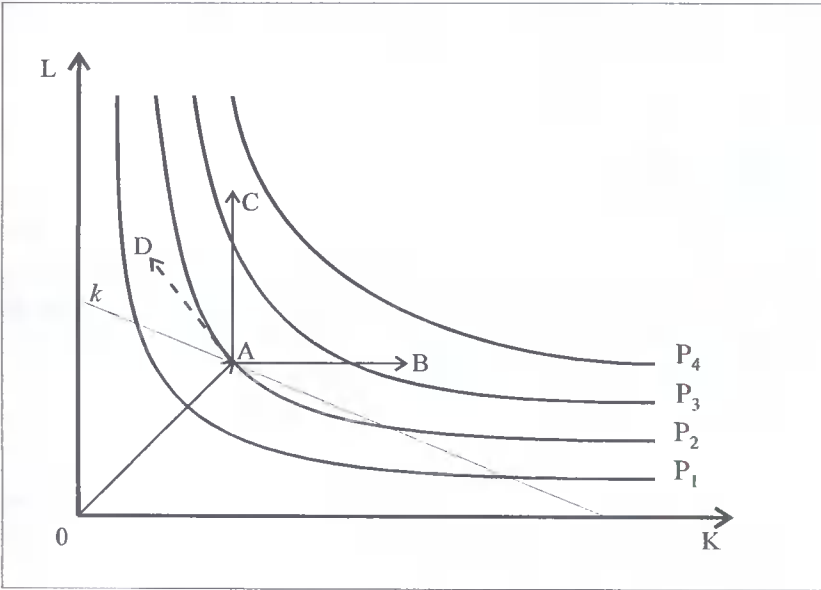
Trafność powyższej definicji można wykazać ilustrując ją prostym wykresem (rys.3). Zaznaczony na wykresie punkt A opisuje proces produkcji o wielkości równej długości wektora  $0A$ . Krzywe  $P_1 - P_3$  są izokwantami pewnej technologii produkcji. Jest ona dodatnia i wklęsła (Beattie i Taylor; Chiang). Wszystkie opisywane przez nią procesy produkcji znajdują się więc w strefie racjonalnych nakładów. Prosta  $k$  jest linią jednakowego kosztu (linią budżetową). Zmiany wektora  $0A$  w obszarze CAB wyrażają, zgodnie z przedstawioną wyżej definicją, zmianę wielkości produkcji. W przypadku jakiegokolwiek innej zmiany tego wektora, na przykład w kierunku D, powyższe kryterium

<sup>15</sup>Warunki zamienialności poszczególnych miar skali produkcji omówili Shalit i Sankar, a także Smyth i in. Przykłady mierników skali produkcji opartych na poziomie produkcji oraz nakładów przedstawili, między innymi, Britton i Hill, White i Irvin oraz Stanton.

<sup>16</sup>Na przykład podobna produkcja końcowa lub sprzedana dwóch gospodarstw produkujących tuczniaki może prowadzić do mylnego wniosku o ich jednakowej wielkości. Tymczasem mogą się one drastycznie różnić pod względem wielkości produkcyjnego potencjału, ponieważ jedno z nich produkuje tuczniaki w cyklu zamkniętym, natomiast drugie w oparciu o zakup warchlaków (Stanton).

<sup>17</sup>Gdy posługujemy się miernikami wielkości (lub skali), które wyrażają poziom nakładów (zasobów), zamiast o wielkości (skali) *produkcji*, należałoby chyba raczej mówić o wielkości (skali) *działalności* (operacji itp.) w celu zaakcentowania związku tych miar ze stroną nakładów. Szerszą dyskusję na temat treści omawianych pojęć przedstawił w swojej pracy Józwiak (1982).

traci swoją konkluzywność, ponieważ jej efekt zależy od krańcowej stopy substytucji nakładów K i L w tym obszarze. Jeżeli stopa ta jest większa od nachylenia wektora AD, poziom produkcji w punkcie D może być niższy niż w punkcie A (pomimo wyższego poziomu kosztów). Natomiast w dowolnym punkcie wewnątrz obszaru CAB poziom produkcji jest zawsze wyższy niż w punkcie A



Rys.3. Wielkość produkcji. Definicja wektorowa  
Fig.3. Size of production. Vector definition

Jak wspomniano wyżej, drugie z omawianych pojęć - *skala produkcji* - ma węższe znaczenie. Nawiązuje ono bowiem do jednego z aspektów technicznej analizy procesów wytwórczych i pozwala „oczyścić” efekt zmieniającej się wielkości procesu produkcji z efektów substytucji i postępu technicznego. „Czysty” efekt skali ujawnia się bowiem tylko wtedy, gdy zmienia się poziom nakładów, natomiast technika oraz technologia produkcji nie ulegają zmianie. Ze względu na dynamiczny i względny charakter pojęcia skali, odpowiednim miernikiem tej cechy procesu produkcji jest tak zwany *czynnik skali* (ang. *scale factor*), będący agregatem nakładów (na przykład sumą) przy danej technice wytwórczej (Beattie). Wzrost skali produkcji reprezentują więc na rysunku 3 tylko te punkty w obszarze CAB, które leżą na przedłużeniu wektora 0A.

Relację pomiędzy tempem zmian produkcji i kosztów, w wyniku zmian długości i kierunku wektora 0A w obszarze CAB, nazywamy *efektem wielkości* lub *efektem skali*. Bardziej dokładną definicję efektów skali, jako szczególnego przypadku efektów wielkości, przedstawiono poniżej. Precyzyjne zdefiniowanie efektu skali jest niezbędne ze względu na jego współwystępowanie z efektami innych, wspomnianych wyżej, zjawisk. Chociaż ich znaczenie dla wydajności produkcji jest podobne, mają one jednak zupełnie inną treść ekonomiczną.<sup>18</sup>

<sup>18</sup>Efekt skali, jako zjawisko obserwowane w modelach przekrojowych, ma podobny charakter jak postęp techniczny w szeregach czasowych (Salter). Współzmierność tych parametrów w szeregach przekrojowo-czasowych często utrudnia ich ilościową ocenę (Greene, Michalek).

### 3.1. Rodzaje efektów wielkości i ich pomiar

Ogólnie *efektami wielkości* nazywamy zmiany technicznej wydajności procesu produkcji, następujące wraz ze zmianą jego wielkości (zgodnie z podaną wyżej definicją wektorową). Z reguły ilościową ocenę tych efektów poprzedza estymacja parametrów odpowiedniego modelu technologii (funkcji produkcji). Można przyjąć, że model ten ma następującą postać ogólną:

$$P = f(\mathbf{X}, u) \quad (2)$$

gdzie:

P - produkcja,  
 $\mathbf{X}$  - wektor nakładów  $\mathbf{X} = \{X_1, \dots, X_K\}$ ,  
 u - składnik losowy.

Po oszacowaniu parametrów takiej funkcji (najczęściej na podstawie danych przekrojowych) można obliczyć wartości odpowiednich współczynników elastyczności produkcji względem nakładów zagregowanych. Ogólną formułę *efektów wielkości* produkcji (EW) można ująć w postaci następującego wzoru:

$$EW = \left. \frac{d \log P}{d \log \mathbf{X}} \right|_A \quad (3)$$

gdzie:

A - odpowiedni warunek poboczny.

W literaturze można znaleźć cały szereg różnych współczynników służących do ilościowej oceny efektów zmian wielkości produkcji. Różnice pomiędzy nimi wynikają przede wszystkim z założenia o tym jak zmieniają się elementy wektora  $\mathbf{X}$  (warunek A). Korzystając z ogólnej postaci współczynnika EW w równaniu (3), wskaźniki te można usystematyzować wyróżniając cztery różne rodzaje efektów wielkości.

#### 3.1.1. Efekty wielkości pierwszego rodzaju (efekty skali)

Zgodnie z przedstawioną wyżej definicją *skali produkcji*, ten rodzaj efektów wielkości pojawia się w czystej postaci tylko wówczas, gdy wszystkie nakłady zmieniają się w stałej proporcji. Mimo że przypadek taki nie występuje prawie nigdy w praktyce, ma on - jak wspomniano wyżej - duże znaczenie w teorii produkcji. Jeżeli równanie (3) opisuje efekty skali, to towarzyszący mu warunek poboczny (A) przyjmuje w tym szczególnym przypadku następującą postać:

$$dX_i / dX_j = \text{const} \quad dX_i, dX_j > 0; \quad i, j = 1 \dots K; \quad i \neq j \quad (4)$$

lub inaczej:

$$\mathbf{X} / \|\mathbf{X}\| = \text{const} \quad (5)$$

gdzie:

$\|\mathbf{X}\|$  - norma wektora nakładów  $\mathbf{X}$ .<sup>19</sup>

<sup>19</sup>Normą wektora nazywamy pierwiastek jego kwadratu skalarnego. Parametr ten jest miarą długości danego wektora.

W praktyce współczynnik elastyczności produkcji względem skali (ES) jest najczęściej obliczany jako suma cząstkowych współczynników elastyczności produkcji względem poszczególnych nakładów.<sup>20</sup> Gdy  $ES = 1$ , mamy do czynienia ze stałymi efektami lub przychodami względem skali (ang. *constant returns to scale*).<sup>21</sup> Jeżeli  $ES < 1$  lub  $ES > 1$ , obserwowane przychody mają charakter odpowiednio: malejący (ang. *decreasing returns to scale*) lub rosnący (ang. *increasing returns to scale*). Ekonomiczne znaczenie mają jedynie dwa pierwsze przypadki. Stwierdzenie przychodów o charakterze rosnącym świadczy zwykle o złej specyfikacji modelu. Wyniki takie pojawiają się najczęściej wtedy, gdy uwzględnione w modelu nakłady nie są jednorodnie - na przykład, gdy „więksi” producenci stosują bardziej wydajne technologie produkcji.

Oprócz przychodów względem skali niektórzy autorzy wyróżniają także pojęcie korzyści skali produkcji (ang. *economies of scale*). Obliczamy je odejmując od współczynnika ES jeden. Korzyści skali mogą być więc, w zależności od wartości ES, zerowe (ang. *zero economies of scale*), ujemne (ang. *negative economies of scale*) lub dodatnie (ang. *positive economies of scale*) (Berndt). Wartość informacyjna tak obliczonych współczynników jest więc w zasadzie taka sama jak współczynników ES.

Wyniki estymacji efektów skali, jakie można spotkać studiując dostępną literaturę, są zaskakująco podobne. Zdecydowana większość podawanych przez różnych autorów współczynników ES ma wartość zbliżoną do jedności (najczęściej nieistotnie różną od jedności w sensie statystycznym). Teoretycznie stałych przychodów względem skali należy się spodziewać tylko wtedy, gdy wektor nakładów w funkcji produkcji obejmuje wszystkie możliwe czynniki produkcji. Jednak zdecydowana większość tych modeli nie zawiera pełnego zestawu nakładów. Próba ekonomicznej interpretacji takich wyników musi prowadzić, z oczywistych względów, do absurdalnych wniosków.<sup>22</sup>

### 3.1.2. Efekty wielkości drugiego rodzaju (alokacyjne)

Jednym z problemów, jakie tradycyjnie towarzyszą analizie efektów skali jest to, czy powinny być one mierzone przy stałej proporcji pomiędzy nakładami (to znaczy wzdłuż promieni wychodzących z początku układu współrzędnych), czy też wzdłuż izoklin równowagi (Chambers 1988; Hanoch). Izokliny równowagi, zwane inaczej *ścieżkami ekspansji* (ang. *expansion paths*) są to linie, wzdłuż których krańcowa stopa substytucji czynników jest równa odwrotności relacji ich cen jednostkowych. Łączą więc

<sup>20</sup>Po raz pierwszy współczynnik o takiej postaci został zastosowany przez Johnsona (1913). W dostępnej literaturze anglojęzycznej występuje on pod różnymi nazwami, które w większości należy traktować jako synonimy: *size elasticity* (Lund), *scale elasticity* (Forsund i Hjalmarson 1979), *returns to outlays* (Bilas), *elasticity of production* (Griliches 1957), *scale returns* (Heady), *passus coefficient* (Frisch), *function coefficient* (Beattie), *elasticity of productivity* (Meyer), *overall elasticity of response* (Dillon), *expansion elasticity* (Johansen), *output elasticity* (Pappas i Hirschey). W przypadku technologii homogenicznych współczynnik ES stanowi miarę stopnia ich homogeniczności (Denny).

<sup>21</sup>Stażność przychodów względem skali nie oznacza jednak ich *niezmienności*. Ich zmienność lub niezmiennosc stanowi cechę danej technologii. Dla technologii o niezmiennych efektach skali ES jest stała w całym obszarze. Technologia o zmiennych efektach skali może przejawiać w pewnym swym obszarze przychody o charakterze stałym, natomiast w innych malejące lub rosnące (Beattie i Taylor).

<sup>22</sup>Czynnikiem produkcji tradycyjnie ignorowanym przy estymacji funkcji produkcji jest zarządzanie. Konsekwencje tego dla estymacji współczynnika ES zostały szczegółowo wyjaśnione w dalszej części opracowania.

one te techniki wytwórcze, które spełniają warunek efektywnej alokacji. Gdy efekty wielkości są oceniane przy takim założeniu, warunek A we wzorze (3) przybiera następującą postać:<sup>23</sup>

$$R_{ij} = -c_j / c_i \quad i, j = 1, \dots, K; \quad i \neq j \quad (6)$$

gdzie:

$R_{ij}$  - krańcowa stopa substytucji nakładów,  
 $c_i, c_j$  - ceny jednostkowe nakładów.

Oczywiście efekty wielkości drugiego rodzaju można wydzielić tylko wówczas, gdy badane procesy mają heterotetyczny charakter (izokliny równowagi są wtedy krzywymi). Gdy technologia ma charakter homotetyczny, wszystkie izokliny odpowiedniej funkcji produkcji są liniami prostymi i omawiany efekt wielkości nie różni się od efektu skali. Z tego samego powodu efekty wielkości pierwszego rodzaju (efekty skali) można uznać za szczególnie przypadek efektów wielkości o charakterze alokacyjnym.

### 3.1.3. Efekty wielkości trzeciego rodzaju (krótkookresowe, intensyfikacyjne)

Kiedy rozpatrujemy zależność nakład-produkt w krótkim okresie, niektóre elementy wektora nakładów  $X$  mają charakter stały. Efekty wielkości, którym towarzyszy takie założenie, opisuje klasycznie rozumiana funkcja intensyfikacji (stałym czynnikiem produkcji jest wtedy ziemia). Są one też czasem nazywane efektami *krótkookresowymi*. Ograniczenie A we wzorze (3) przyjmuje w takim przypadku następującą postać:

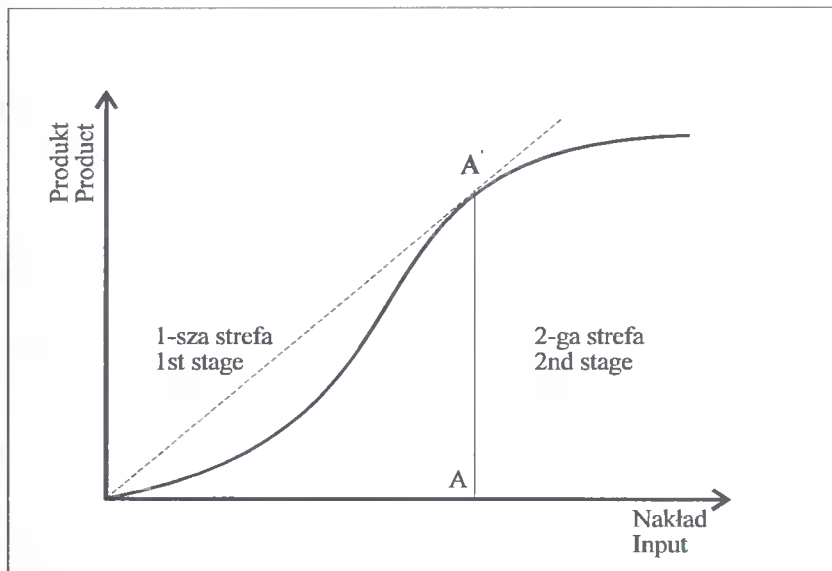
$$dB = 0 \quad B \in X \quad (7)$$

Efekty wielkości trzeciego rodzaju są więc z założenia malejące. Klasyczny, spotykany powszechnie w podręcznikach, model procesu intensyfikacji (w postaci jednoczynnikowej funkcji produkcji w kształcie litery S) zakłada jednak, że przy niskim poziomie intensywności występują przychody o charakterze rosnącym, przechodząc przy wyższych poziomach nakładów w przychody o charakterze malejącym (rys. 4a). Przy takim kształcie technologii, na granicy pomiędzy pierwszą a drugą strefą efektywności, występują przychody o charakterze stałym. Jak już wspomniano wyżej, występowanie przychodów o charakterze rosnącym nie znajduje uzasadnienia w teorii produkcji. Trudno jest więc uznać, że powszechnie opisywana w literaturze funkcja intensyfikacji odzwierciedla pewne obiektywne prawa produkcji. Stanowi ona raczej próbę przedstawienia przy pomocy ciągłej funkcji produkcji (co jest wygodne z wielu powodów) roli, jaką w krótkim okresie odgrywają nakłady stałe.<sup>24</sup> Przykład funkcji intensyfikacji, która w poprawny sposób odzwierciedla rolę nakładów stałych, przedstawia rysunek 4b.

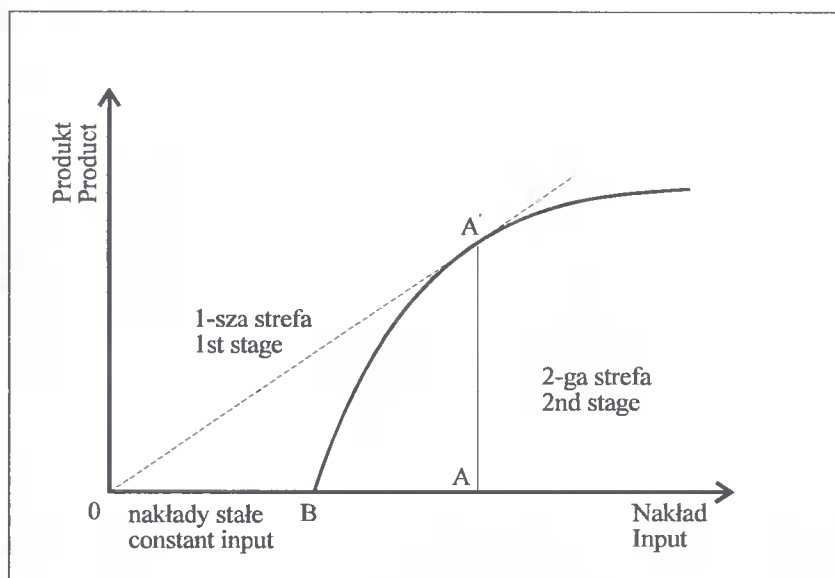
<sup>23</sup>Odpowiednie współczynniki ES różnią się w tym przypadku od miar przedstawionych równaniem (3) tym, że pochodne zwykle we wzorach na elastyczność produkcji względem nakładów zastępują odpowiednie pochodne kierunkowe.

<sup>24</sup>W naukach rolniczych funkcja o podobnym kształcie opisuje tak zwane *logarytmiczne prawo wzrostu*. Jest to najczęściej krzywa logistyczna. Znajduje ona zastosowanie w przypadku modelowania pewnych procesów wzrostu o charakterze biologicznym (na przykład wzrostu roślin czy zwierząt). Model taki, z oczywistych względów, nie może jednak spełniać podstawowych kryteriów modelu ekonomicznego.

Warto zwrócić uwagę, że mimo braku przychodów krańcowych o charakterze rosnącym, model taki pozwala wyróżnić pierwszą i drugą strefę efektywności.



(a)



(b)

Rys.4. Funkcje intensyfikacji  
Fig.4. Intensification functions

### 3.1.4. Efekty wielkości czwartego rodzaju (*shadow*)

Efektami wielkości czwartego rodzaju określono w opracowaniu pewien szczególny przypadek efektów drugiego rodzaju. Efekty takie obserwujemy wówczas, gdy założymy, że zróżnicowanie technik wytwórczych, jakie można zaobserwować w danej grupie gospodarstw, wyraża ich dostosowanie się do zróżnicowanych warunków produkcji. Zakładamy wówczas *a priori*, że poszczególne gospodarstwa są efektywne pod względem alokacji posiadanych zasobów. Jeżeli obserwowane ścieżki wzrostu wielkości gospodarstw nie pokrywają się z izoklinami oszacowanej funkcji produkcji, można wówczas przyjąć, na gruncie powyższego założenia, jedną z dwóch hipotez:

1. Gospodarstwa dostosowują swoje techniki wytwarzania do cen nakładów określanych na podstawie kosztów alternatywnych. Ceny nakładów tracą w tym przypadku swój egzogeniczny charakter i stają się cenami równowagi czynników (*ang. shadow prices*).
2. Funkcje *intra-firm* gospodarstw różnią się od oszacowanej funkcji *inter-firm* w sposób nieneutralny (przy założeniu egzogenicznego charakteru cen). Odpowiednie współczynniki produktywności nakładów mają wówczas charakter *shadow*.

Przy ocenie efektów wielkości tego rodzaju dynamika zmian produktywności jest oceniana wzdłuż „rzeczywistych” ścieżek ekspansji gospodarstw<sup>25</sup>. Efekty te wyrażają więc jak zmienia się wydajność procesu produkcji przy przechodzeniu od gospodarstw mniejszych do większych (wewnątrz badanej grupy). Charakter takich efektów wielkości jest w zasadzie dowolny, wynika on bowiem z współdziałania wielu czynników decydujących o kierunku obserwowanych procesów dostosowawczych.

Wyróżnione cztery rodzaje efektów wielkości zostały także przedstawione graficznie na rysunku 5. Linie oznaczone symbolami  $i_1$ -  $i_3$  są izoklinami funkcji produkcji. Gruba linia zakończona strzałką oznacza natomiast przykładowe kierunki zmian wektora nakładów, stosownie do wyróżnionych rodzajów efektów wielkości.

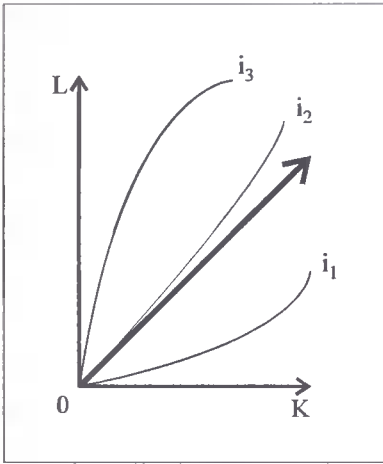
## 3.2. Optimum wielkości produkcji - założenia i metody

Określanie ekonomicznego optimum wielkości danego procesu produkcji sprowadza się najczęściej do poszukiwania maksimum pewnej funkcji celu, która może być zdefiniowana wprost lub nie. Prace na ten temat, z jakimi można się zetknąć w dostępnej literaturze, wskazują na istnienie kilku różnych koncepcji definiowania tego optimum i jego ilościowej oceny. Koncepcje te różnią się od siebie przede wszystkim tym, które spośród trzech parametrów ogólnie rozumianego zagadnienia optymalizacji (produktywność nakładów, postać funkcji celu, ograniczenia) przyjmowane są jako założenia, a które mają charakter parametrów empirycznych.<sup>26</sup>

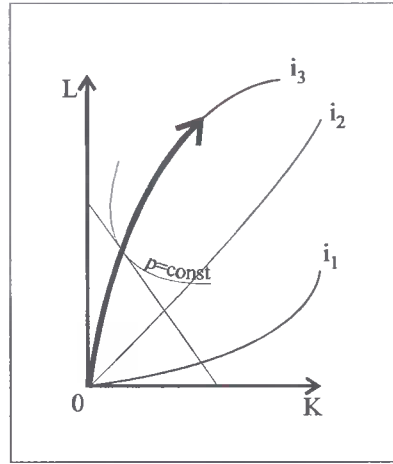
<sup>25</sup>Współrzędne tych ścieżek są średnimi warunkowymi poziomem nakładów gospodarstw (względem innych nakładów). W przypadku dwóch czynników produkcji ich graficznym obrazem może być wykres korelacyjny przedstawiający zależność pomiędzy jednym i drugim nakładem.

<sup>26</sup>Oprócz określania *optymalnej* skali (lub wielkości) gospodarstw niektórzy autorzy badają również problem *minimalnej* skali. Odpowiednie kryterium stanowi wówczas minimalny poziom dochodu rolniczego zapewniający utrzymanie rodziny (Schmidt 1988a).

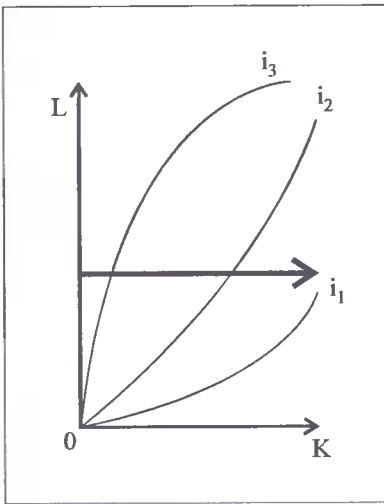




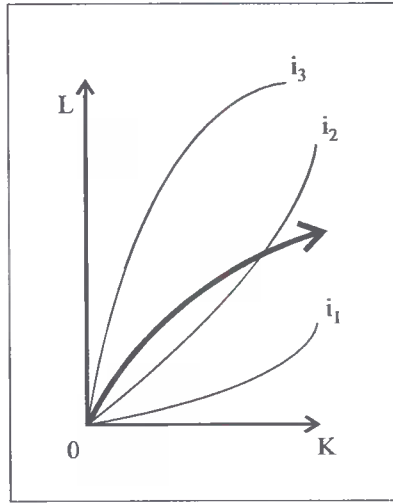
(a)



(b)



(c)



(d)

Rys.5. Efekty wielkości pierwszego (a), drugiego (b), trzeciego (c) oraz czwartego (d) rodzaju Fig.5. Returns to size of the first (a), second (b), third (c), and fourth (d) type

### 3.2.1. Podejście modelowe

W przypadku podejścia modelowego podstawą wnioskowania jest model gospodarstwa sporządzony dowolną metodą optymalizacyjną (najczęściej metodą programowania liniowego). Cechą charakterystyczną takiego podejścia jest szczególnie szeroki zakres towarzyszących mu założeń. Założenia te dotyczą zarówno parametrów produkcyjności nakładów, jak również postaci oraz parametrów funkcji celu. Podejście modelowe ignoruje także najczęściej nieliniowy charakter technicznych zależności nakład-

produkt oraz nakład-nakład. Poza tym, o ile modelowanie pewnych zjawisk związanych z wielkością produkcji jest stosunkowo proste - na przykład efektów mechanizacji, o tyle uwzględnienie wpływu wielkości produkcji na wydajność pracy czy koszty transakcji jest trudne lub wręcz niemożliwe (Anderson i Powell). Ponadto modele takie pozwalają na formułowanie wniosków odnoszących się do szczebla gospodarstwa. Nie nadają się one natomiast do analizowania procesów zachodzących na wyższych poziomach agregacji (Stefanou i Madden).

### 3.2.2. Podejście empiryczne

Subiektywizm towarzyszący podejściu modelowemu skłania większość autorów, zajmujących się problemem optymalnej wielkości gospodarstw, do empirycznego szacowania przynajmniej niektórych parametrów procesu produkcji. W zależności od zakresu założeń oraz zakresu parametrów empirycznych, w ramach tego podejścia można wyróżnić dwa główne kierunki badań. Optimum wielkości gospodarstw można bowiem określić stosując jedno z dwóch alternatywnych podejść empirycznych, to znaczy podejście *syntetyczne* lub *analityczne*.

#### 3.2.2.1. Podejście syntetyczne

Podejście takie jest typowe dla większości opracowań na temat optimum skali produkcji w rolnictwie. Polega ono na wstępnej estymacji współczynników produktywności nakładów (w postaci parametrów funkcji produkcji), a następnie na wyznaczeniu takiego poziomu tych nakładów, przy którym osiąga się maksymalną wartość funkcji celu (najczęściej zysku lub dochodu rolniczego). Podejście syntetyczne pozwala na prawie dowolne modelowanie celów gospodarstw, stosownie do założeń, jakie towarzyszą badaniom. Odpowiedniej modyfikacji wymaga wówczas postać modelu. Podejście takie pozwala również na uwzględnianie różnorodnych ograniczeń. Niektórzy autorzy zwracają jednak uwagę, że modele te mają najczęściej charakter przekrojowy, co sprawia, że funkcje produkcji poszczególnych gospodarstw (funkcje *intra-firm*) nie są możliwe do zidentyfikowania (Stefanou i Madden)<sup>27</sup>. Zgodnie z argumentacją zamieszczoną w dalszej części pracy (rozdział 5) znajomość tych funkcji jest niezbędnym warunkiem modelowania procesów wzrostu, zachodzących na poziomie gospodarstw.

#### 3.2.2.2. Podejście analityczne

Zwolennicy podejścia analitycznego wychodzą z założenia, że również podejście syntetyczne nie zawsze prowadzi do poprawnych wniosków na temat optymalnej wielkości gospodarstw, ponieważ:

1. Estymacja funkcji produkcji wymaga wstępnego określenia jej postaci. Postać ta jest często zdeterminowana przez względy natury obliczeniowej. Prowadzi to zwykle do znacznego uproszczenia struktury modelu. Wnioski formułowane na podstawie takich modeli odzwierciedlają często bardziej logikę samego modelu, niż badanego zjawiska.
2. Badający najczęściej nie dysponuje odpowiednimi danymi pozwalającymi na nieobciążoną estymację odpowiednich współczynników produktywności nakładów (ze względu na błędy pomiarów, współliniowość zmiennych uwzględnionych w modelu itp.).

<sup>27</sup>Przyczyna tej nieidentyfikowalności została wyjaśniona szczegółowo w dalszej części pracy.

3. O wielkości gospodarstw rodzinnych decyduje bardzo wiele różnorodnych czynników, których nie można jednoznacznie zdefiniować, często ze względu na ich jakościowy charakter (Patrick i in.).

Zwolennicy podejścia analitycznego uważają, że chcąc określić optimum wielkości gospodarstw, należy obserwować długookresowe tendencje zmian ich struktury wielkościowej (Britton i Hill; Lund i Hill). Technika badawczą związaną z tym podejściem jest tak zwana *analiza przetrwania* (ang. *survivorship technique*). Jej istotę w odniesieniu do problemu oceny optimum wielkości przedsiębiorstw wyłożył Stigler (1958):

Należy pogrupować przedsiębiorstwa według wielkości, a następnie obliczyć udział każdej grupy w produkcji. Jeżeli, w miarę upływu czasu, udział pewnej grupy spada, oznacza to jej względną nieefektywność - tym większą im większe jest tempo spadku. (s.56)

Zgodnie z przedstawionymi wyżej uwagami, obserwowane w praktyce zmiany struktury wielkościowej gospodarstw są efektem współdziałania różnych czynników zewnętrznych z wielorakimi celami rolników. Efekt ten jest możliwy do zaobserwowania wyłącznie w dużych zbiorowościach gospodarstw, w długich przedziałach czasu. Obiektywizm wniosków, formułowanych zgodnie z założeniami podejścia analitycznego, zależy więc w dużym stopniu od tego czy badający ma dostęp do odpowiednich danych. Modalna wartość rozkładu gospodarstw według wielkości może wówczas odzwierciedlać optimum ich wielkości. Konieczne jest jednak założenie, że obserwowane procesy dostosowawcze mają charakter czysto rynkowy, to znaczy nie są zakłócane, na przykład, przez politykę rolną państwa regulującą przepływ czynników produkcji pomiędzy sektorami gospodarki oraz w samym rolnictwie. Innym ograniczeniem podejścia analitycznego jest to, że nie pozwala ono na parametryzację analizowanego zagadnienia. Szczegółowe parametry badanego procesu nie są w tym przypadku znane. Stosując takie podejście traktujemy obserwowane zjawisko jako „czarną skrzynkę”. Możliwe jest natomiast przewidywanie kierunku i zakresu spodziewanych przemian wielkościowych przy zastosowaniu pewnych procedur symulacyjnych.<sup>28</sup>

Przedstawiona wyżej krótka charakterystyka możliwych procedur wyznaczania optymalnej wielkości gospodarstw nie przesądza o ich praktycznej przydatności. Walory analityczne poszczególnych metod można ocenić jedynie w zestawieniu z celami badań. Równie ważnym warunkiem ich stosowania może się okazać dostępność odpowiednich danych.

Syntetyczne porównanie możliwych podejść do problemu wyznaczania optimum wielkości gospodarstw przedstawiono również w postaci tabeli (tabela 1).

Jak wspomniano wyżej, w opracowaniach na temat optimum skali produkcji w rolnictwie dominuje zdecydowanie podejście empiryczne-syntetyczne. Oszacowanie współczynników produktywności nakładów jest bowiem stosunkowo łatwe. Są to najczęściej pierwotne parametry funkcji produkcji. Na podstawie funkcji produkcji łatwo jest również wyznaczyć poszukiwane optimum wielkości<sup>29</sup>. Do stosowania podejścia syntetycznego zachęca również stosunkowo łatwy dostęp do danych o charakterze przekrojowym. Dlatego rozważania na temat optimum skali gospodarstw, przedstawione w dalszej części opracowania, nawiązują do podejścia empirycznego-syntetycznego.

<sup>28</sup>Metodą, która pozwala na ilościową analizę i symulację takich procesów, są tzw. łańcuchy Markowa (Edwards i in.; Garcia i in.; Hallberg; Makinen; Rodewald i Folwell).

<sup>29</sup>Definicje oraz zasady wyznaczania optimum skali zostały wyjaśnione szczegółowo w dalszej części opracowania (podrozdział 4.1.3).

Tabela 1. Podejścia metodyczne stosowane przy ocenie optimum wielkości produkcji w rolnictwie oraz zakres związanych z nimi założeń

Table 1. Methodological approaches used to determine the optimum size of production in agriculture and the scope of related assumptions

Parametr procesu produkcji Production parameter	Podejście Approach		
	Modelowe Model	Empiryczne Empirical	
		syntetyczne synthetic	analityczne analytic
1. Produktywność nakładów Input productivity	z	e	e
2. Funkcja celu Objective function	z	z	e
3. Ograniczenia Restrictions	z	z	e

*Uwagi:* z - założenie, e - parametr empiryczny

*Notes:* z - assumption, e - empirical parameter

### 3.3. Optimum skali a poziom technologii (zarządzania)

Z przedstawionych wyżej rozważań wynika, że zagadnienie optymalnej skali produkcji w rolnictwie jest sprowadzane zwykle do wyznaczania optymalnej wielkości gospodarstwa przy pomocy jednej z przedstawionych wyżej metod. Niektórzy autorzy podkreślają jednak, że podejście takie nie jest uzasadnione (Dawson i Hubbard; Kadlec i House; Lund i Hill; Pasour; Pasour i Bullock; Stanton; Sumner i Leiby; Turvey i Lowenberg;). Wskazuje na to, między innymi, obserwowane powszechnie zróżnicowanie gospodarstw pod względem wielkości.

Jak wyjaśnia Friedman, problem jednoznaczności optimum wielkości przedsiębiorstwa wiąże się ze stopniem wyspecjalizowania jego zasobów. Jeżeli czynniki produkcji wszystkich badanych przedsiębiorstw są w pełni homogeniczne, krzywa kosztów przeciętnych jest wspólna dla nich wszystkich, co w warunkach gospodarki wolnokonkurencyjnej prowadzi do eliminacji wszystkich tych procesów produkcji, których wielkość odbiega od optimum wyznaczonego przez tą krzywą. Jeżeli jednak czynniki produkcji przedsiębiorstw wykazują mniejszy lub większy stopień specjalizacji, optimum wielkości produkcji jest dla każdego z nich inne, gdyż odpowiednie krzywe, opisujące ich koszty przeciętne, są przesunięte względem siebie (Kadlec i House). Przejawem wyspecjalizowania zasobów jest więc istnienie obok siebie przedsiębiorstw o różnej wielkości.

W przypadku gospodarstw rodzinnych czynnikiem produkcji o znacznym stopniu wyspecjalizowania jest zarządzanie, ucieleśnione w osobie rolnika - właściciela (Ekanayake i Jayasuriya; Kadlec i House; Pasour; Stanton; Upton 1970; Witzke). Potencjał tego czynnika determinuje więc optymalną wielkość danego gospodarstwa. Również wszyscy cytowani wyżej autorzy zwracają uwagę na fakt, że obserwowane w praktyce rozkłady gospodarstw rodzinnych według wielkości korespondują ze zróżnicowaniem poziomu zarządzania.

### 3.4. Założenie podstawowe

Z przedstawionych wyżej rozważań wynika, że ważnym czynnikiem, który różnicuje poszczególne gospodarstwa pod względem wielkości jest poziom zarządzania. Ze względu na wysoki stopień wyspecjalizowania i nieelastyczną podaż tego czynnika jego zasoby w poszczególnych gospodarstwach są stałe, również w długim okresie.<sup>30</sup> Na stałość zasobów zarządzania w poszczególnych przedsiębiorstwach po raz pierwszy zwrócił uwagę Kaldor. Wyróżnił on trzy różne aspekty zarządzania: *nadzór*, *redukowanie ryzyka* oraz *koordynację*. Stały charakter ma, zdaniem tego autora, ostatni z tych składników:

Zdolność do koordynowania procesu produkcji w przedsiębiorstwie nie może być zwiększana tak jak zwiększa się nakłady pozostałych czynników produkcji, ponieważ owo koordynowanie polega na tym, że każda pojedyncza decyzja jest podejmowana przez porównanie jej z innymi decyzjami ...; musi więc ona przejść przez jeden umysł. Dlatego, zasób owej zdolności koordynowania jest dla danego przedsiębiorstwa stały.

Ograniczony potencjał koordynowania determinuje skalę produkcji przedsiębiorstw w stopniu, który jest charakterystyczny dla poszczególnych dziedzin działalności gospodarczej. Wpływ tego czynnika na skalę produkcji w rolnictwie wydaje się być szczególnie silny. Przestrzenny charakter procesu produkcji sprawia bowiem, że konwencjonalne czynniki produkcji (ziemia, praca, kapitał) są w rolnictwie gorszymi substytutami zarządzania niż ma to miejsce w innych sferach działalności gospodarczej.<sup>31</sup> Dowolna zmienność wszystkich czynników produkcji, łącznie z zarządzaniem, oznaczałaby, że w długim przedziale czasu wzrost produkcji gospodarstw może się odbywać w warunkach stałych przychodów ( $ES = 1$ ). Przy takim założeniu klasycznie rozumiany termin *skala produkcji*, jako czynnik wpływający na efektywność, traci swoje znaczenie praktyczne (Upton 1979). Obserwowany w praktyce wzrost gospodarstw rodzinnych ma jednak zawsze mniej lub bardziej ograniczony charakter. Jak podkreśla wielu autorów, ważnym czynnikiem ograniczającym ten wzrost są właśnie problemy związane z zarządzaniem produkcją (Bachman i Christensen; Bardhan; Britton i Hill; Garcia i in.; Griliches 1957; Halcrow; Heady; Józwiak 1982; Kislev i Paterson 1991; Manteuffel 1976; Ritson; Stanton; Sumner i Leiby; Woś i Tomczak).

Z drugiej strony jednak stałość poziomu zarządzania może się wydawać założeniem dość arbitralnym, biorąc pod uwagę tak zwany *efekt uczenia się* oraz powszechny dostęp rolników do doradztwa. Skuteczne zdobywanie, gromadzenie, przetwarzanie i wykorzystywanie informacji zależą jednak zawsze od tego, w jakim stopniu czynności te są zintegrowane z celami oraz z technologią całego gospodarstwa. Decydują o tym zawsze kierownicze umiejętności rolników, w szczególności te, które odpowiadają wspomnianej wyżej koordynacyjnej funkcji zarządzania (Dawson i Lingard; Griliches 1957).

Stałość potencjału zarządzania w gospodarstwach rodzinnych, w długim przedziale czasu, potwierdzają również wyniki badań empirycznych. Między innymi Turvey i Lo-

<sup>30</sup>Nieelastyczna podaż zarządzania w rolnictwie wynika przede wszystkim z rodzinnego charakteru gospodarstw. Osłabia to więzi podstawowych jednostek produkcyjnych z rynkiem i ogranicza dopływ do rolnictwa czynników produkcji, w tym również zarządzania.

<sup>31</sup>W świetle teorii produkcji oznacza to, że elastyczność substytucji Hicksa pomiędzy tymi czynnikami a zarządzaniem jest w rolnictwie relatywnie niższa. Elastyczność substytucji wyraża stopień technicznej zastępowalności nakładów (Kowalski 1991).

wenberg stwierdzili stałość tego czynnika w badanych gospodarstwach amerykańskich, na przestrzeni dwudziestu jeden lat.

### 3.4.1. Konsekwencje metodyczne

Stałość zasobów zarządzania w rolnictwie rodzinnym ma szczególnie duże znaczenie przy szacowaniu efektów skali produkcji na poziomie gospodarstw (współczynnik ES, podrozdział 3.1.1). Obliczając potrzebne współczynniki ES, powinniśmy brać pod uwagę tylko te czynniki produkcji, które są zmienne w długim przedziale czasu, to znaczy sumować wszystkie współczynniki cząstkowe elastyczności z wyjątkiem współczynnika określającego produktywność zarządzania (Doll; Griliches 1957; Makary i Rees).<sup>32</sup>

Opisywane w dostępnej literaturze przekrojowe funkcje produkcji są zwykle pozbawione odpowiednich zmiennych niezależnych opisujących poziom zarządzania. Wynika to najczęściej z braku odpowiednich danych. Mimo to, jak wcześniej wspomniano, współczynniki ES obliczane na podstawie takich modeli są zwykle bliskie jedności. Próba ekonomicznej interpretacji podobnych wyników może doprowadzić do absurdalnego wniosku o nieograniczonych możliwościach efektywnego wzrostu badanych gospodarstw. Źródłem tego błędu, obciążającego większość szacowanych współczynników ES, jest współzmiennność nakładów konwencjonalnych, uwzględnionych w funkcji, z poziomem zarządzania. Jak zauważają cytowani we wstępie autorzy, można ją zaobserwować również w praktyce, jako związek pomiędzy kierowniczymi umiejętnościami rolników a wielkością gospodarstw. Istota tego błędu oraz metody pozwalające na jego eliminację zostały przedstawione szczegółowo w dalszej części opracowania.

---

<sup>32</sup>Nie znaczy to, że czynnik ten można pominąć przy specyfikacji równania funkcji produkcji. Teoretycznie jest to możliwe tylko przy założeniu ortogonalności poziomu zarządzania względem pozostałych czynników produkcji. Typowe dla badań empirycznych pomijanie tego czynnika (spowodowane zwykle brakiem odpowiednich danych) powoduje obciążenie funkcji produkcji błędem.

## 4. EFEKTYWNOŚĆ GOSPODARSTW JAKO KATEGORIA EKONOMICZNA

Problem optymalnej skali jest jednym z aspektów szeroko rozumianego zagadnienia efektywności produkcji. Najbardziej ogólna definicja efektywności wiąże to pojęcie ze stopniem realizacji celów ocenianej działalności (Britton i Hill). Jego praktyczną treść można więc bliżej określić jedynie w kontekście danej analizy, przyjmując stosowne założenia odnośnie celu działalności, horyzontu czasowego rozważań, podmiotu oceniającego itp. Szczególnie ważną cechą miar efektywności jest ich względny charakter. Oznacza to, że odpowiednie oceny odnoszą się zwykle do pewnego wzorca, który ucieleśnia w sobie stan maksymalnej efektywności (Kowalski 1992a).

### 4.1. Reprezentacja przestrzenna efektywności. Kategorie efektywności

Empiryczna analiza efektywności zmierzająca do wniosków o charakterze normatywnym powinna udzielić odpowiedzi na dwa następujące pytania podstawowe:

1. W jakim stopniu dana działalność spełnia przyjęte kryterium efektywności?
2. Dlaczego poszczególni producenci są mniej efektywni niż producent stanowiący wzorzec efektywności?

Przyczyny zróżnicowania efektywności mogą być oczywiście bardzo różne, co utrudnia ich szczegółową analizę. Dlatego poddaje się je najczęściej agregacji. Najbardziej syntetyczny sposób takiej agregacji został przedstawiony poniżej.

Można założyć, że technologię wytwarzania pewnego produktu  $P$  opisuje funkcja produkcji brzegowa (ang. *frontier production function*) o następującej postaci ogólnej (równanie (8))<sup>33</sup>:

$$P = \max f(\mathbf{X}) \quad (8)$$

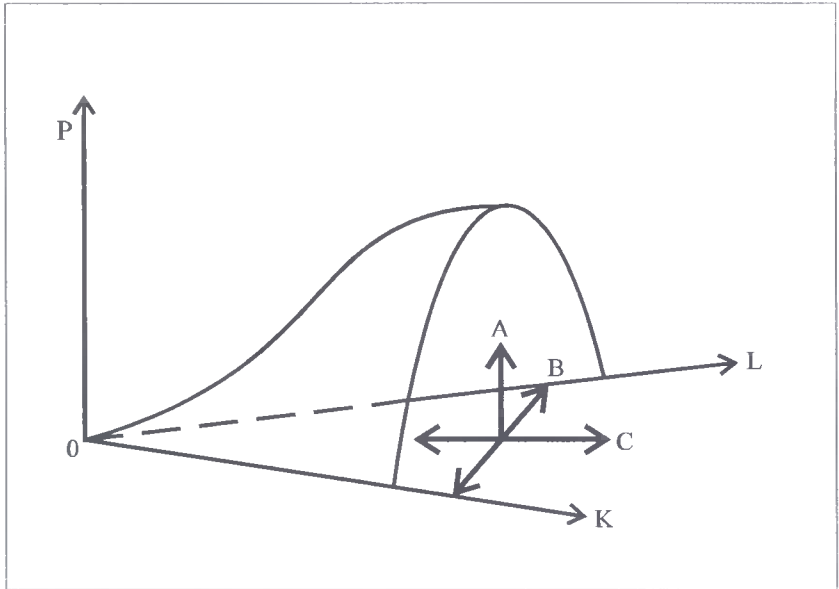
gdzie:

- $P$  - maksymalny poziom produkcji w warunkach danej technologii,
- $\mathbf{X}$  - wektor nakładów  $\mathbf{X} = \{X_1 \dots X_k\}$ .

Równanie (8) określa więc najbardziej efektywną, wzorcową technologię produkcji *intra-firm* w  $(K + 1)$  wymiarowej przestrzeni produkcji. Gdy mamy tylko dwa czynniki wytwórcze ( $K = 2$ ), technologię tę można przedstawić jako powierzchnię produkcji (ciągłą, dodatnią, quasi-wklęsłą) przedstawioną na rysunku 6.

---

<sup>33</sup>Funkcja brzegowa opisuje relację pomiędzy nakładami i produkcją w tych procesach produkcji (gospodarstwach), które są najbardziej efektywne pod względem technologii. W przypadku funkcji jedno- lub dwuczynnikowej tworzą one więc górny „brzeg” przestrzeni obserwacji. Dla porównania tradycyjna funkcja produkcji, jaką szacujemy przy pomocy MNK, jest funkcją przeciętną (ang. *average production function*). Analityczne własności oraz metody estymacji funkcji brzegowych omówił Kowalski (1992c).



Rys.6. Efektywność jako położenie przedsiębiorstwa w przestrzeni produkcji  
 Fig.6. Efficiency as placement of a firm in the production space

Z kolei odpowiednią technologię *intra-firm* innego, dowolnego gospodarstwa ( $P_g$ ) można przedstawić w formie następującego równania:

$$P_g = \max f(X) u_g \quad (9)$$

gdzie:

$u_g$  - relacja pomiędzy produktywnością technologii danego gospodarstwa i technologii wzorcowej.

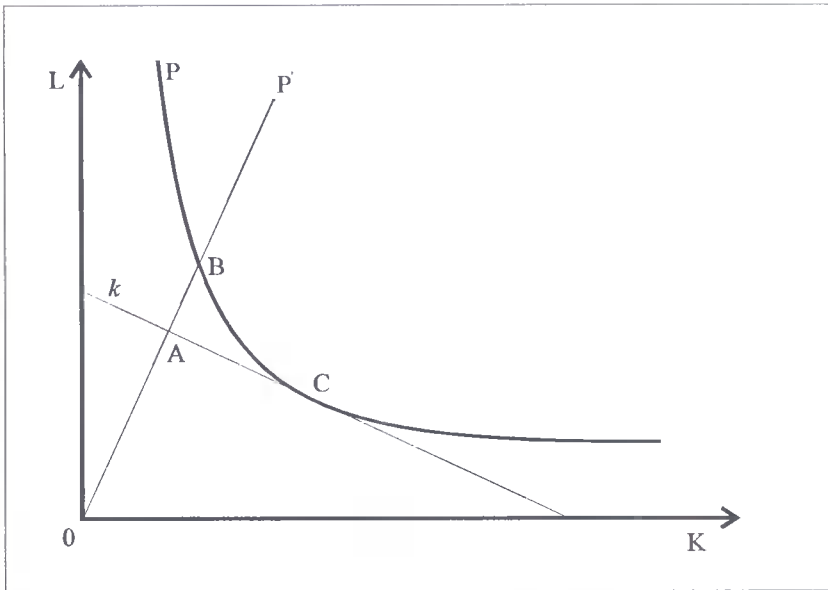
Zakładając, że ekonomicznym celem ocenianego gospodarstwa jest uzyskanie maksymalnej nadwyżki, jego ogólna efektywność zależy od parametru  $u_g$  w równaniu (9) oraz od poziomu poszczególnych nakładów (przyjmując ceny jako dane z zewnątrz). Mnożnik  $u_g$  określa bowiem relację pomiędzy produktywnością danego gospodarstwa a produktywnością wzorcową (określając położenie jego funkcji *intra-firm* względem funkcji-wzorca). Natomiast poziom poszczególnych nakładów decyduje o miejscu gospodarstwa na jego własnej funkcji produkcji *intra-firm*. W rezultacie ogólne zagadnienie efektywności może być interpretowane jako położenie danego procesu produkcji (gospodarstwa) w wielowymiarowej przestrzeni produkcji (rysunek 6). W przypadku dwóch czynników produkcji wszystkie możliwe zmiany jego położenia w tej przestrzeni można przedstawić jako wypadkowe przesunięcie w trzech podstawowych kierunkach:

1. Zmiany poziomu produkcji przy danym poziomie nakładów (kierunek A na rys. 6).
2. Zmiany poziomu produkcji przy danym poziomie kosztów (kierunek B).



3. Zmiany poziomu kosztów, którym towarzyszy jednoczesna zmiana poziomu produkcji (kierunek C).

Ze względu na różną treść czynników, które decydują o położeniu danego gospodarstwa w każdym z trzech wymiarów przestrzeni produkcji, wyróżnia się trzy kategorie efektywności, których suma stanowi *efektywność ogólną* procesu produkcji (Kowalski 1991c). Kategorie te zostały zdefiniowane poniżej, przy pomocy dwóch wykresów. Pierwszy z wykresów (rys. 7) jest to „klasyczny” model Farrella. Zaznaczona na nim izokwanta P opisuje technologię wzorcową (najbardziej efektywną, brzegową). Nieefektywny producent oznaczony symbolem P' wytwarza produkt na poziomie P. Prosta k jest linią izokosztów. Dwuwymiarowość tego modelu sprawia, że może on reprezentować wyłącznie technologie o charakterze liniowym (ES = 1).

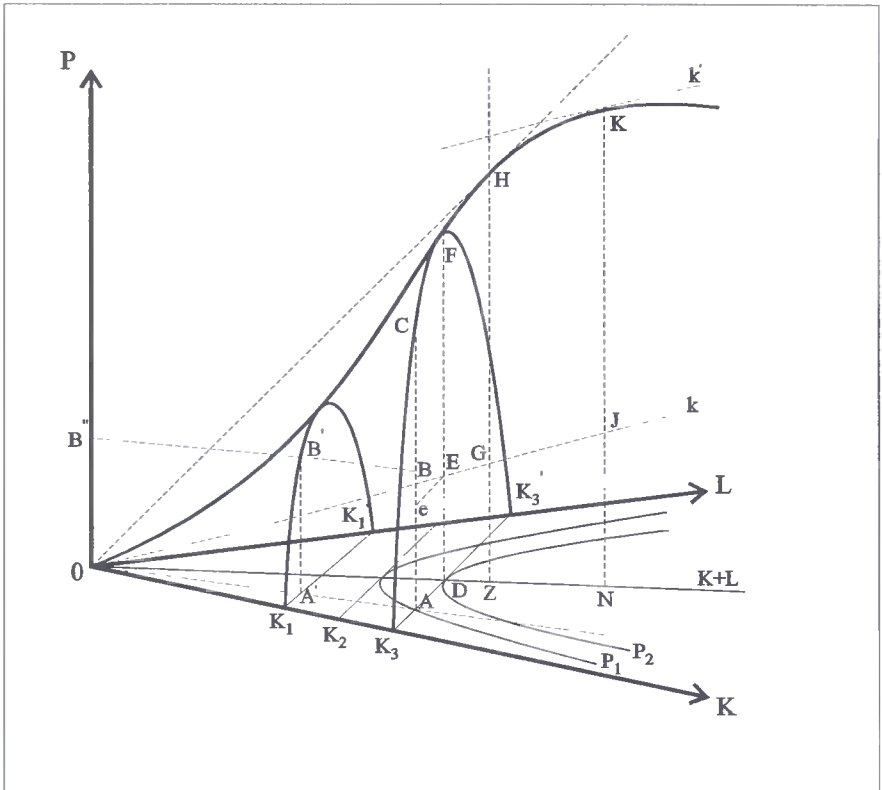


Rys.7. Model Farrella (źródło: Farrell)

Fig.7. Farrell's model (source: Farrell)

Drugi wykres (rys. 8), ze względu na swoją trójwymiarowość, pozwala rozszerzyć rozważania na procesy o charakterze nieliniowym. Krzywa OFHK stanowi izoklinę dwuczynnikowej, homotetycznej, quasi-wklęsłej, wzorcowej (brzegowej) funkcji produkcji (o kształcie podobnym do powierzchni na rysunku 6). Izoklina ta odpowiada efektywnej technice produkcji. Jej rzut na płaszczyznę nakładów (LOK) stanowi prosta oznaczona symbolem  $(K + L)$ . Z kolei prosta k opisuje koszty produkcji w warunkach efektywnej techniki wytwarzania. Stanowi ona przecięcie liniowej funkcji kosztów<sup>34</sup> z płaszczyzną utworzoną przez izoklinę OFHK i jej rzut na płaszczyznę czynników  $(K + L)$ . Oceniany proces produkcji został oznaczony literą B.

<sup>34</sup>Chodzi tu oczywiście o funkcję kosztów o postaci  $K = p_L L + p_K K$ , gdzie:  $p_L$ ,  $p_K$  - ceny jednostkowe czynników produkcji L i K.



Rys.8. Kategorie efektywności produkcji  
Fig.8. Categories of efficiency of production

#### 4.1.1. Efektywność technologii

Efektywność technologii jest związana z położeniem przedsiębiorstwa w przestrzeni produkcji względem kierunku A na rysunku 6. Można ją zmierzyć jako stosunek długości dwóch wektorów  $OB/OP'$  na rysunku 7. Odpowiednią miarę na wykresie 8 stanowi stosunek odcinków  $OA'/OA$ . Wskaźnik ten wyraża więc względną nakładoszczędność technologii efektywnej w porównaniu z technologią nieefektywną. Efektywność gospodarstwa B można przedstawić również jako  $AC/AB$ , co z kolei wyraża jego relatywnie niższą produktywność (w stosunku do technologii - wzorca).<sup>35</sup>

Efektywność technologii uważana jest za najważniejszy składnik efektywności ogólnej. W przypadku analizy o charakterze przekrojowym wyraża ona, zdaniem większości autorów, przede wszystkim zróżnicowanie poziomu zarządzania (Aly i in.; Carlson; Ekanayake i Jayasuriya; Grabowski 1970; Hoch 1976; Kalaitzandonakes i in.; Leibenstein; Lingard; Lingard i in.; Mefford; Müller; Mundlak; Osburn i Schneeberger; Page; Welch). Pogląd ten jest jednak dość często krytykowany. Przykładem takiej kry-

<sup>35</sup>Więcej szczegółów na temat mierzenia i interpretacji tej kategorii efektywności można znaleźć w artykule Kowalskiego (1992c).

tyki jest opinia wyrażona przez Johnsona (1964). Autor ten zakwestionował metody, które są powszechnie stosowane przez ekonomistów do oceny wydajności tzw. nakładów „niekonwencjonalnych”. Należą do nich, między innymi, postęp techniczny, czynnik ludzki oraz zarządzanie. Zdaniem Johnsona czynniki te nie mogą być interpretowane na równi z pozostałymi czynnikami produkcji, ponieważ:

... jeżeli w wyniku decyzji o zwiększeniu poziomu nawożenia wzrasta produkcja, to czynnikiem sprawczym nie jest decyzja, lecz nawóz jako czynnik produkcji. (s.120)

Analizowanie poziomu zarządzania na podstawie przesunięcia funkcji produkcji *intra-firm* ku górze jest więc sprzeczne, zdaniem tego autora, z jednym z podstawowych założeń funkcji produkcji. Zgodnie z tym założeniem te same nakłady wywołują w takich samych warunkach jednakowy efekt produkcyjny. Odpowiednie decyzje związane z zarządzaniem produkcją, które wpływają na położenie danego przedsiębiorstwa względem funkcji produkcji wzorcowej nie spełniają same w sobie roli:

... tajemniczego czynnika produkcji przypisywanej im zwyczajowo przez ekonomistów. (s.123)

Z punktu widzenia teorii modelowania ekonometrycznego powyższa argumentacja jest w pełni uzasadniona. Ma ona jednak znaczenie wyłącznie teoretyczne. W praktyce nie jest bowiem możliwe takie zdefiniowanie modelu przekrojowego, aby jego składnik resztowy odzwierciedlał wyłącznie błędy pomiaru zmiennych. Wektor zmiennych niezależnych takiego modelu musiałby bowiem obejmować absolutnie wszystkie czynniki wpływające na poziom produkcji. Polemizując z cytowaną wyżej opinią Johnsona należy zatem zaznaczyć, że w rzeczywistości *czynnikiem sprawczym* wpływającym na efekt nawożenia jest nie tylko sam nawóz, ale również ogromna liczba innych czynników, takich jak - na przykład - termin i sposób wysiewu nawozu czy przebieg pogody. Dlatego pełna specyfikacja modelu wymagałaby uwzględnienia w nim ogromnej liczby zmiennych niezależnych. W praktyce nie jest to jednak możliwe. Nie pozwalają na to względy natury obliczeniowej oraz ograniczony charakter danych, jakie są najczęściej dostępne.<sup>36</sup> Poza tym znaczna część tych czynników nie jest znana.

Obecność składnika systematycznego w ogólnie definiowanym składniku resztowym modelu jest więc zjawiskiem typowym dla przekrojowych funkcji produkcji, których parametry oszacowano na podstawie danych nieeksperymentalnych. Dlatego „czynnik”, który wywołuje przesunięcie poszczególnych funkcji produkcji *intra-firm* względem siebie, został określony przez Leibensteina mianem *efektywności X* (ang. *X-efficiency*), ze względu na jego niezbyt jasną treść ekonomiczną, która jest jednak ściśle związana - zdaniem tego autora - z ogólnie rozumianym poziomem zarządzania.<sup>37</sup>

#### 4.1.2. Efektywność alokacji

Efektywność alokacji zależy od położenia gospodarstwa względem kierunku B na rysunku 6. Maksymalizacja efektywności alokacji odpowiada maksymalizacji produkcji

<sup>36</sup>Bardzo ciekawe uwagi na temat ekonomicznej interpretacji składnika resztowego funkcji produkcji przedstawił Stigler (1976).

<sup>37</sup>Nie znaczy to jednak, że zarządzanie decyduje wyłącznie o efektywności technologii produkcji. Dwie pozostałe kategorie efektywności: efektywność alokacji i skali są z pewnością również związane z poziomem zarządzania. Ekonomiczna interpretacja tych powiązań jest jednak znacznie trudniejsza i dalece mniej jednoznaczna (Dawson i Hubbart; Massell; Stefanou i Saxena).

przy ograniczonym budżecie (poszukiwanie maksimum na krzywej  $K_1B'K_1'$  lub  $K_3CFK_3'$  na rysunku 8) i jest równoznaczna z minimalizacją jednostkowych kosztów produkcji. Miarą tej kategorii efektywności jest stosunek odcinków (kosztów) OA/OB na rysunku 7. Odpowiednie wskaźniki efektywności alokacji są reprezentowane na rysunku 8 przez relacje długości odcinków  $OK_2/OK_3$  oraz AC/DF.

Efektywności alokacji, w odróżnieniu od przedstawionej wyżej efektywności technologii, przypisuje się zwykle niewielkie znaczenie praktyczne. Ponadto parametr ten posiada niezbyt jasną treść ekonomiczną, co utrudnia jego mierzenie oraz praktyczną interpretację (Farrell; Kowalski 1993a; Leibenstein).<sup>38</sup>

#### 4.1.3. Efektywność skali

Efektywność skali zależy od położenia gospodarstwa względem kierunku C na rysunku 6. Jest to trzeci i zarazem ostatni warunek efektywności całkowitej. Efektywność skali jest związana z poziomem kosztów prowadzonej działalności i wyraża stopień, w jakim analizowany proces produkcji spełnia kryterium maksymalizacji nadwyżki bez ograniczeń. W porównaniu z dwoma omawianymi wyżej rodzajami efektywności, kategoria ta jest trudniejsza do zdefiniowania. Wyróżnić możemy bowiem aż trzy rodzaje efektywności skali:

1. Efektywność skali o charakterze ekonomicznym. Funkcjonuje ona w krótkim okresie i dlatego jest często nazywana efektywnością skali krótkookresową (ESK).
2. Efektywność skali o charakterze technicznym, która jest nazywana także efektywnością skali długookresową (ESD).
3. Efektywność skali o charakterze ogólnym, która stanowi sumę efektywności długo- i krótkookresowej (ESO).

*Krótkookresowa* efektywność skali (ESK) zależy od położenia danego gospodarstwa wewnątrz drugiej strefy efektywności na funkcji produkcji, względem punktu wyznaczającego maksimum nadwyżki. Punkt ten stanowi *optimum krótkookresowe* producenta. ESK ma charakter ekonomiczny, gdyż jej optimum zależy zawsze od relacji cen jednostkowych nakładu i produktu. Wyznacza go znane powszechnie kryterium równowagi procesu produkcji, które zakłada, że przychód krańcowy z jednostki nakładu (wyrażonego w tym przypadku jako wspomniany w rozdziale 3 czynnik skali) powinien być równy jego cenie jednostkowej (Beattie i Taylor). Warunek ten przedstawia równanie (10):

$$dP / dX_s = c_s \quad (10)$$

gdzie:

- $dP/dX_s$  - przychód krańcowy,
- $X_s$  - czynnik skali (zagregowane nakłady),
- $c_s$  - cena jednostkowa czynnika skali.

Podstawym założeniem ESK jest to, że w krótkim przedziale czasu ceny nakładów i produktu są dla gospodarstw parametrami egzogenicznymi i stałymi.

<sup>38</sup>Szersze omówienie tej kategorii efektywności można znaleźć w pracy Kowalskiego (1993a)

Drugi rodzaj efektywności skali - efektywność *długookresowa* (ESD) - zależy od położenia danego gospodarstwa względem tego poziomu nakładów na funkcji produkcji, który jest granicą pomiędzy pierwszą i drugą strefą efektywności (punkt A na rysunku 4). Poziom ten stanowi *długookresowe optimum skali* produkcji. Optimum to jest parametrem czysto technicznym, a więc niezależnym od relacji cen. Przy takiej skali produkcji przeciętna wydajność procesu produkcji (produkt przeciętny) jest najwyższa oraz występują stałe przychody względem skali ( $ES = 1$ ) (Byrnes i in.; Deller i Nelson; Färe i Grosskopf; Forsund i Hjalmarson 1974; Grabowski; Michalek).

W warunkach wolnej konkurencji, gdy producenci maksymalizują nadwyżkę, wspomniane wyżej optimum krótkookresowe poziomu nakładów zmierza zawsze, w długim przedziale czasu, w stronę optimum długookresowego. Mechanizm tego procesu jest następujący. Gdy produkcja w konkurencyjnym sektorze odbywa się w drugiej strefie efektywności, poziom uzyskiwanej nadwyżki przyciąga innych producentów. Powoduje to wzrost podaży wytwarzanego produktu oraz popytu na czynniki produkcji. W rezultacie relacja cen nakład-produkt stopniowo rośnie i optymalny rozmiar działalności zbliża się do granicy pomiędzy pierwszą i drugą strefą.<sup>39</sup> Dalsze pogorszenie się relacji cen zmusza producentów do zaprzestania produkcji (w długim okresie). Optimum długookresowe jest więc jednocześnie granicą, która wyznacza najmniejszy efektywny poziom nakładów i dlatego jest często nazywane *minimalną skalą produkcji* (Intriligator). Skala ta spełnia także rolę charakterystycznej dla danej technologii bariery wejścia (Porter).

Podsumowując powyższe rozważania można wskazać dwa główne czynniki, które przesądzają o ewolucji konkurencyjnych sektorów w kierunku optimum skali o charakterze długookresowym:

1. Mechanizm wolnej konkurencji (od strony drugiej strefy efektywności nakładów).
2. Ekonomia kosztów stałych (od strony pierwszej strefy efektywności).

Opisany wyżej proces dostosowawczy funkcjonuje w długim okresie i prowadzi w rezultacie do takiej struktury wielkościowej danego sektora, przy której produktywność nakładów jest maksymalna, natomiast uzyskiwana przez producentów nadwyżka osiąga poziom minimalny.<sup>40</sup>

Szczegółowe miary efektywności skali mogą mieć bardzo różną postać. W odróżnieniu od efektywności technologii i alokacji, podstawą ich obliczania nie może być poziom produkcji lub nakładów. Jest tak dlatego, gdyż jak wspomniano w dalszej części opracowania (podrozdział 4.1.3.2), żadna ze stron rachunku efektywności skali nie ma charakteru egzogenicznego. Dlatego gdy celem działalności jest maksymalizacja zysku (lub dochodu) ten rodzaj efektywności lepiej jest wyznaczać na podstawie wielkości nadwyżki. Przykłady takich wskaźników przedstawiono w tabeli 2. Odnoszą się one do graficznego modelu przedstawionego na rysunku 8.

<sup>39</sup>Zysk producentów zmniejsza się więc stopniowo do poziomu równego stopie procentowej powiększonej o premię za ryzyko. Jeżeli koszty produkcji uwzględniają koszt alternatywny zaangażowanych czynników produkcji oraz koszt związany z ryzykiem, zysk ten wynosi zero. Optimum długookresowe jest zatem jednocześnie *długookresowym progiem rentowności* (ang. *break-even*) danego przedsięwzięcia.

<sup>40</sup>Opisany wyżej mechanizm był prawdopodobnie jednym z czynników drastycznego spadku dochodów gospodarstw rodzinnych, jaki nastąpił w Polsce na początku lat dziewięćdziesiątych.

Tabela 2. Przykłady wskaźników efektywności skali  
 Table 2. Examples of scale efficiency indices

Efektywność skali Scale efficiency	Wskaźnik Index
1. Efektywność długookresowa Long-run efficiency	EF/GH
2. Efektywność krótkookresowa Short-run efficiency	GH/JK
3. Efektywność ogólna skali Overall scale efficiency	EF/JK

Czasami efektywność skali produkcji ocenia się na podstawie wskaźników określających stan równowagi odpowiedni dla danego rodzaju efektywności. Porównuje się wówczas parametry obliczone dla ocenianych przedsiębiorstw z odpowiednimi parametrami wzorcowymi. Na przykład aby ocenić ESD badamy, w jakim stopniu obserwowane przychody względem skali (współczynnik ES) odbiegają od przychodów o charakterze stałym (Byrnes i in.; Färe i Njineku).

Mimo że przedstawiona wyżej klasyfikacja rodzajów efektywności skali jest powszechnie akceptowana w literaturze<sup>41</sup>, zawiera ona w sobie pewną sprzeczność. Sprzeczność ta zwykle uchodzi uwadze, gdy przedmiotem zainteresowania jest tylko jeden typ efektywności. Wyraźne rozróżnienie poszczególnych jej rodzajów nie jest bowiem wtedy konieczne. Zgodnie z przedstawioną wyżej definicją optimum *długookresowe* występuje tylko wtedy, gdy dana technologia ma kształt zbliżony do litery S. Jak wiadomo taki przebieg zależności nakład-produkt wynika ze stałości niektórych nakładów, co jest założeniem charakterystycznym dla funkcji *krótkookresowej* (por. podrozdział 3.1.3). Gdy mamy z kolei do czynienia z funkcją *intra-firm* o charakterze długookresowym, a więc taką, która zakłada pełną podzielność oraz zmienność wszystkich trzech czynników produkcji, wyznaczenie optimum skali o charakterze długookresowym nie jest możliwe. W przypadku malejących przychodów (występowanie których musimy założyć w całej dziedzinie funkcji ze względu na stałość zarządzania) znajduje się ono bowiem w początku układu współrzędnych. Mamy w ten sposób do czynienia z paradoksalną sytuacją, w której długookresowe optimum skali funkcjonuje wyłącznie wtedy, gdy technologia - zgodnie z powszechnie używaną terminologią - ma charakter krótkookresowy.

Źródeł powyższej sprzeczności należy szukać w kryteriach, które stanowią podstawę definiowania okresu długiego w ekonomii. Pełna zmienność wszystkich trzech czynników produkcji jest bowiem założeniem sztucznym, charakterystycznym dla modeli sektorowych, lub modeli przekrojowych opisujących duże i zróżnicowane zbiorowości przedsiębiorstw. Trudno natomiast jest uzasadnić celowość takiego założenia w odniesieniu do technologii *intra-firm* gospodarstw. Jeżeli uznajemy zasadność przedstawionej wyżej argumentacji o występowaniu długookresowego optimum skali w rolnictwie na poziomie gospodarstw, cechę długookresowości powinniśmy kojarzyć raczej

<sup>41</sup>Niektórzy autorzy wyróżniają dodatkowo czwartą kategorię efektywności, która ma również ścisły związek ze skalą produkcji - *nieefektywność nadmiaru* (ang. *congestion*), która występuje wtedy, gdy dany proces produkcji odpowiada trzeciej strefie efektywności (Byrnes i in.).

z endogenicnością (zmiennością) cen, nie zaś z absolutną podzielnością i zmiennością wszystkich czynników produkcji.<sup>42</sup>

#### 4.1.3.1. Efektywność skali a charakter technologii produkcji

Z przedstawionych wyżej rozważań wynika, że o zakresie analizy efektywności skali decyduje kształt technicznej zależności nakład-produkt (technologii wytwarzania). Optimum ESD istnieje bowiem tylko wtedy, gdy odpowiednia technologia produkcji ma charakter quasi-wklęsły.<sup>43</sup> W przypadku funkcji wklęsłej (na przykład typu Cobba-Douglasa) mamy do czynienia - w całej dziedzinie modelu - wyłącznie z efektywnością skali o charakterze ekonomicznym. Funkcja ta opisuje bowiem tylko drugą strefę produkcji (Kowalski 1990b). Gdy technologia produkcji ma charakter liniowy (stałe przychody względem skali w całej swojej dziedzinie), wyznaczenie jakiegokolwiek optimum skali nie jest w ogóle możliwe (Upton 1979).

Przedstawione wyżej rozważania na temat rodzajów efektywności skali zostały celowo ograniczone do prostej zależności: jeden nakład - jeden produkt, w której wszystkie zmienne czynniki produkcji występują jako jeden agregat spełniający kryterium optymalnej alokacji (czynnik skali). Znacznym uproszczeniem omawianego zagadnienia jest również to, że przedstawiona na rysunku 8 technologia produkcji ma charakter homotetyczny. Konieczność uwzględnienia większej liczby czynników lub bardziej skomplikowana postać funkcji mogą znacznie utrudniać analizę omawianego zagadnienia. Problem oceny efektywności skali został więc dodatkowo zilustrowany poniżej przykładem dwuczynnikowej funkcji produkcji o charakterze heterotetycznym, w której obydwa nakłady występują w postaci niezagregowanej.

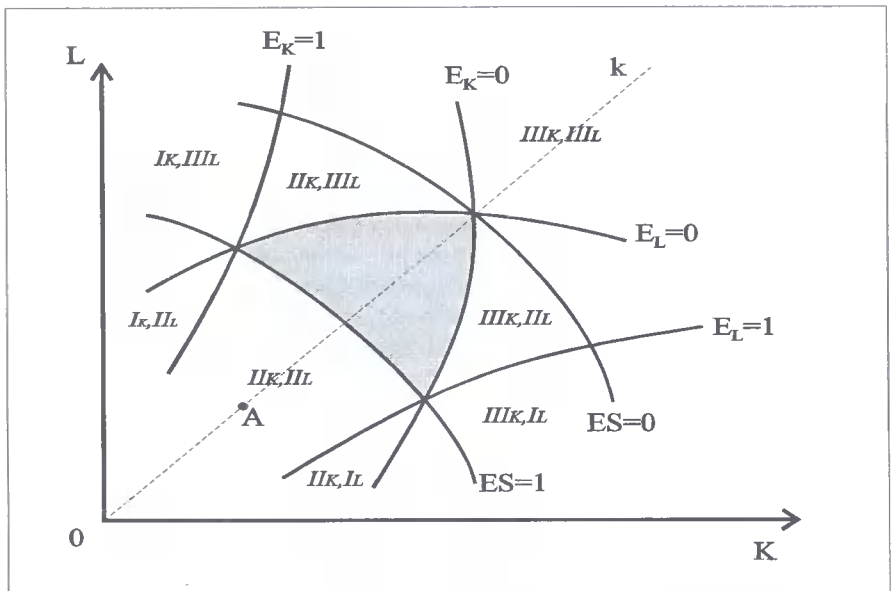
Zaznaczone na rysunku 9 krzywe  $E_L = 0$  oraz  $E_K = 0$  są liniami granicznymi funkcji produkcji (ang. *ridge lines*)<sup>44</sup>. Krzywe  $E_L = 1$  oraz  $E_K = 1$  są to linie jednakowej elastyczności (ang. *isoelasticity curves*) łączące te poziomy nakładów, przy których elastyczność produkcji względem danego nakładu (K lub L) wynosi jeden. Z kolei linie  $ES = 0$  oraz  $ES = 1$  są odpowiednimi liniami izoelastyczności produkcji względem czynnika skali. Linia  $ES = 1$  dzieli więc „ekonomiczny” obszar danej technologii (wyznaczony przez linie graniczne) na pierwszą i drugą strefę efektywności. Linia ta łączy jednocześnie wszystkie kombinacje nakładów spełniające kryterium ESD. Natomiast poziom nakładów odpowiadający ESK znajduje się wewnątrz obszaru zacięniowanego, który reprezentuje strefę racjonalnej produkcji. Punkt ten można dokładnie wyznaczyć na podstawie wzajemnych relacji cen nakładów oraz produktu. Z wykresu wynika również, że w przypadku takiej technologii, spełnienie warunku równowagi krańcowej przez każdy z nakładów z osobna nie gwarantuje utrzymania ESK. Warunek ten musi być także spełniony przez nakłady zagregowane (czynnik skali). Na przykład w punkcie oznaczonym literą A każdy z nakładów analizowany osobno znajduje się w drugiej strefie efektywności. Natomiast czynnik skali znajduje się ciągle w strefie pierwszej (poniżej krzywej  $ES = 1$ ). Inną ważną cechą technologii przedstawionej na rysunku 9 jest

<sup>42</sup>W świetle przedstawionych wyżej uwag celowe jest, być może, zdefiniowanie okresu *średniego* zakładającego stałość i ograniczoną podzielność niektórych nakładów oraz jednocześnie endogeniczny charakter cen.

<sup>43</sup>Warunki wklęsłości i quasi-wklęsłości funkcji produkcji omawiają szczegółowo w swojej pracy Beattie i Taylor (s.59-64) oraz Chiang (s.344-355 i 389-394).

<sup>44</sup>Wzdłuż tych linii krańcowa stopa substytucji oraz elastyczność produkcji względem danego nakładu wynoszą zero. Krzywe te wyznaczają więc granicę pomiędzy drugą i trzecią strefą produkcji.

asymetryczność stref efektywności w niektórych jej obszarach. W obszarach tych każdy z nakładów znajduje się innej strefie.



Rys.9. Strefy produkcji na funkcji dwuczynnikowej (źródło: Beattie)  
Fig.9. Stages of production in two-factor function (source: Beattie)

#### 4.1.3.2. Efektywność skali a zasada racjonalnego działania

W krajowej ekonomice rolnictwa za najbardziej ogólną normę oceniającą efektywność uważa się znaną powszechnie *zasadę racjonalnego działania* (ZRD). Występuje ona zwykle w dwójakiej postaci: jako *zasada maksymalnej wydajności* (zakładająca osiągnięcie maksimum produkcji przy określonych środkach) oraz jako *zasada oszczędności środków* (uzyskanie określonej produkcji przy minimum nakładów) (Manteuffel 1979; Rychlik; Woś i Tomczak). Zakłada się przy tym najczęściej, że obydwa powyższe warianty wzajemnie się wykluczają<sup>45</sup>. Gdy nakłady lub produkcja są określone z góry (egzogeniczne) praktyczna ważność tak sformułowanej ZRD jest oczywista. Warunek ten jest ściśle spełniony przy ocenie efektywności technologii. Można również uznać jego zasadność (choć z pewnym zastrzeżeniem<sup>46</sup>) w stosunku do efektywności alokacji. Natomiast gdy ocenie podlega efektywność skali, ZRD nie może stanowić odpowiedniej normy oceniającej, gdyż w tym wymiarze przestrzeni produkcji założenie o egzogeniczności którejkolwiek ze stron rachunku nie jest uzasadnione (Kowalski 1992a). Wynika to z dynamicznego i dwustronnego charakteru zależności nakład-pro-

<sup>45</sup>Takie zastrzeżenie do interpretacji zasady racjonalnego działania podaje między innymi Lange: *Nieraz można spotkać się z połączeniem obydwu wariantów [zasady RD - Z.K.] w postaci: osiągnięcie maksymalnego efektu przy minimalnym nakładzie środków. Takie połączenie prowadzi jednak do sprzeczności* (s.148).

<sup>46</sup>W przypadku efektywności alokacji nie posługujemy się bowiem technicznym pojęciem nakładu, lecz ekonomicznym pojęciem kosztu.



dukt w rolnictwie. Zależność tą można przedstawić jako dynamiczny proces dostosowawczy, zmierzający do osiągnięcia maksymalnej nadwyżki poprzez bieżące decydowanie o poziomie nakładów w zależności od pojawiających się (często losowo) możliwości produkcyjnych (Antle 1983)<sup>47</sup>. Optymalne decyzje producenta kształtują w tym przypadku jednocześnie poziom ponoszonych kosztów jak i rozmiar uzyskiwanej produkcji. W rezultacie żaden z tych składników rachunku nie jest dany producentowi z góry.

Analiza efektywności skali produkcji nie koresponduje więc z ZRD, interpretowaną przy założeniu egzogeniczności produkcji lub nakładów. Oceniany proces produkcji może bowiem spełniać kryteria klasycznie rozumianej ZRD i jednocześnie być nieefektywny pod względem skali. Przy ocenie ogólnej efektywności procesu produkcji ZRD stanowi więc jedynie warunek konieczny (stanowiący o efektywności technologii i alokacji). Nie jest jednak warunkiem wystarczającym - ze względu na specyficzny charakter trzeciego składnika efektywności ogólnej - efektywności skali<sup>48</sup>.

---

<sup>47</sup>Proces decyzyjny w rolnictwie nie ma bowiem charakteru jednorazowej decyzji, lecz pewnej ich sekwencji. Kolejna decyzja zależy od rezultatów decyzji poprzednich i stanu parametrów otoczenia, zgodnie z logiką programowania dynamicznego (Antle 1983).

<sup>48</sup>Pewne wątpliwości pod adresem przedstawionej wyżej, klasycznej interpretacji ZRD wyraził Zieleniewski, cytując za Simonem: ... w praktyce oczywiście maksymalizację dochodu (przychodu Z.K.) i minimalizację kosztów trzeba rozpatrywać jednocześnie, to znaczy, że w istocie maksymalizuje się różnicę (s.258). Podobną opinię wyrażał twórca szkoły fizjokratów Quesnay (s.535), a także Adamiecki (s.40). Halcrow oprócz przytoczonych wyżej dwóch wariantów ZRD podaje także trzeci: ... zwiększanie produkcji, tak aby produkcja rosła szybciej niż nakłady (ang. getting more output by increasing output relatively more than inputs.) (s.6). Łatwo zauważyć, że wariant ten uzupełnia ZRD w sposób, który dokładnie odpowiada przedstawionym powyżej uwagom.

## 5. EFEKTYWNOŚĆ TECHNOLOGII A EFEKTY SKALI. BŁĄD WSPÓLZMIENNOŚCI

Jak wspomniano wyżej estymacja współczynników ES na podstawie szeregów przekrojowych prowadzi zwykle do błędnych wniosków. Istotę tego błędu, nazywanego w literaturze *błędem współzmienności (BW)* <sup>49</sup>, wyjaśniono poniżej.

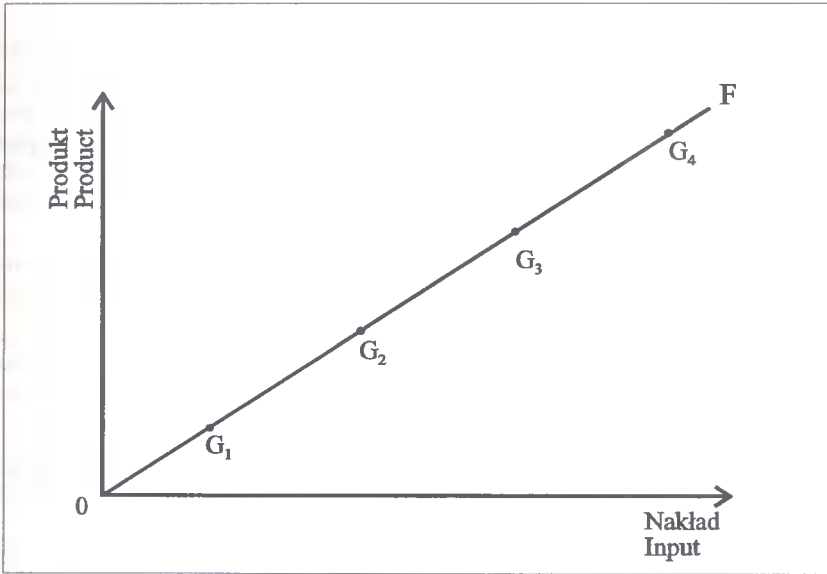
Zaznaczona na wykresie 10a przekrojowa funkcja produkcji  $F$  została wyznaczona na podstawie poziomu nakładów i produkcji w czterech gospodarstwach (punkty  $G_1 - G_4$ ). Przebieg tej funkcji sugeruje, że zależność nakład-produkt ma w tych gospodarstwach charakter liniowy. Jeżeli jednak różnią się one poziomem pewnego czynnika o znaczącej produktywności, skorelowanego z poziomem nakładów uwzględnionych w funkcji, to na zależność przedstawioną na rysunku 10a można spojrzeć jako na funkcję *inter-firm* (meta-funkcję) generowaną przez cztery niezależne procesy *intra-firm* o charakterze nieliniowym (krzywe  $f_1 - f_4$  na rysunku 10b). Gdy producenci maksymalizują nadwyżkę, poziom nakładów ponoszonych w tych gospodarstwach odzwierciedla ich indywidualne optima o charakterze krótkookresowym. Optima te są tym wyższe im wyższa jest efektywność technologii poszczególnych producentów, to znaczy im bardziej ich indywidualne funkcje *inter-firm* są przesunięte ku górze (Varian).

Funkcje produkcji otrzymywane na podstawie zwykłych szeregów przekrojowych nie opisują więc poprawnie związku, jaki zachodzi pomiędzy nakładami i produkcją na poziomie gospodarstw. Nie pozwalają również na nieobciążoną ocenę efektów skali. Jak wynika z wykresu 10b, współczynniki ES obliczane na podstawie takich modeli są zawyżone (najczęściej bliskie jedności). Różnica pomiędzy kształtem zwykłej funkcji przekrojowej (prosta  $F$ ) oraz „prawdziwych” funkcji *intra-firm* gospodarstw (krzywe  $f_1 - f_4$ ) stanowi istotę BW.

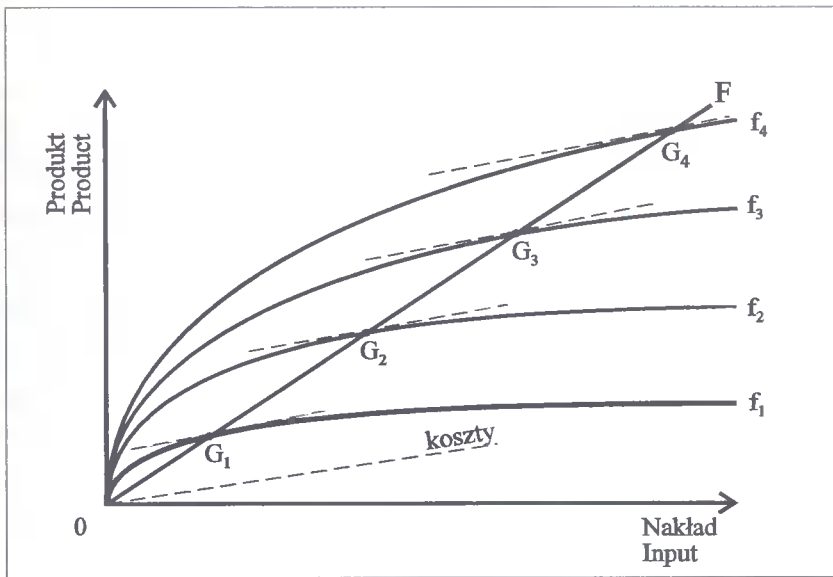
Błąd współzmienności jest bardzo silnie związany z estymacją efektów skali w rolnictwie (Dawson; Dawson i Lingard; Griliches 1957; Hoch 1955, 1958, 1962, 1976; Kislev; Mundlak; Massell; Timmer 1971; Upton 1979). Gdy przedmiotem analizy jest przekrojowa zbiorowość gospodarstw rodzinnych, czynnikiem różnicującym ich produktywność, skorelowanym z wielkością gospodarstw, jest poziom zarządzania. Jak wyjaśniono we wstępnej części pracy zróżnicowanie tego czynnika w poszczególnych gospodarstwach można przedstawić jako przesunięcie funkcji *intra-firm* ku górze (rysunek 1a, rozdział 1). Dlatego właśnie funkcje produkcji szacowane na podstawie szeregów przekrojowych, przy pomocy klasycznej metody najmniejszych kwadratów (MНК), sugerują najczęściej występowanie stałych efektów skali. Tymczasem rzeczywiste zależności *intra-firm* (a więc te, które decydują o tempie wzrostu gospodarstw) mają zawsze charakter rosnący w tempie malejącym, ze względu na limitujący wpływ stałych zasobów zarządzania. O powszechnym występowaniu BW świadczą dostępne w literaturze wyniki estymacji funkcji produkcji. Zdecydowana większość tych funkcji wykazuje stałe przychody względem skali, niezależnie od zakresu uwzględnionych w nich nakładów.

---

<sup>49</sup>Nazwa ta (ang. *simultaneous equation bias*) została po raz pierwszy użyta przez Hocha (1962) (s.37).



(a)



(b)

Rys.10. Błąd jednoczesności przy estymacji efektów skali

Fig.10. Simultaneous equation bias and estimation of returns to scale

Istotą BW przy ocenie efektów skali w rolnictwie stanowi więc korelacja pomiędzy efektywnością technologii gospodarstw (poziomem zarządzania) i poziomem nakładów „konwencjonalnych”. Ponieważ klasyczna specyfikacja funkcji produkcji obejmuje zazwyczaj tylko trzy czynniki wytwórcze, efekt czwartego czynnika (zarządzania) ujawnia

się jako błąd parametrów funkcji. W rezultacie otrzymujemy estymator efektu skali (ES), który nie odpowiada podanej wcześniej definicji tego współczynnika. Obliczając jego wartość powinniśmy bowiem brać pod uwagę tylko te cząstkowe współczynniki elastyczności, które odnoszą się do zmiennych czynników produkcji gospodarstw (bez zarządzania). Otrzymywane powszechnie estymatory efektów skali są więc przypadkami trywialnymi pełnej (mimo woli) specyfikacji wektora nakładów w modelu produkcji. Efekt produkcyjny zarządzania jest bowiem obecny w wartości współczynników ES dzięki współzmienności jaka go łączy z pozostałymi nakładami.

Podsumowując powyższe rozważania można stwierdzić, że powszechność omawianego błędu w badaniach ekonomiczno-rolniczych wynika z trzech charakterystycznych cech procesu produkcji w rolnictwie rodzinnym:

1. Poszczególne gospodarstwa różnią się pod względem poziomu zarządzania. Gospodarstwa prowadzone przez lepszych kierowników są większe i lepiej wykorzystują swoje zasoby (mają wyższą efektywność technologii).
2. Zróżnicowanie zarządzania w poszczególnych gospodarstwach nie jest uwzględniane przy estymacji funkcji produkcji na równi z pozostałymi czynnikami wytwórczymi.
3. Zdecydowana większość modeli produkcji opiera się na danych nieeksperymentalnych. Dane takie cechuje znaczna współliniowość czynników produkcji. Sprawia to, że efekt produkcyjny czynników pominiętych przy specyfikacji modelu jest reprezentowany przez czynniki, które zostały w nim uwzględnione (Dawson; Doll; Griliches 1957; Makary i Rees).

Przedstawione dotąd rozważania opierały się na założeniu, że korelacja pomiędzy nakładami konwencjonalnymi i zarządzaniem jest dodatnia. Jak wykazano prowadzi to do przeszacowania wartości współczynnika ES. Przypadek taki jest najczęściej obserwowany w praktyce (Anderson i Powell; Dawson i Lingard; Hoch 1955, 1958, 1962, 1976; Kislev i Peterson 1991; Kowalski 1993b; Timmer 1971; Turvey i Lowenberg). Jednak w pewnych okolicznościach uzasadniona może być hipoteza, że korelacja ta ma charakter ujemny, co znaczy, że lepsi kierownicy prowadzą gospodarstwa mniejsze.<sup>50</sup> Zjawisko takie może wystąpić na przykład wtedy, gdy koszt alternatywny czynników produkcji staje się relatywnie wysoki, zachęcając rolników do lokowania większej części nakładów poza gospodarstwem, proporcjonalnie do indywidualnych możliwości. W takim przypadku odpowiednie współczynniki ES obliczone w sposób tradycyjny mogą być mniejsze od "prawdziwych" współczynników funkcji *intra-firm* lub nawet przybierać wartość ujemną (Mundlak).

---

<sup>50</sup>Wskazują na to również wyniki niektórych badań (Bagi; Byrnes i in.; Deolalikar; Rao i Chotigeat; Srivastava i in.). Należy jednak sądzić, że wyniki takie są w znacznej części rezultatem błędów popełnionych przy estymacji modeli oraz specyficznego charakteru zastosowanych danych (Kalaitzandonakes i in.; Neff i in.).

## 6. OCENA EFEKTÓW SKALI A ESTYMACJA PARAMETRÓW FUNKCJI PRODUKCJI. WYBRANE PROBLEMY

Teoretycznie najprostszym i najbardziej oczywistym sposobem estymacji nieobciążonego współczynnika ES jest uwzględnienie zarządzania bezpośrednio przy specyfikacji modelu produkcji. Najczęściej jednak potrzebne do tego informacje nie są wprost dostępne, a uzyskanie ich wiąże się z poważnymi kosztami. Ponadto chociaż ekonomiczna treść zarządzania jest w miarę czytelna z punktu widzenia teorii produkcji, nie jest ona wystarczająco jednoznaczna dla oceny zasobów tego czynnika w poszczególnych gospodarstwach. Większość autorów, którzy próbują włączyć zarządzanie do modeli produkcji posługuje się jedynie pewnymi miarami cząstkowymi takimi jak poziom inteligencji decydentów, wykształcenie, doświadczenie, czas poświęcany podejmowaniu decyzji, zdolność rozwiązywania pewnych modelowych zagadnień itp. (Dawson i Hubbart; Griliches 1963; Heady i Dillon; Huffman i McNulty; Jensen; Makary i Rees; Mefford; Müller; Pilarski i Łaguna; Sidhu i Baanante; Stefanou i Saxena; Sumner i Leiby; Upton 1970).<sup>51</sup> Podejście takie ma jednak następujące wady:

1. Nie wszystkie spośród mierników cząstkowych poziomu zarządzania określają właściwie potencjał tego czynnika w konkretnych gospodarstwach (wnosząc niewiele dla wyjaśnienia zróżnicowania efektywności procesu produkcji). Ponadto empiryczna treść każdego z wymienionych wyżej mierników jest inna, co nie pozwala na ich zamiennie stosowanie i utrudnia porównywanie wyników.
2. Większość cząstkowych mierników poziomu zarządzania odzwierciedla potencjalny, a nie rzeczywisty nakład tego czynnika.
3. Oceny takie są w dużym stopniu subiektywne.

Trudności, które pojawiają się przy próbach bezpośredniego włączania czynnika zarządzania do modeli produkcji skłaniają do poszukiwania dróg pośredniej estymacji nieobciążonego współczynnika ES. Metody, które to umożliwiają, zawierają w sobie najczęściej jedną z następujących strategii:

1. Wyselekcjonowanie gospodarstw o wyrównanym poziomie zarządzania, to znaczy takich, które są prowadzone przez „złych” lub „dobrych” kierowników, stosownie do ustalonego z góry kryterium (Heady i Dillon).
2. Wybranie takiej próby gospodarstw, w której występuje mała korelacja pomiędzy poziomem zarządzania i nakładami konwencjonalnymi (Heady i Dillon).<sup>52</sup>

---

<sup>51</sup>Oszacowany przez Heady'ego i Dillona współczynnik elastyczności produkcji względem zarządzania wynosił 1,02. Sami autorzy przyznają, że jest to wynik dość wątpliwy. Podobny współczynnik oszacowany przez Upton'a wynosił 0,05. Niektórzy autorzy uważają, że ze względu na niejasną treść tego czynnika produkcji, właściwszym podejściem jest rangowanie obiektów według jego poziomu, podobnie jak w naukach społecznych traktuje się pewne czynniki, które nie mają postaci materialnej (Hall i Winsten).

<sup>52</sup>Niestety Heady i Dillon nie podają, w jaki sposób można taką próbę wybrać. W świetle przedstawionych uwag wydaje się to wielce wątpliwe.

3. Oszacowanie parametrów funkcji produkcji *intra-firm* na podstawie danych przekrojowo-czasowych, bez wstępnej ilościowej specyfikacji zarządzania, korzystając z założenia o długookresowej stałości tego czynnika w poszczególnych gospodarstwach (Dawson; Dawson i Lingard; Hoch 1955,1958,1962,1976; Kislev; Mundlak).

Oczywistą wadą pierwszych dwóch strategii jest to, że wymagają one wstępnej wiedzy na temat rozkładu poziomu zarządzania w badanych gospodarstwach. W świetle przedstawionych wyżej uwag postulat ten jest raczej trudny do spełnienia. Można również sądzić, że subiektywna selekcja gospodarstw według któregośkolwiek z tych kryteriów nie pozostaje bez wpływu na uzyskiwane wyniki. Na uwagę zasługuje więc trzecia z wymienionych wyżej strategii. W odróżnieniu od dwóch pierwszych nie wymaga ona jakiegokolwiek wstępnej informacji o poziomie zarządzania w badanych gospodarstwach. Może być więc szczególnie przydatna wtedy, gdy hipoteza o zróżnicowaniu zasobów tego czynnika wydaje się uzasadniona, a bezpośrednia jego ocena nie jest możliwa (Hoch 1955,1958,1962,1976; Kislev; Massell; Mundlak; Thijsen 1991a, 1991b). Jak wiadomo właśnie z taką sytuacją mamy najczęściej do czynienia, gdy staramy się oceniać efekty skali produkcji w rolnictwie, korzystając z ogólnie dostępnych danych. Dlatego teoretyczne oraz praktyczne aspekty takiego podejścia omówiono szczegółowo w dalszej części opracowania.

### 6.1. Estymacja funkcji produkcji z eliminacją błędu współzmienności

Trzecia z wymienionych wyżej dróg estymacji nieobciążonego współczynnika ES polega na łącznym oszacowaniu wszystkich funkcji produkcji *intra-firm*. W rezultacie otrzymujemy zbiór współczynników, który składa się z dwóch części. Do pierwszego podzbioru należą parametry „wspólne” dla wszystkich gospodarstw. Są to najczęściej współczynniki kierunkowe funkcji. Do drugiego podzbioru należą parametry specyficzne dla poszczególnych gospodarstw, czyli wyrazy wolne *intra-firm*. Taka postać modelu produkcji sprawia, że podstawą jego estymacji może być tylko szereg przekrojowo-czasowy o strukturze panelowej.<sup>53</sup> Najprostszą zależność pomiędzy produkcją a nakładami w takim szeregu można przedstawić przy pomocy następującego równania w postaci liniowej (Judge i in.):<sup>54</sup>

$$P_{it} = \beta_{li} + \sum_{k=2}^K \beta_k X_{kit} + e_{it} \quad (11)$$

<sup>53</sup>Szereg panelowy (ang. *panel data*) tworzą obserwacje tej samej populacji w kilku kolejnych okresach (Intriligator). Mogą one tworzyć panel zrównoważony lub niezrównoważony, w zależności od tego, czy obiekty powtarzają się w kolejnych przedziałach czasu. Łatwo zauważyć, że dane o takiej strukturze są warunkiem identyfikowalności funkcji *intra-firm* przedstawionych na rysunku 10b.

<sup>54</sup>Tak skonstruowany model zakłada, że pomiędzy poziomem zarządzania a pozostałymi czynnikami produkcji występuje słaba rozłączność (ang. *weak separability*) (Berndt i Christensen 1973b). Możliwa jest jednak również taka specyfikacja modelu, w którym współczynniki kierunkowe funkcji przyjmują różne wartości dla poszczególnych gospodarstw (Judge i in., Doll). Na jej celowość wskazują, między innymi, wyniki jakie otrzymali Kadlec i House. Autorzy ci stwierdzili, że optymalny skład dawki pokarmowej w żywieniu bydła mlecznego zmienia się wraz z poziomem zarządzania.

gdzie:

- $i=1,2,\dots,N$  - gospodarstwo,
- $t=1,2,\dots,T$  - kolejne lata,
- $P_{it}$  - poziom produkcji w  $i$ -tym gospodarstwie w  $t$ -tym roku (logarytm),
- $X_{kit}$  - nakład  $k$ -tego czynnika produkcji w  $i$ -tym gospodarstwie w  $t$ -tym roku (logarytm),
- $e_{it}$  - składnik losowy dla  $i$ -tego gospodarstwa w  $t$ -tym roku (o średniej zero, stałej wariancji, niezależny względem gospodarstw i czasu),
- $\beta_k$  - współczynnik kierunkowy  $k$ -tego nakładu, stały w czasie i w poszczególnych gospodarstwach,
- $\beta_{ii}$  - wyraz wolny funkcji  $i$ -tego gospodarstwa (stały w czasie).

Metoda estymacji równania (11) zależy od wstępnego założenia, jakie musimy przyjąć na temat charakteru współczynników  $\beta_{ii}$ . Można założyć, że współczynniki te są stałymi parametrami poszczególnych gospodarstw, co prowadzi do modelu *analizy kowariancji* (ang. *covariance analysis model - CA*). Założeniem alternatywnym jest interpretowanie tych współczynników jako realizacji pewnej zmiennej losowej:

$$\beta_{ii} = \beta_i + \mu_i \quad (12)$$

gdzie:

- $\beta_i$  - nieznan parametr,
- $\mu_i$  - zmienna losowa o wartości oczekiwanej równej zero i stałej wariancji.

Powyższe założenie (równanie (12)) jest charakterystyczne dla modelu *analizy składników reszt* (ang. *error components model - EC*). Analityczne własności obydwu modeli omówiono poniżej.

### 6.1.1. Analiza kowariancji (AK)

Jest to najbardziej popularna i najprostsza metoda szacowania parametrów funkcji produkcji, pozwalająca na uwzględnienie w niej czynników jakościowych, skorelowanych ze zmiennymi niezależnymi. Istotę AK stanowi następujące równanie, stanowiące rozwinięcie równania 11 (Johnston; Judge i.in.; Pindyck i Rubinfeld; Steczkowski i Zeliaś):

$$P_{it} = \sum_{j=1}^N \beta_{ij} D_{jt} + \sum_{k=2}^K \beta_k X_{kit} + e_{it} \quad (13)$$

gdzie:

$D_{jt}$  - zmienne zerojedynkowe o następującej wartości:

$D_{jt} = 1$  jeżeli  $j=i$

$D_{jt} = 0$  jeżeli  $j \neq i$

Zmienne zerojedynkowe we wzorze (13) ( $D_{jt}$ ) reprezentują poszczególne elementy wymiaru przekrojowego próby (gospodarstwa)<sup>55</sup>. Liczbowa wartość współczynników  $\beta_{ij}$  zależy od relatywnej produktywności poszczególnych gospodarstw, co zgodnie z przyjętym założeniem jest uwarunkowane zróżnicowanym poziomem zarządzania. Taką interpretacją zmiennych zero-jedynkowych w modelu AK jest najczęściej spotykana w literaturze (Dawson; Hoch 1955, 1958, 1962, 1976; Lingard; Maddala 1977; Schmidt 1988b; Timmer 1971). Należy zwrócić uwagę, że równanie (13) nie zawiera wspólnego wyrazu wolnego. Gdy model AK zawiera taki wyraz, współczynniki  $\beta_{ij}$  nie mogą być interpretowane wprost jako wyrazy wolne funkcji *intra-firm* gospodarstw. Wyrazy te trzeba wówczas obliczyć w sposób następujący:

$$WWOL_g = \beta_0 + \beta_{ij} \quad (14)$$

Wspólny wyraz wolny we wzorze (14) ( $\beta_0$ ) jest wyrazem wolnym funkcji *intra-firm* tego gospodarstwa, które zostało pominięte przy estymacji modelu AK<sup>56</sup>. Oznacza to, że wartość poszczególnych współczynników  $\beta_{ij}$  nie może być wówczas interpretowana szczegółowo w oderwaniu od postaci modelu, ponieważ o ich wartości decyduje relatywna produktywność pominiętego gospodarstwa. Podobne problemy pojawiają się przy próbach oceny statystycznej istotności współczynników  $\beta_{ij}$  na podstawie wartości testu t-Studenta. Większość autorów wyraża pogląd, że selekcja zbioru zmiennych zerojedynkowych w modelu AK pod kątem ich statystycznej istotności nie jest uzasadniona. Ich istotność należy oceniać na podstawie testu łącznego (Johnston; Judge i in.). Najprostszym przykładem takiego testu jest przedstawiona w dalszej części rozdziału statystyka F.

Istotę modelu AK przedstawiono również graficznie (wykres 11). Dwie proste  $f_1$  oraz  $f_2$  są „prawdziwymi” funkcjami *intra-firm* dwóch gospodarstw ( $G_1$  oraz  $G_2$ ). Ich przebieg zależy więc od rozkładu poziomu nakładów i produkcji tych gospodarstw w kilku kolejnych okresach (obszary  $G_1$  oraz  $G_2$ ). Korelacja pomiędzy nakładami i wydajnością technologii powoduje jednak, że w wyniku zastosowania zwykłej MNK zamiast współczynnika kierunkowego *intra-firm* otrzymujemy współczynnik kierunkowy funkcji F. Błąd ten wyeliminujemy, jeżeli do odpowiedniego równania funkcji produkcji wstawimy dwie zmienne zerojedynkowe. Łatwo zauważyć, że uzyskany w ten sposób „prawdziwy” współczynnik kierunkowy będzie mniejszy.

Liniowa postać równania (13) pozwala oszacować jego parametry zwykłą MNK. Estymacja modelu AK klasyczną MNK uwarunkowana jest jednak liczebnością analizowanych obiektów (gospodarstw). Gdy liczebność ich jest znaczna, mogą się pojawić

<sup>55</sup>Dlatego niektórzy autorzy nazywają ten model modelem ze zmiennymi zerojedynkowymi (ang. *dummy-variable model*). Warto zwrócić uwagę na fakt, że analiza regresji jest szczególnym przypadkiem AK. Występuje on, gdy wszystkie współczynniki przy zmiennych zerojedynkowych są równe zero (w modelu zawierającym wyraz wolny) lub jednakowe (w modelu bez wyrazu wolnego). Natomiast, gdy współczynniki kierunkowe  $\beta_k$  są równe zero, AK jest tożsama analizie wariancji (Intriligator, s.61).

<sup>56</sup>Konieczność pominięcia jednej zmiennej zerojedynkowej przy estymacji modelu AK z wyrazem wolnym wynika z wymogów metody MNK. Jest to szczególnie ważne wtedy, gdy wykorzystywany przez nas program automatycznie wstawia wyraz wolny do równania. Kolumny macierzy X w metodzie MNK są wówczas liniowo zależne, co uniemożliwia oszacowanie współczynników modelu (Judge i in., s.482).



trudności przy odwracaniu macierzy  $X'X$  w MNK<sup>57</sup>. W takim przypadku lepiej jest skorzystać z innej metody, która polega na rozwiązaniu następującego równania (Judge i in.):

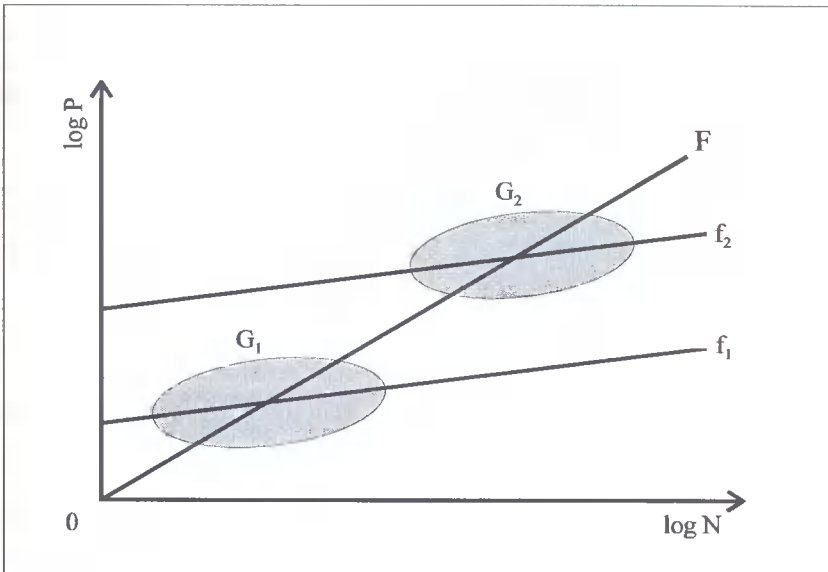
$$b_s = (Z'Z)^{-1}Z'w \quad (15)$$

gdzie  $Z$  i  $w$  są odpowiednio przekształconymi obserwacjami zmiennych niezależnych i zmiennej zależnej w równaniu (13). Transformacji tej dokonujemy w następujący sposób:

$$Z = \begin{bmatrix} D_T X_{s1} \\ D_T X_{s2} \\ \dots \\ D_T X_{sN} \end{bmatrix} \quad w = \begin{bmatrix} D_T Y_1 \\ D_T Y_2 \\ \dots \\ D_T Y_N \end{bmatrix} \quad (16)$$

gdzie:

$$D_T X_{si} = \begin{bmatrix} x_{2i1} - \bar{x}_{2i} & \dots & x_{ki1} - \bar{x}_{ki} \\ x_{2i2} - \bar{x}_{2i} & \dots & x_{ki2} - \bar{x}_{ki} \\ \dots \\ x_{2iT} - \bar{x}_{2i} & \dots & x_{kiT} - \bar{x}_{ki} \end{bmatrix} \quad D_T Y_i = \begin{bmatrix} y_{i1} - \bar{y}_i \\ y_{i2} - \bar{y}_i \\ \dots \\ y_{iT} - \bar{y}_i \end{bmatrix}$$



Rys.11. Analiza kowariancji  
Fig. 11. Covariance analysis

<sup>57</sup>Niektórzy autorzy przyjmują, że z dużą liczebnością obiektów w metodzie AK mamy do czynienia już wtedy, gdy ich liczba przekracza 40 (Judge i in.).

Alternatywna procedura estymacji parametrów modelu AK polega więc na wstępnej transformacji zmiennych (objaśniających i objaśnianej) tak, aby nowe, przekształcone zmienne wyrażały odchylenia od odpowiednich wartości średnich dla poszczególnych gospodarstw. Następnie współczynniki kierunkowe tak przekształconego modelu szacuje się przy pomocy zwykłej MNK. Wyrazy wolne poszczególnych funkcji *intra-firm* oblicza się według wzoru:

$$\beta_{1i} = \bar{y}_i - \bar{x}_i b_s \quad (17)$$

Wariancję składnika resztowego modelu obliczamy w dwóch etapach. Najpierw szacujemy zwykły parametr wariancji. Ma on następującą postać:

$$\sigma_e^2 = \frac{\hat{e}'\hat{e}}{NT - K'} \quad (18)$$

gdzie:

$K'$  - liczba szacowanych współczynników kierunkowych minus jeden.

Tak obliczona wariancja wymaga korekty, polegającej na pomnożeniu jej przez następujące wyrażenie:

$$\left[ \frac{(NT - K')}{(NT - N - K')} \right] \quad (19)$$

Zasada estymacji modelu AK przy pomocy opisanej wyżej metody została dodatkowo zilustrowana prostym wykresem (rys.12). Wynika z niego, że przedstawienie obserwacji w postaci odchyleń od średnich powoduje likwidację wariancji międzyobiektowej dzięki czemu nie zakłóca ona wyników estymacji współczynnika kierunkowego funkcji produkcji *intra-firm*.

Hipotezą, która jest tradycyjnie związana z modelem AK jest wspomniana wyżej hipoteza zerowa zakładająca, że wszystkie współczynniki przy zmiennych zerojedynkowych nie różnią się istotnie między sobą, co oznacza, że wszystkie gospodarstwa mają jednakowe funkcje produkcji *intra-firm*:

$$H_0: \beta_{11} = \beta_{12} = \beta_{13} = \beta_{1N} \quad (20)$$

Jeżeli powyższa hipoteza jest prawdziwa, statystyka przedstawiona w postaci następującego równania:

$$F = \frac{(\bar{e}'\bar{e} - \hat{e}'\hat{e}) / (N - 1)}{\hat{e}'\hat{e} / (NT - N - K')} \quad (21)$$

gdzie:

$\bar{e}'\bar{e}$  - suma kwadratów reszt przy założeniu, że hipoteza jest prawdziwa (model ograniczony),

$\hat{e}'\hat{e}$  - suma kwadratów reszt modelu bez ograniczeń,

ma rozkład  $F$  z  $(N-1)$  oraz  $(NT-N-K')$  stopniami swobody. Chociaż logika tego testu jest intuicyjnie oczywista, w niektórych przypadkach zamiast powyższej statystyki wygodniej jest zastosować test oparty na ilorazie funkcji wiarygodności (ang. *likelihood ratio test*).<sup>58</sup> Gdy hipoteza zerowa jest prawdziwa, odpowiednia statystyka o postaci:

$$LP = 2(L_1 - L_0) \quad (22)$$

gdzie:

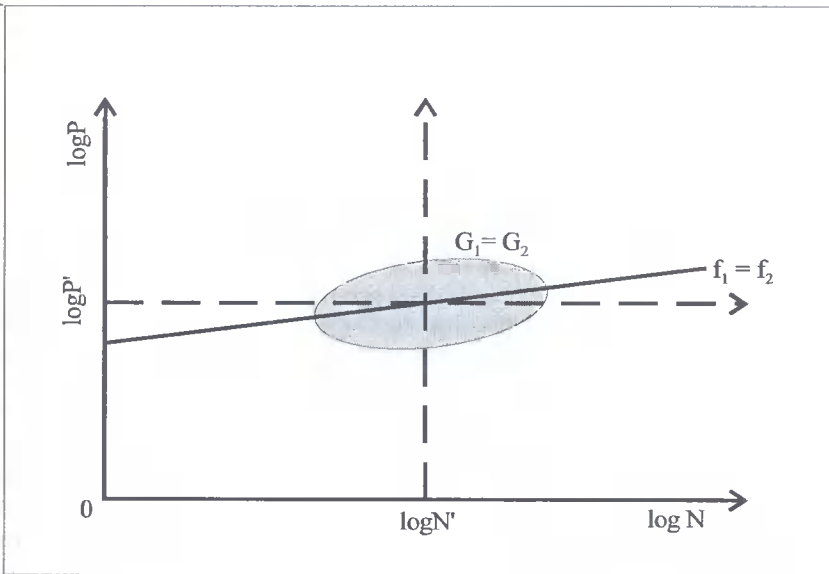
$LP$  - wartość testu ilorazu wiarygodności,

$L_1$  - logarytm funkcji wiarygodności dla modelu bez ograniczeń (pełny model AK),

$L_0$  - logarytm funkcji wiarygodności dla modelu AK przy ograniczeniu:

$$\beta_{11} = \beta_{12} = \beta_{13} = \beta_{1N}$$

ma rozkład Chi-kwadrat o liczbie stopni swobody równej ilości ograniczeń (w tym przypadku zmiennych zerowych) (Weisberg).



Rys.12. Estymacja współczynników modelu AK na podstawie średnich  
Fig.12. Estimation of coefficients of AC model using means

Zastosowanie AK do analizy danych o strukturze panelowej jest uwarunkowane współzmiennością wartości wyrazów wolnych poszczególnych funkcji *intra-firm* z poziomem pozostałych zmiennych (nakładów) w modelu. Gdy nie ma podstaw do przyjmowania takiej hipotezy, metoda AK nie stanowi właściwej metody estymacji współczynników równania (11) (Judge i in.; Maddala 1977).

<sup>58</sup>Szczególnie wtedy, gdy do szacowania parametrów modelu AK wykorzystujemy pakiet ekonometryczny, który podaje logarytm funkcji wiarygodności jako jeden ze standardowych parametrów estymacji.

Statystyczne własności metody AK oraz przedstawione w poprzednich rozdziałach założenia teorii produkcji tworzą razem zbiór następujących założeń, które towarzyszą zastosowaniu tego modelu do oceny efektów skali na poziomie gospodarstw:

1. Funkcje *intra-firm* gospodarstw większych mają wyrazy wolne o wyższej wartości. Ozwierciedla to większe zasoby czynnika zarządzania w tych gospodarstwach i sprawia, że optimum skali produkcji jest dla nich większe.
2. Producenci działają zgodnie z kryterium maksymalizacji nadwyżki bez ograniczeń.
3. Jeżeli „prawdziwa” elastyczność skali jest mniejsza od jedności, jej estymator otrzymany klasyczną MNK ma obciążenie dodatnie i odwrotne.
4. Gdy funkcja produkcji nie zawiera odpowiedniej zmiennej niezależnej opisującej wprost poziom czynnika zarządzania, przychody względem skali o charakterze stałym świadczą o obciążeniu otrzymanego współczynnika ES błędem współzmienności.

Z punktu widzenia analizy efektów skali pierwotne parametry modelu AK mają dużą wartość informacyjną. Jeżeli producenci dostosowują skalę produkcji do parametrów otoczenia (w szczególności do relacji cen nakład-produkt) i charakteru własnej technologii *intra-firm*, to z rozkładem gospodarstw według wielkości powinny korespondować dwa następujące parametry modelu AK:

1. Nieobciążony współczynnik elastyczności produkcji względem skali (ES).
2. Wektor współczynników regresji przy zmiennych zerojedynkowych ( $\beta_{ij}$ ) wyrażających efektywność technologii *intra-firm* poszczególnych gospodarstw.

Jak podaje Hoch (1976), współczynniki  $\beta_{ij}$  mają najczęściej rozkład normalny i są silnie skorelowane z poziomem produkcji oraz, co zasługuje na szczególne podkreślenie, z poziomem zarządzania ocenianym przy pomocy metod bezpośrednich. Gdy elastyczność skali (ES) jest bliska jedności, niewielkie zróżnicowanie tych współczynników (efektywności *intra-firm*) prowadzi do znacznych różnic w optimum skali. Na przykład, gdy  $ES = 0,99$ , optymalna skala gospodarstwa, którego efektywność przekracza o 10% poziom średni jest aż 14000 razy większa od poziomu przeciętnego (Hoch 1976). Świadomość tej zależności pozwala lepiej zrozumieć dlaczego rolnictwo pozostaje ciągle działalnością w wysokim stopniu konkurencyjną. Gospodarstwa, które pod względem optimum skali przewyższałyby znacznie swoich konkurentów, osiągnęłyby prawdopodobnie dominację na rynku. Dlatego w przypadku działalności o dużym stopniu konkurencyjności nie powinniśmy spodziewać się, aby elastyczność skali była bliska jedności i jednocześnie poziom zarządzania był mocno zróżnicowany (Hoch 1976).

Niektórzy autorzy zwracają uwagę, że gdy obserwacje są obciążone błędami pomiaru, zastosowanie AK może prowadzić do mylnych wniosków (Dawson i Lingard; Hall i Bardsley; Rasmussen i Sandilas). Zdaniem Hocha (1976) wpływ błędów obserwacji na wyniki AK nie jest jednak wówczas większy niż w przypadku klasycznej MNK.<sup>59</sup>

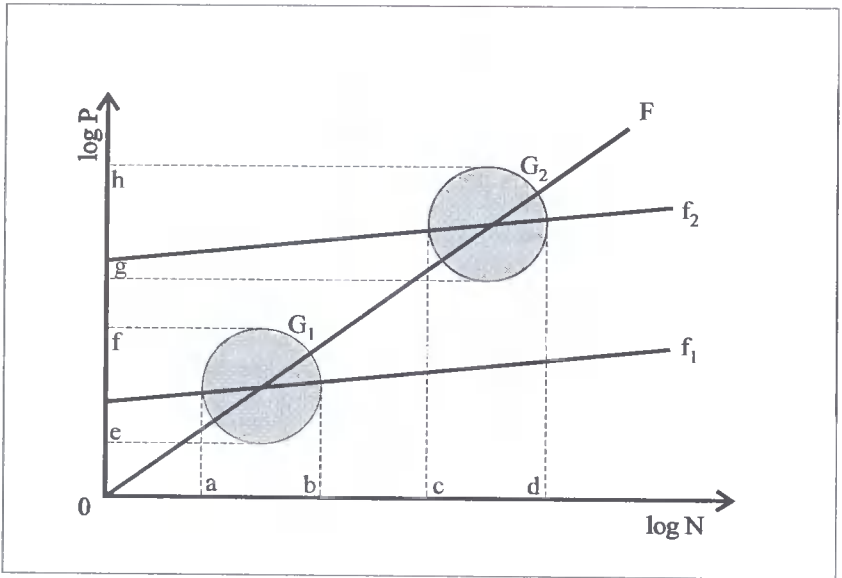
<sup>59</sup>Błędy te mogą zaważyć na wynikach estymacji modelu AK, gdy mają charakter systematyczny. Na przykład wtedy, gdy dane o poszczególnych gospodarstwach zostały zgromadzone przez różne osoby.

Specyficzna struktura modelu AK sugeruje jednak jego podatność na pewien szczególny rodzaj błędu obserwacji. Błąd taki może pojawiać się wówczas, gdy zmienne niezależne modelu (nakłady) są mierzone ze znacznie większym błędem niż zmienna zależna (produkcja). Wariancja składnika resztowego funkcji *intra-firm* jest wówczas niższa od wariancji reszt modelu *inter-firm*, co może sugerować ważność modelu AK nawet wówczas, gdy technologia wszystkich badanych gospodarstw jest jednakowa. Zjawisko to zostało przedstawione na rysunku 13. Zacięniowane powierzchnie przedstawiają zbiór obserwacji poziomu nakładu i produkcji w dwóch gospodarstwach ( $G_1$  oraz  $G_2$ ) w kilku kolejnych przedziałach czasowych. Obserwacje te tworzą więc razem szereg o strukturze panelowej. Prosta F przedstawia funkcję produkcji otrzymaną w wyniku zastosowania klasycznej MNK. Natomiast krzywe  $f_1$  i  $f_2$  są hipotetycznymi, "prawdziwymi" funkcjami *intra-firm* dwóch gospodarstw. Wykres 13a przedstawia przypadek, gdy obydwie wariancje (produkcji i nakładów) są jednakowe ( $ab = ef$  oraz  $cd = gh$ ). Składnik resztowy funkcji *intra-firm*  $f_1$  oraz  $f_2$  jest wtedy taki sam, jak składnik resztowy funkcji *inter-firm* (F). W takim przypadku hipoteza zerowa przedstawiona w postaci równania (20) zostanie przyjęta.

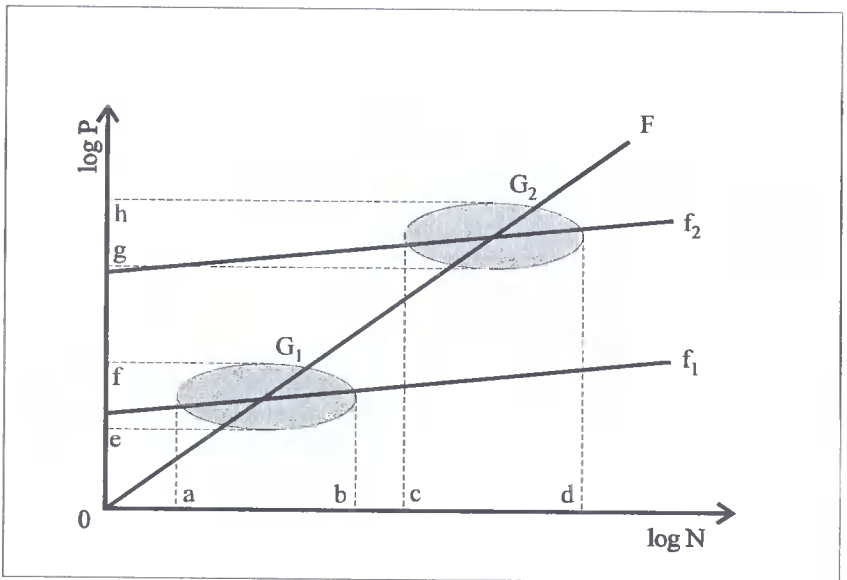
Na rysunku 13b przedstawiono natomiast przypadek, gdy błąd pomiaru ma charakter niesymetryczny ( $ab \neq ef$  oraz  $cd \neq gh$ ). Składnik resztowy funkcji *intra-firm* jest wówczas mniejszy od składnika resztowego funkcji *inter-firm*. W rezultacie wspomniana wyżej hipoteza zerowa zostanie odrzucona, mimo że zróżnicowanie funkcji *intra-firm* nie jest wywołane czynnikiem specyficznym. Taka niesymetryczność błędu pomiaru może pojawiać się szczególnie często w rolnictwie. O ile wartość produkcji gospodarstw jest parametrem w miarę obiektywnym - można ją bowiem ustalić stosunkowo dokładnie na podstawie dokumentów sprzedaży oraz inwentaryzacji (skorygowanych o spożycie rodziny - co stanowi jedyne potencjalne źródło błędu), o tyle poziom wielu nakładów (na przykład pracy) jest określane często na podstawie szacunków. Inną charakterystyczną cechą procesu produkcji w rolnictwie jest to, że efekt produkcyjny niektórych nakładów wykracza poza przedział czasowy, w którym są one ewidencjonowane (na przykład nawożenie mineralne, ochrona roślin), co może stanowić dodatkowe źródło omawianego błędu.<sup>60</sup>

Inną często podkreślaną wadą metody AK jest to, że oszacowane w ten sposób wyrazy wolne funkcji *intra-firm* mogą zawierać efekt różnych innych czynników nie uwzględnionych w modelu, skorelowanych ze zmiennymi w wektorze D (równanie (13)), takich jak klimat, jakość gleb, warunki topograficzne (Kislev i Paterson 1991; Lingard i in.; Mundlak). Wykrycie tego błędu umożliwiła prosta, dwustopniowa procedura zaproponowana przez Timmera (1970). Postępując zgodnie z tą procedurą najpierw bada się, czy podobne wyrazy wolne *intra-firm* (współczynniki  $\beta_{1i}$ ) tworzą skupienia terytorialne. Jeżeli wykryjemy takie skupienia, otrzymane wyrazy mogą zawierać w sobie, oprócz efektu zróżnicowanego zarządzania, także efekt wymienionych wyżej czynników.

<sup>60</sup>Taka niesymetryczność wariancji zmiennych może pojawiać się szczególnie wtedy, gdy dane obejmują krótkie przedziały czasu i są gromadzone niezależnie dla kolejnych lat (to znaczy, gdy informacja o wartości odpowiednich parametrów w latach poprzednich jest niedostępna). W przypadku, gdy dane pochodzą z obserwacji o charakterze ciągłym (zależnym), niesymetryczność wariancji może mieć charakter odwrotny ze względu na możliwość kopiowania informacji o poziomie nakładów z lat ubiegłych.



(a)



(b)

Rys.13. Niesymetryczność błędu pomiaru a wyniki analizy kowariancji  
 Fig.13. Asymmetry of measurement error and results of covariance analysis

Drugi etap analizy wektora współczynników  $\beta_{ij}$  polega na estymacji modelu regresji, w którym jest on zmienną zależną, a zmiennymi niezależnymi są wszystkie moż-

liwe czynniki, które mogą być teoretycznie współzmiennie z poziomem zarządzania. Pozwala to nadać wyrazom wolnym funkcji *intra-firm* bardziej konkretną treść empiryczną. Warto zwrócić uwagę, że opisana procedura całkowicie zawodzi, gdy czynniki terytorialne (analizowane w pierwszej fazie) są skorelowane z poziomem zarządzania<sup>61</sup>, czego nie można ani teoretycznie wykluczyć, ani tym bardziej statystycznie zwyfikować bez dostępu do bardziej szczegółowych danych.

Powyższe rozważania prowadzą do wniosku, że głównym problemem, jaki towarzyszy praktycznym zastosowaniom modelu AK, jest interpretacja wyrazów wolnych funkcji *intra-firm*. Trudno jest bowiem jednoznacznie rozstrzygnąć, w jakim stopniu są one miarą poziomu zarządzania, a w jakim wyrażają efekt innych czynników charakterystycznych dla gospodarstw, pominiętych przy specyfikacji modelu. Problem ten jest szczególnie ważny wtedy, gdy celem badań jest oszacowanie poziomu zarządzania w poszczególnych gospodarstwach. Natomiast jeżeli przedmiotem zainteresowania jest tylko efekt skali, estymacja modelu AK ma przede wszystkim umożliwić identyfikację funkcji *intra-firm*. Dlaczego się one między sobą różnią ma wówczas znaczenie drugorzędne. Dużo ważniejsza jest stałość czynników, które to zróżnicowanie powodują.

#### 6.1.1.1. Przykłady zastosowań (na podstawie literatury)

Dostępne w literaturze przykłady wykorzystania metody AK do analizy efektów skali w rolnictwie przedstawia tabela 3. Tabela przedstawia także wyniki, jakie uzyskano na podstawie tych samych danych, w wyniku zastosowania zwykłej MNK.

Wszystkie współczynniki ES oszacowane metodą AK są niższe od odpowiednich parametrów zwykłych modeli MNK. Ponadto prawie wszystkie współczynniki modeli MNK są bliskie jedności, sugerując występowanie stałych przychodów. Wyniki te stanowią więc kolejny, tym razem empiryczny, argument podtrzymujący hipotezę o charakterystycznym dla gospodarstw rodzinnych zróżnicowaniu funkcji produkcji *intra-firm*.<sup>62</sup>

Jak wspomniano wyżej (podrozdział 3.3), zdaniem wielu autorów, w rolnictwie mamy do czynienia z pewnym rozkładem optymalnej skali gospodarstw. Rozkład ten koresponduje ściśle z rozkładem poziomu zarządzania. Opinia ta, sformułowana najczęściej na podstawie obserwacji procesów rozwojowych zachodzących w rolnictwie, znajduje więc bardzo silne wsparcie w wynikach AK. Wszystkie nieobciążone współczynniki ES przedstawione w ostatniej kolumnie tabeli 3 są mniejsze od jedności, co świadczy o zróżnicowaniu efektywności technologii (zarządzania) badanych gospodarstw. Na tle założeń teorii produkcji stanowi to wystarczający argument, przesądzający o bezcelowości wyznaczania dla nich jednego, uniwersalnego optimum wielkości.

Przedstawione powyżej przykłady oceny efektów skali przy pomocy modelu AK potwierdzają więc w pełni zasadność przyjętych w opracowaniu założeń na temat powiązań pomiędzy wielkością gospodarstw, efektami skali oraz efektywnością technologii (poziomem zarządzania).

<sup>61</sup>Oznaczałoby to, że poziom zarządzania w regionach o lepszych warunkach naturalnych jest istotnie wyższy niż w regionach pozostałych, co w przypadku rolnictwa jest dość prawdopodobne.

<sup>62</sup>Funkcje produkcji oszacowane przy pomocy zwykłej MNK odpowiadają więc funkcji przedstawionej na rysunku 10a. Natomiast w wyniku zastosowania metody AK otrzymano zbiór funkcji przedstawionych na rysunku 10b. Różnią się one wartością wyrazu wolnego i mają jednakową elastyczność produkcji względem skali.

Tabela 3. Współczynniki elastyczności produkcji względem skali (ES) oszacowane metodą AK (na podstawie literatury)

Table 3. Scale elasticity coefficients (ES) estimated with covariance analysis method (CA). Evidences from literature

Autor Author	Elastyczność produkcji względem skali (ES) Scale elasticity (ES)	
	MNK <sup>a/</sup> OLSQ	AK <sup>b/</sup> CA
Dawson i Lingard (Anglia)	1,042	0,560
Hoch 1955 (USA)	1,006	0,596
Hoch 1962 (USA)	0,991	0,832
Hoch 1976 (USA)	1,029	0,808
Kowalski (1993b)	0,996	0,748
Mundlak (Izrael)	0,967	0,795
Rasmussen i Sandilas:		
- Anglia *	1,044	0,687
- Irlandia *	0,978	0,787
- Irlandia **	0,763	0,589
Timmer 1971 (USA)	1,168	0,948
Turvey i Lowenberg (USA):		
- 1963-73	1,018	0,758
- 1973-83	1,008	0,628
- 1963-83	1,070	0,717

*Uwagi:* a/ zwykła metoda najmniejszych kwadratów, b/ analiza kowariancji, \*gospodarstwa większe, \*\* gospodarstwa mniejsze

*Notes:* a/ ordinary least squares method, b/ covariance analysis, \* larger farms, \*\* smaller farms.

### 6.1.2. Analiza składników reszt (ASR)

Model ASR stanowi alternatywną metodę szacowania parametrów modelu o ogólnej postaci przedstawionej przy pomocy równania (11). Charakterystyczne dla modelu ASR założenie o losowym charakterze wyrazu wolnego funkcji *intra-firm* znajduje swój wyraz w jego specyficznej postaci analitycznej (równanie (23)):

$$P_{it} = \bar{\beta}_1 + \sum_{k=2}^K \beta_k X_{kit} + \mu_i + e_{it} \quad (23)$$

Ze względu na postać macierzy wariancji-kowariancji tego modelu, do jego estymacji nie można zastosować zwykłej metody MNK. Wynika to z korelacji jaka występuje pomiędzy resztami dla danego elementu wymiaru przekrojowego modelu (gospodarstwa) (Judge i in.; Maddala 1977). Odpowiednią metodą estymacji parametrów równania (23) jest natomiast uogólniona metoda najmniejszych kwadratów (UMNK) znana również jako metoda Aitkena.<sup>63</sup> Estymacja modelu ASR metodą UMNK polega

<sup>63</sup>Bardziej szczegółowo założenia tej metody omówili Judge i in..



na oszacowaniu parametrów następującego równania, przy pomocy zwykłej MNK (Judge i in.):

$$y_{it} - \alpha \bar{y}_i = (1 - \alpha) \bar{\beta}_1 + \sum_{k=2}^K (x_{kit} - \alpha \bar{x}_{ki}) \beta_k + e_{it} \quad (24)$$

gdzie :

$\alpha$  - parametr wyrażający proporcję pomiędzy wariancją składnika losowego modelu i wariancją *inter-firm*, o następującej postaci:

$$\alpha = 1 - \sigma_e / \sigma_1 \quad \text{gdzie:} \quad \sigma_1^2 = T\sigma_\mu^2 + \sigma_e^2$$

Udział dwóch składników wariancji w modelach o strukturze panelowej przedstawia się także często jako tak zwany współczynnik  $\theta$  (*theta*) (Maddala 1977):

$$\Theta = \sigma_e^2 / (T\sigma_\mu^2 + \sigma_e^2) \quad (25)$$

gdzie:

$\sigma_e^2$  - wariancja składnika losowego,

$\sigma_\mu^2$  - wariancja *inter-firm*.

Jak wynika z postaci równania (24), głównym problemem związanym z estymacją parametrów modelu ASR jest ustalenie wartości współczynnika  $\alpha$ , co wymaga oszacowania obydwóch składników wariancji ( $\mu$ , oraz  $e_{it}$  w równaniu 23). Składniki te są najczęściej ustalane na podstawie wyników estymacji modelu AK. Procedurę szacowania parametrów modelu ASR można więc przedstawić jako zbiór następujących, wykonywanych kolejno operacji (Judge i in.):

1. Aby oszacować wariancję składnika losowego (potrzebną do obliczenia współczynnika  $\alpha$ ), szacujemy parametry modelu AK. Następnie, na podstawie jego reszt, wyznaczamy następujący estymator tej wariancji:

$$\hat{\sigma}_e^2 = (\hat{e}'\hat{e}) / (NT - N - K') \quad (26)$$

2. Drugim składnikiem potrzebnym do wyznaczenia wartości parametru  $\alpha$  jest wyrażenie  $\sigma_1^2 = T\sigma_\mu^2 + \sigma_e^2$ . Jego wartość obliczamy wykorzystując reszty następującego modelu, oszacowanego na podstawie średnich dla obiektów (gospodarstw).<sup>64</sup>

$$\bar{y}_i = \bar{\beta}_1 + \sum_{k=2}^K \beta_k \bar{x}_{ki} + \mu_i + e_{it} \quad (27)$$

3. Parametry powyższego modelu szacujemy rozwiązując następujące równanie, w którym zmienne niezależne oraz zmienna zależna są odpowiednimi średnimi dla obiektów (gospodarstw):

<sup>64</sup>W przypadku estymacji modeli o strukturze panelowej, równanie o takiej postaci jest nazywane najczęściej modelem międzyobiektoowym (ang. *between-model*).

$$\beta^* = (\bar{X}' \bar{X})^{-1} \bar{X}' \bar{y} \quad (28)$$

4. Następnie obliczamy wartość następującego wyrażenia:

$$\hat{\sigma}_1^2 / T = \mathbf{v}^* \mathbf{v}^* / (N - K) \quad \text{gdzie:} \quad \mathbf{v}^* = \bar{y} - \bar{X} \beta^* \quad (29)$$

5. Tak obliczona wariancja może przyjmować czasami wartości ujemne. Dlatego w dalszej kolejności sprawdzamy, czy następujące wyrażenie ma wartość dodatnią, to znaczy, czy wariancja składnika *inter-firm* jest większa od wariancji resztowej:

$$\hat{\sigma}_\mu^2 = (\hat{\sigma}_1^2 - \hat{\sigma}_e^2) / T \quad (30)$$

6. Następnie obliczamy wartość estymatora stałej ( $\alpha$ ):

$$\hat{\alpha} = 1 - \hat{\sigma}_e / \hat{\sigma}_1 \quad (31)$$

7. Kolejny etap obliczeń polega na odpowiedniej transformacji zmiennych:

$$y_{it}^* = y_{it} - \hat{\alpha} \bar{y}_i \quad \text{oraz} \quad x_{kit}^* = x_{kit} - \hat{\alpha} \bar{x}_{ki} \quad (32)$$

8. Na podstawie tak przekształconych zmiennych, przy pomocy zwykłej MNK, obliczamy współczynniki modelu ASR.

Jak wspomniano wyżej, zasadność modelu AK można ocenić na podstawie wyników odpowiedniego testu F lub testu opartego na ilorazie funkcji wiarygodności (równania (21) oraz (22)). Również w przypadku modelu ASR celowa jest weryfikacja hipotezy zerowej, że badana zbiorowość spełnia założenia zwykłej MNK. Gdy odpowiednia hipoteza zerowa  $H_0: \sigma_\mu^2 = 0$  jest prawdziwa, przedstawiona poniżej statystyka ma asymptotyczny rozkład Chi-kwadrat z jednym stopniem swobody (Breusch i Pagan):

$$\lambda = \frac{NT}{2(T-1)} \left[ \frac{\sum_{i=1}^N \left( \sum_{t=1}^T \bar{e}_{it} \right)^2}{\bar{\mathbf{e}}' \bar{\mathbf{e}}} - 1 \right] \quad (33)$$

gdzie:

$\bar{\mathbf{e}}$  - wektor reszt modelu przekrojowo-czasowego oszacowanego zwykłą MNK, na podstawie pierwotnych wartości zmiennych.

Warto zwrócić uwagę, że powyższy test (w odróżnieniu od statystyk przedstawionych we wzorach (21) i (22)) ma charakter *ex ante*, gdyż podstawą jego obliczenia jest zwykły, przekrojowo-czasowy model MNK. Wynik tego testu odpowiada więc na pytanie o celowość rozwinięcia tego modelu w model o strukturze panelowej.

Przedstawione wyżej testy odpowiednich hipotez zerowych (równania (21), (22) oraz (33)) pozwalają dokonać wyboru pomiędzy zwykłym modelem MNK a grupą modeli o strukturze panelowej. Nie pozwalają jednak rozstrzygnąć, która z dwóch szczegółowych postaci tych modeli (AK lub ASR) jest bardziej odpowiednim narzędziem opisu badanego zjawiska.

Metoda AK jest z pewnością prostsza pod względem formalnym. Nie wymaga także wstępnych założeń o rozkładzie składnika *inter-firm* ( $\mu_i$ ) w równaniu (23). Jednak,

gdy efektywność technologii (poziom zarządzania) nie jest skorelowana z poziomem nakładów konwencjonalnych, bardziej odpowiednią metodą estymacji parametrów ogólnego równania (11) może się okazać model ASR (Balestra i Nerlove; Judge i in.; Maddala 1971; Wallace i Hussain). Aby ocenić zasadność podstawowego założenia ASR, należy więc sprawdzić cechy rozkładu składnika  $\mu_1$  w równaniu (12). Jeżeli wariancja tego składnika jest funkcją poziomu zmiennych niezależnych uwzględnionych w modelu, wyniki estymacji modelu ASR są obciążone błędem. Jest on podobny do błędu, jaki powstaje w wyniku pominięcia istotnej zmiennej (Mundlak). Bardziej efektywną metodą estymacji parametrów funkcji *intra-firm* jest wtedy metoda AK.

Hipotezę o tym, że model ASR właściwie opisuje zależności w danym szeregu panelowym można zweryfikować obliczając wartość następującej statystyki. Występuje ona w literaturze jako test specyfikacji Hausmana (Hall 1991; Hausman; Judge i in.):

$$m = (\mathbf{b}_s - \hat{\beta}_s)' (\mathbf{M}_1 - \mathbf{M}_0)^{-1} (\mathbf{b}_s - \hat{\beta}_s) \quad (34)$$

gdzie:

- $\mathbf{b}_s, \hat{\beta}_s$  - wektory współczynników modeli AK i ASR,
- $\mathbf{M}_1$  - macierz wariancji-kowariancji współczynników modelu AK,
- $\mathbf{M}_0$  - macierz wariancji-kowariancji współczynników modelu ASR.

Jeżeli hipoteza powyższa jest prawdziwa, statystyka ta ma rozkład Chi-kwadrat o liczbie stopni swobody równej ilości szacowanych parametrów minus jeden. Współczynniki kierunkowe modeli AK i ASR różnią się wtedy od siebie w sposób losowy. Jednak gdy pomiędzy  $\mu_1$  oraz wektorem nakładów występuje korelacja, wyniki estymacji obydwu modeli różnią się istotnie. Hipoteza powyższa zostanie wówczas odrzucona co sugeruje, że właściwą specyfikacją badanej zależności jest model AK.

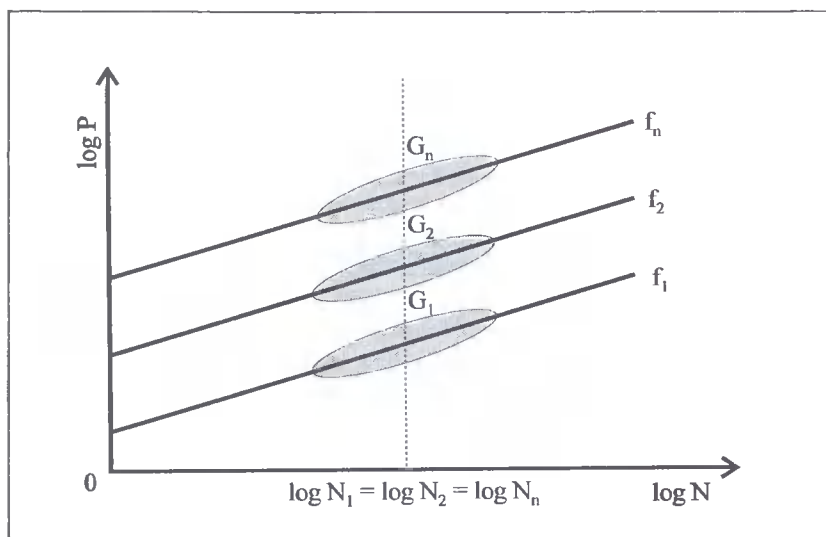
Warto zwrócić uwagę, że wszystkie nieobciążone współczynniki ES oszacowane przez innych autorów (tabela 3) zostały obliczone na podstawie modeli AK. W dostępnej literaturze trudno jest znaleźć przykłady współczynników ES, które uzyskano w wyniku estymacji modelu ASR. Relatywnie większa popularność modelu AK wynika prawdopodobnie z kilku przyczyn:

1. Większość ekonomistów wyraża pogląd, że gospodarstwa większe (pod względem potencjału) są prowadzone przez lepszych kierowników. Jak wspomniano wyżej, założenie to odpowiada modelowi AK.
2. Wyniki estymacji modelu AK posiadają czytelną treść ekonomiczną i mogą być interpretowane, w zależności od celu badań, jako parametry efektywności technologii produkcji, poziomu zarządzania, zróżnicowania warunków naturalnych itp.
3. W praktyce „prawdziwe” wartości obydwu składników wariancji modelu ASR nie są znane. Ich szacowanie na podstawie wyników modelu AK może stanowić źródło dodatkowego błędu, szczególnie wtedy, gdy liczba przedziałów czasowych szeregu panelowego jest mała (Maddala 1977).
4. Metoda AK jest mniej skomplikowana pod względem obliczeniowym, szczególnie wtedy, gdy liczebność obiektów (gospodarstw) nie jest duża.

Porównując obydwie metody można więc stwierdzić, że model AK bardziej odpowiada logice procesów wytwórczych w rolnictwie na szczeblu gospodarstw niż model

ASR. Specyficzne cechy modelu ASR sprawiają, że jego przewaga może się ujawnić, przypuszczalnie, w dwóch następujących przypadkach:

1. Gdy istnieją bariery utrudniające swobodny przepływ czynników produkcji w rolnictwie. Na rysunku 14 przedstawiono trzy gospodarstwa różniące się efektywnością technologii (w sposób neutralny), których skala produkcji jest mimo to jednakowa. Przypadek taki może pojawić się na przykład wtedy, gdy polityka rolna nakłada wprost ograniczenia na wielkość produkcji gospodarstw (w postaci kwot produkcyjnych).
2. Kiedy celem działalności gospodarstw nie jest maksymalizacja nadwyżki z produkcji, lecz maksymalizacja wielu celów. Sprawia to, że wpływ poziomu zarządzania nie ujawnia się na szczeblu gospodarstwa analizowanego wyłącznie jako przedsięwzięcie produkcyjne.



Rys. 14. Ograniczenia przepływu czynników produkcji a rozkład obserwacji w szeregach o strukturze panelowej

Fig. 14. Production factors flow restrictions and distribution of observations in panel data

Praktyczny przykład estymacji i porównanie modeli AK i ASR przedstawił Thijsen (1991b). Analizując funkcję zysku oszacowaną dla gospodarstw mlecznych w Holandii stwierdził on, na podstawie testu Hausmana, zasadność modelu AK. O odrzuceniu modelu ASR zadecydowała współzmiennność poziomu nakładów gospodarstw z efektywnością ich technologii.<sup>65</sup>

<sup>65</sup>Analiza kowariancji i ASR nie są jedynymi metodami estymacji modeli o strukturze panelowej. Można w tym celu wykorzystać także metodę *pozornie niezależnych regresji* (ang. *seemingly unrelated regressions*), szacując razem funkcje *intra-firm*. Jest to możliwe jednak tylko wtedy, gdy liczba analizowanych obiektów jest mała, na korzyść wymiaru czasowego szeregu (Maddala 1977, s.331).

## 6.2. Analiza efektów skali a postać modelu produkcji

Jak wspomniano wyżej (podrozdział 4.1.3.1), możliwy zakres analizy efektów skali zdeterminowany jest w znacznym stopniu przez postać analityczną przyjętego modelu produkcji. Ze względu na możliwość odwzorowania efektów skali, jednorodnaniowe modele produkcji można podzielić najprościej na trzy grupy: modele *homogeniczne*, *homotetyczne* oraz *giętkie*.

### 6.2.1. Model homogeniczny (jednorodny)

W najprostszym przypadku efekt skali (współczynnik ES) jest stały w całej dziedzinie funkcji. Mamy wówczas do czynienia z modelem homogenicznym (jednorodnym). Głównym reprezentantem tej grupy modeli jest funkcja produkcji Cobba-Douglasa (CD). Funkcję produkcji CD przedstawia równanie (35).

$$\ln P = \ln \beta_0 + \sum_{k=1}^K \beta_k \ln X_k \quad (35)$$

Zaletą modelu CD jest przede wszystkim jego formalna prostota wynikająca z minimalnej liczby łatwych do oszacowania i interpretacji parametrów. Na podkreślenie zasługuje również jego „odporność” na błędy pomiaru, występowanie obserwacji ekstremalnych itp. Dzięki temu jest on szeroko wykorzystywany do analizy różnych aspektów procesu produkcji w rolnictwie. Jego związek z analizą efektów skali jest niemal symboliczny, mimo że z punktu widzenia logiki tego zagadnienia jest to model dość ubogi<sup>66</sup>. Pozwala on bowiem na analizę wyłącznie takich procesów produkcji, które w całym zakresie zmienności nakładów wykazują takie same przychody względem skali.<sup>67</sup> Efekt skali produkcji w przypadku modelu Cobba-Douglasa wyraża współczynnik ES o następującej postaci:

$$ES = \sum_{k=1}^K \beta_k \quad (36)$$

Jak wynika z postaci tego równania, dla danego modelu CD, współczynnik ES ma stałą wartość, niezależną od poziomu i struktury nakładów (Heady i Dillon).

### 6.2.2. Model homotetyczny

Modele homotetyczne pozwalają na odwzorowywanie pełnego zakresu efektów skali. Gdy technologia produkcji ma homotetyczny (heterogeniczny) charakter, elastyczność produkcji względem skali (ES) zmienia się bowiem wraz z poziomem produk-

<sup>66</sup>Ze względu na ogromną popularność tego modelu w opracowaniu zrezygnowano ze szczegółowego omawiania jego własności. Własności funkcji produkcji Cobba-Douglasa wraz z oceną jego przydatności w badaniach ekonomiczno-rolniczych zostały omówione w wielu pracach (Anderson i Powell; Heady i Dillon; Kowalski 1990).

<sup>67</sup>Zastosowanie funkcji Cobba-Douglasa do analizy zmiennych efektów skali jest teoretycznie możliwe po uprzedniej dezagregacji danych na podgrupy. Możliwe są także pewne modyfikacje modelu CD pozwalające na odwzorowanie efektów skali, które zmieniają się wraz z poziomem nakładów. Przykłady takich funkcji podają, między innymi, Ulveling i Fletcher, Griliches 1963 oraz Alcantara i Prato.

cji. W zależności od dynamiki współczynnika ES można wyróżnić dwie podgrupy tych modeli:

Modele *całkowicie homotetyczne* (ang. *homothetic production functions*), w których efekty skali są wyłącznie funkcją poziomu produkcji:

$$ES = f(P) \quad (37)$$

1. Analityczne własności modeli homotetycznych omawiają szerzej Chiang; Chambers (1988); Heathfield i Wibe oraz Nadiri.
2. Modele *promieniowo-homotetyczne*, w skrócie PH (ang. *ray-homothetic production functions - RH*), w których efekty skali są funkcją zarówno poziomu produkcji jak i techniki wytwarzania:

$$ES = f(P, x / \|X\|) \quad (38)$$

Modele całkowicie homotetyczne są więc szczególnymi przypadkami modeli PH. Przykłady modeli homotetycznych można znaleźć w wielu pracach (Aly i in.; Clemhout; Grabowski; Grabowski i Belbase; Grabowski i Sanchez 1985, 1990; Nadiri; Neff i in.). Szczególnie interesujące własności, z punktu widzenia analizy efektów skali, ma model PH o następującej postaci (Grabowski):

$$P = \ln\left(\beta_0 \prod_{k=1}^K X_k^{\beta_k X_k / \sum_{k=1}^K X_k}\right) \quad (39)$$

Jak wynika z postaci tego równania, model ten jest liniowy względem swoich parametrów, dzięki czemu do jego estymacji można zastosować zwykłą metodę MNK. Elastyczność produkcji względem skali (ES) w przedstawionym wyżej modelu PH określa następujący wzór:

$$ES = 1/P \left[ \sum_{k=1}^K (\beta_k X_k / \sum_{k=1}^K X_k) \right] \quad (40)$$

Ze wzoru (40) wynika, że przedstawiona w równaniu (39) funkcja produkcji ma cechy modelu PH. Oszacowany na jej podstawie efekt skali jest funkcją poziomu produkcji oraz techniki wytwarzania. Model ten pozwala więc na analizę technologii, które przy niskim poziomie nakładów wykazują rosnące przychody względem skali, następnie przy pewnym poziomie nakładów osiągają stałe przychody, i wreszcie - przy jeszcze wyższych nakładach - wykazują przychody malejące. Promieniowo-homotetyczny charakter tego modelu pozwala na analizę również i takich technologii, których długookresowe optimum skali ( $ES = 1$ ) zmienia się wraz z charakterem techniki produkcji. Często bowiem optymalna skala procesów produkcji o technikach kapitałochłonnych jest większa niż w przypadku technik o charakterze pracochłonnym (Grabowski; Nadiri).

Optymalny poziom produkcji w modelu PH (optimum długookresowe odpowiadające ESD) wyznacza następujące równanie:

$$OPTY = \sum_{k=1}^K (\beta_k X_k / \sum_{k=1}^K X_k) \quad (41)$$

Niewątpliwą zaletą przedstawionego modelu PH jest mała liczba jego parametrów, które są łatwe do oszacowania. Wadą jego jest to, że nie odwzorowuje on technologii homogenicznej jako szczególnego przypadku. Model ten jest bowiem homotetyczny (niejednorodny) z założenia (Grabowski; Grabowski i Sanchez 1990). Nie można więc powiązać jego estymacji z jednoczesną oceną *ex post* hipotezy o homogeniczności danej technologii (poprzez nakładanie ograniczeń na wartości odpowiednich parametrów). Dlatego estymacji modelu PH powinna zawsze towarzyszyć *ex ante* wnikliwa analiza własności badanego procesu produkcji.<sup>68</sup>

### 6.2.3. Model giętki

Do klasy modeli giętkich (ang. *flexible functional forms*) należą takie funkcje produkcji, które nie nakładają *a priori* ograniczeń na żaden z parametrów analizowanego procesu produkcji (Pope)<sup>69</sup>. Niewątpliwie najważniejszym ich reprezentantem jest funkcja *transcendentno-logarytmiczna* (ang. *transcendental logarithmic production function*), w skrócie *translog* - TL (Bernd i Christensen; Boisvert; Chambers 1988; Hertel). Model ten ma następującą postać:

$$\ln P = \ln \beta_0 + \sum_{k=1}^K \beta_k + 1/2 \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^K \beta_{kj} \ln X_k \ln X_j \quad (42)$$

Gdy  $\beta_{kj} = 0$  (dla  $k, j = 1 \dots K$ ) funkcja produkcji TL ulega redukcji do zwykłego modelu CD, który w związku z tym należy uważać za szczególny jej przypadek. W podobny sposób, nakładając stosowne ograniczenia na wartość odpowiednich współczynników funkcji TL, możemy testować dowolne hipotezy odnoszące się do charakteru danej technologii (takich jak homotetyczność, homogeniczność, stałość przychodów względem skali itp.).<sup>70</sup> Jest to jedno z najbardziej „klasycznych” zastosowań tego modelu.

Cechą funkcji TL, która odróżnia ją od modeli omawianych wyżej, jest nieliniowość jej izoklin. Wynika to z „giętkości” tego modelu i pozwala na analizę również takich procesów produkcji, w których optymalna technika wytwórcza jest funkcją skali produkcji.

Efekty skali w modelu TL określa następujący wzór:

$$ES = \sum_{k=1}^K \beta_k + \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^K \beta_{kj} \ln X_j \quad (43)$$

Z postaci tego wzoru wynika, że efekty skali w funkcji TL, podobnie jak w funkcji produkcji PH, zależą od poziomu produkcji i charakteru technik wytwarzania.

<sup>68</sup>Prosty sposób weryfikacji *ex ante* hipotezy o homotetyczności technologii, z wykorzystaniem testu Chowa, przedstawiono w części empirycznej pracy. Natomiast przykład funkcji homotetycznej redukowalnej do funkcji homogenicznej podaje McFadden.

<sup>69</sup>Dwie funkcje przedstawione wyżej nakładają takie ograniczenia. Funkcja CD wymaga bowiem aby dany proces produkcji był homogeniczny, natomiast funkcja PH wymaga, aby był on homotetyczny.

<sup>70</sup>Odpowiednie statystyki mają najczęściej postać testu F lub ilorazu funkcji wiarygodności.

Pomimo liniowej postaci modelu TL, co umożliwia jego estymację zwykłą MNK, większość autorów szacuje parametry tej funkcji przy pomocy bardziej złożonych procedur.<sup>71</sup> Często sporo trudności sprawia także interpretacja wyników estymacji.<sup>72</sup>

Model TL jest zwykle interpretowany jako pewna lokalna aproksymacja „prawdziwej”, nieznannej funkcji produkcji, wywodząca się z metody Taylora dla wielomianów drugiego stopnia (Boisvert; Chambers 1988; Hertel). Dokładność tej aproksymacji maleje więc w miarę oddalania się od wartości średnich (Guilkey i Lovell; Hertel). Z tego właśnie powodu, w części swojej dziedziny funkcja TL nie spełnia założeń teorii produkcji. Jej izokwanty mogą być w tych obszarach wklęsłe w stronę początku układu współrzędnych. Warunkiem wypukłości izokwant funkcji TL w danym punkcie jest aby następująca macierz pochodnych (hesjan obrzeżony) była ujemnie określona (równanie (44)) (Allen; Chiang)<sup>73</sup>:

$$|\bar{H}| = \begin{vmatrix} 0 & f_1 & f_2 & f_3 & \dots & f_K \\ f_1 & f_{11} & f_{12} & f_{13} & \dots & f_{1K} \\ f_2 & f_{12} & f_{22} & f_{23} & \dots & f_{2K} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ f_K & f_{1K} & f_{2K} & f_{3K} & \dots & f_{KK} \end{vmatrix} \quad (44)$$

Inną wadą funkcji TL jest bardzo duża liczba jej parametrów, która rośnie szybciej niż ilość uwzględnionych w modelu nakładów.

Szersze omówienie analitycznych właściwości funkcji TL można znaleźć w wielu pracach (Berndt i Christensen; Boisvert; Heathfield i Wibe; Hertel; Nadiri). Model ten jest bardzo szeroko wykorzystywany jako narzędzie analizy procesów produkcji w rolnictwie (Antle 1984; Ball; Binswanger; Cuevas; Dawson i Hubbart; Kako; Kjeldsen-Kragh; Offut i Shoemaker; Ray; Weaver; Wyzan).

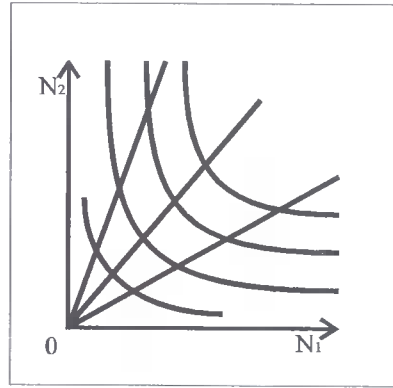
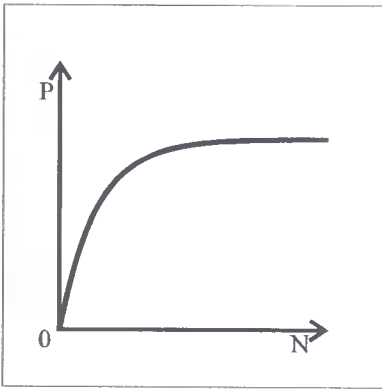
Własności analityczne trzech omówionych wyżej funkcji przedstawiono w syntetyczny sposób w tabeli 4. Symbole w tabeli oznaczają przydatność poszczególnych modeli do oceny efektów wielkości zdefiniowanych w podrozdziale 3.1 oraz efektywności skali. Dodatkowo, na rysunku 15, funkcje te zostały przedstawione w postaci wykresów zależności nakład-produkt oraz nakład-nakład.

<sup>71</sup>Szczególnie duże znaczenie praktyczne mają metody estymacji łącznej, polegające na szacowaniu jednocześnie funkcji produkcji oraz funkcji udziału czynników (ang. *factor shares*) lub funkcji kosztów razem z funkcjami popytu na czynniki wytwórcze (ang. *factor demand*). Wybór metody estymacji zależy od założenia o współzależności reszt poszczególnych równań (Pindyck i Rubinfeld).

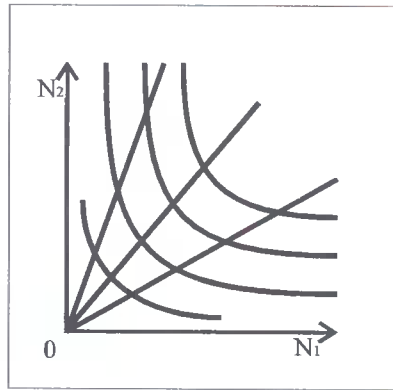
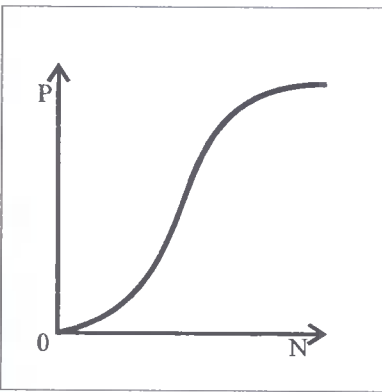
<sup>72</sup>Kontrowersje pojawiające się przy interpretacji wyników modelu TL można prześledzić na przykładzie artykułu Wyzana oraz krytycznej polemiki Petzela. Problemy związane z estymacją i interpretacją modeli giętkich omawiają także Chalfant oraz Pope.

<sup>73</sup>Dana macierz jest ujemnie określona, gdy jej kolejne minory główne zmieniają znak. Oznaczając  $k + 1$  - ty minor główny przez  $F_k$ , dana macierz  $F$  jest ujemnie określona gdy  $F_1 < 0$ ,  $F_2 > 0$ , ...,  $(-1)^n F_n > 0$  (Chiang).

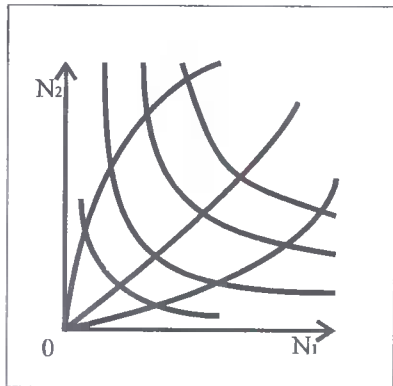
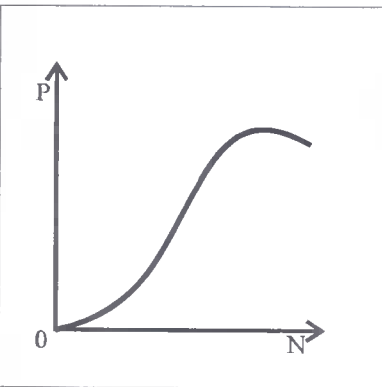




(a)



(b)



(c)

Rys.15. Efekty skali oraz izokwanty i izokliny funkcji produkcji Cobba-Douglasa (a), promieniowo-homotetycznej (b) oraz translog  
 Fig.15. Returns to scale, isoquants, and isoclines of Cobb-Douglas (a), ray-homothetic (b), and translog production function

Tabela 4. Porównanie analitycznych własności trzech modeli produkcji w aspekcie ich przydatności do oceny efektów wielkości oraz efektywności skali produkcji

Table 4. Comparison of analytical properties of three production models used to estimate economies of size and scale efficiency

Cecha procesu produkcji Production process feature	Funkcja produkcji Production function		
	Cobba-Douglasa Cobb-Douglas	PH RH	translog translog
1. Efekt wielkości: Economies of size:			
1-go rodzaju / 1st type	+	+	+
2-go rodzaju / 2nd type	-	-	+
3-go rodzaju / 3rd type	+	+	+
4-go rodzaju / 4th type	+	+	+
2. Efektywność skali: Scale efficiency:			
techniczna / technical	-	+	+
ekonomiczna / economic	+	+	+

*Uwagi: Znak (+) oznacza przydatność modelu, znak (-) nieprzydatność*

*Notes: Mark (+) means useful, mark (-) unuseful*

Jak wynika z przedstawionego wyżej porównania, najszerze własności analityczne, z punktu widzenia analizy zjawiska skali produkcji, ma funkcja TL. Pozwala ona bowiem na najbardziej obiektywną ocenę własności badanej technologii, bez przyjmowania *a priori* tych założeń, które towarzyszą estymacji pozostałych dwóch modeli. Jednak, jak sugeruje Boisvert, praktyczne problemy związane z estymacją i interpretacją wyników tego modelu są tak duże, że daje on znaczące korzyści tylko wówczas, gdy istnieją naprawdę istotne powody, aby zakładać, że badana technologia ma charakter heterotetyczny, oraz gdy dysponujemy danymi o odpowiedniej zmienności. W większości praktycznych przypadków modelowania zjawisk ekonomicznych wystarczającym narzędziem jest - zdaniem tego autora - funkcja Cobba-Douglasa. Gdy oceniamy efekty skali na uwagę zasługuje również przedstawiony wyżej model PH, jako stosunkowo prosta alternatywa dla modelu CD, pozwalająca na istotne poszerzenie zakresu analizy tego zagadnienia. Wybór modelu PH jest uzasadniony jednak tylko wtedy, gdy istnieją powody, aby sądzić, że analizowana technologia ma rzeczywiście charakter homotetyczny (heterogeniczny).

## 7. ESTYMACJA MODELI O STRUKTURZE PANELOWEJ A EFEKTYWNOŚĆ TECHNOLOGII GOSPODARSTW

Jak wynika z przedstawionych wyżej rozważań, ocena efektów skali w rolnictwie jest ściśle związana z problemem zróżnicowania efektywności technologii (poziomu zarządzania) gospodarstw. Zróżnicowanie to jest także podstawowym założeniem dla omówionych w rozdziale 6.1 modeli panelowych (AK i ASR). Wyniki ich estymacji informują o cechach funkcji *intra-firm* i dostarczają jednocześnie danych na temat efektywności poszczególnych producentów. Informacja ta jest szczególnie czytelna w przypadku metody AK. Dzięki estymacji tego modelu otrzymujemy bowiem, oprócz nieobciążonego współczynnika ES, zbiór parametrów charakteryzujących wydajność technologii poszczególnych gospodarstw (wyrazy wolne ich funkcji produkcji *intra-firm*). Dlatego model AK można traktować również jako alternatywny sposób oceny efektywności technologii produkcji.

Jak wspomniano w rozdziale 4.1.1, klasyczna metoda oceny efektywności technologii polega na estymacji brzegowej funkcji produkcji. Stanowi ona następnie wzorzec, z którym porównuje się wydajność poszczególnych producentów. Model brzegowy różni się jednak znacznie od modelu AK, zarówno pod względem teoretycznych założeń jak i samej metody estymacji. Celowe jest więc porównanie analitycznych własności obydwu modeli jako dwóch alternatywnych metod oceny efektywności technologii produkcji.<sup>74</sup>

Podstawowym problemem, jaki towarzyszy ocenie efektywności produkcji na podstawie funkcji brzegowej jest interpretacja odchyłeń poszczególnych procesów produkcji (gospodarstw) od tej funkcji (Forsund i Hjalmarson 1974). Odchylenia te mogą być bowiem interpretowane na gruncie dwóch alternatywnych założeń:

1. Poszczególne przedsiębiorstwa (gospodarstwa) mają różną technologię produkcji (różniącą się, na przykład, rocznikiem).
2. Technologia wszystkich przedsiębiorstw jest jednakowa, a obserwowane różnice wynikają z nieefektywnego wykorzystania zasobów przez poszczególnych producentów.

Różnice pomiędzy tymi dwoma podejściami są dość istotne. W pierwszym przypadku zakładamy, że technologia jest parametrem egzogenicznym, na który producent nie ma wpływu. Tak określoną efektywność trudno jest więc łączyć z poziomem zarządzania. Zgodnie z drugim założeniem poszczególni producenci mają jednakowy dostęp do technologii, co pozwala na interpretowanie odchyłeń od funkcji brzegowej jako przejawów nieefektywnego zarządzania.<sup>75</sup> Dlatego jeżeli wyrazy wolne funkcji

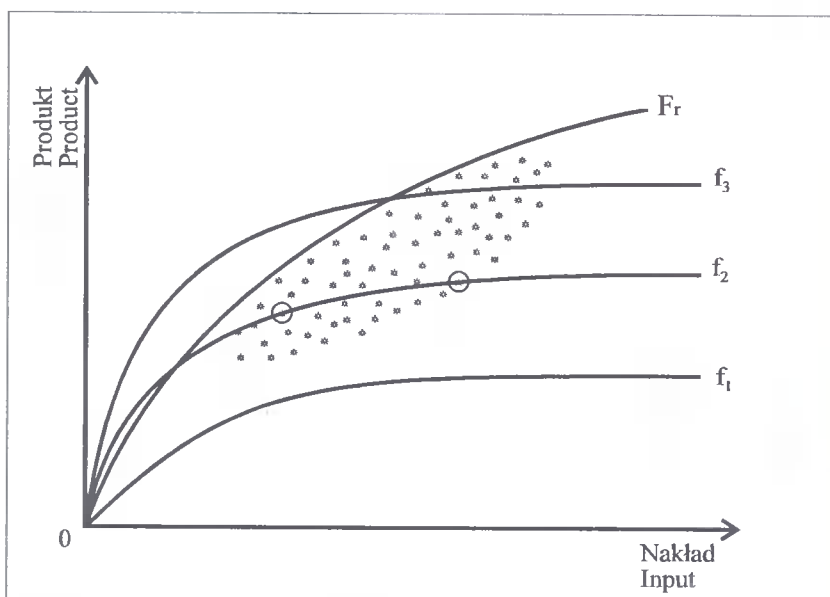
---

<sup>74</sup>Na celowość takiego porównania zwrócił uwagę po raz pierwszy uwagę Timmer (1971). W dostępnej literaturze ekonomiczno - rolniczej brak jest jednak opracowań teoretycznych, porównujących analityczne własności obydwóch metod. Współczynniki korelacji pomiędzy efektywnością obliczoną różnymi metodami, w tym również metodą AK, obliczył Dawson. Efektywność obliczona na podstawie modelu AK była silnie skorelowana z efektywnością ustaloną według funkcji brzegowej, której parametry obliczono metodą programowania liniowego.

<sup>75</sup>Niektórzy autorzy zwracają uwagę, że obydwie podejścia przeczą założeniom teorii neoklasycznej. Pierwsze z nich jest niezgodne z zasadą doskonałej i w pełni symetrycznej informacji. Drugie, z kolei, neguje założenie o racjonalnym zachowaniu producentów (Lee).

produkcji *intra-firm* interpretujemy jako mierniki poziomu zarządzania, porównanie wyników modelu AK i modelu brzegowego jest możliwe tylko na gruncie drugiego podejścia.

Każda ocena efektywności technologii (na podstawie modelu AK lub funkcji brzegowej) zawiera w sobie założenie o występowaniu pewnej technologii wzorcowej. Przedstawione poniżej teoretyczne porównanie obydwu modeli opiera się na założeniu, że takim uniwersalnym wzorcem jest funkcja brzegowa (ze względu na większą popularność modelu brzegowego niż modelu AK). Została ona przedstawiona na rysunku 16 w postaci krzywej  $F_r$ . Krzywe  $f_1 - f_3$  są przykładowymi funkcjami *intra-firm* trzech gospodarstw, wyznaczonymi metodą AK. W przypadku danych o strukturze panelowej, ich liczba jest równa liczbie analizowanych obiektów.



Rys.16. Brzegowa funkcja produkcji ( $F_r$ ) a funkcje *intra-firm* gospodarstw ( $f_1 - f_3$ )  
Fig.16. Frontier production function ( $F_r$ ) and farms' *intra-firm* functions ( $f_1 - f_3$ )

Według modelu AK różnice w efektywności technologii reprezentowane są przez przesunięcie poszczególnych funkcji gospodarstw względem siebie lub względem funkcji najbardziej efektywnego gospodarstwa<sup>76</sup>. Jeżeli więc dwa gospodarstwa mają identyczne funkcje *intra-firm*, są one również jednakowo efektywne. Natomiast w przypadku modelu brzegowego, efektywność technologii zależy od położenia gospodarstwa względem krzywej  $F_r$ . Teoretycznie modele te mają więc zupełnie inną treść ekonomiczną i wyniki, jakich dostarczają, mogą być rozbieżne. Rozbieżność tą można przedstawić również graficznie, korzystając z omawianego wykresu. Na krzywej  $f_2$  zaznaczono kółkami dwa gospodarstwa. Leżą one na tej samej funkcji produkcji *intra-firm*, są

<sup>76</sup>Gdy efektywność produkcji jest oceniana na podstawie wyników modelu AK, funkcja ta może służyć za wzorec technologii.

więc jednakowo efektywne według kryteriów modelu AK. Łatwo zauważyć, że różnią się one zdecydowanie pod względem efektywności ocenianej na podstawie funkcji brzegowej. Wzrost skali produkcji gospodarstw w modelu AK (odbywający się wzdłuż funkcji *intra-firm*) może być więc interpretowany jako spadek efektywności technologii według kryteriów modelu brzegowego.

Przyczyną powyższej rozbieżności jest podstawowa cecha różniąca obydwa modele, to znaczy założenie o związku pomiędzy poziomem zarządzania i wielkością zasobów gospodarstw. Jak wiadomo funkcja brzegowa nie zawiera w sobie takiego założenia. Jeżeli więc większe gospodarstwa w danym szeregu przekrojowym są prowadzone przez lepszych kierowników, to oszacowane parametry funkcji brzegowej są w równym stopniu obciążone błędem współzmienności, co współczynniki zwykłego modelu MNK.

Jednak w szczególnych okolicznościach wyniki uzyskiwane na podstawie obydwu modeli mogą być podobne. Efektywność technologii, szacowana na podstawie funkcji brzegowej, obliczana jest bowiem zwykle jako stosunek aktualnego poziomu produkcji do poziomu maksymalnego (odczytanego z funkcji produkcji). Dlatego w przypadku procesów produkcji o charakterze homoskedastycznym (a więc takich, które posiadają pożądane własności statystyczne) efektywność technologii produkcji rośnie „automatycznie” wraz ze wzrostem rozmiarów produkcji.<sup>77</sup> W takim przypadku współczynniki efektywności technologii, oszacowane metodą AK, mogą wykazywać korelację z efektywnością technologii ustaloną na podstawie funkcji brzegowej. Jednak współzmiennność ta nie posiada istotnej treści ekonomicznej.

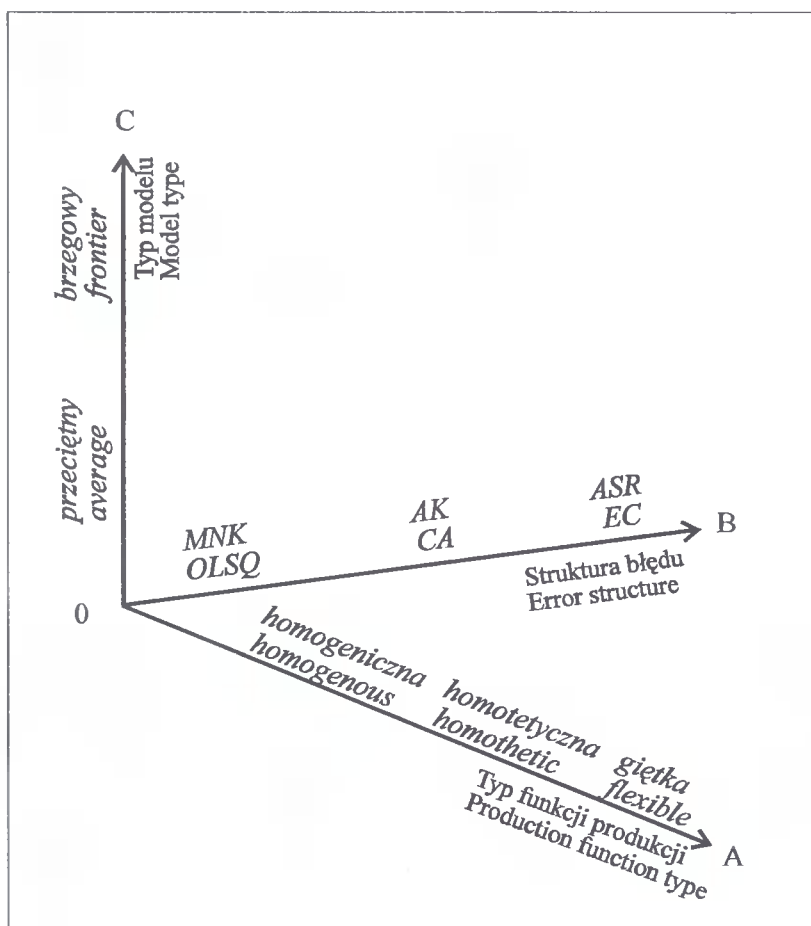
Przedstawione wyżej rozważania prowadzą więc do wniosku, że analityczne własności obydwu modeli, jako narzędzi oceny efektywności technologii, są na tyle różne, że nie powinny być one stosowane zamiennie. Wybór modelu brzegowego lub modelu AK powinien zawsze wynikać z założeń wstępnych, towarzyszącym badaniom. Najważniejszym z nich jest założenie o występowaniu indywidualnych funkcji *intra-firm* gospodarstw<sup>78</sup>.

<sup>77</sup>Jest to więc kolejny przypadek rozbieżności pomiędzy statystyczną teorią estymacji modeli a ich ekonomiczną interpretacją. Inne przykłady takich paradoksów podaje Griliches (1963).

<sup>78</sup>Porównanie własności obydwu metod prowadzi także do ciekawego wniosku metodycznego. Można bowiem skonstruować taki model, który łączyłby w sobie cechy modelu AK i funkcji brzegowej. Ocena efektywności polegałaby wówczas na wstępnej estymacji modelu AK i, następnie, pogrupowaniu gospodarstw według poziomu ich technologii *intra-firm*. W dalszej kolejności, dla jednorodnych grup gospodarstw, należałoby oszacować parametry odpowiednich modeli brzegowych, służących jako grupowe wzorce efektywności. Model o takiej strukturze zawierałby w sobie zarówno cechy funkcji brzegowej (odchylenia od funkcji-wzorca jako przejaw nieefektywności), jak i modelu AK (malejące efekty skali, zróżnicowanie technologii gospodarstw). Pozwalałby więc na jednoczesną ocenę zarówno efektywności technologii, jak i efektywności poszczególnych producentów. W opracowaniu nie przedstawiono szczegółowej postaci takiego modelu, ponieważ współczynniki ES oszacowane na jego podstawie nie powinny się istotnie różnić od współczynników zwykłego modelu AK.

## 8. OCENA EFEKTÓW SKALI W ROLNICTWIE. KIERUNKI DAJSZYCH BADAŃ

Z przedstawionych dotychczas rozważań wynika, że zagadnienie oceny efektów skali w rolnictwie ma bardzo wiele aspektów. Odpowiadają one założeniom, jakie badający przyjmuje odnośnie charakteru technologii produkcji, struktury stochastycznej modelu, zachowań producentów itp. Ograniczając rozważania do aspektów poruszonych w pracy, strukturę omawianego problemu można przedstawić graficznie jako pewną „przestrzeń badań” (rysunek 17).



Rys.17. Ocena efektów skali. Struktura problemu

Fig.17. Evaluation of returns to scale. Structure of the problem

Podstawowym problemem, jaki pojawia się przy każdej próbie oceny efektów skali, jest wybór odpowiedniej postaci analitycznej funkcji produkcji. Rozwój metodyki związanej z tym aspektem omawianego zagadnienia przedstawia oś OA. Poruszając się w tym wymiarze przestrzeni badań przyjmujemy założenia na temat charakteru technicznych zależności łączących nakłady i produkty. Wybierając najprostszy z modeli, tzn. funkcję Cobba-Douglasa, założeń tych jest szczególnie dużo. Uwalniając się od części z nich możemy założyć, że dana technologia ma charakter homotetyczny. Nie przyjmując *a priori* żadnych założeń wybieramy funkcję giętką. Ograniczanie zakresu założeń odbywa się jednak zawsze za cenę większej złożoności formalnej modelu, trudniejszej jego estymacji oraz interpretacji.

Kolejny ważny aspekt praktycznej oceny efektów skali w rolnictwie wynika z roli zarządzania jako czynnika produkcji w rolnictwie (oś OB na rysunku 17). Estymacji parametrów modelu produkcji może towarzyszyć bowiem założenie, że poszczególne gospodarstwa mają różne funkcje produkcji *intra-firm*. W zależności od hipotezy o współzależności zarządzania i poziomu pozostałych nakładów, badający ma wówczas do wyboru dwie alternatywne metody estymacji takiego modelu, to znaczy analizę kowariancji lub analizę składników reszt. Są to metody, których logika jest intuicyjnie czytelna, jednak ich zastosowanie wymaga dostępu do specjalistycznego oprogramowania lub wykonania samemu szeregu dosyć skomplikowanych obliczeń.

Według klasycznej definicji technologia stanowi zbiór technik produkcji o najwyższej produktywności. Skłania to do odchodzenia od zwykłych i wygodnych metod estymacji funkcji przeciętnej, na rzecz procedur pozwalających oszacować parametry funkcji brzegowej (wymiar OC zagadnienia). Współczynniki takiej funkcji można uzyskać przy pomocy jednej z wielu dostępnych metod, stosownie do przyjętego założenia o charakterze jej składnika resztowego. Warto pamiętać, że kształt zależności nakład-produkt (efekt skali) dla technologii przeciętnej może się zasadniczo różnić od kształtu odpowiedniej technologii brzegowej.<sup>79</sup>

Przedstawiona wyżej struktura problemu oceny efektów skali w rolnictwie została ograniczona do trzech wymiarów, stosownie do przyjętego zakresu opracowania. Studiując dostępną literaturę łatwo jest jednak zauważyć, że problem ten ma także cały szereg innych aspektów, które w opracowaniu zostały pominięte. Najważniejsze z nich zostały wskazane poniżej.

Po pierwsze, przedstawione modele zostały ograniczone do bardzo prostego przypadku: jeden produkt - wiele nakładów. Efekty skali mogą być jednak oceniane i wtedy gdy model produkcji obejmuje więcej niż jeden produkt (Cuevas; Nadiri; Panzar i Willig; Ray; Weaver)<sup>80</sup>. Po drugie, wszystkie rozważania, jakie zamieszczono w pracy odnoszą się do zależności pierwotnej (to znaczy nakład-produkt) opisanej funkcją produkcji. Te same procesy produkcji mogą być również analizowane (także w aspekcie efektów skali) przy pomocy odpowiednich dualnych funkcji kosztów (Alcantara i Prato; Chambers 1988; Cuevas; Dawson i Hubbart; Michalek; Offut i Shoemaker; Ray; Sidhu; Stefanou i Madden) lub zysku (Antle 1984; Chambers 1988; Sidhu i Baanante; Weaver). Wielu autorów uważa bowiem, że wyniki, jakich dostarczają funkcje dualne są w mniejszym stopniu obciążone błędami oraz są łatwiejsze do interpretacji (Thijssen

<sup>79</sup>Na przykład funkcja brzegowa przedstawiona na rysunku 16 (F<sub>1</sub>) wykazuje przychody o charakterze malejącym. Ta sama zależność przedstawiona jako funkcja „przeciętna” miałaby charakter zbliżony do prostoliniowego.

<sup>80</sup>Pojawia się także wówczas dodatkowe źródło różnicowania efektywności gospodarstw określane mianem *ekonomii zakresu* (ang. *economies of scope*) (Lloyd).

1991a; Varian). Kolejnym wymiarem omawianego problemu, który pominięto w opracowaniu, jest badany przez wielu autorów związek pomiędzy stopniem ryzyka a tempem wzrostu i wielkością gospodarstw rodzinnych (Chambers 1983; Madden i Partenheimer; Pasour i Bullock; Stefanou; Stefanou i Madden).

Obserwując rozwój metodyki modelowania procesów produkcji w rolnictwie łatwo jest też zauważyć stale rosnące zainteresowanie ekonomistów podejściem nieparametrycznym. Stosując takie podejście nie musimy określać szczegółowej postaci analitycznej modelu. Parametry technologii są bowiem wówczas obliczane jedną z metod programowania, przy założeniu, że analizowany proces spełnia założenia teorii produkcji (Chavas i Cox; Deller i Nelson; Färe i Grosskopf; Färe i in.; Fawson i Shumway; Hall i LeVeen; Kalaitzandonakes i in.; Lee; Varian). Modele takie znalazły również zastosowanie do oceny efektów oraz efektywności skali w rolnictwie (Byrnes i in.; Färe i Grosskopf; Färe i Njikeu; Moschini; Weersink i in.). Biorąc pod uwagę stale rosnącą liczbę publikacji, których autorzy wykorzystują modele nieparametryczne, podejście to należy traktować jako znacząca alternatywę dla modeli tradycyjnych, opartych na funkcji produkcji.



## 9. EFEKTY SKALI A EFEKTYWNOŚĆ TECHNOLOGII W ROLNICTWIE MAKROREGIONU ŚRODKOWO-ZACHODNIEGO

W kolejnych rozdziałach opracowania przedstawiono praktyczny przykład oceny efektów skali produkcji w rolnictwie rodzinnym. Jak zaznaczono we wstępnej części pracy, przykład ten nie stanowi wyłącznie dodatkowej ilustracji dla omówionej wyżej teorii. Znaczny zakres danych źródłowych, które wykorzystano do estymacji modeli (osiem lat) pozwala również na wyciągnięcie wstępnych wniosków poznawczych. Wnioski te odnoszą się przede wszystkim do charakteru technologii produkcji *intra-firm*, jaka występuje w rolnictwie rodzinnym na poziomie gospodarstw. Parametry wszystkich omówionych wyżej modeli produkcji zostały oszacowane na podstawie szeregów panelowych gospodarstw, z uwzględnieniem powiązań, jakie występują pomiędzy poziomem zarządzania, efektywnością technologii oraz efektami skali. Dodatkowo oceniono również wartość informacyjną współczynników modelu AK jako wskaźników efektywności gospodarstw.

Część empiryczna pracy składa się z trzech głównych części. W części pierwszej efekty skali (ES) zostały oszacowane w sposób „tradycyjny”, na podstawie szeregów przekrojowych. Najpierw oszacowano parametry klasycznych modeli Cobba-Douglasa. Następnie, zmieniając stopniowo założenie o charakterze badanej technologii, dokonano estymacji funkcji promieniowo-homotetycznej oraz modelu translog. W części drugiej przedstawiono wyniki estymacji modeli o strukturze panelowej - MNK, AK oraz ASR. Część końcowa opracowania zawiera porównanie wyrazów wolnych funkcji *intra-firm* gospodarstw otrzymanych metodą AK ze współczynnikami efektywności technologii ustalonymi na podstawie modelu brzegowego.

### 9.1. Model. Postać ogólna

Zgodnie z przedstawioną wyżej metodyką, jako podstawowe narzędzie opisu i analizy badanych zależności przyjęto jednorównaniowy model produkcji o następującej postaci ogólnej:

$$\text{PROD} = f(\text{ZIEM}, \text{PRAC}, \text{ROSL}, \text{ZWIE}, \text{MECH}, u) \quad (45)$$

gdzie:

- PROD - produkcja końcowa brutto gospodarstwa w roku, tys.zł,
- ZIEM - powierzchnia użytków rolnych gospodarstwa, hekt. przelicz.,
- PRAC - nakłady pracy w ciągu roku, robotnikodni,
- ROSL - koszty produkcji roślinnej w ciągu roku (nawozów mineralnych i nasion), tys.zł,
- ZWIE - koszty produkcji zwierzęcej gospodarstwa w ciągu roku (zakup pasz treściwych, zakup zwierząt, amortyzacja budynków inwentarskich), tys.zł,
- MEC - koszty mechanizacji (paliwo, energia, usługi, amortyzacja maszyn), tys.zł,
- H - tys.zł,
- u - składnik losowy.

Wybierając ogólną postać modelu kierowano się kilkoma kryteriami. Przyjęto, że odpowiedni model (postać ogólna) powinien być możliwie kompletny, to znaczy powinien uwzględniać możliwie wszystkie istotne nakłady związane z kategorią produkcji końcowej. Jednocześnie powinien on zawierać jak najmniejszą liczbę zmiennych. Niezbędna w takim przypadku agregacja nakładów musi odzwierciedlać techniczne zależności, jakie występują pomiędzy poszczególnymi mikro-nakładami.<sup>81</sup> Biorąc pod uwagę charakter dostępnych danych oraz wyniki wstępnej estymacji kilku rozważanych postaci równania, uznano, że powyższym kryteriom odpowiada najbardziej model przedstawiony w równaniu (45).

## 9.2. Dane

Dane empiryczne, na podstawie których oszacowano parametry wszystkich przedstawionych niżej modeli, pochodzą z gospodarstw rodzinnych makroregionu środkowo-zachodniego Polski, prowadzących rachunkowość rolną we współpracy z Instytutem Ekonomiki Rolnictwa i Gospodarki Żywnościowej w Warszawie (IERiGŻ).

Przygotowanie zbiorów danych o strukturze panelowej wymaga zawsze wstępnego określenia dwóch wymiarów próby: liczby obiektów (gospodarstw) oraz liczby przedziałów czasowych (lat). W przypadku danych nieeksperymentalnych, pomiędzy tymi dwoma wymiarami szeregów panelowych, występuje zwykle zależność ujemna - zwiększanie wymiaru czasowego odbywa się kosztem liczby obiektów. Jako minimalny wymiar czasowy próby przyjęto więc cztery lata. Drugi wymiar szeregu został określony jako liczba gospodarstw prowadzących rachunkowość nieprzerwanie w ciągu czterech kolejnych lat.<sup>82</sup>

Ograniczenie zakresu czasowego próby do czterech lat może wpływać niekorzystnie na dokładność estymacji współczynników kierunkowych w modelach panelowych. Z drugiej strony jednak odpowiednia liczebność gospodarstw pozwala na dokładniejszą analizę oszacowanych w ten sposób wyrazów wolnych *intra-firm* (poprzez analizę korelacji oraz rozkładów). Przyjęty zakres czasowy danych stanowi więc kompromis pomiędzy tymi dwoma celami estymacji modeli panelowych. Określając minimalny zakres czasowy próby kierowano się także odpowiednimi założeniami przyjmowanymi przez innych autorów - w tabeli 5 przedstawiono zbiory danych, na podstawie których oszacowane zostały współczynniki ES zamieszczone w tabeli 3.

Z tabeli wynika, że zakres czasowy danych wykorzystywanych do estymacji modeli AK jest bardzo różny - waha się od trzech (Lingard) do dwudziestu jeden lat (Turvey i Lowenberg). Wielu autorów przyznaje, że zgromadzenie odpowiednich danych stanowi podstawowy problem utrudniający stosowanie tych modeli. Warto także zwrócić uwagę, że wydłużanie wymiaru czasowego szeregów panelowych wymaga uwzględnienia wpływu, jaki na produktywność nakładów wywiera postęp techniczny. Konieczna jest wówczas odpowiednia modyfikacja postaci analitycznej modelu. W przeciwnym razie oszacowane współczynniki kierunkowe funkcji *intra-firm* mogą być obciążone błędem.

Ostatecznie do obliczeń wykorzystano dwa zbiory danych o strukturze panelu zrównoważonego, obejmujące dwie grupy gospodarstw rodzinnych z makroregionu środkowo-zachodniego:

<sup>81</sup>Zasady agregacji nakładów w modelach produkcji omówili między innymi Heady i Dillon.

<sup>82</sup>Opracowane dane mają więc charakter paneli zrównoważonych.

1. Zbiór pierwszy: 113 gospodarstw, prowadzących rachunkowość rolną nieprzerwanie od roku 1982 do 1985
2. Zbiór drugi: 71 gospodarstw, które prowadziły rachunkowość nieprzerwanie od roku 1989 do 1992

Tabela 5. Struktura danych panelowych wykorzystywanych do estymacji modeli AK (na podstawie literatury)  
 Table 5. Panel data structure used for AC models estimation (evidences from literature)

Autor Author	Lata Years	Liczba lat No. of years	Liczba gospod. No. of farms
Dawson (1985)	1974/75 - 1977/78	4	56
Dawson i Lingard (1982)	1974/75 - 1977/78	4	56
Hoch (1955)	1946 - 1951	6	63
Hoch (1962)	1946 - 1951	6	63
Hoch (1976)	1960 - 1964	5	20-67
Lingard i in. (1983)	1970, 1974, 1979	3	32
Mundlak (1961)	1954 - 1958	5	66
Timmer (1971)	1960 - 1967	8	48 <sup>*/</sup>
Turvey i Lowenberg (1988)	1963 - 1983	21	40

Uwagi: \*/ liczba stanów USA

Notes: \*/ number of states in the USA

Obydwa zbiory obejmują w większości różne gospodarstwa. Tylko niewielka ich liczba powtarza się w obydwu szeregach (17 gospodarstw). Pewnego komentarza wymaga zasadność włączenia w badania drugiego z okresów (1989-1992). Rynkowa reorientacja polskiego rolnictwa, jaka została wówczas zainicjowana, stanowi z pewnością specyficzny czynnik jakościowy, który może istotnie wpływać na wyniki badań obejmujących ten przedział czasu. Jak wiadomo jednym z charakterystycznych zjawisk, obserwowanych wówczas w gospodarstwach rodzinnych w Polsce był gwałtowny spadek poziomu nakładów kapitałowych (Józwiak 1993). Zgodnie z logiką prezentowanych wyżej modeli panelowych powinno to znaleźć swój wyraz w postaci wzrostu wariancji wewnątrz-obiektowej w szeregu 1989-1992. Z punktu widzenia estymacji tych modeli jest to zjawisko korzystne, ułatwia bowiem identyfikację poszczególnych funkcji *intra-firm*, a więc również oszacowanie nieobciążonego współczynnika ES.<sup>83</sup>

<sup>83</sup>Pewne zastrzeżenia może budzić również „historyczny” charakter pierwszego zbioru danych. Związane z efektami skali zależności mają jednak charakter czysto techniczny. Ich zmienność w czasie jest więc nieznaczna w porównaniu z parametrami o charakterze ekonomicznym. Warto zwrócić uwagę, że także wielu spośród autorów cytowanych w tabeli 5 oszacowało swoje modele na podstawie danych sprzed kilku lub nawet kilkunastu lat.

Ponadto zastosowanie dwóch niezależnych szeregów panelowych pozwoliło na dwukrotną, niezależną estymację wszystkich modeli, zwiększając w ten sposób wiarygodność uzyskanych wyników.

Niektóre parametry opisujące wybrane gospodarstwa w przedziale czasu objętym badaniami zostały przedstawione w tabeli 6.

Makroregion środkowo-zachodni obejmuje osiem województw: bydgoskie, kaliskie, konińskie, leszczyńskie, pilskie, poznańskie, toruńskie i wrocławskie. Badania porównawcze prowadzone przez różnych autorów wskazują, że wyniki ekonomiczne rolnictwa rodzinnego w tym makroregionie są znacznie wyższe od wyników uzyskiwanych przez rolników w innych makroregionach (Józwiak 1993; Sobczyński; Szemberg). Różnic tych nie można wytłumaczyć jedynie zróżnicowaniem warunków przyrodniczych (Sobczyński). Dlatego można sądzić, że zachowanie rolników w tej części kraju odpowiada w relatywnie większym stopniu przedstawionym wyżej kryteriom efektywności. Spostrzeżenie to ma bardzo duże znaczenie. Zachowanie producentów zgodne z kryteriami maksymalizacji nadwyżki jest bowiem jednym z podstawowych założeń dla przedstawionej w pracy teorii oraz metod.

### 9.3. Efekty skali. Model przekrojowy

Jak wspomniano w części teoretycznej opracowania, tradycyjny sposób oceny efektów skali polega na estymacji przekrojowych funkcji produkcji. W kolejnych podrozdziałach przedstawiono więc parametry zwykłych, przekrojowych funkcji produkcji Cobba-Douglasa, promieniowo-homotetycznej oraz translog, oszacowane dla ośmiu badanych lat (1982-1985 oraz 1989-1992). Na podstawie tych modeli określono również cechy technologii badanych gospodarstw (takie jak homotetyczność oraz homogeniczność). Jak wyjaśniono w części teoretycznej cechy te determinują możliwy zakres analizy efektów skali. Wyniki estymacji modeli przekrojowych posłużyły również do określenia analitycznej postaci modeli panelowych: modelu analizy kowariancji (AK) oraz modelu analizy składników reszt (ASR).

#### 9.3.1. Funkcja produkcji Cobba-Douglasa (CD)

Modelem, który jest tradycyjnie związany z estymacją efektów skali jest funkcja Cobba-Douglasa (CD). Najpierw oszacowano więc parametry ośmiu przekrojowych modeli CD o następującej postaci:

$$\ln \text{PROD} = \ln \beta_0 + \beta_1 \ln \text{ZIEM} + \beta_2 \ln \text{PRAC} + \beta_3 \ln \text{ROSL} + \beta_4 \ln \text{ZWIE} + \beta_5 \ln \text{MECH} + \ln \xi \quad (46)$$

Do estymacji równań zastosowano zwykłą MNK.<sup>84</sup> Wyniki estymacji przedstawiono w tabeli 7.

Zmienne niezależne oszacowanych funkcji wyjaśniają decydującą część wariancji produkcji końcowej badanych gospodarstw. Skorygowane współczynniki determinacji

<sup>84</sup>Parametry wszystkich przedstawionych w pracy modeli zostały oszacowane przy pomocy pakietu ekonometrycznego TSP386 v.4.2.

Tabela 6. Statystyczna charakterystyka gospodarstw - wartości średnie wybranych cech w latach oraz ich odchylenia standardowe (w nawiasach poniżej)

Table 6. Statistical description of farms. Yearly averages of selected variables and their standard deviations (below in parentheses)

Cecha Variable	R o k / Year										
	1982	1983	1984	1985	1989	1990	1991	1992			
1. Powierzchnia UR (ha) Farmland (hect.)	10,8 (7,6)	10,8 (7,6)	10,8 (7,6)	10,8 (7,6)	9,0 (6,6)	8,9 (6,5)	8,9 (6,3)	9,2 (7,3)			
2. Powierzchnia UR (ha przel.) Farmland (standard.hect.)	10,1 (7,4)	10,1 (7,4)	10,1 (7,4)	10,1 (7,4)	8,6 (6,1)	8,4 (6,1)	8,4 (6,0)	8,8 (7,1)			
3. Nakłady pracy (rbd/rok) Labour input (man-days/year)	438 (224)	463 (216)	471 (225)	442 (216)	472 (235)	448 (222)	421 (207)	418 (214)			
4. Nawożenie (kg NPK/ha) Fertiliser input (kg NPK/hect.)	222 (96)	233 (93)	224 (107)	224 (107)	254 (122)	172 (109)	111 (81)	116 (80)			
5. Inwentarz żywy (SD/100ha) Livestock (LU/100 hect.)	85,3 (33,4)	85,6 (42,6)	85,0 (44,2)	98,0 (52,5)	97,1 (53,0)	79,5 (42,2)	75,0 (45,8)	78,4 (51,3)			
6. Produkcja końcowa brutto (tys.zł) Gross final production (thous.Zł.)	814 (618)	956 (736)	1242 (978)	1404 (1172)	13,498 (12)	52,422 (47)	63,528 (61)	97,538 (103)			

Uwagi: \* W cenach bieżących. Od 1989 roku w milionach złotych na gospodarstwo

Notes: \* In current Zlotys. Since 1989 in millions of Zlotys per farm

Tabela 7. Wyniki estymacji przekrojowych funkcji produkcji Cobb-Douglasa. 1982-1992. W nawiasach poniżej podano średnie błędy szacunku

Table 7. Estimation results of cross-section Cobb-Douglas production functions, 1982-1992. Standard errors of estimation in parentheses

Współczynnik Coefficient	Rok / Year									
	1982	1983	1984	1985	1989	1990	1991	1992		
1. $\ln\beta_0$	2,6789 (0,345)*	3,1900 (0,366)*	2,8163 (0,367)*	2,6559 (0,336)*	3,5286 (1,066)*	1,4720 (1,053)	1,8978 (0,985)	5,3743 (1,137)*		
2. $\beta_1$	0,3377 (0,073)*	0,3231 (0,080)*	0,1865 (0,085)*	0,1245 (0,081)	0,2984 (0,141)*	-0,1044 (0,131)	0,0336 (0,118)	0,5325 (0,129)*		
3. $\beta_2$	0,2027 (0,068)*	0,1795 (0,079)*	0,1501 (0,070)*	0,0747 (0,070)	0,2951 (0,143)*	0,2313 (0,131)	0,2288 (0,127)	0,0553 (0,128)		
4. $\beta_3$	0,0856 (0,072)	-0,0650 (0,085)	0,2808 (0,078)*	0,3112 (0,079)*	-0,5480 (0,081)	0,1298 (0,114)	-0,0115 (0,095)	-0,1820 (0,088)		
5. $\beta_4$	0,0406 (0,015)*	0,0064 (0,018)	0,0160 (0,026)	0,1010 (0,018)*	-0,0242 (0,107)	0,2837 (0,095)*	0,1475 (0,101)	-0,1282 (0,124)		
6. $\beta_5$	0,2910 (0,050)*	0,4450 (0,053)*	0,2921 (0,053)*	0,3043 (0,057)*	0,5058 (0,088)*	0,4681 (0,099)*	0,6257 (0,092)*	0,7641 (0,094)*		
7. $R^2$	0,8921	0,8864	0,8807	0,8745	0,8544	0,8687	0,8970	0,8952		
8. F	178,86*	169,71*	174,09*	209,89*	76,302*	86,03*	113,23*	111,13*		

Uwagi: \*Współczynniki istotne na poziomie  $\alpha = 0,05$ .

Notes: \*Coefficients significant at level  $\alpha = 0,05$ .

wszystkich równań ( $R^2$ ) są bowiem bardzo wysokie.<sup>85</sup> Niewielki udział wariancji resztowej (kilkanaście procent) świadczy także o poprawnej specyfikacji zmiennych w modelu ogólnym (równanie 45).

Spośród czterdziestu oszacowanych współczynników elastyczności, dwadzieścia dwa uznano za istotne (w sensie testu t-Studenta). Statystyczna nieistotność pozostałych współczynników wynika ze znacznej współliniowości zmiennych niezależnych funkcji.<sup>86</sup> Zjawisko to zaważyło szczególnie silnie na wynikach, jakie uzyskano dla drugiego okresu (1989-1992), ze względu na mniejszą liczbę gospodarstw w tym szeregu. Kilka spośród współczynników elastyczności tych równań ma nawet wartość ujemną (choć nieistotnie różną od zera). Powszechnie wiadomo, że współliniowość nakładów jest podstawową przyczyną błędów, jakie pojawiają się przy estymacji parametrów funkcji produkcji. Jednak gdy przedmiotem zainteresowania jest efekt skali, współczynniki elastyczności cząstkowej nie są interpretowane wprost. Ocenie podlega jedynie elastyczność produkcji względem nakładów zagregowanych, wyrażona współczynnikiem ES. Współliniowość poszczególnych zmiennych niezależnych funkcji nie wywiera istotnego wpływu na wartość tego współczynnika (Dawson).

W tabeli 8 podano wartości współczynników ES, obliczonych dla ośmiu przedstawionych wyżej modeli przekrojowych. Zgodnie z logiką funkcji CD są one sumami współczynników regresji  $\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 + \beta_4 + \beta_5$  w równaniu 46.

Wszystkie współczynniki ES zamieszczone w tabeli 8 (druga kolumna) są bliskie jedności. Sugeruje to występowanie stałych przychodów względem skali we wszystkich objętych badaniami latach. Obok współczynników ES, w kolejnych kolumnach tabeli podano ich błędy standardowe oraz wartości testu t-Studenta. Statystyka ta reprezentuje hipotezę, że oszacowane współczynniki ES różnią się od jedności w sposób istotny lub inaczej, że gospodarstwa te prowadziły swoją działalność w warunkach stałych przychodów. Hipoteza ta ( $H_0: ES - 1 = 0$ ) została poddana weryfikacji przy pomocy zwykłego testu dla liniowej kombinacji parametrów funkcji regresji (Theil):

$$t = (\mathbf{w}' \mathbf{b} - 1) / (\mathbf{w}' \text{cov } \mathbf{w})^{1/2} \quad (47)$$

gdzie:

- w** - wektor o postaci  $\mathbf{w} = [0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1]$ ,
- b** - wektor współczynników regresji równania,
- cov** - macierz wariancji-kowariancji współczynników regresji.

<sup>85</sup>Wszystkie przedstawione w opracowaniu współczynniki determinacji są współczynnikami skorygowanymi. Pozwalają one na porównywanie wyników estymacji (stopnia dopasowania) modeli różniących się znacznie pod względem liczby parametrów (Theil).

<sup>86</sup>Stwierdzono to analizując odpowiednie współczynniki korelacji między zmiennym oraz na podstawie wyników testu Farrara-Glaubera (Steczkowski i Zeliaś)

Tabela 8. Elastyczność skali (ES) w przekrojowych funkcjach produkcji CD, 1982-1992

Table 8. Scale elasticity (ES) in cross-section CD production functions, 1982-1992

Rok Year	Współczynnik ES ES coefficient		
	wartość value	błąd standardowy standard deviation	test t-Studenta t-statistics
1982	0,957	0,044	0,972
1983	0,889	0,048	2,303*
1984	0,925	0,050	1,470
1985	0,916	0,047	1,769
1989	1,020	0,083	0,244
1990	1,008	0,075	0,112
1991	1,024	0,073	0,330
1992	1,042	0,075	0,557

*Uwagi: \*Hipoteza została odrzucona na poziomie istotności  $\alpha=0,05$ .*

*Notes: \*Hypothesis was rejected at significance level  $\alpha = 0.05$ .*

Gdy powyższa hipoteza zerowa jest prawdziwa, statystyka ta ma rozkład t-Studenta o  $n-k$  stopniach swobody. Jak wynika z postaci równania 47, test ten polega na porównaniu wartości wyrażenia  $ES - 1$  z wartością błędu standardowego współczynnika ES.

Tylko jeden z ośmiu współczynników ES uznano, w świetle przeprowadzonego testu, za istotnie różny od jedności (współczynnik dla roku 1983). Pozostałe wyniki podtrzymują hipotezę zerową, że w objętym badaniami okresie analizowane gospodarstwa działały w warunkach stałych przychodów względem skali. Jak wspomniano w części teoretycznej opracowania, bliska jedności elastyczność skali w modelu przekrojowym, w którym nie uwzględniono wprost poziomu zarządzania, jest rezultatem wątpliwym (rozdział 3.4.1). Świadczy o obciążeniu uzyskanych wyników błędem współzmienności.

W świetle przedstawionych wcześniej rozważań oraz wyników publikowanych przez innych autorów, przedstawione wyżej wyniki nie są zaskoczeniem. Tradycyjna specyfikacja funkcji produkcji prowadzi bowiem zwykle do podobnych wniosków. Zgodnie z argumentami zawartymi w teoretycznej części opracowania, przyczyną tego zjawiska jest współzmiennosc poziomu zarządzania z nakładami pozostałych czynników produkcji.

### 9.3.2. Funkcja produkcji promieniowo-homotetyczna (PH)

W części teoretycznej pracy wspomniano również, że funkcja Cobba-Douglasa stanowi dość ubogie narzędzie analizy efektów skali produkcji, głównie ze względu na swój monotoniczny charakter (rozdział 6.2.1). Stosunkowo nieskomplikowaną alternatywę może stanowić dla niej funkcja promieniowo-homotetyczna (PH), omówiona w rozdziale 6.2.2. Przy pomocy modelu PH można bowiem odwzorować takie efekty skali produkcji, które zmieniają się w całej dziedzinie modelu.

Parametry modeli przekrojowych PH oszacowano więc głównie po to, aby porównać otrzymane przy ich pomocy współczynniki ES z odpowiednimi parametrami oszacowanych wcześniej funkcji CD. Na podstawie wyników ich estymacji oszacowano



także długookresowe optima skali produkcji gospodarstw (spełniające kryterium ESD). Szczegółową postać przekrojowego modelu PH przedstawia równanie 48.

$$\begin{aligned} \text{PROD} = & \ln \beta_0 + \beta_1(\text{ZIEM} / Z) \ln \text{ZIEM} + \beta_2(\text{PRAC} / Z) \ln \text{PRAC} + \\ & + \beta_3(\text{ROSL} / Z) \ln \text{ROSL} + \beta_4(\text{ZWIE} / Z) \ln \text{ZWIE} + \\ & + \beta_5(\text{MECH} / Z) \ln \text{MECH} + \xi \end{aligned} \quad (48)$$

gdzie:

$$Z = \text{ZIEM} + \text{PRAC} + \text{ROSL} + \text{ZWIE} + \text{MECH}$$

Parametry równania 48 zostały oszacowane kolejno dla ośmiu badanych lat, przy pomocy zwykłej MNK. Wyniki estymacji przedstawia tabela 9. Pod względem jakości oszacowania, uzyskane wyniki są zbliżone do omawianych wyżej wyników estymacji przekrojowych modeli CD. Większość współczynników kierunkowych funkcji PH jest bowiem statystycznie istotna. Ich skorygowane współczynniki determinacji są jednak nieco niższe.

Na podstawie modeli PH obliczono następnie, zgodnie ze wzorem 40, elastyczność produkcji końcowej względem czynnika skali (ES) w warunkach przeciętnej techniki wytwarzania i średniego poziomu produkcji. Wyniki obliczeń przedstawiono w tabeli 10 (kolumna druga). Liczby w kolejnych dwóch kolumnach tej tabeli przedstawiają długookresowe optima skali produkcji oraz odpowiadające im średnie obszary gospodarstw w kolejnych latach. Optima te obliczono według wzoru 41 dla hipotetycznych gospodarstw o przeciętnej technice wytwarzania. Obszar użytków rolnych, odpowiadający optymalnemu poziomowi produkcji, określono na podstawie wielomianowych równań regresji opisujących zależność pomiędzy powierzchnią gospodarstwa a poziomem produkcji końcowej brutto (współczynniki tych równań zamieszczono w Dodatku A). Jak wyjaśniono we wstępnej części pracy, wyliczone w ten sposób optimum długookresowe odpowiada granicy pomiędzy pierwszą i drugą strefą efektywności nakładów. Przy tym poziomie nakładów występują stałe przychody względem skali.<sup>87</sup>

Przedstawione w tabeli 10 współczynniki ES różnią się jednak od wyników, jakie uzyskano na podstawie przekrojowych funkcji CD. Wszystkie są bowiem nieznacznie niższe. Elastyczność produkcji względem skali obliczona na podstawie modeli PH sugeruje, że przeciętne gospodarstwa w analizowanej zbiorowości działają w warunkach nieznacznie malejących przychodów, co odpowiada drugiej strefie efektywności nakładów. Nie można niestety stwierdzić, czy obliczone współczynniki ES różnią się od jedności w sposób istotny. W przypadku funkcji PH nie są one bowiem, tak jak w funkcji CD, liniowymi kombinacjami jej parametrów. Statystyczna weryfikacja najważniejszej dla omawianego zagadnienia hipotezy ( $H_0: \text{ES} - 1 = 0$ ), na podstawie przedstawionego wyżej testu Theila (równanie 47), nie jest w takim przypadku możliwa.

Warto też zwrócić uwagę, że przedstawione w tabeli 10 współczynniki ES wykazują pewną tendencję wzrostową, zbliżając się w kolejnych latach do jedności. Kierunek tych zmian odpowiada specyfice procesów dostosowawczych, jakie miały miejsce

<sup>87</sup>Wyznaczenie granicy pomiędzy drugą i trzecią strefą nie jest w przypadku tego modelu możliwe, ze względu na jego homotetyczny charakter.

Tabela 9. Wyniki estymacji przekrojowych funkcji produkcji PH, 1982-1992. W nawiasach podano średnie błędy szacunku  
 Table 9. Estimation results of cross-section RH production functions, 1982-1992. Standard errors of estimation in parentheses

Współczynnik Coefficient	Rok / Year									
	1982	1983	1984	1985	1989	1990	1991	1992		
1. $\ln\beta_0$	-3002,8 (336,46)*	-3612,5 (405,51)*	-5534,3 (550,39)*	-5342,9 (709,62)*	-70222,4 (11203,9)*	-411929 (56066)*	-520181 (83857)*	-922691 (122595)*		
2. $\beta_1$	7726,4 (5870,6)	4294,7 (5273,6)	-7342,7 (6366,6)	597,24 (1003,8)	14187,0 (705151)	-0,306E8 (0,102E8)	-0,261E8 (0,197E8)	-0,651E8 (0,615E8)		
3. $\beta_2$	608,01 (77,887)*	728,33 (101,91)*	1246,1 (143,17)*	990,43 (172,53)*	8769,7 (1659,8)*	53601,5 (11077)*	72715,2 (22454)*	107049 (51888)		
4. $\beta_3$	157,70 (298,95)	-147,63 (256,36)	1119,6 (317,79)*	1574,4 (364,46)*	12298,8 (2043,0)*	61396,3 (9732,8)*	59343,3 (11446)*	116388,0 (14203)*		
5. $\beta_4$	519,89 (42,701)*	603,97 (50,829)*	855,80 (66,614)*	892,65 (86,708)*	10120,1 (1542,1)*	53937,7 (6495,7)*	66697,8 (9666)*	89987,2 (12002)*		
6. $\beta_5$	1692,4 (296,44)*	2793,9 (272,75)*	2486,8 (246,79)*	2092,3 (349,30)*	25145,8 (2435,4)	64207,6 (6699,6)*	69971,3 (8477)*	133158,0 (13024)*		
7. $R^2$	0,7039	0,7598	0,7635	0,6676	0,8116	0,7259	0,7054	0,7590		
8. F	50,873*	67,694*	69,097*	42,979*	56,029*	34,429*	31,133*	40,946*		

Uwagi: \*Współczynniki istotne na poziomie  $\alpha = 0,05$ .

Notes: \*Coefficients significant at level  $\alpha = 0,05$ .

w polskim rolnictwie na początku lat dziewięćdziesiątych. Jak wspomniano wyżej (rozdział 4.1.3), spadek opłacalności produkcji wywołany wzrostem konkurencyjności zbliża zawsze poziom nakładów ponoszonych przez producentów do optimum długookresowego. Przy tym poziomie nakładów występują stałe przychody względem skali ( $ES = 1$ ).

Tabela 10. Elastyczność oraz optimum skali produkcji ustalone na podstawie modeli przekrojowych PH, 1982-1992

Table 10. Elasticity and optimum of scale of production derived from the cross-section RH models, 1982-1992

Rok Year	Elastyczność skali (ES) Elasticity of scale (ES)	Optimum: / Optimum of:	
		produkcji końcowej (tys.zł) final production (thous.Zl.)	powierzchni UR (ha) farmland (hect.)
1982	0,759	618,43	8,9
1983	0,766	732,21	8,9
1984	0,828	1028,27	9,6
1985	0,760	1067,90	9,2
1989	0,829	11197,06	8,9
1990	0,872	45741,23	9,1
1991	0,950	60391,06	10,2
1992	1,006	98160,66	9,7

*Uwagi: Optimum powierzchni obliczono na podstawie równań zamieszczonych w Dodatku A.*

*Notes: Optimum of farmland was calculated from equations in Appendix A.*

Bardzo ciekawe spostrzeżenia wynikają z analizy długookresowych optimum skali gospodarstw (kolumna trzecia i czwarta tabeli). Obliczone na podstawie modeli PH optima produkcji (oraz odpowiadające im powierzchnie UR) są zbliżone do empirycznych średnich wartości tych parametrów (tabela 6, rozdział 9.2). Jest to wynik, którego należało oczekiwać, biorąc pod uwagę wartości obliczonych wyżej współczynników ES. Ponieważ prawie we wszystkich kolejnych latach „średnie” gospodarstwo znajduje się w drugiej strefie efektywności nakładów, w pobliżu optimum długookresowego, poziom produkcji, przy którym efekty skali mają charakter stały, musi być zbliżony do poziomu średniego - tym bardziej im odpowiedni współczynnik ES jest bliższy jedności. Warto również zwrócić uwagę na zaskakującą zgodność wyników we wszystkich kolejnych latach.

Przedstawione wyżej rezultaty estymacji przekrojowych modeli PH wydają się więc bardziej zgodne z założeniami teorii produkcji niż wyniki estymacji funkcji CD, głównie ze względu na niższą wartość współczynników ES. Ich wartość poznawcza zależy jednak od tego, czy hipoteza o homotetycznym (heterogenicznym) charakterze badanej technologii jest uzasadniona. Warunek ten wynika ze specyficznych własności modelu PH, omówionych w rozdziale 6.2.2. Zignorowanie tego faktu może prowadzić do paradoksalnej sytuacji, w której uzyskane wyniki odzwierciedlają bardziej analityczne własności samej funkcji produkcji niż mechanizm badanego zjawiska. Wartość poznawczą przedstawionych wyżej wyników oceniono w dwojaki sposób:

1. Hipotezę o stałości parametrów modeli CD w całej ich dziedzinie zweryfikowano przy pomocy testu Chowa (Hall 1991). Hipoteza została utrzymana dla wszystkich analizowanych lat na poziomie istotności  $\alpha = 0,05$ . Jak wiadomo stałe współczyn-

niki elastyczności są cechą funkcji produkcji CD. Istotę przeprowadzonego testu wyjaśniono szczegółowo w Dodatku B.

2. Przeprowadzono próbę estymacji modelu PH na podstawie danych wygenerowanych przez model CD o stałych przychodach względem skali. Pomimo liniowego charakteru takiej technologii, uzyskane wyniki estymacji sugerowały jej heterogeniczność. Zastosowaną procedurę symulacyjną opisano w Dodatku C.

Rezultaty powyższych testów oraz symulacji zmuszają więc do sceptycznego potraktowania przedstawionych wyżej wyników estymacji przekrojowych modeli PH. Prawdopodobnie w znacznej części odzwierciedlają one algebraiczne własności samej funkcji. Z przeprowadzonych testów wynika bowiem, że „prawdziwa” technologia analizowanych gospodarstw ma charakter zbliżony bardziej do modelu CD niż PH. Trudno jest więc uznać, że niższa wartość współczynników ES oszacowanych na podstawie funkcji PH oznacza większą odporność tego modelu na błąd współzmienności. Wyniki testu i symulacji sugerują raczej, że współczynniki ES przedstawione w tabeli 10 są obciążone skumulowanym błędem, składającym się z błędu współzmienności (obciążenie dodatnie) oraz z błędu wadliwej specyfikacji modelu (obciążenie ujemne).

### 9.3.3. Funkcja produkcji translog (TL)

Model translog, w odróżnieniu od dwóch funkcji przedstawionych wyżej, nie nakłada ograniczeń na którykolwiek z parametrów technologii. Dzięki temu stanowi on wygodne narzędzie weryfikacji adekwatności innych modeli produkcji. Przekrojowe funkcje TL zostały więc oszacowane głównie po to, aby wyniki ich estymacji porównać z przedstawionymi wyżej modelami CD i PH. Jeżeli bowiem model CD stanowi istotnie lepszą aproksymację badanej zależności nakład-produkt niż model PH, efekty skali oszacowane na podstawie modelu TL powinny mieć charakter stały ( $ES = 1$ ). Wyniki estymacji modeli TL posłużyły także do weryfikacji dwóch hipotez o charakterze opisywanej technologii.

Przekrojowy model TL, którego parametry oszacowano dla ośmiu lat objętych badaniami ma następującą postać:

$$\begin{aligned}
 \ln \text{PROD} = & \ln \beta_0 + \beta_1 \ln \text{ZIEM} + \beta_2 \ln \text{PRAC} + \beta_3 \ln \text{ROSL} + \beta_4 \ln \text{ZWIE} + \\
 & + \beta_5 \ln \text{MECH} + \beta_{11} (\ln \text{ZIEM})^2 + \beta_{22} (\ln \text{PRAC})^2 + \beta_{33} (\ln \text{ROSL})^2 + \\
 & + \beta_{44} (\ln \text{ZWIE})^2 + \beta_{55} (\ln \text{MECH})^2 + \beta_{12} (\ln \text{ZIEM} \ln \text{PRAC}) + \\
 & + \beta_{13} (\ln \text{ZIEM} \ln \text{ROSL}) + \beta_{14} (\ln \text{ZIEM} \ln \text{ZWIE}) + \\
 & + \beta_{15} (\ln \text{ZIEM} \ln \text{MECH}) + \beta_{23} (\ln \text{PRAC} \ln \text{ROSL}) + \\
 & + \beta_{24} (\ln \text{PRAC} \ln \text{ZWIE}) + \beta_{25} (\ln \text{PRAC} \ln \text{MECH}) + \\
 & + \beta_{34} (\ln \ln \text{ROSL} \ln \text{ZWIE}) + \beta_{35} (\ln \text{ROSL} \ln \text{MECH}) + \\
 & + \beta_{45} (\ln \text{ZWIE} + \ln \text{MECH}) + \ln \xi
 \end{aligned} \tag{49}$$

Do estymacji równań zastosowano iteracyjną MNK (Hall 1991). Pozwoliło to połączyć procedurę szacowania parametrów funkcji z testowaniem dwóch hipotez statystycznych odnoszących się do technologii badanych gospodarstw. Hipotezy te zostały przedstawione w sposób szczegółowy w dalszej części podrozdziału.

Przed przystąpieniem do estymacji wszystkie zmienne modelu zostały podzielone przez ich wartości średnie (Hertel). Elastyczność produkcji względem skali (ES) można wtedy obliczyć (dla średniego poziomu zmiennych) w sposób uproszczony, według wzoru (36).<sup>88</sup> Szczegółowe wyniki estymacji ośmiu przekrojowych modeli TL zostały przedstawione w tabeli 11.

Wyniki te są, co najwyżej, zadowalające. Większość oszacowanych współczynników jest bowiem statystycznie nieistotna. Wyniki takie pojawiają się bardzo często przy estymacji parametrów funkcji TL, jako skutek współliniowości dodatkowych, sztucznych zmiennych tego modelu (kwadratów i interakcji) (Boisvert; Kjeldsen-Kragh; Wyzan). Wszystkie współczynniki determinacji (skorygowane) oszacowanych modeli TL są jednak wyższe od odpowiednich współczynników funkcji CD i PH. W sensie statystycznym funkcja ta stanowi więc - zgodnie z oczekiwaniami - lepszą aproksymację badanej technologii niż obydwie modele przedstawione powyżej.

Współczynniki ES, które obliczono na podstawie wyników estymacji funkcji TL przedstawia tabela 12. Zostały one obliczone dla średnich poziomów nakładów. Przy średnim poziomie nakładów wszystkie funkcje przedstawione w tabeli 11 spełniają warunek wypukłości izokwant, określony przy pomocy równania 44 (rozdział 6.2.3). W tabeli zamieszczono również błędy standardowe współczynników ES oraz wyniki statystycznej weryfikacji hipotezy zerowej  $H_0: ES - 1 = 0$  przy pomocy testu t-Studenta.

Żaden ze współczynników ES przedstawionych w tabeli 12 nie różni się, w sensie przeprowadzonego testu, istotnie od jedności. Oznacza to, że hipoteza o stałych przychodach względem skali została utrzymana w odniesieniu do wszystkich analizowanych lat. Zgodnie z argumentacją przedstawioną we wstępnej części pracy, świadczy to o obciążeniu wyników estymacji błędem współzmienności.

Rezultaty jakie uzyskano, korzystając z dość skomplikowanego modelu TL, są więc bardzo podobne do wyników estymacji zwykłego modelu CD. Należy jednak pamiętać, że przedstawione w tabeli współczynniki zostały obliczone dla średniego poziomu zmiennych niezależnych. W modelu TL zmieniają się one w całej dziedzinie funkcji. Jak zaznaczono przy omawianiu analitycznych własności funkcji TL (rozdział 6.2.3), ponieważ model ten stanowi tylko lokalną aproksymację „prawdziwej” funkcji

---

<sup>88</sup> Odpowiedni współczynnik ES jest wtedy sumą współczynników kierunkowych  $\beta_1 - \beta_5$  w równaniu 49, gdyż wartość wyrażenia:  $\sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^K \beta_{kj} \ln X_j$  we wzorze 43 wynosi wówczas zero.

Tabela 11. Wyniki estymacji przekrojowych funkcji produkcji translog. 1982-1992. W nawiasach podano średnie błędy szacunku  
 Table 11. Estimation results of cross-section translog production functions, 1982-1992. Standard errors of estimation in parentheses

Współczynnik Coefficient	Rok / Year															
	1982	1983	1984	1985	1989	1990	1991	1992	1982	1983	1984	1985	1989	1990	1991	1992
1. $\ln\beta_0$	6,7292 (0,041)*	6,8410 (0,040)*	7,0774 (0,035)*	7,2412 (0,042)*	9,4269 (0,637)*	10,878 (0,061)*	10,973 (0,063)*	11,410 (0,078)*	6,7292 (0,041)*	6,8410 (0,040)*	7,0774 (0,035)*	7,2412 (0,042)*	9,4269 (0,637)*	10,878 (0,061)*	10,973 (0,063)*	11,410 (0,078)*
2. $\beta_1$	0,3503 (0,100)*	0,4472 (0,110)*	0,2594 (0,110)*	0,2161 (0,106)*	0,4064 (0,161)*	-0,1019 (0,161)	0,1720 (0,163)	0,5014* (0,223)	0,3503 (0,100)*	0,4472 (0,110)*	0,2594 (0,110)*	0,2161 (0,106)*	0,4064 (0,161)*	-0,1019 (0,161)	0,1720 (0,163)	0,5014* (0,223)
3. $\beta_2$	0,2781 (0,093)*	0,1965 (0,102)	0,2512 (0,103)*	0,0818 (0,086)	0,3775 (0,196)	-0,1076 (0,161)	-0,1461 (0,189)	-0,1867 (0,181)	0,2781 (0,093)*	0,1965 (0,102)	0,2512 (0,103)*	0,0818 (0,086)	0,3775 (0,196)	-0,1076 (0,161)	-0,1461 (0,189)	-0,1867 (0,181)
4. $\beta_3$	0,0741 (0,091)	-0,1628 (0,105)	0,0204 (0,103)	0,1666 (0,095)	-0,0165 (0,092)	0,1735 (0,123)	0,1355 (0,110)	-0,0991 (0,133)	0,0741 (0,091)	-0,1628 (0,105)	0,0204 (0,103)	0,1666 (0,095)	-0,0165 (0,092)	0,1735 (0,123)	0,1355 (0,110)	-0,0991 (0,133)
5. $\beta_4$	0,0957 (0,042)*	0,1277 (0,038)*	0,1902 (0,042)*	0,1927 (0,036)*	-0,0028 (0,156)	0,3360 (0,102)*	0,3504 (0,112)*	0,1421 (0,181)	0,0957 (0,042)*	0,1277 (0,038)*	0,1902 (0,042)*	0,1927 (0,036)*	-0,0028 (0,156)	0,3360 (0,102)*	0,3504 (0,112)*	0,1421 (0,181)
6. $\beta_5$	0,2247 (0,079)*	0,3990 (0,084)*	0,3314 (0,087)*	0,2996 (0,088)*	0,4046 (0,106)*	0,5676 (0,143)*	0,4352 (0,150)	0,6244* (0,156)	0,2247 (0,079)*	0,3990 (0,084)*	0,3314 (0,087)*	0,2996 (0,088)*	0,4046 (0,106)*	0,5676 (0,143)*	0,4352 (0,150)	0,6244* (0,156)
7. $\beta_{11}$	-0,2547 (0,174)	-0,0718 (0,189)	-0,2880 (0,232)	-0,0739 (0,220)	-0,4970 (0,429)	0,6640 (0,415)	0,5754 (0,396)	-0,3807 (0,379)	-0,2547 (0,174)	-0,0718 (0,189)	-0,2880 (0,232)	-0,0739 (0,220)	-0,4970 (0,429)	0,6640 (0,415)	0,5754 (0,396)	-0,3807 (0,379)
8. $\beta_{22}$	0,0614 (0,150)	-0,0139 (0,160)	0,0660 (0,133)	0,0056 (0,144)	-0,7195 (0,398)	-0,1881 (0,340)	0,3114 (0,316)	0,5458 (0,422)	0,0614 (0,150)	-0,0139 (0,160)	0,0660 (0,133)	0,0056 (0,144)	-0,7195 (0,398)	-0,1881 (0,340)	0,3114 (0,316)	0,5458 (0,422)
9. $\beta_{33}$	-0,0506 (0,199)	0,0984 (0,254)	-0,0027 (0,102)	-0,0206 (0,222)	0,0491 (0,112)	0,0970 (0,226)	-0,046 (0,276)	0,0208 (0,188)	-0,0506 (0,199)	0,0984 (0,254)	-0,0027 (0,102)	-0,0206 (0,222)	0,0491 (0,112)	0,0970 (0,226)	-0,046 (0,276)	0,0208 (0,188)
10. $\beta_{44}$	0,0049 (0,007)	0,0217 (0,010)*	0,0732 (0,017)*	0,0446 (0,012)*	0,4818 (0,265)	0,1557 (0,187)	0,0570 (0,243)	0,3812 (0,376)	0,0049 (0,007)	0,0217 (0,010)*	0,0732 (0,017)*	0,0446 (0,012)*	0,4818 (0,265)	0,1557 (0,187)	0,0570 (0,243)	0,3812 (0,376)
11. $\beta_{55}$	-0,0142 (0,093)	0,1029 (0,108)	0,0934 (0,079)	0,1127 (0,087)	0,0522 (0,139)	0,6258 (0,159)*	0,0374 (0,212)	0,0096 (0,229)	-0,0142 (0,093)	0,1029 (0,108)	0,0934 (0,079)	0,1127 (0,087)	0,0522 (0,139)	0,6258 (0,159)*	0,0374 (0,212)	0,0096 (0,229)
12. $\beta_{12}$	-0,2535 (0,261)	-0,7909 (0,301)*	-0,4869 (0,351)	0,0035 (0,259)	-0,207 (0,497)	0,2547 (0,479)	0,0661 (0,549)	0,6732 (0,573)	-0,2535 (0,261)	-0,7909 (0,301)*	-0,4869 (0,351)	0,0035 (0,259)	-0,207 (0,497)	0,2547 (0,479)	0,0661 (0,549)	0,6732 (0,573)
13. $\beta_{13}$	0,3599 (0,294)	0,0774 (0,307)	0,4223 (0,322)	0,2312 (0,375)	0,6356 (0,291)*	-0,2478 (0,499)	0,0352 (0,420)	0,1461 (0,386)	0,3599 (0,294)	0,0774 (0,307)	0,4223 (0,322)	0,2312 (0,375)	0,6356 (0,291)*	-0,2478 (0,499)	0,0352 (0,420)	0,1461 (0,386)

cd tabeli 11  
table 11 contid.

14.	$\beta_{14}$	-0.0520 (0.088)	0.2096 (0.095)*	0.1000 (0.103)	-0.0029 (0.062)	-0.3584 (0.435)	0.1504 (0.332)	-1.0634* (0.523)	0.1957 (0.740)
15.	$\beta_{15}$	0.2547 (0.192)	0.2688 (0.224)	0.1000 (0.188)	0.0946 (0.222)	0.8398 (0.432)	-1.255 (0.371)*	0.0999 (0.396)	0.0601 (0.526)
16.	$\beta_{23}$	-0.2082 (0.264)	0.1600 (0.414)	0.5216 (0.248)*	0.0416 (0.264)	0.1922 (0.392)	0.3636 (0.449)	-0.0060 (0.427)	-0.1600 (0.438)
17.	$\beta_{24}$	0.0321 (0.067)	-0.0672 (0.113)	-0.1442 (0.072)*	0.0226 (0.049)	0.4086 (0.456)	-0.1980 (0.334)	-0.7205 (0.522)	-1.7081* (0.528)
18.	$\beta_{25}$	0.2629 (0.164)*	0.5332 (0.220)*	0.1115 (0.198)	-0.0037 (0.218)	0.0443 (0.313)	-0.4002 (0.447)	-0.1343 (0.409)	0.2475 (0.289)
19.	$\beta_{34}$	0.0643 (0.072)	0.0621 (0.086)	-0.2141 (0.085)*	-0.0907 (0.063)	-0.2378 (0.268)	-0.1276 (0.292)	0.8216 (0.350)*	0.0806 (0.367)
20.	$\beta_{35}$	-0.1709 (0.176)	-0.3510 (0.203)*	-0.2767 (0.210)	-0.2808 (0.218)	-0.4891 (0.159)*	0.0304 (0.309)	-0.6638 (0.277)*	-0.0987 (0.293)
21.	$\beta_{45}$	-0.036 (0.048)	-0.2487 (0.094)*	0.0242 (0.074)	-0.0246 (0.046)	-0.4667 (0.384)	-0.0574 (0.282)	0.4941 (0.312)	-0.0638 (0.389)
22.	$R^2$	0.9011	0.9012	0.9174	0.9173	0.9069	0.9053	0.9373	0.8992
23.	F	51.784*	52.066*	52.097*	63.208*	63.087*	35.084*	34.464*	37.381*

Uwagi: \*Współczynniki istotne na poziomie  $\alpha = 0.05$ .

Notes: \*Coefficients significant at level  $\alpha = 0.05$ .

produkcji, predykcje odbiegające znacznie od wartości średnich obciążone są zwykle znacznym błędem.<sup>89</sup>

Tabela 12: Elastyczność skali w przekrojowych modelach TL, 1982-1992

Table 12. Elasticity of scale in cross-section translog models, 1982-1992

Rok Year	Współczynnik ES ES coefficient		
	wartość value	błąd standardowy standard error	test t-Studenta <sup>1)</sup> t-statistics
1982	1,023	0,071	0,325
1983	1,008	0,071	0,108
1984	1,053	0,073	0,716
1985	0,953	0,070	-0,661
1989	1,169	0,088	1,919
1990	0,868	0,100	-1,324
1991	0,948	0,112	-0,471
1992	0,982	0,105	-0,170

Uwagi: <sup>1)</sup> Wartość testu obliczono według wzoru 47 (rozdział 9.3.1).

Notes: <sup>1)</sup> Test values were calculated from equation 47 (Chapter 9.3.1).

Omawiając własności modelu TL wspomniano również, że umożliwia on obiektywną, formalną ocenę technicznych własności badanych procesów produkcji. Jak zaznaczono w rozdziale 4.1.3.1, własności te istotnie determinują zakres analizy zjawisk towarzyszących wzrostowi rozmiarów produkcji. Przedstawione wyżej porównanie wyników funkcji funkcji CD i PH sugeruje, że badana technologia odpowiada w większym stopniu modelowi homogenicznemu niż homotetycznemu. Obydwie te funkcje są jednak stosunkowo „sztywnymi” modelami, gdyż odpowiednie cechy badanej technologii zakłada się przy ich estymacji *a priori*. Możliwe jest więc, że opisywana technologia nie odpowiada żadnemu z powyższych modeli, gdyż ma charakter heterotetyczny. Jej cechy można bliżej określić na podstawie wyników estymacji przekrojowych modeli TL, nakładając odpowiednie ograniczenia na jej parametry. Statystyczną weryfikację tych hipotez można przeprowadzić na podstawie testu F (równanie 21) lub testu ilorazu wiarygodności (równanie 22).

Na wstępie poddano weryfikacji hipotezę, że badana technologia jest zgodna z funkcją produkcji CD. Model TL jest równoważny funkcji CD, gdy wszystkie współczynniki przy sztucznych zmiennych tej funkcji są równe zero:

$$\beta_{kj} = 0 \quad k, j = 1 \dots K \quad (50)$$

W przypadku przyjęcia powyższej hipotezy zerowej, rozwijanie dalszych hipotez nie jest uzasadnione, ponieważ taka technologia (typu Cobba-Douglasa) jest jednocześnie homogeniczna i homotetyczna. Jednak w przypadku jej odrzucenia, hipoteza o homogeniczności jest w dalszym ciągu uzasadniona. Homogeniczność technologii jest

<sup>89</sup> W jedynym znanym autorowi przykładzie estymacji efektów skali przy pomocy funkcji TL, jaki opublikowano w krajowej literaturze ekonomiczno - rolniczej, podano 20 współczynników ES oszacowanych dla gospodarstw duńskich (Kjeldsen-Kragh). Wszystkie one są bardzo bliskie jedności, co może świadczyć o ich obciążeniu błędem współzmienności.



bowiem założeniem mniej restrykcyjnym niż ograniczenie w postaci równania 50 (Guilkey i Lovell).<sup>90</sup> Funkcja TL ma charakter homogeniczny wtedy gdy jej parametry spełniają następujący warunek (Boisvert):

$$\sum_{k=1}^K \beta_{kj} = \sum_{j=1}^K \beta_{kj} = \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^K \beta_{kj} = 0 \quad (51)$$

Powyższe ograniczenie, wraz z tak zwanym warunkiem symetrii parametrów funkcji TL, można przedstawić w postaci pięciu następujących równań (Boisvert):

$$\begin{aligned} \beta_{11} + \beta_{12} + \beta_{13} + \beta_{14} + \beta_{15} &= 0 \\ \beta_{12} + \beta_{22} + \beta_{23} + \beta_{24} + \beta_{25} &= 0 \\ \beta_{13} + \beta_{23} + \beta_{33} + \beta_{34} + \beta_{35} &= 0 \\ \beta_{14} + \beta_{24} + \beta_{34} + \beta_{44} + \beta_{45} &= 0 \\ \beta_{15} + \beta_{25} + \beta_{35} + \beta_{45} + \beta_{55} &= 0 \end{aligned} \quad (51a)$$

Po nałożeniu odpowiednich ograniczeń (50 i 51a) na równanie 49, obydwie hipotezy poddano statystycznej weryfikacji przy pomocy testu ilorazu wiarygodności. Wyniki przeprowadzonych testów przedstawia tabela 13.

W rezultacie przeprowadzonych testów, w przypadku aż sześciu spośród ośmiu analizowanych lat, pierwsza hipoteza zerowa (równanie 50) została odrzucona. Wyjątek stanowią wyniki testu dla lat 1982 i 1992, które sugerują zgodność analizowanej technologii z modelem CD. Druga z ocenianych hipotez (homogeniczność technologii) została natomiast utrzymana w przypadku aż siedmiu modeli TL (za wyjątkiem funkcji dla 1990 roku). Podsumowując wyniki przedstawione w tabeli 13 należy więc stwierdzić, że nie ma podstaw, aby zakładać heterogeniczny (a więc również i homotetyczny) charakter technologii analizowanych gospodarstw. W świetle przeprowadzonych testów nie należy także przyjmować, że opisywana technologia odpowiada ściśle modelowi CD. Ma ona bowiem charakter homogeniczny.

Przedstawione wyżej wyniki estymacji trzech różnych przekrojowych modeli produkcji (CD, PH i TL) pozwoliły więc na dokonanie ciekawych spostrzeżeń o charakterze metodycznym. Szczególnie ważne uwagi odnoszą się do analitycznych własności modelu PH. Wyniki, jakie uzyskano korzystając z tej funkcji, wydają się bardziej zgodne z założeniami teorii produkcji niż wyniki tradycyjnego modelu CD. Jednak, jak potwierdziła przeprowadzona symulacja, model PH sugeruje heterogeniczność technologii nawet wtedy, gdy „prawdziwa” technologia jest zgodna z funkcją CD. Technologia gospodarstw, które tworzą obydwie szeregi panelowe jest technologią homogeniczną. Hipoteza alternatywna o jej heterogenicznym (homotetycznym) charakterze została wcześniej odrzucona na podstawie testu Chowa (rozdział 9.3.2). Wyniki testów przeprowadzonych przy pomocy funkcji TL (tabela 13) w pełni podtrzymują to spostrzeżenie.

<sup>90</sup> W modelu homogenicznym efekty skali (ES) są jednakowe w całej dziedzinie funkcji, jednak poszczególne współczynniki elastyczności produkcji względem nakładów mogą się zmieniać. Ich suma (współczynnik ES) pozostaje jednak taka sama. Wyraża ona stopień jednorodności tej funkcji (Boisvert).

Tabela 13. Wyniki testu ilorazu wiarygodności dla przekrojowych funkcji produkcji TL, 1982-1992

Table 13. Results of the log-likelihood ratio test for cross-section translog functions, 1982-1992

Rok Year	H <sub>0</sub> : Homogeniczność H <sub>0</sub> : Homogeneity		H <sub>0</sub> : CD	
	wartość testu test value	stopnie swobody degrees of freedom	wartość testu test value	stopnie swobody degrees of freedom
1982	x	x	20,843	15
1983	4,217	5	34,975*	15
1984	9,327	5	56,459*	15
1985	3,416	5	33,253*	15
1989	4,041	5	59,426*	15
1990	21,578*	5	47,043*	15
1991	6,394	5	32,142*	15
1992	x	x	22,752	15

*Uwagi: \*Hipoteza została odrzucona na poziomie istotności  $\alpha = 0,05$ .*

*Notes: \*Hypothesis was rejected at significance level  $\alpha = 0.05$ .*

Z przeprowadzonych wyżej porównań wynika więc, że omawiane w opracowaniu zależności lepiej opisuje zwykły model CD, chociaż test jaki przeprowadzono na podstawie wyników estymacji funkcji TL nie podtrzymał hipotezy o dokładnie takim charakterze opisywanej technologii. Homogeniczność „prawdziwej” technologii produkcji sprawia jednak, że dynamika najważniejszego jej parametru (z punktu widzenia omawianego zagadnienia), to znaczy współczynnika ES, odpowiada bardziej logice funkcji produkcji CD niż modelowi PH.<sup>91</sup> Ponadto współczynniki ES, jakie ustalono na podstawie zwykłego modelu CD, są w sensie statystycznym takie same jak współczynniki „prawdziwej” technologii odwzorowanej przy pomocy modelu TL. Obydwa sugerują bowiem występowanie stałych przychodów względem skali.

Omówione wyżej wyniki estymacji różnych modeli przekrojowych wskazują również, że błąd współzmienności nie jest związany z określoną postacią analityczną funkcji produkcji. Zaważył on na wynikach estymacji zarówno najprostszego z modeli - funkcji CD, jak również funkcji TL. Ponieważ współczynniki ES, jakie obliczono na podstawie tych dwóch funkcji są w sensie statystycznym jednakowe, przedstawione w dalszej części pracy modele o strukturze panelowej mają postać funkcji CD, w celu uproszczenia obliczeń oraz interpretacji otrzymanych wyników.<sup>92</sup>

#### 9.4. Modele o strukturze panelowej

Zgodnie z argumentacją przedstawioną w części teoretycznej opracowania, stałe efekty skali obserwowane w szeregach przekrojowych są wynikiem błędu powodowanego przez współzmiennosc nakładów konwencjonalnych i poziomu zarządzania w go-

<sup>91</sup>Ponieważ w przypadku technologii homogenicznej efekty te są jednakowe w całej dziedzinie modelu funkcja CD może stanowić wystarczająco dokładne ich odwzorowanie.

<sup>92</sup>Istota AK pozwala zakładać, że postać analityczna funkcji produkcji, jaka stanowi podstawę tego modelu nie wpływa istotnie na uzyskiwane wyniki, to znaczy na zróżnicowanie wyrazów wolnych funkcji *intra-firm*.

spodarstwach rodzinnych. Błąd ten ujawnia się najczęściej jako przeszacowanie współczynników ES. Jego obecność potwierdzają również wyniki estymacji przekrojowych funkcji produkcji, jakie przedstawiono wyżej.

Hipoteza o występowaniu błędu współzmienności została ostatecznie zweryfikowana poniżej poprzez estymację modeli analizy kowariancji (AK). Wyniki modeli AK zostały następnie porównane z wynikami odpowiednich modeli analizy składników reszt (ASR). Do estymacji wszystkich równań wykorzystano dwa zbiory danych o strukturze panelowej.

#### 9.4.1. Model analizy kowariancji (AK)

Jak wykazano w części teoretycznej opracowania (rozdział 6.1.1), rozwinięcie zwykłej, przekrojowej funkcji produkcji w model o strukturze panelowej polega na włączeniu do niej „efektu gospodarstwa”. Efekt ten jest reprezentowany przez zbiór zmiennych zerojedynkowych, których liczba jest równa liczbie analizowanych gospodarstw. Zastosowany model AK ma więc następującą postać:

$$\ln \text{PROD} = \beta_1 \ln \text{ZIEM} + \beta_2 \ln \text{PRAC} + \beta_3 \ln \text{ROSL} + \beta_4 \ln \text{ZWIE} + \beta_5 \ln \text{MECH} + \gamma_1 G_1 + \dots + \gamma_N G_N + \delta_1 T_1 + \dots + \delta_4 T_4 + \ln \xi \quad (52)$$

gdzie:

- $\gamma_1, \dots, \gamma_N$  - współczynniki (wyrazy wolne *intra-firm*) przy zmiennych zerojedynkowych  $G_1, \dots, G_N$  opisujących badane gospodarstwa ( $N$  = liczba gospodarstw w danym szeregu panelowym)<sup>93</sup>,
- $\delta_1, \dots, \delta_4$  - współczynniki przy zmiennych zerojedynkowych  $T_1, \dots, T_4$  opisujących poszczególne lata.

Zmienne PROD, ROSL, ZWIE oraz MECH zostały wyrażone w cenach stałych. Dla okresu pierwszego (1982-1985) przyjęto ceny z roku 1982, natomiast w okresie drugim (1989-1992) wielkości te zostały wyrażone w cenach z roku 1989. Potencjalny wpływ błędów wynikających z zastosowanej indeksacji został zredukowany dzięki przyjętej postaci modelu. Do równania 52, zamiast jednej zmiennej czasowej ciągłej wprowadzono bowiem cztery zmienne zerojedynkowe, które nie podlegają ekonomicznej interpretacji. Spełniają one rolę „absorbera” części wariancji produkcji, której nie wyjaśnia zmienność pięciu uwzględnionych w modelu nakładów. Jednym ze źródeł tej wariancji jest zmieniająca się z roku na rok ekonomiczna „wydajność” procesu produkcji, spowodowana zmianami relacji cen, które nie zostały „wychwycone” przez zastosowaną indeksację (Dawson i Lingard; Hoch 1962).

Przedstawiony wyżej model oszacowano dla obydwu okresów dwukrotnie. Najpierw oszacowano parametry zwykłych modeli przekrojowo-czasowych, to znaczy zakładając, że wszystkie gospodarstwa mają wspólną technologię produkcji (model ograniczony). Na podstawie tych wyników zweryfikowano następnie *ex ante* hipotezę o występowaniu indywidualnych funkcji *intra-firm*, przy pomocy testu Breusch-Pagana opisanego w rozdziale 6.1.2 (równanie 33). W drugim etapie oszacowano parametry pełnych modeli AK i ponownie zweryfikowano tę samą hipotezę *ex post* - przy pomocy

<sup>93</sup>Współczynniki te odpowiadają więc współczynnikom  $\beta_1$ , w ogólnym modelu AK przedstawionym w postaci równania 13.

testu F (rozdział 6.1.1, wzór 21). Wyniki estymacji wszystkich modeli zostały przedstawione i omówione poniżej.

#### 9.4.1.1. Model ograniczony

Gdy wszystkie gospodarstwa działają w warunkach jednakowej technologii *intra-firm*, odpowiedni model produkcji ma jeden, wspólny wyraz wolny. Założeniu temu odpowiada następujące ograniczenie nałożone na równanie 52:

$$\gamma_i = 0 \quad i = 1, \dots, N \quad (53)$$

gdzie:

N - liczba obiektów (gospodarstw)

Ograniczenie to polega więc na usunięciu z modelu AK wszystkich zmiennych zerojedynkowych opisujących gospodarstwa.<sup>94</sup> Ze względu na wymogi MNK, z równania usunięto także jedną ze zmiennych zerojedynkowych czasowych ( $T_1$ ).<sup>95</sup> Wyniki estymacji modeli przekrojowo-czasowych dla obydwu okresów zawiera tabela 14.

Wyniki estymacji są w pełni zadowalające. Większość współczynników regresji przy zmiennych niezależnych obydwu modeli jest statystycznie istotna (osiem spośród dziesięciu). Warto zwrócić uwagę, że współczynniki kierunkowe tych funkcji są zbliżone do średnich wartości estymatorów z odpowiednich modeli przekrojowych CD przedstawionych w tabeli 7 (rozdział 9.3.1).

Jak należało oczekiwać, współczynniki ES obliczone na podstawie modeli ograniczonych są w obydwu przypadkach bliskie jedności. Znaczy to, że zjawisko przeszacowania efektów skali występuje także w modelach przekrojowo-czasowych, jeżeli ich specyfikacja pomija fakt zróżnicowania technologii gospodarstw (poziomu zarządzania). Hipoteza o stałych efektach skali została jednak w przypadku pierwszego modelu odrzucona. Stosunkowo niski błąd standardowy jego współczynnika ES wynika prawdopodobnie z większej dokładności estymacji parametrów funkcji przekrojowo-czasowych w porównaniu z przedstawionymi wcześniej modelami przekrojowymi, dzięki większej liczbie i większej zmienności obserwacji w szeregach panelowych.

Na podstawie reszt dwóch modeli ograniczonych obliczono następnie wartości testu Breuscha-Pagana (równanie 33, rozdział 6.1.2). Zgodnie z logiką tego testu, ocenie podlegała hipoteza, że wariancja wyrazów wolnych funkcji *intra-firm* poszczególnych gospodarstw nie różni się istotnie od zera. Wyniki przeprowadzonych testów przedstawione zostały w tabeli 15.

<sup>94</sup>Na ich miejsce wprowadzono jeden wspólny wyraz wolny.

<sup>95</sup>Jest to niezbędny warunek estymacji parametrów równania o takiej postaci, że względu na liniową zależność jaka występuje pomiędzy wyrazem wolnym (wektorem jedynek w MNK) a kompletnym zbiorem zmiennych zerojedynkowych (Johnston, Pindyck i Rubinfeld).

Tabela 14. Wyniki estymacji modeli przekrojowo-czasowych dla dwóch analizowanych podokresów, przy założeniu wspólnej technologii produkcji *intra-firm*  
 Table 14. Results of estimation of time-series of cross-section models for two subperiods. Common *intra-firm* technology assumed

Parametr rownania Equation coefficient	1982-1985			1989-1992		
	współczynnik regresji coefficient	błąd standardowy standard error	test t t-statistics	współczynnik regresji coefficient	błąd standardowy standard error	test t t-statistics
1. $\ln\beta_0$	2,7597	0,1770	15,58*	3,1515	0,4924	6,39*
2. $\beta_1$	0,2662	0,0402	6,62*	0,1871	0,0665	2,81*
3. $\beta_2$	0,1414	0,0373	3,78*	0,1986	0,0672	2,83*
4. $\beta_3$	0,1441	0,0396	3,63*	-0,0292	0,0459	-0,63
5. $\beta_4$	0,0409	0,0095	4,29*	0,0802	0,0534	1,50
6. $\beta_5$	0,3324	0,0271	12,23*	0,5840	0,0472	12,34*
7. $\delta_1$	0,0349	0,0386	0,91	-0,1652	0,0786	-2,10*
8. $\delta_2$	-0,0017	0,0369	-0,04	-0,3917	0,0935	-4,19*
9. $\delta_3$	-0,0235	0,0391	-0,60	-0,5504	0,0808	-6,80*
10. ES	<b>0,9251</b>	0,0241	<b>3,11*</b>	<b>1,0128</b>	0,0394	-0,32
11. $R^2$	0,8875	x	x	0,8606	x	x

Uwagi: \*Współczynniki istotne na poziomie  $\alpha = 0,05$ .

Notes: \*Coefficients significant at level  $\alpha = 0,05$

Tabela 15. Wyniki testu Breuscha-Pagana dla dwóch podokresów  
 Table 15. Results of Breusch-Pagan test for two sub-periods

Podokres Sub-period	Stopnie swobody Degrees of freedom	Wartość testu Test value
1982-1985	1	264,07*
1989-1992	1	166,56*

Uwagi: \*Hipoteza została odrzucona na poziomie istotności  $\alpha = 0,05$ .

Notes: \*Hypothesis was rejected at significance level  $\alpha = 0.05$ .

Na mocy przeprowadzonego testu powyższa hipoteza zerowa została odrzucona (dla obydwu okresów). Wynik ten podtrzymuje więc hipotezę alternatywną, zgodnie z którą funkcje produkcji poszczególnych producentów w badanych szeregach panelowych różnią się od siebie w sposób istotny. Odwołując się do argumentacji, jaką przedstawiono w teoretycznej części opracowania, przyczyną tego zjawiska jest różny poziom zarządzania w poszczególnych gospodarstwach. Dlatego właśnie współczynniki ES zwykłych funkcji przekrojowo-czasowych w tabeli 14 (wiersz 10) są również obciążone błędem współzmienności, podobnie jak współczynniki zwykłych modeli przekrojowych. Przedstawione wyżej wyniki estymacji modelu ograniczonego uzasadniają więc, *ex ante*, celowość estymacji pełnego modelu AK.

#### 9.4.1.2. Model pełny

W kolejnym etapie oszacowano więc parametry równania 52 bez ograniczeń, dla dwóch badanych okresów. Ponieważ liczba gospodarstw w obydwu szeregach panelowych przekraczała znacznie próg stosowalności zwykłej MNK, parametry modeli pełnych zostały oszacowane przy pomocy procedury opisanej w rozdziale 6.1.1. Podobnie jak w przypadku estymacji modelu z ograniczeniami, z równania funkcji usunięto jedną ze zmiennych czasowych ( $T_1$ ). Wyniki estymacji przedstawia tabela 16. W tabeli nie podano wartości oszacowanych współczynników; (wyrazów wolnych funkcji *intra-firm*). Parametry ich rozkładu przedstawiono osobno, w tabeli 18.

Wyniki estymacji pierwszego modelu AK (1982-1985) są bardzo dobre. Pomimo złożonej struktury równania, aż cztery jego współczynniki ( $\beta_k$ ) są statystycznie istotne. Znacznie gorsze rezultaty uzyskano w wyniku estymacji drugiego modelu (1989-1992). Tylko dwa współczynniki elastyczności tej funkcji ( $\beta_k$ ) różnią się istotnie od zera. Spowodowane to zostało silniejszą współliniowością zmiennych niezależnych w drugim szeregu panelowym. Jak zaznaczono wcześniej (rozdział 9.3.1), przy ocenie efektów skali fakt ten nie ma jednak większego znaczenia, ponieważ poszczególne współczynniki elastyczności nie podlegają wówczas osobnej interpretacji.

Skorygowane współczynniki determinacji obliczone dla obydwu modeli pełnych (wiersz 10 tabeli 16) są wyższe niż dla modeli ograniczonych, co dodatkowo podtrzymuje hipotezę, że analizowane gospodarstwa różnią się pod względem indywidualnych technologii *intra-firm*.

Statystyczna istotność różnicy pomiędzy wariancją resztową modelu pełnego i ograniczonego (lub inaczej - statystyczna istotność zróżnicowania zbioru zmiennych zerojedynkowych opisujących gospodarstwa) została formalnie zweryfikowana *ex post*

Tabela 16. Wyniki estymacji dwóch modeli przekrojowo-czasowych metodą AK (tabela nie zawiera współczynników  $\gamma_i$ )  
 Table 16. Results of estimation of two time-series of cross-section models with AC method (coefficients  $\gamma_i$  are not included)

Parametr równania Equation coefficient	1982-1985			1989-1992		
	współczynnik regresji regression coefficient	błąd standardowy standard error	test t t-statistics	współczynnik regresji regression coefficient	błąd standardowy standard error	test t t-statistics
1. $\beta_1$	0,2572	0,1039	2,48*	0,1474	0,11491	0,99
2. $\beta_2$	0,0870	0,0452	1,92*	0,1909	0,0979	1,95*
3. $\beta_3$	0,1511	0,0425	3,55*	0,0981	0,0299	3,28*
4. $\beta_4$	0,0136	0,0087	1,56	-0,0135	0,0575	-0,23
5. $\beta_5$	0,1734	0,0314	5,52*	0,0975	0,0547	1,78
6. $\delta_2$	0,0395	0,0221	1,78	0,1118	0,0440	2,54*
7. $\delta_3$	0,0251	0,0158	1,59	0,0568	0,0401	1,41
8. $\delta_4$	0,0234	0,0176	1,32	-0,0793	-2,1207	-2,12*
9. ES	<b>0,6823</b>	0,1125	2,82*	<b>0,5204</b>	0,1647	2,91*
10. $R^2$	0,9513	x	x	0,9181	x	x
11. EZ	0,3177	x	x	0,4796	x	x

Uwagi: \*Współczynniki istotne na poziomie  $\alpha = 0,05$ .

Notes: \*Coefficients significant at level  $\alpha = 0,05$

przy pomocy testu F (równanie 21, rozdział 6.1.1).<sup>96</sup> Wyniki testu dla dwóch okresów przedstawiono w tabeli 17.

Tabela 17. Wyniki łącznego testu F-Snedecora na istotność zbioru zmiennych zerojedynkowych w modelach AK dla dwóch podokresów

Table 17. Results of joint F test on significance of the dummy variables set in AC models for two sub-periods

Podokres Sub-period	Stopnie swobody Degrees of freedom	Wartość testu Test value
1982-1985	112 / 331	8,924*
1989-1992	70 / 205	7,342*

*Uwagi:* \*Hipoteza została odrzucona na poziomie istotności  $\alpha = 0,05$ .

*Notes:* \*Hypothesis was rejected at significance level  $\alpha = 0.05$ .

Hipoteza zerowa zakładająca, że wszystkie gospodarstwa działają w warunkach jednakowej technologii została więc dla obydwu modeli odrzucona. Wynik powyższego testu stanowi więc kolejny argument podtrzymujący hipotezę alternatywną o występowaniu indywidualnych funkcji *intra-firm* gospodarstw.

Warto zwrócić uwagę, że współczynniki elastyczności produkcji w modelach AK ( $\beta_k$ ) różnią się od odpowiednich współczynników modeli ograniczonych, oszacowanych bez uwzględnienia „efektu gospodarstw” (tabela 14, rozdział 9.4.1.1). W przypadku modelu dla okresu pierwszego jedynie dwa spośród nich - współczynnik elastyczności produkcji względem zasobów ziemi ( $\beta_1$ ) oraz nakładów na produkcję roślinną ( $\beta_3$ ) nie uległy istotnej zmianie. Interpretacja tych różnic w przypadku modelu drugiego nie jest uzasadniona ze względu na nieistotność większości współczynników modelu AK.

Próbując wyjaśnić dlaczego niektóre współczynniki modeli przekrojowo-czasowych maleją, gdy do ich estymacji zastosować metodę AK, większość autorów odwołuje się do interpretacji tego zjawiska podanej przez Timmera (1970,1971). Według tego autora, ponieważ przeszacowanie współczynników elastyczności wynika z korelacji poziomu zarządzania z poziomem nakładów, wprowadzenie do modelu „efektu gospodarstwa” wywołuje spadek wartości współczynników funkcji dla tych nakładów, które są szczególnie silnie skorelowane z poziomem zarządzania. Wyniki zamieszczone w tabeli 16 sugerują więc, że w badanej zbiorowości gospodarstw wyższy poziom zarządzania przejawia się przede wszystkim wyższym poziomem zmechanizowania gospodarstw. Świadczą o tym wartości współczynników elastyczności przy zmiennej MECH ( $\beta_5$ ) w modelu pełnym (tabela 16) i ograniczonym (tabela 14). W modelu AK współczynnik ten jest znacznie mniejszy.

Zgodnie z oczekiwaniami obydwaj współczynniki ES, obliczone na podstawie pełnych modeli AK (wiersz 9 w tabeli 16), mają znacznie niższą wartość niż odpowiednie parametry zwykłych modeli przekrojowo-czasowych (wiersz 10 w tabeli 14). Różnią się one również istotnie od jedności w sensie statystycznym. Potwierdza to ostatecznie hipotezę o malejących efektach skali, jakie występują na poziomie gospodarstw. Jest to wynik w pełni zgodny z założeniami teorii produkcji. Jak argumentowano we wstępnej części opracowania, malejąca produktywność nakładów konwencjonalnych w warun-

<sup>96</sup>Rezultat tego testu można więc uważać za dodatkową weryfikację wyniku, jaki uzyskano wcześniej przy pomocy testu *ex ante* Breuscha-Pagana (rozdział 9.4.1.1).



kach technologii *intra-firm* wynika z faktu, że zasoby czwartego czynnika produkcji - zarządzania są dla danego gospodarstwa stałe, nawet w długim przedziale czasu.

Przedstawione w tabeli 16 wyniki estymacji modelu AK pozwalają również ocenić, w stosunkowo prosty sposób, produktywność zarządzania jako czynnika produkcji. Odpowiedni cząstkowy współczynnik elastyczności produkcji względem zarządzania (EZ) ma następującą postać:

$$EZ = 1 - ES_n \quad (54)$$

gdzie:

- EZ - elastyczność produkcji względem zasobów czynnika zarządzania,
- ES<sub>n</sub> - nieobciążony współczynnik elastyczności produkcji względem skali (ustalony na podstawie modelu AK).

Obliczony w ten sposób współczynnik EZ jest więc miarą o charakterze „resztowym”. Sposób jego obliczania opiera się na oczywistym założeniu, że kompletny model produkcji musi wykazywać stałe przychody względem skali. Wartości tych współczynników (ostatni wiersz tabeli 16) sugerują, że w analizowanych gospodarstwach zarządzanie jest czynnikiem o bardzo wysokiej produktywności, znacznie przewyższając pod tym względem nakłady konwencjonalne. Możliwości wzrostu tych gospodarstw są więc istotnie limitowane przez zasoby tego czynnika.

Produktywność zarządzania przedstawioną w tabeli 16 można także porównać z wynikami uzyskanymi przez innych autorów, obliczając odpowiednie współczynniki EZ według wzoru 54, na podstawie danych z tabeli 3 (rozdział 6.1.1.1). Wartości tak obliczonych współczynników EZ zawierają się w bardzo dużym przedziale: od 0,052 (Timmer 1971) do 0,440 (Dawson i Lingard). Trudno rozstrzygnąć, w jakim stopniu różnice te odzwierciedlają różną produktywność zarządzania w badanych przez różnych autorów gospodarstwach, a na ile są one wynikiem różnej specyfikacji modelu, błędów obserwacji itp.<sup>97</sup> Wydaje się bowiem, że nie istnieją jakiegokolwiek przesłanki teoretyczne, które wyznaczają granice zmienności współczynników EZ. Mogą one, prawdopodobnie, przyjmować wartości z tego samego przedziału co współczynniki elastyczności produkcji względem pozostałych, konwencjonalnych czynników produkcji.

Zróznicowanie poziomu zarządzania ujawnia się w modelu AK w postaci wariancji współczynników przy zmiennych zerojedynkowych opisujących gospodarstwa ( $\gamma_i$ ). Współczynniki te są wyrazami wolnymi indywidualnych funkcji *intra-firm*. Ich szczegółowej wartości nie podano z dwóch powodów. Po pierwsze, ze względu na ich znaczną liczebność. Po drugie, zgodnie z prezentowanymi wyżej poglądami wielu autorów (rozdział 6.1.1), osobna interpretacja tych współczynników nie jest uzasadniona. Z tych samych powodów nie oceniano też osobno ich statystycznej istotności. Hipoteza o ich łącznej istotności została utrzymana na mocy przeprowadzonych wyżej testów Breuscha-Pagana (*ex ante*) i F-Snedecora (*ex post*). Wyniki tych testów stanowią bardzo silne wsparcie dla hipotezy alternatywnej o występowaniu indywidualnych technologii *intra-firm* gospodarstw. W tabeli 18 przedstawiono wybrane parametry rozkładu współczynników  $\gamma_i$  obydwu oszacowanych modeli AK.

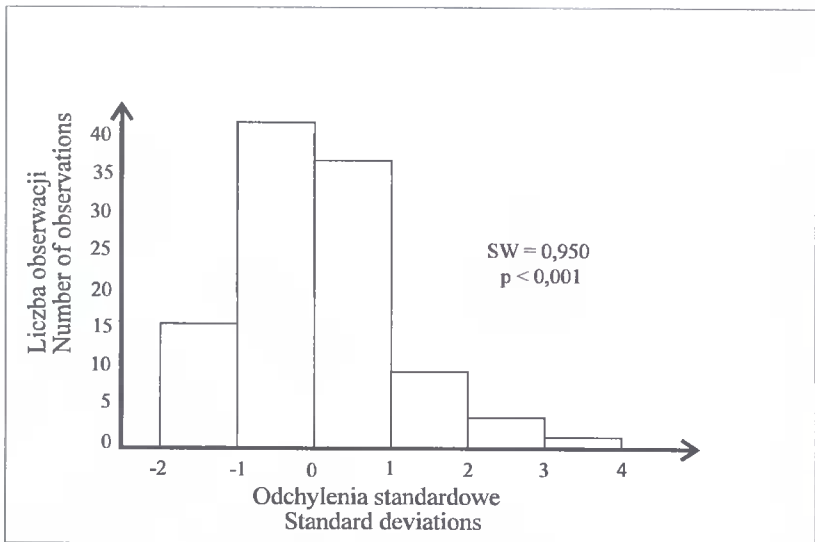
<sup>97</sup>Pomimo tych zastrzeżeń, wyniki te są jednak dużo mniej kontrowersyjne niż wskaźniki produktywności zarządzania szacowane przy pomocy innych metod (por. przypis 51).

Tabela 18. Parametry rozkładu współczynników  $\gamma_i$  z dwóch modeli AK  
 Table 18. Distribution parameters of  $\gamma_i$  coefficients from two AC models

Parametr rozkładu Distribution parameter	Podokres / Sub-period	
	1982-1985	1989-1992
1. Liczebność Number of observations	113	71
2. Współczynnik zmienności Variability coefficient	0,31	0,62
3. Skośność Skewness	0,81	1,97
4. Kurtoza Curtosis	0,78	4,86

*Uwagi:* Tabela przedstawia rozkład współczynników w postaci odlogarytmowanej.  
*Note:* Table demonstrates distribution of coefficients' antilogs.

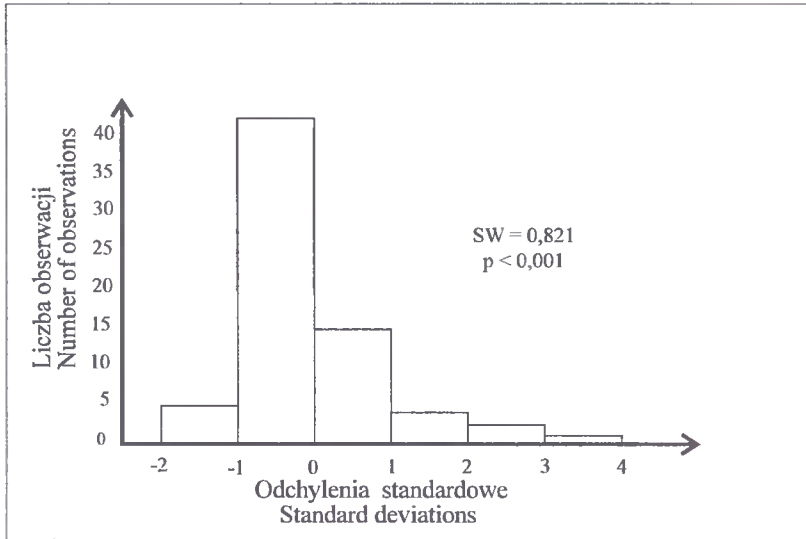
Rozkłady zestandaryzowanych współczynników  $exp(\gamma_i)$  przedstawiono także w postaci histogramów (rysunki 18 oraz 19). Na podstawie wyników testu Shapiro-Wilka (SW) porównano je z rozkładem normalnym (Domański).<sup>98</sup> Hipoteza o normalności



Rys.18. Rozkład wyrazów wolnych funkcji produkcji *intra-firm*, 1982-1985 (wartości zestandaryzowane)

Fig.18. Distribution of intercepts of *intra-firm* functions, 1982-1985 (standardised values)

<sup>98</sup>Jak wspomniano w rozdziale 6.1.1, odpowiednie współczynniki oszacowane przez Hocha (1966) miały rozkład normalny.



Rys.19. Rozkład wyrazów wolnych funkcji produkcji *intra-firm*, 1989-1992 (wartości ze-standardyzowane)

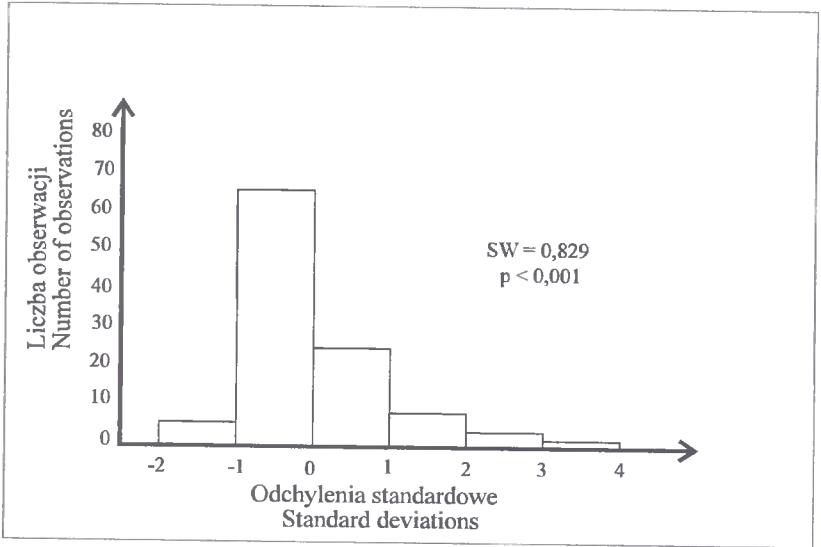
Fig.19. Distribution of intercepts of *intra-firm* functions, 1989-1992 (standardised values)

ich rozkładu została odrzucona dla obydwu podokresów. Jak wynika z kształtu tych histogramów oraz parametrów przedstawionych w tabeli 18, rozkłady te mają charakter wyraźnie odbiegający od rozkładu normalnego.

Malejące efekty skali oraz zróżnicowanie technologii sprawiają, że dla każdego gospodarstwa istnieje indywidualne, krótkookresowe, ekonomiczne optimum skali produkcji.<sup>99</sup> Jeżeli maksymalizują one nadwyżkę, ich rozkład według wielkości powinien korespondować z rozkładem wyrazów wolnych funkcji produkcji *intra-firm*. Przedstawione wyżej rozkłady współczynników  $\gamma_i$  porównano więc z rozkładami dwóch cech charakteryzujących wielkość badanych gospodarstw: produkcji końcowej brutto (rysunki 20 oraz 21) oraz skumulowanych kosztów użycia czynników produkcji: ziemi, pracy i kapitału (rysunki 22 oraz 23).

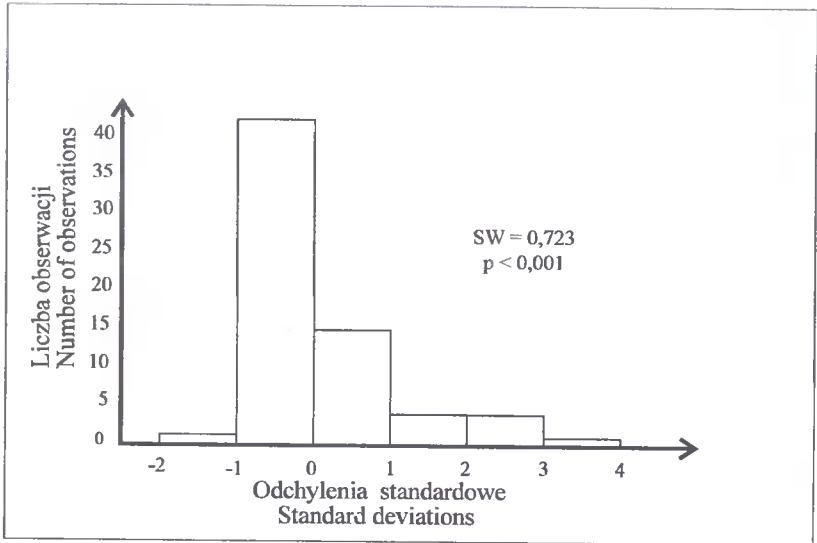
Teoretycznie rozkłady współczynników  $\gamma_i$  powinny bardziej korespondować z rozkładami kosztów niż produkcji. Zróżnicowanie produkcji końcowej wynika bowiem nie tylko z różnic pomiędzy funkcjami *intra-firm* gospodarstw, lecz odzwierciedla także ich położenie względem tych funkcji (składnik losowy wewnątrz-objektowy). Jak można zauważyć na załączonych histogramach, zarówno rozkłady produkcji końcowej jak i rozkłady kosztów gospodarstw mają asymetrię dodatnią. Zgodnie z oczekiwaniami, asymetryczność rozkładów kosztów jest jednak mniejsza - są one bardzo podobne do rozkładów współczynników  $\gamma_i$ .

<sup>99</sup>Taka postać modelu AK nie pozwala na wyznaczenie optimum długookresowego. W przypadku funkcji CD pokrywa się ono bowiem z początkiem układu współrzędnych.



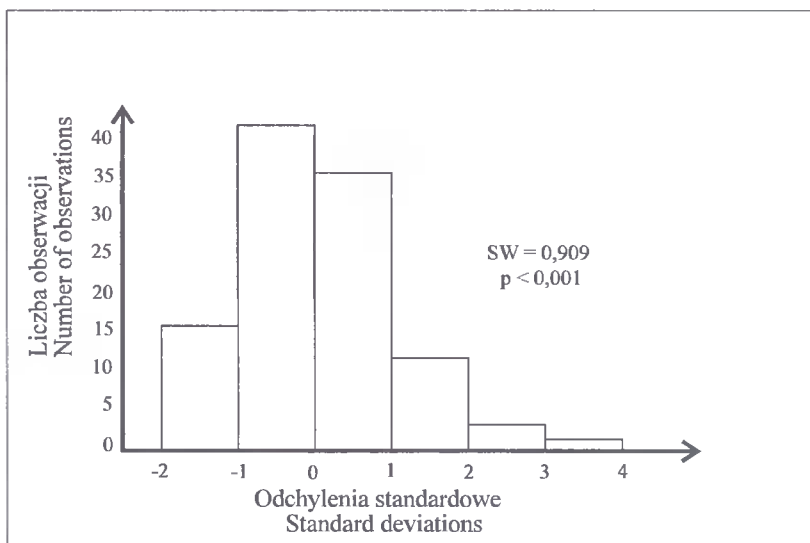
Rys.20. Rozkład produkcji końcowej gospodarstw, 1982-1985 (wartości zestandaryzowane)

Fig.20. Distribution of final production of farms, 1982-1985 (standardised values)



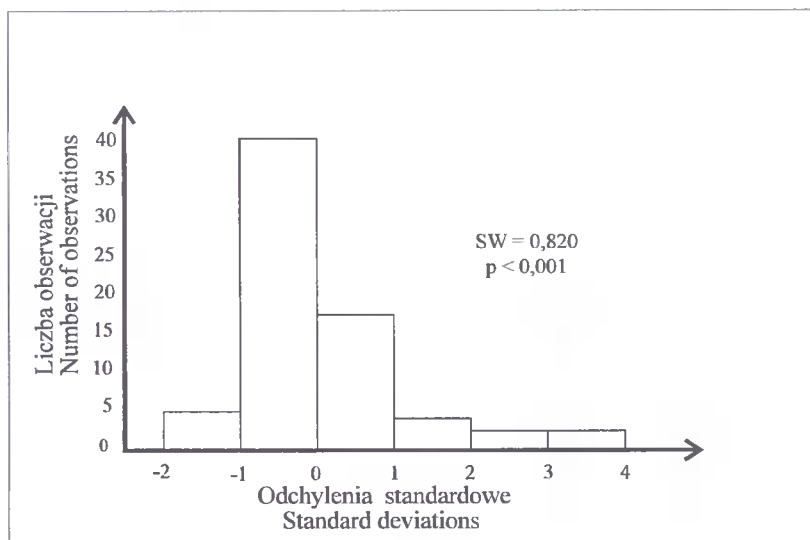
Rys.21. Rozkład produkcji końcowej gospodarstw, 1989-1992 (wartości zestandaryzowane)

Fig.21. Distribution of final production of farms, 1989-1992 (standardised values)



Rys.22. Zagregowane koszty czynników produkcji gospodarstw, 1982-1985 (wartości zestandaryzowane)

Fig.22. Aggregated cost of farms' production factors, 1982-1985 (standardised values)



Rys.23. Zagregowane koszty czynników produkcji gospodarstw, 1989-1992 (wartości zestandaryzowane)

Fig.23. Aggregated cost of farms' production factors, 1989-1992 (standardised values)

Podsumowując przedstawione wyżej wyniki można więc stwierdzić, że model AK pozwala na nieobciążoną estymację efektów skali w rolnictwie rodzinnym, wolną od błędów współzmienności. Współczynniki ES, jakie obliczono na podstawie modeli AK są bowiem istotnie mniejsze od jedności. Jest to wynik w pełni zgodny z teorią produkcji oraz z założeniem o stałości potencjału zarządzania w gospodarstwach.

Omawiając własności modelu AK (rozdział 6.1.1) wspomniano jednak, że warunkiem jego stosowania do analizy efektów skali w szeregach panelowych gospodarstw jest współzmiennność poziomu zarządzania (efektywności technologii) i nakładów konwencjonalnych. Gdy warunek ten nie jest spełniony (to znaczy gdy podstawowa hipoteza, że większe gospodarstwa są prowadzone przez lepszych rolników jest fałszywa), właściwą metodą estymacji modelu o strukturze panelowej jest metoda analizy składników reszt (ASR).

Jednostronna metoda weryfikacji hipotezy o zasadności modelu AK polega na ocenie wyników jego estymacji przy pomocy przedstawionych wyżej testów F, ilorazu funkcji wiarygodności oraz Breusch-Pagana. Ostateczna weryfikacja powyższego założenia wymaga jednak estymacji obydwu alternatywnych modeli (AK i ASR). Pozwala to na porównanie otrzymanych wyników przy pomocy testu specyfikacji Hausmana (równanie 34, rozdział 6.1.2).

#### 9.4.2. Model analizy składników reszt (ASR)

Jak wspomniano w teoretycznej części pracy, analiza składników reszt (ASR) jest alternatywną metodą estymacji modeli o strukturze panelowej (rozdział 6.1.2). Podstawowym jej założeniem, w odniesieniu do omawianego zagadnienia, jest losowy charakter zróżnicowania technologii *intra-firm* gospodarstw. Zróżnicowania tego można wtedy powiązać ze zmiennością nakładów konwencjonalnych. Nie można wówczas także zakładać związku pomiędzy wielkością gospodarstwa a poziomem zarządzania. Celem estymacji dwóch modeli ASR była więc ostateczna weryfikacja założeń modelu AK przy pomocy testu Hausmana. Wyniki estymacji, którą przeprowadzono zgodnie z procedurą opisaną w rozdziale 6.1.2, przedstawia tabela 19.

Prawie wszystkie przedstawione w tabeli 19 współczynniki elastyczności produkcji względem nakładów ( $\beta_k$ ) są wyższe od odpowiednich parametrów modelu AK (tabela 16). Ze względu na specyficzne cechy metody ASR, na jakości uzyskanych wyników zaważył negatywnie ograniczony wymiar czasowy szeregów panelowych. Wskazuje na to struktura wariancji oszacowanych modeli ASR, wyrażona w postaci współczynnika *theta* (ostatni wiersz tabeli 19). Znaczna część tej wariancji ma charakter losowy. W takim przypadku, jak podaje Maddala (1977), wyniki estymacji modelu ASR nie różnią się najczęściej istotnie od wyników zwykłej MNK.

Wyniki estymacji modeli ASR porównano następnie z wynikami dwóch modeli AK. Hipotezę zerową zakładającą, że model ASR stanowi właściwą specyfikację badanej technologii zweryfikowano formalnie przy pomocy testu Hausmana. Wyniki testu dla dwóch badanych okresów przedstawia tabela 20.

Tabela 19. Wyniki estymacji dwóch modeli analizy składników reszty. 1982-1985 oraz 1989-1992  
 Table 19. Estimation results of two error components models. 1982-1985 and 1989-1992

Współczynnik Coefficient	1982-1985			1989-1992		
	współczynnik regresji regression coefficient	błąd standardowy standard error	test t t-statistics	współczynnik regresji regression coefficient	błąd standardowy standard error	test t t-statistics
1. $\ln\beta_0$	3,1426	0,2321	13,54*	4,1728	0,7263	5,74*
2. $\beta_1$	0,3950	0,0556	7,10*	0,3648	0,0939	3,88*
3. $\beta_2$	0,1260	0,0448	2,81*	0,2198	0,0930	2,36*
4. $\beta_3$	0,1437	0,0459	3,12*	0,0205	0,0591	0,40
5. $\beta_4$	0,0226	0,0094	2,41*	0,0536	0,0612	0,88
6. $\beta_5$	0,2217	0,0336	6,61*	0,3494	0,0591	5,90*
7. $\delta_2$	0,0557	0,0304	1,83	-0,0365	0,0779	-1,94
8. $\delta_3$	0,0386	0,0279	1,38	-0,1893	0,0975	-4,33*
9. $\delta_4$	0,0343	0,0319	1,07	-0,3512	0,0811	-4,33*
10. ES	<b>0,9092</b>	0,0380	2,39*	<b>1,0083</b>	0,0651	0,13
11. $R^2$	0,6485	x	x	0,5576	x	x
12. $\sigma^2_\epsilon$	0,0236	x	x	0,0396	x	x
13. $\sigma^2_\mu$	0,0468	x	x	0,0629	x	x
14. theta	0,1118	x	x	0,1359	x	x

Uwagi: \*Współczynniki istotne na poziomie  $\alpha = 0,05$ .

Notes: \*Coefficients significant at level  $\alpha = 0,05$

Wyniki estymacji modeli ASR porównano następnie z wynikami dwóch modeli AK. Hipotezę zerową zakładającą, że model ASR stanowi właściwą specyfikację badanej technologii zweryfikowano formalnie przy pomocy testu Hausmana. Wyniki testu dla dwóch badanych okresów przedstawia tabela 20.

Tabela 20. Wyniki testu Hausmana dla dwóch podokresów  
Table 20. Results of Hausman test for two sub-periods

Podkres Sub-period	Wartość testu Test value	Stopnie swobody Degrees of freedom
1982-1985	42,22*	5
1989-1992	54,72*	5

Uwagi: \*Hipoteza została odrzucona na poziomie istotności  $\alpha = 0,05$ .

Notes: \*Hypothesis was rejected at significance level  $\alpha = 0.05$ .

W wyniku przeprowadzonego testu powyższa hipoteza została więc odrzucona (dla obydwu podokresów). Rezultat testu stanowi kolejny argument empiryczny podtrzymujący przyjętą w pracy hipotezę, że w rolnictwie rodzinnym występuje dodatni związek pomiędzy poziomem zarządzania i zasobami konwencjonalnych czynników produkcji. Odpowiednią metodą estymacji efektów skali tych gospodarstw jest więc model AK. Dlatego przedstawione w dalszej części pracy rozważania zostały ograniczone wyłącznie do wyników tego modelu.

## 9.5. Efektywność technologii badanych gospodarstw

Jednym z podstawowych problemów towarzyszących praktycznym zastosowaniom modelu AK jest ekonomiczna interpretacja wyrazów wolnych funkcji produkcji *intra-firm* ( $\gamma_i$ ). Większość autorów uważa je za mierniki poziomu zarządzania w poszczególnych gospodarstwach. Jak wspomniano w części teoretycznej opracowania, w przypadku krótkich przedziałów czasu - na tyle krótkich, aby wyeliminować wpływ postępu technicznego - poziom zarządzania jest głównym czynnikiem kształtującym efektywność technologii.

W kolejnych rozdziałach przedstawiono wyniki dwustopniowej analizy tych współczynników. Na wstępie obliczono ich korelację z wybranymi cechami badanych gospodarstw. Następnie zostały one porównane bezpośrednio z „klasycznymi” wskaźnikami efektywności technologii, obliczonymi na podstawie modelu brzegowego (*frontier*).

### 9.5.1. Analiza korelacji

Najprostsza metoda analizy wyrazów wolnych funkcji *intra-firm* (współczynników  $\gamma_i$ ) jest statystyczna ocena źródeł ich zmienności przy pomocy rachunku korelacji, zgodnie ze wspomnianą wcześniej metodą Timmera (rozdział 6.1.1). Wyniki statystycznej analizy tych wyrazów przedstawiono poniżej.

Najpierw zbadano korelację tych współczynników z położeniem geograficznym gospodarstw. Gdy wariancja funkcji *intra-firm* wynika wyłącznie z różnic w poziomie zarządzania, ich wyrazy wolne nie powinny wykazywać korelacji z czynnikiem terytorialnym. Położenie geograficzne poszczególnych gospodarstw opisano przy pomocy ośmiu zmiennych zerojedynkowych odpowiadających poszczególnym województwom



makroregionu środkowo-zachodniego. Wyniki te następnie porównano ze współczynnikami korelacji tych samych zmiennych zerojedynkowych ze wskaźnikami bonitacji gleb gospodarstw. Pozwoliło to sprawdzić, w jakim stopniu terytorialne zróżnicowanie współczynników  $\gamma_i$  pokrywa się ze zróżnicowaniem warunków przyrodniczych. Jak wspomniano w rozdziale 6.1.1, w przypadku niewłaściwej specyfikacji zmiennych w modelu AK, wyrazy wolne funkcji *intra-firm* mogą odzwierciedlać zróżnicowanie warunków naturalnych gospodarstw. Obliczone współczynniki korelacji przedstawiono w tabeli 21.

Współczynniki  $\gamma_i$  pierwszego modelu AK (1982-1985) nie są skorelowane ze zmiennymi zerojedynkowymi opisującymi województwa, mimo że jakość gleb wykazuje pewne zróżnicowanie regionalne. W świetle przeprowadzonego testu, warunki glebowe gospodarstw z województwa toruńskiego są bowiem lepsze od przeciętnych. Natomiast gospodarstwa województwa kaliskiego gospodarują na glebach istotnie gorszych. Różnice te nie znajdują jednak wyrazu w poziomie ich relatywnej efektywności.

Współczynniki  $\gamma_i$  drugiego modelu AK (1989-1992) również nie wykazują znaczącej współzmienności z położeniem geograficznym gospodarstw. Jedynie niższa produktywność gospodarstw z województwa konińskiego może wynikać w pewnym stopniu z gorszych warunków naturalnych. Natomiast gospodarstwa z województwa poznańskiego wyróżniają się zdecydowanie pod względem efektywności, mimo że jakość ich gleb nie odbiega istotnie od poziomu średniego dla całego szeregu.

Przedstawione w tabeli 21 wyniki pozwalają więc uznać, że wyrazy wolne funkcji *intra-firm* w oszacowanych modelach AK nie odzwierciedlają zróżnicowania warunków naturalnych (glebowych) badanych gospodarstw. Podtrzymuje to hipotezę sformułowaną w teoretycznej części opracowania, że współczynniki te wyrażają przede wszystkim zróżnicowany poziom zarządzania.

Postępując zgodnie z procedurą Timmera, w kolejnym etapie obliczono współczynniki korelacji parametrów  $\gamma_i$  z różnymi zmiennymi, które teoretycznie powinny wykazywać współzmiennność z tak zdefiniowanym poziomem zarządzania. Cechy te podzielono na dwie grupy. Do pierwszej grupy włączono mierniki wielkości potencjału gospodarstw - ich współzmiennność z wartością współczynników  $\gamma_i$  jest bowiem podstawowym założeniem modelu AK. W ten sposób zweryfikowano po raz kolejny (tym razem bezpośrednio) założenie o współzależności zarządzania i poziomu nakładów konwencjonalnych. Drugą grupę cech stanowiły wybrane techniczne wskaźniki wydajności produkcji.<sup>100</sup> Sprawdzono w ten sposób, czy poziom zarządzania wyrażony wartością wyrazów wolnych funkcji *intra-firm* znajduje swoje odbicie w wydajności procesu produkcji na poziomie działalności. Cechy należące do obydwu grup i współczynniki ich korelacji z wyrazami wolnymi funkcji *intra-firm* przedstawia tabela 22.

<sup>100</sup>Wskaźniki należące do grupy B w tabeli 22 trudno uznać za obiektywne miary wydajności, gdyż nie uwzględniają one kosztów tych działalności. Informacji o kosztach nie zawierają również dane źródłowe wykorzystane do opracowania obydwu szeregów panelowych gospodarstw.

Tabela 21. Współczynniki korelacji zmiennych zerojedynkowych opisujących województwa ze współczynnikami  $exp(\gamma_i)$  oraz ze wskaźnikami bonitacji (WB)

Table 21. Correlation of Voivodship dummies with  $exp(\gamma_i)$  coefficients and with land quality indices (LQI)

Województwo Voivodship	1982-1985			1989-1992		
	Liczba gospodarstw Number of farms	$exp(\gamma_i)$	R WB LQI	Liczba gospodarstw Number of farms	$exp(\gamma_i)$	R WB LQI
1. Bydgoskie	25	-0,170	0,148	12	-0,120	0,117
2. Kaliskie	16	0,067	-0,263*	14	-0,121	0,063
3. Konińskie	10	-0,083	-0,162	10	-0,249*	-0,434*
4. Leszczyńskie	0	x	x	7	0,169	0,136
5. Piłskie	13	-0,076	-0,045	5	0,066	0,038
6. Poznańskie	25	0,175	-0,019	6	0,399*	0,010
7. Toruńskie	12	0,026	0,270*	6	-0,065	0,158
8. Włocławskie	12	0,047	0,051	11	0,054	-0,042

Uwagi: \*Współczynniki istotne na poziomie  $\alpha = 0,05$ .

Notes: \*Coefficients significant at level  $\alpha = 0,05$

Tabela 22. Korelacja współczynników  $exp(\gamma_i)$  z wybranymi miernikami wielkości i wydajności produkcji gospodarstw (średnie czteroletnie)  
 Table 22. Correlations of  $exp(\gamma_i)$  coefficients with selected measures of size and performance of farms (four-year averages)

Cecha / Measure	1982-1985	1989-1992
A. Mierniki wielkości / Size measures:		
powierzchnia gospodarstwa, ha UR / farmland, hect.	0,712*	0,690*
produkcja końcowa, tys.zł. / final product., thous.Zł.	0,800*	0,834*
nakłady materialne, tys.zł. / material inputs, thous.Zł.	0,735*	0,811*
B. Mierniki wydajności / Performance measures:		
plon przeliczeniowy, dt/ha / yield index, quint./hect.	0,317*	0,432*
mleczność krów, l/rok / milk yield per cow, l./year	0,290*	0,379*

Uwagi: \*Współczynniki istotne na poziomie  $\alpha = 0,05$ .

Notes: \*Coefficients significant at level  $\alpha = 0.05$ .

Jak wynika z tabeli, efektywność obliczona na podstawie modelu AK jest silnie związana ze wszystkimi cechami opisującymi wielkość procesu produkcji. Stanowi to kolejny argument podtrzymujący założenie sformułowane we wstępnej części pracy, że większe gospodarstwa cechuje wyższa produktywność nakładów. Jest także kolejnym dowodem metodycznej adekwatności modelu AK jako narzędzia oceny efektów skali w gospodarstwach rodzinnych. Poziom efektywności badanych gospodarstw koresponduje także z cechami opisującymi wydajność wybranych działalności, chociaż współczynniki korelacji obliczone dla tej grupy wskaźników (grupa B) są znacznie niższe. Ekonomiczna przewaga większych gospodarstw jest więc trudniejsza do zaobserwowania na szczeblu działalności. Może to znaczyć, że wyższy poziom zarządzania (i odpowiednio większa skala produkcji) pozwala na osiągnięcie korzyści, które ujawniają się na szczeblu gospodarstwa jako całości. Wynikać one mogą przede wszystkim z niższych kosztów transakcji.

Warto zwrócić uwagę, że istotna korelacja pomiędzy wektorem współczynników, a zasobami ziemi nie potwierdza sformułowanego wyżej wniosku o braku powiązań pomiędzy poziomem zarządzania i obszarem gospodarstw. Do wniosku takiego doprowadziło porównanie współczynników modelu ograniczonego z modelem pełnym (dla pierwszego okresu), zgodnie z procedurą sugerowaną przez Timmera (rozdział 9.4.1.2). Uwzględniając logikę modelu AK można sądzić, że podobne współczynniki w modelu pełnym i ograniczonym pojawiają się również i wtedy, gdy zmienność danego czynnika produkcji w okresie obejmowanym przez dany szereg panelowy jest niewielka, co jest najczęściej spowodowane małym wymiarem czasowym szeregu.

### 9.5.2. Analiza kowariancji a model brzegowy

Wyniki analizy statystycznej przedstawionej w poprzednim rozdziale podtrzymują więc hipotezę, że parametry  $\gamma_i$  w modelu AK wyrażają efektywność technologii poszczególnych gospodarstw. Jak wspomniano w teoretycznej części opracowania, tradycyjna metoda oceny efektywności technologii opiera się jednak najczęściej na wynikach estymacji modelu brzegowego. Na teoretyczną rozbieżność pomiędzy funkcją brzegową a modelem AK wskazano w rozdziale 7, zaznaczając jednocześnie, że wyniki jakich dostarczają obydwie metody mogą być w pewnych okolicznościach zbieżne.

Aby ocenić walory informacyjne współczynników  $\gamma_i$  jako miar efektywności technologii, porównano je więc również bezpośrednio z efektywnością obliczoną na podstawie modelu brzegowego. W tym celu dla ośmiu badanych lat oszacowano parametry funkcji produkcji brzegowej deterministycznej o następującej postaci:

$$\ln \text{PROD} = \ln \beta_0 + \beta_1 \ln \text{ZIEM} + \beta_2 \ln \text{PRAC} + \beta_3 \ln \text{ROSL} + \beta_4 \ln \text{ZWIE} + \beta_5 \ln \text{MECH} - \ln \xi \quad (55)$$

Z postaci równania 55 wynika, że składnik resztowy takiego modelu ma charakter jednostronny. Wszystkie gospodarstwa, dla których jest on większy od zera uważane są za mniej lub bardziej nieefektywne. Parametry modelu obliczono przy pomocy programowania liniowego, minimalizując wartość następującej funkcji celu (Forsund i in.; Kowalski 1993a; Schäfer; Timmer 1971):

$$\ln \beta_0 + \beta_1 \ln \text{ZIEM}^* + \beta_2 \ln \text{PRAC}^* + \beta_3 \ln \text{ROSL}^* + \beta_4 \ln \text{ZWIE}^* + \beta_5 \ln \text{MECH}^* \quad (56)$$

przy ograniczeniach:

$$\begin{aligned} \ln \beta_0 + \beta_1 \ln \text{ZIEM}_1 + \dots + \beta_5 \ln \text{MECH}_1 &\geq \ln \text{PROD}_1 \\ \dots & \\ \dots & \\ \ln \beta_0 + \beta_1 \ln \text{ZIEM}_N + \dots + \beta_5 \ln \text{MECH}_N &\geq \ln \text{PROD}_N \end{aligned}$$

gdzie:

- |   |   |
|---|---|
| $\beta_0$                               | - wyraz wolny,  |
| $\beta_1 - \beta_5$                     | - współczynniki elastyczności funkcji produkcji brzegowej,                |
| $\ln \text{ZIEM}^* - \ln \text{MECH}^*$ | - średnie arytmetyczne logarytmów nakładów,                               |
| $\ln \text{ZIEM}_i - \ln \text{MECH}_i$ | - logarytmy nakładów czynników produkcji w poszczególnych gospodarstwach, |
| $\ln \text{PROD}_1 - \ln \text{PROD}_N$ | - logarytmy poziomu produkcji poszczególnych gospodarstw.                 |

Obliczone w ten sposób parametry ośmiu przekrojowych modeli brzegowych zostały przedstawione w tabeli 23. Współczynniki te różnią się dość znacznie od wyników estymacji przekrojowych funkcji CD opisanych w rozdziale 9.3.1 (tabela 8). Oznacza to, że technologia brzegowa badanych gospodarstw ma inny charakter niż odpowiadająca jej technologia przeciętna. Jest to charakterystyczne zjawisko towarzyszące estymacji funkcji brzegowych. Suma współczynników elastyczności przy poszczególnych zmienionych modelu brzegowego może być interpretowana podobnie jak współczynnik ES, obliczony na podstawie zwykłego modelu przeciętnego. Wartości tych współczynników sugerują (ostatni wiersz tabeli 23), że technologia brzegowa gospodarstw wykazuje efekty skali o charakterze malejącym. Oprócz współczynnika dla ostatniego roku,

wszystkie one są niższe od odpowiednich parametrów ES oszacowanych na podstawie przekrojowych modeli CD.<sup>101</sup>

Tabela 23. Współczynniki modeli brzegowych obliczone metodą programowania liniowego, 1982-1992

Table 23. Coefficients of frontier models calculated with linear programming, 1982-1992

Współczynnik Coefficient		Rok / Year							
		1982	1983	1984	1985	1989	1990	1991	1992
1.	$\ln\beta_0$	3,720	3,450	2,049	3,409	6,184	5,672	3,763	1,971
2.	$\beta_1$	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,126	0,070
3.	$\beta_2$	0,088	0,200	0,123	0,000	0,001	0,000	0,000	0,000
4.	$\beta_3$	0,073	0,000	0,171	0,404	0,000	0,003	0,078	0,001
5.	$\beta_4$	0,040	0,008	0,000	0,147	0,002	0,009	0,000	0,000
6.	$\beta_5$	0,506	0,550	0,552	0,250	0,582	0,675	0,731	1,021
7.	ES	0,709	0,759	0,846	0,801	0,585	0,687	0,935	1,091

*Uwagi: W tabeli nie podano parametrów struktury stochastycznej modeli, gdyż własności statystyczne tak oszacowanych współczynników nie są znane.*

*Notes: The table does not show stochastic parameters of models because statistical properties of such coefficients are not known.*

Średni poziom efektywności technologii badanych gospodarstw (pierwszy wiersz tabeli 24) nie wykazuje znacznych wahań w ciągu czterech kolejnych lat, w dwóch badanych przedziałach czasowych. W miarę stabilne jest także zróżnicowanie tego parametru w poszczególnych gospodarstwach, wyrażone w postaci odchylenia standardowego i współczynnika zmienności. Średnia efektywność obliczona na podstawie modelu brzegowego różni się jednak, w obydwóch badanych okresach, od efektywności oszacowanej metodą AK. W pierwszym okresie (1982-1985) efektywność oceniona na podstawie modelu AK jest wyższa, natomiast w okresie drugim (1989-1992) jest odwrotnie.

W kolejnym etapie obliczono współczynniki korelacji prostej pomiędzy efektywnością ustaloną na podstawie modeli AK i średnią efektywnością odczytaną z funkcji brzegowej. Bardzo wysoka wartość tych współczynników (ostatni wiersz tabeli 24) świadczy o tym, że mimo istotnych różnic merytorycznych, ocena efektywności na podstawie obydwu metod może prowadzić do bardzo podobnych wniosków szczególnie wtedy, gdy jej ostatecznym celem jest rangowanie gospodarstw.

<sup>101</sup> Uzyskany wynik odpowiada jednak teoretycznym zależnościom pomiędzy zwykłą (przeciętną) funkcją produkcji a funkcją brzegową i modelem AK. Zależność tą można zaobserwować na wykresie 16. Zwykła funkcja produkcji oszacowana na podstawie zaznaczonych obserwacji wykazywała będzie przychody zbliżone do stałych. Natomiast model brzegowy (Fr) cechują przychody malejące. Funkcje produkcji *intra-firm* ( $f_1$ - $f_3$ ) wykazują również przychody malejące, w stopniu jeszcze silniejszym niż funkcja brzegowa. Podobne zależności występują pomiędzy współczynnikami ES, które przedstawiono w pracy.

Tabela 24. Współczynniki efektywności technologii obliczone z modeli brzegowych oraz z modeli analizy kowariancji (AK) dla dwóch podokresów

Table 24. Technology efficiency indices calculated from frontier and covariance analysis models (CA) for two sub-periods

Wyszczególnienie Item	1982-1985					1989-1992					Model AK CA model
	Model brzegowy Frontier model					Model brzegowy Frontier model					
	1982	1983	1984	1985	średnia mean	1989	1990	1991	1992	średnia mean	
1. Wartość średnia Mean	0,62	0,56	0,60	0,60	0,48	0,52	0,46	0,57	0,52	0,52	0,36
2. Odchylenie standardowe Standard deviation	0,17	0,16	0,17	0,14	0,15	0,20	0,17	0,17	0,18	0,14	0,20
3. Współczynnik zmienności (%) Variation coefficient (%)	7,4	28,6	28,3	23,3	31,2	38,4	36,6	29,8	34,6	26,9	55,5
4. Wartość minimalna Minimum value	0,27	0,24	0,30	0,29	0,22	0,13	0,21	0,31	0,23	0,25	0,10
5. Współczynnik korelacji Correlation coefficient	x	x	x	x	0,843*	x	x	x	x	0,737*	

Uwagi: Ostatni wiersz tabeli zawiera współczynniki korelacji pomiędzy średnią efektywnością z modeli brzegowych i efektywnością obliczoną na podstawie modeli AK. Gwiazdkami oznaczono współczynniki istotne na poziomie  $\alpha = 0,05$ .

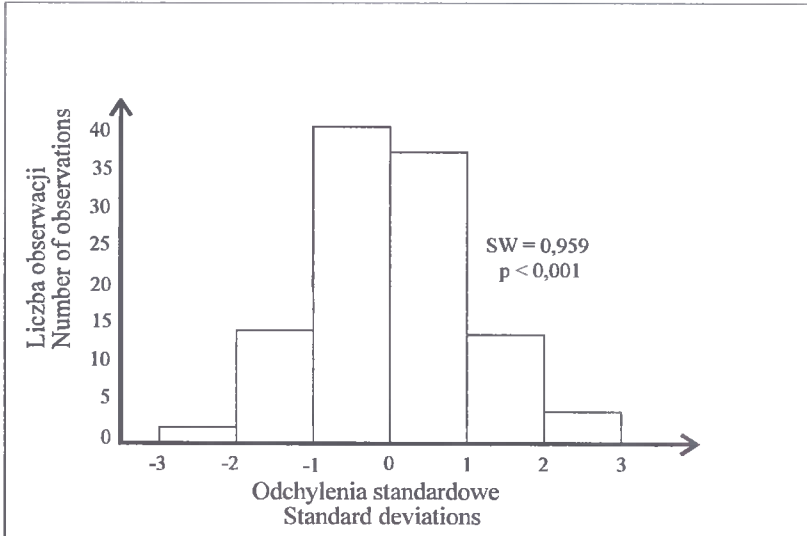
Notes: The last row shows correlation coefficients between average efficiency calculated from frontier models and efficiency calculated from CA models. Asterisks indicate coefficients significant at  $\alpha = 0,05$ .

Jak wspomniano w części teoretycznej pracy (rozdział 7), korelacja pomiędzy efektywnością produkcji ustaloną na podstawie modelu AK i funkcji brzegowej jest wynikiem, jakiego należy oczekiwać gdy proces produkcji wykazuje dwie cechy:

1. Wyrazy wolne funkcji produkcji *intra-firm* gospodarstw różnią się od siebie w sposób istotny.
2. Proces produkcji ma charakter homoskedastyczny lub umiarkowanie heteroskedastyczny.

Pierwszy z warunków został w pełni potwierdzony przez rezultaty kilku przedstawionych wyżej testów. Natomiast drugi warunek ma charakter czysto statystyczny. Jak wspomniano w części teoretycznej opracowania, wpływ, jaki rozmieszczenie składnika resztowego wywiera na wyniki modelu brzegowego, wynika z względnego charakteru wskaźników efektywności. Aby zweryfikować hipotezę o heteroskedastycznym rozkładzie tego składnika, na podstawie wyników modelu ograniczonego (tabela 14) obliczono wartość testu ilorazu wiarygodności oraz testu White'a.<sup>102</sup> Wyniki przeprowadzonych testów pozwoliły na jej odrzucenie dla obydwu okresów. Można więc uznać, że badana technologia ma charakter homoskedastyczny. Powyższy wynik potwierdza więc przypuszczenie, że istotną przyczyną korelacji pomiędzy wynikami obydwu metod oceny efektywności jest homoskedastyczność analizowanej zależności nakład-produkt.

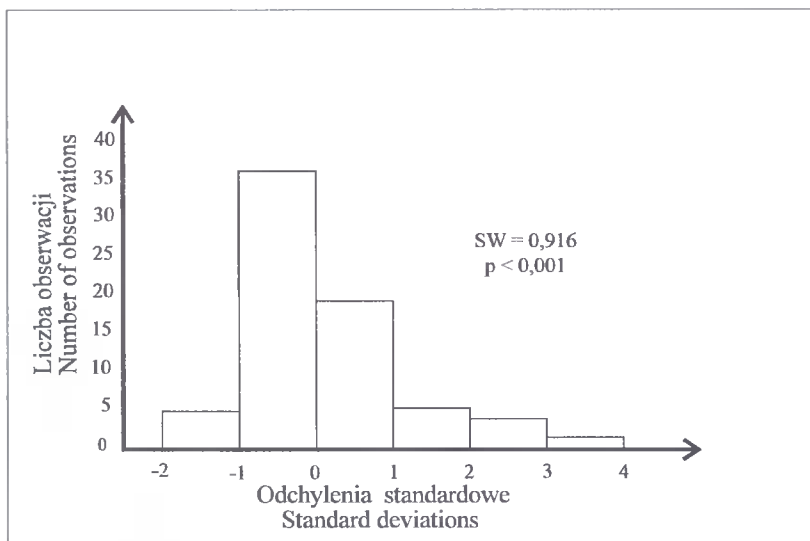
Efektywność obliczoną na podstawie modeli brzegowych (średnie czteroletnie) przedstawiono także w postaci histogramów (rysunki 24 i 25). Kształt ich rozkładów jest umiarkowanie podobny do rozkładów współczynników efektywności obliczonych na podstawie modeli AK (rysunki 18 i 19).



Rys.24. Rozkład średniej efektywności obliczonej z modeli brzegowych, 1982-1985 (wartości zestandaryzowane)

Fig.24. Distribution of average efficiency calculated from frontier models 1982-1985 (standardised values)

<sup>102</sup>Testy te są dostępne w programie TSP386 v4.2 jako opcje (Hill 1990).



Rys.25. Rozkład średniej efektywności obliczonej z modeli brzegowych, 1989-1992 (wartości zestandaryzowane)

Fig.25. Distribution of average efficiency calculated from frontier models 1989-1992 (standardised values)

Przedstawione wyżej porównanie efektywności technologii ustalonej przy pomocy metody AK z brzegową funkcją produkcji sugeruje, że mimo merytorycznych różnic obydwie modele mogą prowadzić do podobnych wniosków praktycznych. Należy jednak pamiętać, że metody te opierają się na zupełnie innych założeniach, co nie pozwala na ich zamienne stosowanie i uniemożliwia bezpośrednie porównywanie wyników.



## 10. PODSUMOWANIE I WNIOSKI

Wyniki, które przedstawiono w części empirycznej opracowania, potwierdziły większość hipotez sformułowanych w części wstępnej. Zgodnie z oczekiwaniami wyniki estymacji zwykłych, przekrojowych funkcji produkcji błędnie sugerują, że w badanej grupie gospodarstw rodzinnych występują stałe przychody względem skali. Rezultat taki uzyskano niezależnie od analitycznych własności zastosowanej funkcji. Potwierdza to w pełni zastrzeżenia, jakie pod adresem tego typu modeli sformułowano w części teoretycznej opracowania. Bardziej odpowiednim i stosunkowo prostym narzędziem oceny efektów skali w rolnictwie rodzinnym okazał się model analizy kowariancji. Współczynniki elastyczności produkcji względem skali, jakie obliczono na jego podstawie są bowiem istotnie mniejsze od jedności. Rezultat ten odpowiada w pełni teorii produkcji oraz założeniu o długookresowej stałości zasobów zarządzania w gospodarstwach. Potwierdza także wyniki uzyskane przez cytowanych w pracy autorów zagranicznych. Można więc przyjąć, że model analizy kowariancji pozwala na ocenę efektów skali wolną od błędu współzmienności. Korzystanie z funkcji produkcji o tak zmodyfikowanej postaci wymaga jednak zawsze starannej weryfikacji podstawowych założeń tego modelu. Najważniejszym z nich jest hipoteza o współzmienności poziomu zarządzania z wielkością gospodarstw.

Przeprowadzona w opracowaniu szczegółowa analiza wyników dwóch modeli analizy kowariancji wskazuje również, że pewną trudność może sprawiać ekonomiczna interpretacja oszacowanych w ten sposób wyrazów wolnych funkcji *intra-firm*. Szczególnie ważne jest założenie o ich związku z poziomem zarządzania. Wydaje się, że jedyną metodą pozwalającą na istotne pogłębienie przedstawionej w opracowaniu interpretacji tych współczynników jest połączenie metody „resztowej”, jaką jest analiza kowariancji, z bezpośrednią oceną tego czynnika w gospodarstwach. W dostępnej literaturze brak jest, jak dotąd, praktycznych przykładów takiego podejścia.

Innym, równie ważnym, warunkiem praktycznej efektywności przedstawionych w opracowaniu modeli jest odpowiednia jakość danych wykorzystywanych do ich estymacji. Szczególnie istotny jest odpowiednio duży wymiar czasowy opracowywanych szeregów panelowych. Decyduje on bowiem o statystycznej identyfikowalności indywidualnych funkcji *intra-firm* gospodarstw. Dlatego stosunkowo niewielki zakres czasowy szeregów wykorzystanych w opracowaniu (cztery lata) uzasadnia celowość dalszej weryfikacji przedstawionych hipotez i wyników. Wymaga to jednak dostępu do danych panelowych o relatywnie większym wymiarze czasowym. Ze względu na wysokie koszty opracowywania takich danych, godnym uwagi, alternatywnym rozwiązaniem, są metody estymacji pozwalające korzystać z danych w postaci paneli niezrównoważonych.

Przedstawione w opracowaniu rozważania teoretyczne oraz wyniki uzyskane w części empirycznej pozwalają więc na sformułowanie następujących wniosków:

1. Tradycyjna specyfikacja modeli produkcji prowadzi do przeszacowania efektu skali. Oszacowane na podstawie szeregów przekrojowych modele produkcji nie mają więc wiele wspólnego z funkcjami produkcji gospodarstw. Dlatego nie opisują one również dynamiki ich wzrostu.

2. Błąd współzmienności, pojawiający się jako przeszacowanie efektów skali, nie zależy od analitycznej postaci modelu produkcji, występuje on zarówno w przypadku funkcji Cobba-Douglasa, funkcji homotetycznej jak i modelu translog.
3. Współczynniki elastyczności produkcji względem skali oszacowane na podstawie danych o strukturze panelowej, przy pomocy analizy kowariancji, mają niższą wartość co sugeruje, że są one wolne od błędu współzmienności.
4. Zróżnicowanie poziomu zarządzania w gospodarstwach rodzinnych ujawnia się jako zróżnicowanie wyrazów wolnych funkcji *intra-firm* tych gospodarstw.
5. Wyrazy wolne funkcji *intra-firm* oszacowane metodą analizy kowariancji, interpretowane jako mierniki efektywności technologii, mają inną treść ekonomiczną niż współczynniki efektywności technologii oszacowane na podstawie modelu brzegowego. Jednak w praktyce obydwie metody mogą prowadzić do zbieżnych wniosków.
6. Interesująca własność przedstawionej w pracy funkcji promieniowo-homotetycznej sprawiają, że model ten zasługuje na szersze wykorzystanie do analizy procesów wzrostu i zróżnicowania skali produkcji w rolnictwie, ale tylko w przypadku, gdy istnieją uzasadnione przypuszczenia co do homotetycznego (heterogenicznego) charakteru analizowanej technologii.
7. Logika procesów wytwórczych w rolnictwie oraz wyniki przeprowadzonych testów sugerują, że model analizy kowariancji jest właściwszym reprezentantem zróżnicowania funkcji *intra-firm* niż model analizy składników błędu.
8. Badane gospodarstwa z makroregionu środkowo zachodniego posiadają własne, indywidualne technologie *intra-firm*. Fakt ten należy uwzględnić przy analizie lub projektowaniu procesów ich wzrostu.
9. Zarządzanie jest czynnikiem wytwórczym, który silnie limituje wzrost badanych gospodarstw. Pod względem produktywności przewyższa on znacznie konwencjonalne czynniki produkcji.

# EFEKTY SKALI A EFEKTYWNOŚĆ TECHNOLOGII I POZIOM ZARZĄDZANIA W ROLNICTWIE RODZINNYM

## Streszczenie

W opracowaniu omówiono jeden z podstawowych problemów związanych z definiowaniem i praktyczną oceną efektów skali w rolnictwie. Korzystając z teorii produkcji oraz odwołując się do wyników opisanych w dostępnej literaturze, przyjęto hipotezę, że współczynniki elastyczności produkcji względem skali, jakie są tradycyjnie obliczane na podstawie danych przekrojowych, są obciążone błędem wynikającym ze współzmienności poziomu zarządzania i nakładów konwencjonalnych. Błąd ten ujawnia się najczęściej jako przeszacowanie wartości tych współczynników w modelach przekrojowych. Organicznie malejący charakter efektów skali w rolnictwie rodzinnym wynika bowiem z długookresowej stałości zasobów zarządzania w poszczególnych gospodarstwach. Jako alternatywną metodę estymacji efektów skali zaproponowano przekrojowo-czasowy model analizy kowariancji.

Przedstawione w opracowaniu rozważania teoretyczne zostały zilustrowane przykładem praktycznym. Do estymacji zaproponowanych modeli przekrojowo-czasowych wykorzystano dwa zbiory danych o strukturze panelu zrównoważonego. Zawierały one informacje ze 113 i 71 gospodarstw rodzinnych z makroregionu środkowo-zachodniego, zgromadzone w ciągu czterech kolejnych lat (1982-1985 oraz 1989-1992). Zbiory te wykorzystano najpierw do estymacji zwykłych przekrojowych funkcji produkcji (Cobba-Douglasa, promieniowo-homotetycznej oraz translog). Rezultaty estymacji tych funkcji potwierdziły powszechność błędu jednoczesności w modelach przekrojowych. Aby wyeliminować ten błąd, do estymacji współczynników elastyczności produkcji względem skali zastosowano modele o strukturze panelowej - analizę kowariancji i analizę składników reszt. Adekwatność modelu analizy kowariancji jako narzędzia analizy efektu skali została zweryfikowana i utrzymana na mocy kilku przeprowadzonych testów statystycznych. Między innymi, przez porównanie z wynikami estymacji modelu analizy składników reszt, za pośrednictwem testu specyfikacji Hausmana. W opracowaniu przedstawiono także próbę ekonomicznej interpretacji różnicowania funkcji produkcji *intra-firm* poszczególnych gospodarstw, porównując je z odpowiednimi współczynnikami efektywności obliczonymi z modelu brzegowego technologii. Mimo merytorycznych rozbieżności dzielących obydwaj rodzaje miar efektywności, uzyskane przy ich pomocy wyniki cechuje znaczna współzmiennność.

## RETURNS TO SCALE, TECHNOLOGY EFFICIENCY AND MANAGEMENT LEVEL IN FAMILY FARMING

### Abstract

The dissertation deals with one of the most important aspects of economies of scale measurement in agriculture. Following the production theory assumptions and various empirical results available in the literature, a hypothesis has been developed that scale elasticity coefficients which are commonly computed from cross-section data are biased. The source of this bias, called simultaneous equation bias, is the correlation between the common production factors (land labor and capital) and management, on the farm level. In the result, the scale elasticity coefficients derived from cross-sectional models are biased towards unity. Intrinsically decreasing returns to scale need to be presumed in the family farming however, due to invariability of managerial resources on these farms, even in the long run. To estimate scale elasticity coefficients free of the bias, the covariance analysis model with panel data can be used instead of common cross-section production functions.

To illustrate the theory developed in the first part of the dissertation, an extensive empirical example of returns to scale estimation has been also provided. All presented models were estimated using two balanced panels of farms. These panels were compiled using family farms data from the central-western macroregion of Poland (eight Voivodships). They included 113 and 71 farms in two four-year periods 1982-1985 and 1989-1992. At first, eight cross section production functions were estimated for each of the three functional forms (Cobb-Douglas, ray-homothetic, and translog). The results clearly demonstrated the common presence of simultaneous equation bias in the cross section models, irrespective of the production function type. Further, to eliminate this bias two panel models were used - the covariance analysis model and the error components model. Validity of the covariance analysis model has been tested and accepted against various statistical tests. Among others, the Hausman test was employed to select between the two alternative specifications. Finally, the intercepts of individual *intra-firm* functions obtained from the covariance analysis models were examined as the indices of efficiency. Among others, they were directly compared to the common indices of efficiency, obtained from frontier production functions. In spite of methodological differences, both methods has yielded strongly correlated results.

## 11. LITERATURA

- ADAMIECKI K.(1938): O istocie naukowej organizacji pracy. Wyd.Politechn.Warsz., Warszawa.
- ALCANTARA R., PRATO A.A.(1973): Returns to Scale and Input Elasticities for Sugarcane: The Case of Sao Paulo, Brazil. *Am.J.Agr.Econ.*, 55, s.577-583.
- ALLEN R.G.D.(1960): *Mathematical Analysis for Economists*. McMillan, New York.
- ALY H.Y., BELBASE K., GRABOWSKI R., KRAFT S.(1987): The Technical Efficiency of Illinois Grain Farms: An Application of a Ray-Homothetic Production Function. *South.J.Agr.Econ.*, 19,s.69-78.
- ANDERSON J.R., POWELL R.A.(1973): Economics of Size in Australian Farming. *Austr.J.Agr.Econ.*, 17, s.1-16.
- ANTLE J.M.(1983): Sequential Decision Making in Production Models. *Am.J.Agr.Econ.*, 65, s.282-90.
- ANTLE J.M.(1984): The Structure of U.S. Agricultural Technology, 1910-78. *Am.J.Agr.Econ.*, 66, s.414-421.
- BACHMAN K.L., CHRISTENSEN R.P.(1967): *The Economics of Farm Size*. w: Souworth H.M., Johnston B.F.: *Agricultural Development and Economic Growth*. Cornell Univerity Press, Ithaca.
- BAGI F.S.(1981): Relationship Between Farm Size and Economic Efficiency: An Analysis of Farm-Level Data from Haryana (India). *Can.J.Agr.Econ.*, 29, s.317-26.
- BALESTRA P., NERLOVE M.(1966): Pooling Cross Section and Time Series Data in the Estimation of a Dynamic Model: The Demand for Natural Gas. *Econometrica*, 34, s.585-612.
- BALL A.G., HEADY E.O.(1972): *Size, Structure, and Future of Farms*. Ames, Iowa Univ. Press.
- BALL V.E.(1985): Output, Input, and Productivity Measurement in U.S. Agriculture, 1948-1979. *Am.J.Agr.Econ.*, 67, s.475-486.
- BARDHAN P.K.(1973): Size, Productivity, and Returns to Scale: An Analysis of Farm-Level Data in Indian Agriculture. *J.Polit.Econ.* 81, s.1370-86.
- BEATTIE B.R.(1988): Assymetric Stages, Ridgelines and the Economic Region for the Two-Variable-Factor Production Function Model. *South.Econ.J.*,54, s.562-571.
- BEATTIE B., TAYLOR R.(1985): *The Economics of Production*. John Wiley, New York.
- BERNDT E.R.(1991): *The Practice of Econometrics: Classic and Contemporary* Addison-Wesley, Reading.

- BERNDT E.R., CHRISTENSEN L.R.(1973a): The Translog Function and the Substitution of Equipment, Structures, and Labor in U.S. Manufacturing 1929-68. *J.Econometrics*, 1, s.81-114.
- BERNDT E.R., CHRISTENSEN L.R.(1973b): The Internal Structure of Functional Relationship: Separability, Substitution, and Aggregation. *Rev.Econ.Stud.*, 40, s.403-10.
- BILAS R.A.(1967): *Microeconomic Theory: A Graphical Analysis*. McGraw-Hill, New York.
- BINSWANGER H.P.(1974): A Cost Function Approach to the Measurement of Elasticities of Factor Demand and Elasticities of Substitution. *Am.J.Agr.Econ.*, 56, s.377-385.
- BOISVERT R.N.(1982): The Translog Production Function: Its Properties, Its Several Interpretations and Estimation Problems. Cornell University, *A.E.Res.*, 82-28, Ithaca.
- BREUSCH T.S.,PAGAN A.R.(1980): The LaGrange Multiplier Test and Its Applications to Model Specification in Econometrics. *Rev.Econ.Stud.*, s.47, s. 239-254.
- BRITTON D.K.,HILL B.(1975): *Size and Efficiency in Farming*. Saxon House, London.
- BUCKWELL A.(1984): Herd structure and milk supply response. *J.Agr.Econ.*,35, s.341-353.
- BYRNES P.,FÄRE R.,GROSSKOPF S., KRAFT S.(1987): Technical Efficiency and Size: The Case of Illinois Grain Farms. *Eur.Rev.Agr.Econ.*, 14-4, s.367-381.
- CARLSON B.(1972): The Measurement of Efficiency in Production: An Application to Swedish Manufacturing Industries 1968. *Swed.J.Econ.*, 72, s.468-85.
- CHALFANT J.A.(1984): Comparison of Alternative Functional Forms with Application to Agriculture. *Am.J.Agr.Econ.*, 66, s.216-220.
- CHAMBERS R.G.(1983): Scale and Productivity Measurement under Risk. *Am.Econ.Rev.*, 73, s.802-805.
- CHAMBERS R.G.(1988): *Applied production analysis. A dual approach*. Cambridge University Press, Cambridge.
- CHAVAS J.P., COX T.L.(1988): A Nonparametric Analysis of Agricultural Technology. *Am.J.Agr.Econ.*, 70, s.303-310.
- CHIANG A.G.(1994): *Podstawy ekonomii matematycznej*. PWE, Warszawa.
- CHRISTENSEN L.R., JORGENSON D.W., LAU J.L.(1971): Conjugate Duality and the Transcendental Logarithmic Production Function. *Econometrica*, 39, s.255-65.
- CLARK J.S., FULTON M., BROWN D.J.(1992): Gibrat's Law and Farm Growth in Canada. *Can.J.Agr.Econ.*, 40, s.55-70.

- CLEMHOUT C.(1968): The Class of Homothetic Isoquant Production Functions. *Rev.Econ.Stud.*, 35, s.91-104.
- CUEVAS C.E.(1988): Intermediation Costs in an Agricultural Development Bank: A Cost Function Approach. *Am.J.Agr.Econ.*, 70, s.273-80.
- DAWSON P.J.(1985): Measuring Technical Efficiency from Production Functions: Some Further Estimates. *J.Agr.Econ*, 36, s.31-40.
- DAWSON P.J., HUBBARD L.J.(1987): Management And Size Economies in the England And Wales Dairy Sector. *J.Agr.Econ.*, 38, s.27-37.
- DAWSON P.J., LINGARD J.(1982): Management bias and returns to scale in a Cobb-Douglas production function for agriculture. *Eur.R.Agr.Econ.*, 9, s.1-23.
- DELLER S.C., NELSON,C.H.(1991): Measuring the Economic Efficiency of Producing Rural Road Services. *Am.J.Agr.Econ.*, 73, s.194-201.
- DENNY M.(1974): The Relationship Between Functional Forms for the Production Systems. *Can.J.Agr.Econ.*, 7, s.21-31.
- DEOLALIKAR A.B.(1981): The Inverse Relationship between Productivity and Farm Size: A Test Using Regional Data from India. *Am.J.Agr.Econ.*, 63, s.275-279.
- DILLON J.L (1968): The Analysis of Response in Crop and Livestock Production. Pergamon Press, Oxford.
- DOLL J.P.(1974): On Exact Multicollinearity and the Estimation of the Cobb-Douglas Production Function. *Am.J.Agr.Econ.*, 56, s.556-63.
- DOMAŃSKI CZ.(1979): Statystyczne testy nieparametryczne. PWE, Warszawa.
- EDWARDS C., SMITH M.G., PETERSON R.N.(1985): The Changing Distribution of Farms by Size: A Markov Analysis. *Agr.Econ.Res.*, 37, nr 4, s.1-16.
- EKANAYAKE S.A.B., JAYASURIYA S.K.(1989): Change, Adjustment and the Role of Specific Experience: Evidence from Sri Lankan Rice Farming. *Austr.J.Agr.Econ.*, 33, s.123-135.
- EVANS D.S.(1987a): Empirical Analysis of the Size Distribution of Farms: Discussion. *Am.J.Agr.Econ.*, 69, s.484-485.
- EVANS D.S.(1987b): Tests of Alternative Theories of Firm Growth. *J.Polit.Econ.*, 95, s.657-674.
- FÄRE R., GROSSKOPF S.(1985): A Nonparametric Cost Approach to Scale Efficiency. *Scand.J.Econ.*, 87, s. 594-604.
- FÄRE R., GROSSKOPF S.,LEE H.(1990): A Nonparametric Approach to Expenditure-Constrained Profit Maximization. *Am.J.Agr.Econ.*,72, s.574-581.
- FÄRE R., NJINKEU D.(1989): Computing Returns to Scale Under Alternative Models. *Economic Letters*, 30, s.55-59.
- FARRELL M.J.(1957): The Measurement of Productive Efficiency. *J.Roy.Stat.Soc.*, 120, s.253-290.

- FAWSON C., SHUMWAY, C.R.(1988): A Nonparametric Investigation of Agricultural Production Behavior for U.S. Subregions. *Am.J.Agr.Econ.*, 70, s.311-317.
- FORSUND F.R., HJALMARSON L.(1974): On the Measurement of Productive Efficiency. *Swed.J.Econ.*, 76, s.141-54.
- FORSUND F.R., HJALMARSON L. (1979): Frontier Production Functions and Technical Progress: A Study of General Milk Processing in Swedish Dairy Plants. *Econometrica*, 47, s.883-900.
- FORSUND F.R., LOVELL C.A.K., SCHMIDT P.(1980): A Survey of Frontier Production Functions and of their Relationship to Efficiency Measurement. *J.Econometrics*, 13, s.5-25.
- FRIEDMAN M.(1976): *Price theory*. Aldine, Chicago.
- FRISH R.(1965): *Theory of Production*. D.Reidel, Dodrecht.
- GARCIA P., OFFUT S.E., SONKA S.(1987): Size Distribution and Growth in a Sample of Illinois Cash Grain Farms. *Am.J.Agr.Econ.*, 69,s.471-476.
- GARDNER B.D., POPE R.D.(1978): How Is Scale and Structure Determined in Agriculture. *Am.J.Agr.Econ.*, 60, s.295-302.
- GEMPESAW II,C.M.(1992): Nonparametric Analysis of Production Efficiency: Discussion. *North.East.J.Agr.Res.Econ.*, 21, s.121-124.
- GRABOWSKI R.(1988): Economies of Scale in Agriculture and the Ray-Homothetic Production Function: An Empirical Illustration from the Philippines. *Singapore Econ.Rev.*, 33, s.40-48.
- GRABOWSKI R., BELBASE K.(1986): An Analysis of optimal scale and factor intensity in Nepalese agriculture: an application of a ray-homothetic production function. *Appl.Econ.*, 18, s.1051-1063.
- GRABOWSKI R., SANCHEZ O.(1985): An Empirical Investigation of Optimal Scale and Factor Intensity: Philippine Agriculture 1948 to 1971. *The Philippine Econ.J.*, 24, s.132-142.
- GRABOWSKI R., SANCHEZ O.(1990): Returns to Scale in Agriculture: An Empirical Investigation of Japanese Experience. *Maszynopis*.
- GREENE W.H.(1983): Simultaneous Estimation of Factor Substitution, Economies of Scale, Productivity, and Non-Neutral Technical Change. w: Dogramaci A.: *Developments in Econometric Analyses of Productivity. Measurement and Modeling Issues*. Kluwer, Boston.
- GRILICHES Z.(1957): Specification Bias in Estimates of Production Functions. *J.Farm.Econ.*, 39, s.8-20.
- GRILICHES Z.(1963): Estimates of the Aggregate Agricultural Production Function from Cross-Sectional Data. *J.Farm Econ.*, 45, s.419-428.
- GUILKEY D.K., LOVELL C.A.K.(1980): On the Flexibility of the Translog Approximation. *Int.Econ.Rev.*, 21, s.137-147.



- HALCROW H.G.(1980): *Economics of Agriculture*. Mc-Graw Hill, New York.
- HALL B.H.(1987): *Empirical Analysis of the Size Distribution of Farms: Discussion*. *Am.J.Agr.Econ.*, 69, s.486-487.
- HALL B.H.(1991): *TSP Reference Manual: Version 4.2*. TSP International, Palo Alto.
- HALL B.F., LEVEEN P.E.(1978): *Farm Size and Economic Efficiency: The Case of California*. *Am.J.Agr.Econ.*, 60, s.581-600.
- HALL M., WINSTEN C.(1959): *The Ambiguous Notion of Efficiency*. *Econ.J.*, 69, s.71-86.
- HALL N., BARDSLEY P.(1987): *Dummy Variable Estimators of Technical Efficiency: A Comment*. *J.Agr.Econ.*, 38, s.335-339.
- HALLBERG M.C.(1969): *Projecting the Size Distribution of Agriculture Firms - An Application of a Markov Process with Non-Stationary Transition Probabilities*. *Am.J.Agr.Econ.*, 51, s.289-302.
- HANOCH G.(1975): *The Elasticity of Scale and the Shape of Average Costs*. *Am.Econ.Rev.*, 65, s.492-7.
- HAUSMAN J.A.(1978): *Specification Tests in Econometrics*. *Econometrica*, 46, s.1251-1272.
- HEADY E.O.(1967): *Ekonomika produkcji rolniczej*. Warszawa PWRiL.
- HEADY E.O., DILLON J.L.(1962): *Agricultural Production Functions*. Iowa University Press, Ames.
- HEATHFIELD D.F., WIBE S.(1987): *An Introduction to Cost and Production Functions*. Macmillan, London.
- HERLEMANN H.H., STAMER H.(1963): *Rolnictwo w dobie technizacji. Rozwój ekonomiczno-techniczny a produkcja rolna i wielkość gospodarstw*. PWRiL, Warszawa.
- HERTEL T.W.(1984): *Applications of Duality and Flexible Functional Forms: The Case of the Multiproduct Firm*. Purdue University, *Agr.Exp.Stn., Res.Bull.*980, West Lafayette.
- HOCH I.(1955): *Estimation of Production Function Parameters and Testing for Efficiency*. *Econometrica*, 23, s.325-326.
- HOCH I.(1958): *Simultaneous Equation Bias in the Context of the Cobb-Douglas Production Function*. *Econometrica*, 26, s.566-78.
- HOCH I.(1962): *Estimation of Production Function Parameters Combining Time-Series and Cross-Section Data*. *Econometrica*, 30, s.34-53.
- HOCH I.(1976): *Returns to Scale in Farming: Further Evidence*. *Am.J.Agr.Econ.*, 58, s.745-9.
- HUFFMAN W.E, McNULTY M.(1985): *Endogenous Local Public Extension Policy*. *Am.J.Agr.Econ.*, 77, s.761-768.

- INTRILIGATOR M.D.(1978): *Econometric Models, Techniques, and Applications*. North-Holland, Amsterdam.
- JENSEN K.(1984): *An Economic View of the Debate on Farm Size in Sasakatchewan*. *Can.J.Agr.Econ.*, 32, s.187-200.
- JOHANSEN L.(1972): *Production Functions. An Integration of Micro and Macro, Short-Run and Long-Run Aspects*. North-Holland, Amsterdam.
- JOHNSON G.L.(1964): *A Note on Nonconventional Inputs and Conventional Production Functions*. w: Eicher C.,Witt L.: *Agriculture in Economic Development*. McGraw-Hill, New York.
- JOHNSON W.E.(1913): *The Pure Theory of of Utility Curves*. *Econ.J.*, 23, 483-513.
- JOHNSTON J.(1972): *Econometric Methods*. McGraw-Hill, New York.
- JÓZWIAK W.(1982): *Znaczenie skali produkcji w nowoczesnym rolnictwie w świetle literatury*. *Więś i Roln.*, 37, s.225-35.
- JÓZWIAK W.(1993): *Ocena procesów dostosowawczych w rolnictwie i gospodarce żywnościowej do warunków gospodarki rynkowej*. w: *Sytuacja produkcyjno-ekonomiczna rolnictwa polskiego w roku 1992 i prognoza na rok 1993*. MRiGŻ, IERiGŻ, ERS USDA, Warszawa.
- JUDGE G.G., HILL R.C., GRIFFITHS W., LUTKEPOHL H., LEE T.C.(1982): *Introduction to the Theory and Practice of Econometrics*. John Wiley, New York.
- KADLEC J.E., HOUSE A.K.(1962): *The Effect of Technical Efficiency on Optimum Size*. *J.Farm Econ*, 44, s.1428-1432.
- KAKO T.(1978): *Decomposition Analysis of Derived Demand for Factor Inputs: The Case of Rice Production in Japan*. *Am.J.Agr.Econ.*, 60, s.628-635.
- KALAITZANDONAKES N.G., WU S., MA J.(1992): *The Relationship between Technical Efficiency and Firm Size Revisited*. *Can.J.Agr.Econ.*, 40, s.427-442.
- KALDOR N.(1934): *The Equilibrium of the Firm*. *Econ.J.*,49, s.60-76.
- KENDALL G.K, BUCKLAND W.R.(1986): *Słownik terminów statystycznych*. PWE, Warszawa.
- KISLEV Y.(1966): *Overestimates of Returns to Scale in Agriculture -A case of Synchronized Aggregation*. *J.Farm Econ.*,48, s.967-83.
- KISLEV Y., PETERSON W.(1982): *Prices, Technology, and Farm Size*. *J.Polit.Econ.*,90, s.578-595.
- KISLEV Y., PETERSON W.(1991): *Economies of Scale in Agriculture: A Reexamination of the Evidence*. Maszynopis.
- KJELDTSEN-KRAGH S.(1994): *Optymalna skala produkcji w chowie bydła i trzody w rolnictwie duńskim*. *Zag.Ekon.Rol.*, nr 1-2, s.44-50.
- KOWALSKI Z.(1990): *Funkcja Cobba-Douglasa jako narzędzie opisu i analizy procesów wytwórczych w rolnictwie*. *Zag.Ekon.Rol.*, nr 5/6, s.12-24.

- KOWALSKI Z.(1991): Elastyczność substytucji nakładów w rolnictwie. Zag.Ekon.Rol., nr 1/2, s.22-36.
- KOWALSKI Z.(1992a): Wybrane problemy definiowania i oceny efektywności gospodarowania w rolnictwie. Zag.Ekon.Rol. nr 1-3, s.22-35.
- KOWALSKI Z.(1992b): Kategorie efektywności produkcji (w świetle teorii funkcji produkcji). Zag.Ekon.Rol., nr 4, s.18-31.
- KOWALSKI Z.(1992c): Efektywność technologii produkcji w rolnictwie (w świetle teorii funkcji produkcji). Zag.Ekon.Rol., nr 6, s.28-38.
- KOWALSKI Z.(1993a): Efektywność alokacji nakładów w rolnictwie (w świetle teorii funkcji produkcji). Zag.Ekon.Rol.,nr 1-2 s.52-61.
- KOWALSKI Z.(1993b): Skala a efektywność gospodarowania w rolnictwie (w swietle teorii funkcji produkcji). Zag.Ekon.Rol., nr 3, s.18-29.
- KRAUSE K.R., KYLE L.R.(1970): Economic Factors Underlying the Incidence of Large Farming Units: The Current Situation and Probable Trends. Am.J.Agr.Econ., 52, s.748-61.
- LANGE O.(1978): *Ekonomia polityczna*. PWN, Warszawa.
- LAU L.J, YOTOPOULOS P.(1971): A Test for Relative Efficiency and Application to Indian Agriculture. Am.Econ.Rev., 61, s.94-109.
- LEE H.(1992): Recent Applications of Nonparametric Programming Methods. North-East.J.Agr.Res.Econ., 21, s.113-124.
- LEIBENSTEIN H.(1978): On the Basic Proposition of X-Efficiency Theory. Am.Econ.Rev., 68, s.328-334.
- LINGARD J.(1976): Size and Efficiency in Farming: Can Production Function Help ? Conference of Agricultural Economics Society, London.
- LINGARD J., CASTILLO L., JAYASURIYA S.(1983): Comparative Efficiency of Rice Farms in Central Luzon, The Philippines. J.Agr.Econ., 34, s.163-73.
- LLOYD P.J.(1989): A Family of Agronomic Production Functions with Economies of Scope. Austr.J.Agr.Econ., 33, s.108-122.
- LUND P.J.(1983): The Use of Alternative Measures of Farm Size in Analysing the Size and Efficiency Relationship. J.Agr.Econ., 34, s.187-9.
- LUND P.J., HILL P.G.(1979): Farm Size, Efficiency and Economies of Size. J.Agr.Econ., 30, s.145-58.
- MADDALA G.S.(1971): The Use of Variance Components Models in Pooling Cross Section and Time Series Data. Econometrica, 39, s.341-358.
- MADDALA G.S.(1977): *Econometrics*. McGraw-Hill, Tokyo.
- MADDEN J.P., PARTENHEIMER E.J.(1972): Evidence of Economies and Diseconomies of Farm Size. w:Ball A.G., Heady E.O.: *Size, Structure, and Future of Farms*. Ames, Iowa Univ. Press.

- MAKARY S.R., REES H.(1981): An Index of Management Efficiency for Egyptian Agriculture: A Case Study of Large Farms. *J.Agr.Econ.*, 32, s.189-96.
- MANTEUFFEL R.(1976): Wielkość gospodarstwa i przedsiębiorstwa. LSW, Warszawa.
- MANTEUFFEL R.(1979): *Ekonomika i organizacja gospodarstw rolniczych*. PWRiL, Warszawa.
- MAKINEN P.(1987): On the use of Markov Chain technique in monitoring structural change in agriculture. V Kongr.Eur.Stow.Ekon.Roln., Balatonszeplak.
- MARSZAŁKOWICZ T.(1980): *Metody statystyki opisowej w badaniach ekonomiczno-rolniczych*. PWN, Warszawa.
- MASSEL B.F.(1967): Elimination of Management Bias from Production Functions Fitted to Cross-Section Data: A Model and an Application to African Agriculture. *Econometrica*, 35, s.495-508.
- MEFFORD R.N.(1986): Introducing Management into the Production Function. *Rev.Econ.Stat.*, s.96-104.
- MELLOR J.W.(1967): *The Economics of Agricultural Development*. Cornell University Press, Ithaca.
- MEYER P.A.(1970): An Aggregate Homothetic Production Function. *South.Econ.J.*, 36, s.220-38.
- MICHALEK J.(1988): *Technological Progress in West German Agriculture. A Quantitative Approach*. Wissenschaftsverlag Vauk, Kiel.
- MOSCHINI G.(1990): Nonparametric and Semiparametric Estimation: An Analysis of Multiproduct Returns to Scale. *Am.J.Agr.Econ.*, 72, s.589-596.
- MÜLLER J.(1974): On Sources of Measured Technical Efficiency: The Impact of Information. *Am.J.Agr.Econ.*, 56, s.730-8.
- MUNDLAK Y.(1961): Empirical Production Function Free of Management Bias. *J.Farm Econ.*, 43, s.44-56.
- NADIRI M.I.(1982): *Producers Theory*. w: Arrow K.J., Intriligator M.D.: *Handbook of Mathematical Economics*. North-Holland, New York.
- NEFF D.L., GARCIA P., HORNBAKER R.H.(1991): Efficiency Measures Using the Ray-Homothetic Function: A Multiperiod Analysis. *South.J.Agr.Econ.*, 23, s.113-23.
- OFFUT S., SHOEMAKER R.(1990): Agricultural Land, Technology, and Farm Policy. *J.Agr.Econ.*, 41, s.1-8.
- OSBURN D.D., SCHNEEBERGER K.C.(1983): *Modern Agricultural Management. A System Approach to Farming*. Reston, Reston.
- PAGE J.M.(1980): Technical Efficiency and Economic Performance: Some Evidence from Ghana. *Oxf.Econ.Pap.*, 32, s.319-339.

- PANZAR J.C., WILLIG R.D.(1977): Economies of Scale in Multi-Output Production. *Quart.J.Econ.*, 41, s.481-493.
- PAPPAS J.L., HIRSCHEY M.: *Managerial Economics*. The Dryden Press, Chicago.
- PASOUR E.C.(1981): A Further Note on the Measurement of Efficiency and Economies of Farm Size. *J.Agr.Econ.*, 32, s.135-45.
- PASOUR E.C., BULLOCK J.(1975): Implications of Uncertainty for the Measurement of Efficiency. *Am.J.Agr.Econ.*, 57, s.335-339.
- PATRICK G.F., BLAKE B.F., WHITAKER S.H.(1983): Farmers' Goals: Uni- or Multi-Dimensional? *Am.J.Agr.Econ.*, 65, s.315-320.
- PATRICK G.F., EISGRUBER L.M.(1968): The Impact of Managerial Ability and Capital Structure on Growth of the Farm Firm. *Am.J.Agr.Econ.*, 50, s.491-506.
- PAWŁOWSKI Z. (1976): *Ekonometryczna analiza procesu produkcji*. Warszawa, PWN.
- PETZEL T.E.(1983): Empirical Analysis of Soviet Agricultural Production and Policy: Comment. *Am.J.Agr.Econ.*, 65, s.175-177.
- PILARSKI S., LAGUNA M.(1986): Wykształcenie kierownika a organizacja i efekty produkcyjno-ekonomiczne gospodarstw indywidualnych. Konferencja naukowa: Procesy adaptacyjne gospodarstw rolniczych w latach osiemdziesiątych. SGGW-AR, Warszawa, s.165-178.
- PINDYCK R.S., RUBINFELD D.L.(1985): *Econometric Models and Economic Forecast*. Second Edition. McGraw-Hill, New York.
- POPE R.D.(1984): Estimating Functional Forms with Special Reference to Agriculture: Discussion. *Am.J.Agr.Econ.*, 66, s.223-224.
- PORTER M.E.(1992): *Strategia konkurencji. Metody analizy sektorów i konkurentów*. PWE, Warszawa.
- QUESNAY F.(1888): Sur lest travaux des artisans, second dialogue. *Oeuvres économiques et philosophiques de Quesnay*. Frankfurt.
- RAO V., CHOTIGEAT T.(1981): The Inverse Relationship between Size of Land Holdings and Agricultural Productivity. *Am.J.Agr.Econ.*, 63, s.571-574.
- RASMUSSEN K., SANDILLAS M.M.(1962): *Production Function Analyses of British and Irish Farm Accounts*. University of Nottingham, Loughborough.
- RASMUSSEN S.(1990): *Strategic planning in Agriculture*. Universität Kiel, Bericht 90, s.1-45
- RAUP P.M.(1978): Some Questions of Value and Scale in American Agriculture. *Am.J.Agr.Econ.*, 60, s.303-8.
- RAY S.C.(1982): A Translog Cost Function Analysis of U.S. Agriculture, 1939-77. *Am.J.Agr.Econ.*, 64, s.490-8.
- RITSON C.(1978): *Agricultural Economics. Principles and Policy*. Crosby Lockwood Staples, London.

- RODEWALD G.E., FOLWELL R.J.(1977): Farm Size and Tractor Technology. *Agr.Econ.Res.*, 29, s.82-9.
- RYCHLIK T.(1983): *Ekonomika rolnictwa. Praca zbiorowa.* PWRiL, Warszawa.
- SALTER W.E.G.(1971): *Wydajność a postęp techniczny.* PWE, Warszawa.
- SCHAFER A.(1985): *Zur Anwendung von Frontier- und Dualitätsansätzen in der Landwirtschaft.* Wissenschaftsverlag Vauk, Kiel.
- SCHMIDT G.(1988a): Wie optimal ist eigentlich die "optimale" Betriebsgröße in der Landwirtschaft? *Agrarwirtschaft*, 37, s.234-245.
- SCHMIDT P.(1988b): Estimation of a Fixed-Effect Cobb-Douglas System Using Panel Data. *J.Econometrics*, 37, s361-380.
- SCHULTZ T.W.(1964): *Transforming Traditional Agriculture.* Yale University Press, New Haven.
- SHALIT S.S, SANKAR U.(1977): The Measurement of Farm Size. *Rev.Econ.Stat.*, 59, s.290-8.
- SHAPIRO D., BOLLMAN R.D., EHRENSAFT P.(1987): Farm Size and Growth in Canada. *Am.J.Agr.Econ.*, 69, s.477-483.
- SIDHU S.S.(1974): Economics of Technical Change in Wheat Production in the Indian Punjab. *Am.J.Agr.Econ.*, 56, s.217-226.
- SIDHU S.S, BAANANTE C.A.(1981): Estimating Farm-Level Input Demand and Wheat Supply in the Indian Punjab Using a Translog Profit Function. *Am.J.Agr.Econ.*, 63, s.237-246.
- SMYTH D.H., BOYES W.J., PESAU D.E.(1975): The Measurement of Firm Size: Theory and Evidence for the United Kingdom. *Rev.Econ.Stat.*, 57, s.111-114.
- SOBCZYŃSKI T.(1988): *Czynniki kształtujące produktywność i dochodowość gospodarstw indywidualnych. Praca doktorska.* ATR w Bydgoszczy, Wydział Rolniczy.
- SRIVASTAVA U.K., NAGADEVARA V., HEADY E.O.(1973): Resource Productivity, Returns to Scale and Farm Size in Indian Agriculture: Some Recent Evidence. *Austr.J.Agr.Econ.*, 17, s.43-57.
- STANTON B.F.(1978): Perspective on Farm Size. *Am.J.Agr.Econ.*, 60, s.727-737.
- STECZKOWSKI J., ZELIAŚ A.(1982): *Analiza wariancyjna i kowariancyjna w badaniach ekonomicznych.* PWN, Warszawa.
- STEFANOU S.E.(1989): Learning, Experience, and Firm Size. *J.Econ.Busn.*, 41, s.283-296.
- STEFANOU S.E., MADDEN J.P.(1988): Economies of Size Revisited. *Agr.Econ.*, 39, s.125-132.
- STEFANOU S.E., SAXENA S.(1988): Education, Experience, and Allocative Efficiency: A Dual Approach. *Am.J.Agr.Econ.*, 70, s.338-345.

- STIGLER G.J.(1958): The Economies of Scale. *J.Law Econ.*, 1, 54-71.
- STIGLER G.J.(1976): The Xistence of X-Efficiency. *Am.Econ.Rev.*, 66, s.213-216.
- SUMNER D.A., LEIBY J.D.(1987): An Econometric Analysis of the Effects of Human Capital on Size and Growth among Dairy Farms. *Am.J.Agr.Econ.*, 69, s.465-470.
- SZEMBERG A.(1994): Aktywność inwestycyjna rolników i techniczne wyposażenie gospodarstw. *Zag.Ekon.Rol.*, nr 4, s.3-15.
- THEIL H.(1979): *Zasady ekonometrii*. PWN, Warszawa.
- THIJSEN G.(1991a): A comparison of production technology using primal and dual approaches: The case of Dutch dairy farms. Wageningen Agricultural University. Maszynopis.
- THIJSEN G.(1991b): Supply response and input demand of Dutch dairy farms. Wageningen Agricultural University. Maszynopis.
- TIMMER C.P.(1970): On Measuring Technical Efficiency. *Food Res.Inst.Stud.*, 9, s.99-171.
- TIMMER C.P.(1971): Using a Probabilistic Frontier Production Function to Measure Technical Efficiency. *J.Polit.Econ.*, 79, s.776-794.
- TURVEY C.G., LOWENBERG-DeBOER J.(1988): Farm-to-Farm Productivity Differences and Whole-Farm Production Functions. *Can.J.Agr.Econ.*, 36, s.295-312.
- ULVELING E.F., FLETCHER L.B.(1970): A Cobb-Douglas Production Function with Variable Returns to Scale. *Am.J.Agr.Econ.*, 52, s.322-6.
- UPCHURCH M.L.(1961): Implications of Economies of Scale to National Agricultural Adjustments. *J.Farm Econ.*, 43, s.1239-46.
- UPTON M.(1970): The Influence of Management on Farm Production on a Sample of Nigerian Farms. *Farm Economist*, 11, s.526-536.
- UPTON M.(1979): The Unproductive Production Function. *J.Agr.Econ.*, 30, s.179-94.
- UPTON M., HAWORTH S.(1987): The Growth of Farms. *Eur.Rev.Agr.Econ.*, 14, s.351-367.
- VARIAN H.R.(1984): *Microeconomic Analysis*. W.W.Norton, New York.
- WAKE J.L., KIKER C.F., HILDEBRANDT P.E.(1988): Systematic Learning of Agricultural Technologies, *Agr.Sys.*, 27, s.179-193.
- WALLACE T.D., HUSSAIN A.(1969): The Use of Error Components Models in Combining Cross Section with Time Series Data. *Econometrica*, 37, s.55-72.
- WEAVER R.D.(1983): Multiple Input, Multiple Output Production Choices and Technology in the U.S. Wheat Region. *Am.J.Agr.Econ.*, 65, s.46-56.
- WEERSINK A., TURVEY C.G., GODAH A.(1990): Decomposition Measures of Technical Efficiency for Ontario Dairy Farms. *Can.J.Agr.Econ.*, 38, s.439-456.
- WEISBERG S.(1985): *Applied Linear Regression*. John Wiley, New York.

- WELCH F.(1970): Education and Production. *J.Polit.Econ.*, 78, s.35-59.
- WHITE T.K., IRWIN G.D.(1972): Farm Size and Specialization. w: Ball A.G., Heady E.O.: *Size, Structure, and Future of Farms*. Ames, Iowa Univ. Press.
- WITZKE H.P.(1989): Uber Optimalitätskriterien auf der Suche nach der optimalen Betriebsgröße. *Agrarwirtschaft*, 38, s.188-190.
- WOŚ A., TOMCZAK F.(1979): *Ekonomika rolnictwa. Zarys teorii*. Warszawa PWRiL
- WYZAN M.(1981): Empirical Analysis of Soviet Agricultural Production and Policy. *Am.J.Agr.Econ.*, 63, s.475-483.
- ZIELENIEWSKI J.(1982): *Organizacja zespołów ludzkich*, PWN, Warszawa.



## ZAŁĄCZNIKI



DODATEK A: Wyniki estymacji wielomianowych funkcji zastosowanych do estymacji optymalnej powierzchni użytków rolnych gospodarstw.

Optymalną powierzchnię hipotetycznego gospodarstwa obliczono w sposób następujący. W pierwszym etapie oszacowano, na podstawie danych empirycznych z poszczególnych lat, parametry wielomianów drugiego stopnia o następującej postaci:

$$UR = \beta_0 + \beta_1 PKB + \beta_2 PKB^2 + \xi$$

gdzie:

- UR - powierzchnia UR gospodarstwa
- PKB - wartość produkcji końcowej.

Wyniki estymacji przedstawiono w załączonej tabeli. Następnie, w kolejnych równaniach, w miejsce zmiennej PKB podstawiono optymalne wartości produkcji ustalone na podstawie przekrojowych modeli PH (tabela 10, kolumna 3) i obliczono wartości zmiennej UR.

Tabela A1. Współczynniki regresji funkcji wielomianowych drugiego stopnia, na podstawie których oszacowano optimum powierzchni gospodarstw

Table A1. Regression coefficients of second degree polynomials which were used to estimate optimum of farm area

Współczynnik Coefficient	Rok / Year										
	1982	1983	1984	1985	1989	1990	1991	1992			
$\beta_0$	0,6563 (0,841)	0,9901 (0,851)	1,1476 (0,780)	1,2193 (0,827)	-0,2323 (0,866)	-0,7529 (0,843)	-0,5191 (0,744)	2,357 (0,884)*			
$\beta_1$	0,0141 (0,001)*	0,0114 (0,001)*	0,0086 (0,87E-3)*	0,789E-2 (0,80E-3)*	0,0009 (0,000)*	0,0002 (0,000)*	0,2079 (0,000)*	0,784E-4 (0,12E-4)*			
$\beta_2$	-0,128E-5 (0,45E-6)*	-0,807E-6 (0,34E-6)*	-0,453E-6 (0,17E-6)*	-0,373E-6 (0,14E-6)*	-0,989E-8 (0,21E-8)*	-0,666E-9 (0,89E-10)*	-0,439E-9 (0,62E-10)*	-0,388E-10 (0,28E-10)			
$R^2$	0,7401	0,7379	0,7602	0,7470	0,7706	0,7306	0,7826	0,7580			
F	156,649*	154,838*	174,331*	162,365*	114,206*	95,911*	127,015*	110,639*			

Uwagi: \*Współczynniki istotne na poziomie  $\alpha = 0,05$ .

Notes: \*Coefficients significant at level  $\alpha = 0,05$ .

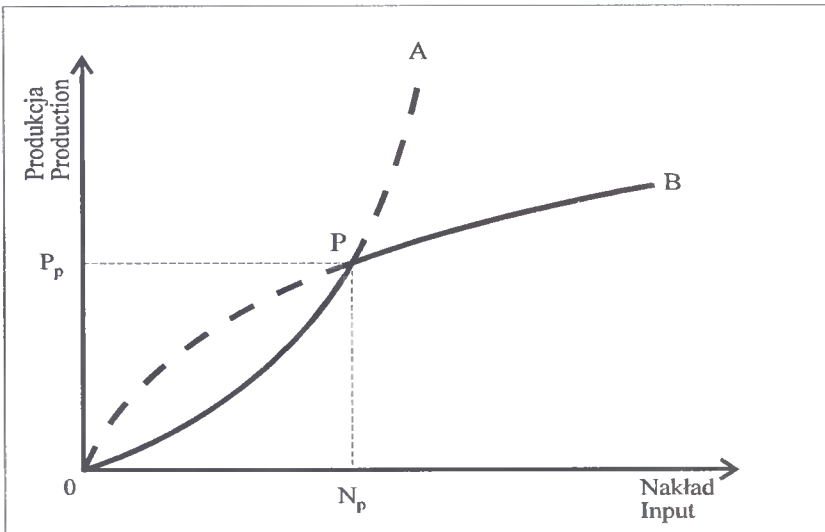
DODATEK B: Zastosowanie testu Chow'a do weryfikacji hipotezy o homogenicznym (homotetycznym) charakterze technologii.

Istotę testu Chowa wykorzystywanego przy statystycznej estymacji modeli produkcji stanowi weryfikacja hipotezy, że oszacowane parametry są stabilne w całej dziedzinie modelu. Odpowiednia statystyka o postaci:

$$F = (SSR_0 - SSR_1 - SSR_2)DF / (2(SSR_1 + SSR_2))$$

gdzie:  $SSR_0$  - suma kwadratów reszt równania regresji,  
 $SSR_1$  - suma kwadratów reszt submodelu pierwszego,  
 $SSR_2$  - suma kwadratów reszt submodelu drugiego,  
 $DF$  - liczba stopni swobody ( $DF = n - 4$ ),

ma rozkład F-Snedocora przy 2 i  $n-4$  stopniach swobody. Test ten polega więc na porównaniu wyników estymacji danego równania regresji z wynikami estymacji dwóch submodeli dla dwóch podzbiorów obserwacji. Jego logikę w odniesieniu do badanego zjawiska wyjaśniono na załączonym rysunku. W przypadku, gdy technologia ma charakter homotetyczny-heterogeniczny (co sugerują przedstawione wyniki estymacji mo-



Rys. B1. Zastosowanie testu Chow'a do weryfikacji hipotezy o homotetyczności technologii  
 Fig. B1. Verification of homothecity of technology hypothesis using Chow test

delu PH) powinno to znaleźć swój wyraz w wartości parametrów dwóch funkcji CD oszacowanych dla dwóch zakresów nakładów N (Griliches i Ringstad):

$$N < N_p \text{ oraz } N > N_p.$$

Jako wartość  $N_p$  przyjęto poziom nakładów odpowiadający stałym przychodom względem skali, który został oszacowany na podstawie modelu PH. Testowaniu podlegała więc hipoteza, że badaną technologię można opisać przy pomocy dwóch cząstkowych modeli CD (krzywe OA oraz OB), które razem (każda w odpowiednim zakresie zmienności) przedstawiają heterogeniczną technologię OPB. Warto zwrócić uwagę, że tak przedstawiona technologia posiada wszystkie cechy pozwalające na pełną analizę zjawiska skali produkcji - pozwala bowiem na wyróżnienie pierwszej i drugiej strefy produkcji. Granicę między tymi strefami stanowi punkt przecięcia dwóch funkcji cząstkowych.

#### Literatura:

- BROWN R.L., DURBIN J., EVANS J.M.(1975): Techniques for Testing the Constancy of Regression Relationship Over Time. *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, s.149-192.
- GRILICHES Z., RINGSTAD V.(1971): Economies of scale and the Form of the Production Function: An Econometric Study of Norwegian Manufacturing Establishment Data. North-Holland, Amsterdam.

DODATEK C: Wyniki estymacji funkcji promieniowo-homotetycznej (PH) na podstawie danych generowanych przez model Cobba-Douglasa.

Przeprowadzony eksperyment zakładał, że oceniana funkcja produkcji PH wykazuje homotetyczny charakter technologii niezależnie od charakteru „prawdziwej” technologii produkcji. Polegał on na estymacji funkcji PH na podstawie danych wygenerowanych przez dwuczynnikowy model Cobba-Douglasa o stałych przychodach względem skali:

$$\text{pro} = 100\text{czyn}_1^{0,3} \cdot \text{czyn}_2^{0,7} e^u$$

gdzie:

- pro - poziom produkcji,  
 czyn<sub>1</sub>, czyn<sub>2</sub> - nakłady czynników produkcji,  
 u - składnik losowy.

Przyjęte podczas generacji parametry rozkładu zmiennych, opisujących nakłady czynników produkcji oraz składnika losowego, przedstawiono w tabeli poniżej.

Tabela C1. Charakterystyka zmiennych i składnika losowego modelu użytego do generacji  
 Table C1. Description of variables and the error term of model used as the generator

Parametr Parameter	Zmienna / Variable		Składnik losowy (u) Error term (u)
	czyn <sub>1</sub>	czyn <sub>2</sub>	
1. Wartość średnia Average	100	20	0
2. Odchylenie standardowe Standard deviation	20	50	100

Według przedstawionego wyżej równania wygenerowano 100 obserwacji. Obserwacje te wykorzystano następnie do estymacji dwuczynnikowej funkcji PH (równanie 39) o następującej postaci:

$$\text{pro} = \ln \beta_0 + \beta_1 \left( \frac{\text{czyn}_1}{\text{czyn}_1 + \text{czyn}_2} \right) \cdot \ln \text{czyn}_1 + \beta_2 \left( \frac{\text{czyn}_2}{\text{czyn}_1 + \text{czyn}_2} \right) \cdot \ln \text{czyn}_2$$

Wyniki estymacji przedstawiono w tabeli poniżej. Z tabeli wynika, że nawet w przypadku, gdy proces produkcji odpowiada ściśle modelowi Cobba-Douglasa, estymacja funkcji PH sugeruje homotetyczną strukturę danej technologii, to znaczy występowanie optimum długookresowego skali produkcji. Wynika to ze specyficznych własności analitycznych tego modelu. Warto zwrócić uwagę, że obliczony optymalny poziom produkcji jest bardzo zbliżony do średniej wartości zmiennej zależnej.

Tabela C2. Wyniki estymacji modelu PH na podstawie sztucznych danych wygenerowanych z funkcji Cobba-Douglasa  
 Table C2. Results of estimation of a RH model using artificial data generated by a Cobb-Douglas function.

Parametr Parameter	Wartość Value
Wyraz wolny Intercept	-94334,8
Współczynniki regresji: <sup>1/</sup> Regression coefficients	
- $\beta_1$	25536,9
	(456,7)
- $\beta_2$	20197,7
	(340,2)
Współczynnik determinacji Coefficient of determination	0,977
Elastyczność produkcji względem: Elasticity of production with respect to:	
- czyn <sub>1</sub>	0,296
- czyn <sub>2</sub>	0,713
- skali / scale	1,009
Optymalny poziom produkcji Optimal level of production	21515,0
Średni poziom produkcji <sup>2/</sup> Average level of production	21342,0

*Uwagi: 1/ W nawiasach podano średni błąd estymacji; 2/ Średni poziom zmiennej zależnej w wygenerowanym szeregu*

*Notes: 1/ In parentheses standard errors of coefficients are given.*

*2/ Average of dependent variable in generated data.*









Biblioteka Główna ATR  
w Bydgoszczy

79423