Tilsit
1870

Zur

öffentlichen Prüfung

und zu den

Versuchen der Schüler im freien Vortrage

und

im vierstimmigen Gesange,

welche

am Donnerstag den 28. Juli 1870 Vormittags von 8—1 Uhr
und Nachmittags von 3—5 Uhr
und Freitag den 29. Juli Nachmittags von 3—5 Uhr

in der

Aula des Königlichen Gymnasiums zu Tilsit

gehalten werden sollen,

ladet ganz ergebenst ein

der Director

Gottlieb Theodor Fabian.

Inhalt:

1) Kegelschnitte in doppelter Berührung, vom Gymnasiallehrer Alphons Milinowski.
2) Schulnachrichten von Ostern 1869 bis 30. Juli 1870, vom Director.

Tilsit, 1870.
Druck von J. Reyländer.

I.

Kegelschnitte in doppelter Berührung.

Im 36. Bande des Crelleschen Journals machte Goepel auf die Projectivität der Kegelschnitte als krummer Gebilde aufmerksam und bewies den Satz, daß das Erzeugniß 2er krumm-projectivischer Gebilde, welches entsteht, wenn man die entsprechenden Elemente beider paarweise verbindet, ein Kegelschnitt ist, der den Träger der Gebilde doppelt berührt. Aus diesem Satz sollen im Folgenden die Eigenschaften der Kegelschnitte, welche sich doppelt berühren, entwickelt werden.

§ 1. Wenn von 2 Punkten eines Kegelschnitts **K** 2 projectivische Strahlbüschel ($\mathbf{abc}\cdots$) und ($a_1 b_1 \mathbf{c}_1 \cdots$) ausgehen, deren Strahlen den Kegelschnitt zum 2ten Male in den Punkten $abc\cdots$ und $a_1 b_1 c_1 \cdots$ treffen, so bilden diese Punkte 2 krumm-projectivische Punktreihen.

Sind $abc\cdots$ und $a_1 b_1 c_1 \cdots$ 2 projectivische Punktreihen auf 2 Tangenten eines Kegelschnitts **K**, so bilden die von ihnen an **K** gezogenen Tangenten $\mathbf{abc}\cdots$ und $\mathbf{a}_1 \mathbf{b}_1 \mathbf{c}_1 \ldots$ 2 krumm-projectivische Strahlbüschel.

Seien (Fig. I.) $abc\cdots$ und $a_1 b_1 c_1 \cdots$ 2 krumm-projectivische Punktreihen auf **K**, also ($abc\cdots$) π ($a_1 b_1 c_1 \cdots$), wenn π das Zeichen der Projectivität ist, dann sind auch die Strahlbüschel a ($a_1 b_1 c_1 \cdots$) und a_1 ($abc\cdots$) projectivisch und zwar liegen sie perspectivisch, da die entsprechenden Strahlen aa_1 und $a_1 a$ zusammenfallen. Die entsprechenden Strahlen schneiden sich daher auf einer geraden Linie (Richtlinie), deren Schnittpunkte mit **K** die Doppelpunkte (mm_1) und (nn_1) der beiden Punktreihen sind. Diese Doppelpunkte sollen im Folgenden als reell angenommen werden. Die Linien aa_1, bb_1, cc_1, $\cdot\cdot$ hüllen eine Curve **C** ein. Um die Klasse der Curve zu bestimmen, ziehe man von einem beliebigen Punkte **P** die Linien Pa, Pb, Pc, $\cdots$, welche **K** zum 2ten Mal in $a_2 b_2 c_2 \cdots$ treffen. Da aber ($abc\cdots$) π ($a_2 b_2 c_2 \cdots$) und auch ($abc\cdots$) π ($a_1 b_1 c_1 \cdots$) ist, so ist auch ($a_2 b_2 c_2 \cdots$) π ($a_1 b_1 c_1 \cdots$). Sind **M** und **N** die Doppelpunkte der projectivischen Punktreihen $a_2 b_2 c_2 \cdots$ und $a_1 b_1 c_1 \cdots$, so sind **PM** und **PN** die einzig möglichen Tangenten von **P** an die Curve **C**, diese ist also ein Kegelschnitt.

Wäre $\mathbf{P}^1$ der Berührungspunkt von aa_1 mit **C** und man wiederholt die eben angegebene Construktion, so darf das entstehende Gebilde $a_2^1 b_2^1 c_2^1 \cdots$ nur einen zusammenfallenden Punkt mit $a_1 b_1 c_1 \cdots$ haben, nämlich a_1; die Richtlinie dieser beiden Gebilde ist also die Tangente in a_1 an **K**. Schneiden $\mathbf{P}^1 m_1$ und $\mathbf{P}^1 n_1$ den Kegelschnitt **K** zum zweiten Mal in m_2^1 und n_2^1, so müssen sich $m_1 n_2^1$ und $n_1 m_2^1$ in einem Punkte **Q** der Tangente in a_1 schneiden; ebenso zeigt man, daß sie sich in einem Punkt der Tangente in a an **K**, also im Pol **Q** von aa_1 in Bezug auf **K** schneiden müssen.

Die Polare von Q ist aber auch die Verbindungslinie von P^1 mit dem Schnittpunkt **R** von $m_1 n_1$ und $m_2^1 n_2^1$, also sind aa_1 RP^1 4 harmonische Punkte; d. h. jede Tangente der Curve **C** wird durch den Berührungspunkt, den Schnittpunkt mit mn und die Schnittpunkte mit K harmonisch getheilt. Da für die Tangenten mm_1 und nn_1 3 dieser Punkte zusammenfallen, so fällt auch der 4te mit ihnen zusammen. Die Curve C berührt also die Tangente mm_1 und nn_1 in ihren Berührungspunkten m und n mit **K** und daher **K** selbst in ihnen doppelt. Daraus folgt der Satz:

Die Verbindungslinien entsprechender Punkte 2er projectivischer Punktreihen auf einem Kegelschnitt K hüllen einen Kegelschnitt C ein, der den ersten in den Doppelpunkten der beiden Punktreihen doppelt berührt. Construirt man auf einer Tangente zu ihren Schnittpunkten mit K und mit der Verbindungslinie der Doppelpunkte den 4ten harmonischen, dem letzten zugeordneten, Punkt, so ist er der Berührungspunkt.

Die Verbindungslinie der Berührungspunkte heißt die Berührungssehne, ihr Pol der Berührungspol.

Schneidet die Richtlinie der beiden projectivischen Punktreihen auf **K** den Kegelschnitt nicht, so hüllen die Linien aa_1, bb_1, $cc_1 \cdots$ einen Kegelschnitt **C** ein, welcher, wie man der Analogie wegen sagt, mit **K** eine imaginäre doppelte Berührung hat. Die Richtlinie heißt auch in diesem Falle die (ideelle) Berührungssehne.

Haben zwei sich doppelt berührende Kegelschnitte **K** und **C** die Linie **A** zur Berührungssehne und berührt **C** eine Linie, welche **K** in a und a_1 schneidet, so bestimmen **A** als Richtlinie und aa_1 als 2 entsprechende Elemente auf **K** 2 projectivische Punktreihen. Die Verbindungslinien hüllen einen Kegelschnitt ein, der ebenfalls **A** zur Berührungssehne und aa_1 zur Tangente hat. Er muß also mit **C** zusammenfallen und daraus folgt die Umkehrung des vorigen Satzes:

Jede Tangente eines von 2 sich doppelt berührenden Kegelschnitten wird durch den andern Kegelschnitt, den Berührungspunkt und den Schnittpunkt mit der Berührungssehne harmonisch getheilt.

Die reciproken Sätze mögen hier ohne Beweis folgen.

Die Schnittpunkte entsprechender Strahlen zweier projectivischer Strahlbüschel auf einem Kegelschnitt K bestimmen einen Kegelschnitt C, der den ersten doppelt berührt und zwar bei der reellen Berührung in den Berührungspunkten der beiden Doppelstrahlen.

Sind **abc** $\cdots$ und $a_1 b_1 c_1 \cdots$ die projectivischen Strahlbüschel auf **K**, so ist a $(a_1 b_1 c_1 \cdots)$ π a_1 $(abc \cdots)$ und zwar liegen diese Punktreihen perspectivisch. Die Verbindungslinien entsprechender Punkte schneiden sich also in einem Punkt, welcher der Richtpunkt der Strahlbüschel oder der Berührungspol heißt. Seine Polare ist die Berührungssehne.

Dann gelten die ferneren Sätze:

Zieht man von einem Punkt eines von 2 sich doppelt berührenden Kegelschnitten die beiden Tangenten an den andern, die Tangente an ihn selbst und die Verbindungslinie nach dem Berührungspol, so sind diese Linien 4 harmonische Strahlen.

Von einem Punkt R (Fig. I.) der Berührungssehne seien an C die Tangenten aa_1 und ff_1 gezogen. Sind P^1 und T die Berührungspunkte, so schneiden sich af_1, a_1f und P^1T in einem Punkt S der Berührungssehne; ferner schneiden sich af, a_1f_1 und P^1T in dem Berührungspol B. Es ist daher BS die Polare von R und BR die von S in Bezug auf beide Kegelschnitte, also:

Die Polaren eines Punktes der Berührungssehne zweier sich doppelt berührender Kegelschnitte fallen in eine Linie zusammen, welche durch den Berührungspol geht.

Die Pole jeder Linie durch den Berührungspol zweier sich doppelt berührender Kegelschnitte fallen in einen Punkt der Berührungssehne zusammen.

Folgerung:

Jede Gerade schneidet zwei sich doppelt berührende Kegelschnitte und die Berührungssehne in fünf Punkten einer Involution, von denen der letzte ein Doppelpunkt ist, während der andere auf seiner Polare liegt.

Die Tangenten von einem Punkt P an 2 sich doppelt berührende Kegelschnitte und die Verbindungslinie mit dem Berührungspol, sind fünf Strahlen einer Involution, von denen der letzte ein Doppelstrahl ist, während der andere die Verbindungslinie seines Pols mit P ist.

Ist P ein beliebiger Punkt, B der Berührungspol, so fallen die Pole von PB in einen Punkt der Berührungssehne zusammen. — Ist ferner p eine beliebige Linie, so fallen die Polaren ihres Schnittpunkts mit der Berührungssehne in eine Linie zusammen, welche durch den Berührungspol geht. Daraus folgen die Sätze:

Die Polaren eines beliebigen Punkts in Bezug auf 2 sich doppelt berührende Kegelschnitte schneiden sich in einem Punkt der Berührungssehne.

Die Pole einer beliebigen Linie in Bezug auf zwei sich doppelt berührende Kegelschnitte liegen in gerader Linie mit dem Berührungspol.

§ 2. Sind aa_1 und cc_1 (Fig. II.) 2 Tangenten an den einen C der beiden sich doppelt berührenden Kegelschnitte C und K, P_2 ihr Schnittpunkt, a_2 und c_2 die Berührungspunkte, so schneiden sich ac_1, a_1c und a_2c_2 in einem Punkt S der Berührungssehne A, denn die Polare von P_2 in Bezug auf K geht durch den Schnittpunkt von ac_1 und a_1c und die Polare in Bezug auf C ist a_2c_2. Ist C^1 ein Kegelschnitt, welcher K doppelt berührt, ist ferner A die Berührungssehne und ac eine Tangente desselben, so ist auch a_1c_1 eine Tangente, weil ac_1 und a_1c sich auf A schneiden. Die Linien ac und a_2c_2 mögen sich in a_3, a_1c_1 und a_2c_2 in c_3 schneiden, dann sind Sa, Sc, Sa_3, A und Sc_1, Sa_1, Sc_3, A je 4 harmonische Strahlen, denn Sa, Sa_1, Sa_2, A sind 4 harmonische Strahlen, folglich sind a_3 und c_3 die Berührungspunkte von C^1 mit ac und a_1c_1, also:

Wenn die Kegelschnitte K und C sich doppelt berühren und man zieht in 2 beliebigen Punkten a_2 und c_2 die Tangenten an C, welche K in a und a_1, c und c_1 schneiden, so schneiden ac und a_1c_1 die Linie a_2c_2 in 2 Punkten a_3 und c_3, durch welche sich ein Kegelschnitt C^1 legen läßt, der in ihnen ac und a_1c_1 und K doppelt berührt, so daß K, C und C^1 dieselbe Berührungssehne haben.

K und C mögen sich in m und n reell berühren. Zieht man von irgend einem Punkt P der Berührungssehne mn 2 beliebige Gerade, von denen die eine C in aa_1, die andere K in bb_1 schneidet und legt durch die 5 Punkte $mnaa_1b$ einen Kegelschnitt K, so hat P für alle 3 Kegelschnitte dieselbe Polare, welche mn, aa_1, bb_1 in den Punkten m_2, a_2, b_2 so schneidet, daß $mnPm_2$, aa_1Pa_2 und bb_1Pb_2 je 4 harmonische Punkte sind, also muß K auch durch b_1 gehen, folglich:

Zieht man durch irgend einen Punkt der Berührungssehne zweier sich in m und n doppelt berührender Kegelschnitte C und K 2 beliebige Gerade Paa_1 durch C und Pbb_1 durch K, so liegen die sechs Punkte $m\,n\,a\,a_1\,b\,b_1$ auf einem Kegelschnitt.

Umkehrung. Legt man durch die Berührungspunkte mn 2er sich doppelt berührender Kegelschnitte C und K einen Kegelschnitt K, welcher C in aa_1, K in bb_1 schneidet, so treffen sich aa_1 und bb_1 in einem Punkt der Berührungssehne.

Läßt man den Kegelschnitt K in 2 gerade Linien übergehen, so erhält man den Satz:

Zieht man durch die Berührungspunkte zweier Kegelschnitte C und K, welche sich doppelt berühren, zwei beliebige Linien, so schneiden sich die durch diese Linien bestimmten Sehnen in einem Punkt der Berührungssehne.

Zieht man von 2 beliebigen Punkten der gemeinschaftlichen Tangenten zweier sich doppelt berührender Kegelschnitte an jeden eine neue Tangente, so liegen die Durchschnitte je 2er Tangenten desselben Kegelschnitts in gerader Linie mit dem Berührungspol.

Zieht man (Fig. III.) von m und n durch einen Punkt c von C die Linien mcb_1 und ncb, bb_1 bis zum Durchschnitt mit mn in P, so ist Pc eine Tangente in c an C und zugleich eine Diagonale des Vierecks mnb_1b, auf welcher sich die Tangenten in m und b schneiden müssen, also:

Wenn sich 2 Kegelschnitte C und K doppelt berühren und man zieht durch einen der Berührungspunkte eine gerade Linie, so schneiden sich die Tangenten in ihren Schnittpunkten mit C und K auf der gemeinschaftlichen Tangente im andern Berührungspunkt.

Zieht man von einem Punkt einer der gemeinschaftlichen Tangenten zweier sich doppelt berührender Kegelschnitte an diese die beiden andern Tangenten, so liegen deren Berührungspunkte in gerader Linie mit dem Berührungspunkt der andern gemeinschaftlichen Tangente.

§ 3. Fig. IV. Auf einem Kegelschnitt K seien 4 beliebige Punkte $a\,a_1\,b\,b_1$. Die Tangenten in aa_1 und bb_1 schneiden sich in A und B, dann lassen sich durch A und B unzählige Kegelschnitte legen, welche K doppelt berühren. Man darf auf K nur ein drittes Punktpaar $c\,c_1$ annehmen, wodurch 2 projectivische Punktreihen bestimmt werden, nämlich entweder $(abc\cdots) \pi (a_1b_1c_1\cdots)$ oder $(ab_1c\cdots) \pi (a_1bc_1\cdots)$, und in den entsprechenden Punkten Tangenten ziehen, deren Durchschnitte Punkte doppelt berührender Kegelschnitte sind. Man erhält also durch A und B 2 Reihen doppelt berührender Kegelschnitte C und C'. Im ersten Fall gehen alle Berührungssehnen durch den Schnittpunkt P von ab_1 und a_1b, im zweiten durch den Schnittpunkt Q von ab und a_1b_1. Da aber aba_1b_1 ein dem Kegelschnitt K eingeschriebenes Viereck ist, so liegen P und Q in gerader Linie mit A und B.

Ist **S** der Durchschnitt der Tangenten in a und b, so folgt, daß **PS** die Polare von **Q** ist, also sind **ABPQ** 4 harmonische Punkte. Es folgt der Satz:

Die Berührungssehnen aller Kegelschnitte, welche durch 2 feste Punkte gehen und einen gegebenen Kegelschnitt doppelt berühren, gehen durch einen von 2 festen Punkten, welche mit den beiden ersten harmonisch liegen.

Die Berührungspole aller Kegelschnitte, welche zwei feste Gerade und einen gegebenen Kegelschnitt doppelt berühren, liegen auf einer von 2 festen Geraden, welche mit den beiden ersten 4 harmonische Strahlen bilden.

Ebenso beweist man die folgenden Sätze:

Die Berührungssehnen aller Kegelschnitte, welche zwei feste Gerade und einen gegebenen Kegelschnitt doppelt berühren, gehen durch einen von 2 festen Punkten, welche durch die festen Geraden harmonisch getrennt sind.

Die Berührungspole aller Kegelschnitte, welche durch 2 feste Punkte gehen und einen gegebenen Kegelschnitt doppelt berühren, liegen auf einer von 2 festen Geraden, welche durch die beiden festen Punkte harmonisch getrennt sind.

§ 4. Zwei Kegelschnitte **C** und **C'** schneiden sich (Fig. V.) in den Punkten **rstu**, die 3 Paare von Verbindungslinien dieser Punkte in **xyz**. Dann ist für beide Kegelschnitte

yz = **X** die Polare von x
xz = **Y** „ „ „ y
xy = **Z** „ „ „ z.

Ein Kegelschnitt **K** berühre **C** und **C'** doppelt, **C** in pp_1 **C'** in qq_1; die Berührungspole seien **A** und **A'**, der Schnittpunkt der Berührungssehnen sei x'; dann ist in Bezug auf alle 3 Kegelschnitte **AA'** die Polare von x'; es muß also **AA'** mit einer der 3 Geraden **XYZ** und x' mit einem der 3 Punkte **xyz** zusammenfallen.

Es giebt unendlich viele Kegelschnitte K, welche die beiden gegebenen C und C' doppelt berühren. Diese zerfallen, je nachdem die Verbindungslinie AA' der Berührungspole mit X, Y oder Z zusammenfällt, in 3 Schaaren und mögen mit K_x, K_y und K_z bezeichnet werden. Im Folgenden soll, wenn nicht anders bestimmt wird, angenommen werden, daß AA' mit X und also x' mit x zusammenfällt; es soll also ein Kegelschnitt K aus der Schaar K_x betrachtet und der Einfachheit wegen nur mit K bezeichnet werden.

Die Sekante rt schneide K in EE_1, die Berührungssehnen pp_1 und qq_1 in D und D', so sind die Punkte $rtE E_1 D$ und $rtE E_1 D'$ je 5 Punkte in Involution, von denen D und D' ein Doppelpunkt ist, also sind rtDD', $EE_1 DD'$ je 4 harmonische Punkte, also:

Berühren 2 Kegelschnitte C und C' einen 3ten K doppelt, so schneiden sich die Berührungssehnen und 2 gemeinschaftliche Sekanten in einem Punkt und bilden 4 harmonische Strahlen.

Verlängert man die 4 gemeinschaftlichen Sekanten, die sich nicht in x schneiden, bis zum Durchschnitt mit K, so schneiden sich 4 Verbindungslinien der Durchschnittspunkte in x und bilden 2 Mal mit den Berührungssehnen 4 harmonische Strahlen.

Umkehrung.

Zieht man durch x zwei Linien, pp_1, qq_1, welche mit den gemeinschaftlichen Sekanten rs, tu 4 harmonische Strahlen bilden, so daß rs, tu und pp_1, qq_1 zugeordnete Strahlen sind, so läßt sich durch die 4 Punkte pp_1qq_1 ein Kegelschnitt K legen, welcher in ihnen C und C^1 doppelt berührt.

Die 4 gemeinschaftlichen Tangenten an **C** und **C^1** seien **RSTU**, die 6 Ecken des von ihnen gebildeten Vierseits $\mathfrak{x}\mathfrak{x}_1$, $\mathfrak{y}\mathfrak{y}_1$, $\mathfrak{z}\mathfrak{z}_1$. Es ergeben sich nun die reciproken Sätze:

Berühren 2 Kegelschnitte C und C^1 einen 3ten K doppelt, so liegen die Berührungspole und 2 Durchschnitte gemeinschaftlicher Tangenten in gerader Linie und bilden 4 harmonische Punkte.

Zieht man von den 4 andern Durchschnitten $\mathfrak{y}\mathfrak{y}_1\mathfrak{z}\mathfrak{z}_1$ Tangenten an K, so liegen 4 ihrer Schnittpunkte auf X und bilden 2 Mal mit den Berührungspolen 4 harmonische Punkte.

Diese Sätze, von denen die des vorigen Paragraphen nur spezielle Fälle sind, haben Goepel im 36sten und Steiner im 45sten Bande des Crelleschen Journals ohne Beweis veröffentlicht. Außer ihnen hat Steiner in derselben Abhandlung eine Anzahl anderer Sätze ohne Beweis, wie dies in letzter Zeit bei ihm Sitte war, mitgetheilt. Im Folgenden sollen die Beweise derselben mit Hilfe des in § 1 aufgestellten Satzes gegeben werden.

§ 5. Legt man durch pp_1qq_1r einen Kegelschnitt **M**, so hat in Bezug auf diesen x die Polare **X**. Da **rs** durch x und **X** harmonisch getrennt ist, so muß **M** auch durch s gehen, also:

Wenn ein Kegelschnitt 2 andere doppelt berührt, so liegen die 4 Berührungspunkte mit 2 Schnittpunkten r und s auf einem Kegelschnitt M, mit den beiden andern t und u auf einem Kegelschnitt M_1.

Denkt man sich die ganze Schaar **C** und **C^1** doppelter berührender Kegelschnitte K_x, so läßt sich durch je 4 der Berührungspunkte ein Kegelschnitt **M** legen. Für alle diese Kegelschnitte **M** ist **X** die Polare von x; sie müssen sich also in **r** und **s** doppelt berühren oder haben noch 2 andere Punkte gemeinschaftlich. Wären im letzteren Fall α und β diese Punkte, so müßte $\alpha\beta$ durch x gehen. Construirt man zu rs, **tu**, $\alpha\beta$ den 4ten, dem $\alpha\beta$ zugeordneten, harmonischen Strahl $\alpha_1\beta_1$ und schneidet $\alpha\beta$ den Kegelschnitt **C** in ab, $\alpha_1\beta_1$ **C^1** in a_1b_1, so liegen aba_1b_1rs auf einem Kegelschnitt **M**, der auch durch $\alpha\beta$ gehen müßte, was unmöglich ist, also:

Alle Kegelschnitte M berühren sich doppelt in r und s, alle M_1 in t und u.

Ein beliebiger μ von diesen Kegelschnitten **M** schneide **C** und **C^1** in $p^1p_1^1q^1q_1^1$. Durch den Punkt p^1 ist ein CC^1 doppelt berührender Kegelschnitt K_x bestimmt, der **C** in p^1 berührt. Sind p_1qq_1 die andern Berührungspunkte, so liegen $p^1p_1qq_1rs$ auf einem Kegelschnitt M^1, der μ in **r** und **s** doppelt berührt und mit ihm den Punkt p^1 gemein hat; es müssen daher M^1 und μ und also auch p_1qq_1 mit $p_1^1q^1q_1^1$ zusammenfallen, also:

Jeder Kegelschnitt M schneidet C und C^1 in solchen 4 Punkten, in denen sie von einem Kegelschnitt K doppelt berührt werden.

Die beiden Kegelschnitte **K** und **K^1** berühren **C** und **C^1** doppelt in den Punkten pp_1qq_1 und $p^1p_1^1q^1q_1^1$ und schneiden sich in den Punkten $\varrho\sigma\tau\upsilon$. Die Sehnen $\varrho\sigma$ und $\tau\upsilon$ müssen sich in **x** schneiden, da x in Bezug auf K und K^1 dieselbe Polare hat. Da nun C die Kegelschnitte K und K^1 in pp_1 und $p^1p^1_1$ berührt, so sind $\varrho\sigma$, τv, pp_1, $p^1p^1_1$ und ebenso $\varrho\sigma$, τv, qq_1, $q^1q^1_1$ je 4 harmonische Strahlen, also $(\varrho\sigma, \tau v, pp_1, p^1p^1_1) \pi (\varrho\sigma, \tau v, qq_1, q^1q^1_1) \pi (\tau v, \varrho\sigma, qq_1, q^1q^1_1)$ d. h. die Strahlen $\varrho\sigma$, τv, pp_1, qq_1, $p^1p^1_1$, $q^1q^1_1$ bilden eine Involution und weil rs, tu harmonisch getrennt sind durch pp_1, qq_1 und $p^1p^1_1$, $q^1q^1_1$, so sind sie es auch durch $\varrho\sigma$, τv, also:

Die gemeinschaftlichen Sehnen zweier Kegelschnitte KK^1 bilden mit den gemeinschaftlichen Sehnen von CC^1 4 harmonische Strahlen.

Sei W ein beliebiger durch pp_1qq_1 gelegter Kegelschnitt, welcher C in $p^1p^1_1$, C^1 in $q^1q^1_1$ schneidet, so ist durch p^1 ein Kegelschnitt M bestimmt. Da x für M, C, C^1, W dieselbe Polare X hat, so muß M auch durch $p^1_1q^1q^1_1$ gehen, also hat man den Satz:

Berührt ein Kegelschnitt K 2 andere C und C^1 doppelt, so schneidet jeder durch die 4 Berührungspunkte gelegte Kegelschnitt C und C^1 in solchen 4 Punkten, durch welche sich ein C und C^1 doppelt berührender Kegelschnitt legen läßt.

Umkehrung. Werden 2 Kegelschnitte von 2 andern doppelt berührt, so liegen die 8 Berührungspunkte auf einem Kegelschnitt.

Ein spezieller Fall hiervon ist:

Die 8 Berührungspunkte der gemeinschaftlichen Tangenten 2er Kegelschnitte liegen auf einem Kegelschnitt.

Ein Kegelschnitt K berühre C und C^1 in pp_1qq_1 und ein Kegelschnitt M schneide CC^1 in $p^1p^1_1q^1q^1_1$, dann läßt sich durch die 8 Punkte $pp_1qq_1p^1p^1_1q^1q^1_1$ ein Kegelschnitt W legen. Die gemeinschaftlichen Sehnen $\varrho\sigma$ und τv von K und M müssen sich in x schneiden. Sind nun die Schnittpunkte von $\varrho\tau$ mit W, pp_1, qq_1, $p^1p^1_1$, $q^1q^1_1$

bezüglich ww_1, π, π_1, π^1, π^1_1, so sind $\varrho\tau ww_1\pi\pi_1$ und $\varrho\tau ww_1\pi^1\pi^1_1$ in Involution, also auch $\varrho\tau\pi\pi_1\pi^1\pi^1_1$. Da nun rt harmonisch liegt mit $\pi\pi_1$ und $\pi^1\pi^1_1$, so sind auch $rt\varrho\tau$ 4 harmonische Punkte, also:

Jeder Kegelschnitt M schneidet jeden Kegelschnitt K in solchen 4 Punkten, daß die gemeinschaftlichen Sehnen mit rs, tu 4 harmonische Strahlen bilden.

Die Kegelschnitte K und K^1 berühren C und C^1 doppelt und schneiden sich in $\varrho\sigma\tau v$. Durch den Punkt ϱ ist ein Kegelschnitt M bestimmt, welcher auch durch $\sigma\tau v$ gehen muß, weil x in Bezug auf die Kegelschnitte MKK^1 dieselbe Polare X hat, also:

Durch die 4 Schnittpunkte 2er Kegelschnitte K läßt sich ein Kegelschnitt M legen.

Durch die Punkte $rstu$, in denen sich C und C^1 schneiden, lege man einen beliebigen Kegelschnitt $\mathfrak{K}$, welcher den C und C^1 doppelt berührenden Kegelschnitt K in $r^1s^1t^1u^1$ schneidet. Die Sehnen r^1s^1 und t^1u^1 schneiden sich in x.

Sind die Schnittpunkte von r^1t^1 mit rs, tu, C, C^1, pp_1, qq_1

bezüglich ϱ^1, τ^1, $\alpha\beta$, $\alpha^1\beta^1$, π, π_1

dann sind $r^1t^1\varrho^1\tau^1\alpha\beta$ und $r^1t^1\varrho^1\tau^1\alpha^1\beta^1$ in Involution, also auch $r^1t^1\alpha\beta\alpha^1\beta^1$. Ferner sind $r^1t^1\alpha\beta\pi$ und $r^1t^1\alpha^1\beta^1\pi_1$ je 5 Punkte in Involution mit dem Doppelpunkt π resp. π_1, also sind $\pi\pi_1$ die Doppelpunkte der 6 involutorischen Punkte $r^1t^1\alpha\beta\alpha^1\beta^1$. Daher der Satz:

Wenn man durch die Schnittpunkte 2er Kegelschnitte CC^1, welche einen dritten K doppelt berühren, einen Kegelschnitt $\mathfrak{K}$ legt, so sind die gemeinschaftlichen Sehnen von K und $\mathfrak{K}$ conjugirt harmonisch zu den Berührungssehnen.

Die Kegelschnitte K und K^1, welche sich in $\varrho\sigma\tau v$ schneiden, berühren CC^1 doppelt. Legt man durch $\varrho\sigma\tau v$ einen Kegelschnitt W, der C und C^1 in je 4 Punkten schneidet und ist p'' einer der Schnittpunkte von C und W, so ist durch p'' ein Kegelschnitt M bestimmt. Da nun x in Bezug auf die Kegelschnitte KK^1WCC^1M dieselbe Polare X hat, so muß M noch durch 3 andere Schnittpunkte $p_1''\,q''\,q_1''$ von W mit CC^1 gehen. Ebenso geht ein zweiter Kegelschnitt M^1 durch die 4 übrigen Schnittpunkte von W mit CC^1, also:

Wenn man durch die Schnittpunkte zweier Kegelschnitte KK^1, welche 2 andere CC^1 doppelt berühren, einen beliebigen Kegelschnitt W legt, so schneidet er CC^1 in solchen 8 Punkten, daß sich 2 Mal durch 4 derselben ein CC^1 doppelt berührender Kegelschnitt legen läßt.

§ 6. Die gemeinschaftlichen Tangenten von K mit C und C^1 (in den Punkten $p\,p_1\,q\,q_1$) mögen mit PP_1QQ_1 bezeichnet werden. Es mögen hier nun die den Sätzen des § 5 reciproken Sätze ohne Beweis angeführt werden.

Wenn 2 Kegelschnitte CC^1 von einem dritten K doppelt berührt werden, so berühren die Tangenten PP_1QQ_1 und 2 gemeinschaftliche Tangenten RS an CC^1 die sich auf X schneiden einen Kegelschnitt $\mathfrak{M}$, PP_1QQ_1TU einen andern $\mathfrak{M}_1$.

Alle Kegelschnitte $\mathfrak{M}$ berühren sich doppelt auf R und S.

Jeder Kegelschnitt $\mathfrak{M}$ hat mit CC^1 4 solche gemeinschaftliche Tangenten, durch deren 4 Berührungspunkte ein diese Tangenten und CC^1 doppelt berührender Kegelschnitt K_x gelegt werden kann.

Zwei Schnittpunkte der gemeinschaftlichen Tangenten an 2 Kegelschnitte K liegen auf X und bilden mit den Durchschnittspunkten $\mathfrak{x}\mathfrak{x}_1$ der gemeinschaftlichen Tangenten an CC^1 4 harmonische Punkte.

Berührt ein Kegelschnitt K 2 andere CC^1 doppelt und hat mit ihnen die gemeinschaftlichen Tangenten PP_1QQ_1, so hat jeder diese Tangenten berührende Kegelschnitt $\mathfrak{W}$ mit CC^1 4 solche Tangenten gemeinschaftlich, die zugleich einen CC^1 doppelt berührenden Kegelschnitt K_x berühren.

Die 8 gemeinschaftlichen Tangenten 2er Kegelschnitte K mit CC^1 berühren einen Kegelschnitt $\mathfrak{W}$.

Jeder Kegelschnitt $\mathfrak{M}$ hat mit jedem Kegelschnitt K 4 solche Tangenten gemeinschaftlich, daß die Schnittpunkte derselben, welche auf X liegen, mit $\mathfrak{x}\mathfrak{x}_1$ 4 harmonische Punkte bilden.

Die 4 gemeinschaftlichen Tangenten 2er Kegelschnitte K berühren einen Kegelschnitt $\mathfrak{M}$.

Wenn ein Kegelschnitt K 2 andere CC^1 doppelt berührt, so liegen 2 Durchschnittspunkte gemeinschaftlicher Tangenten von K und einem beliebigen die gemeinschaftlichen Tangenten RSTU von CC^1 berührenden Kegelschnitt auf X und sind conjugirt harmonisch mit $\mathfrak{x}\mathfrak{x}_1$.

Jeder Kegelschnitt $\mathfrak{W}$, welcher die gemeinschaftlichen Tangenten 2er Kegelschnitte K berührt, hat mit CC^1 solche 8 Tangenten gemeinschaftlich, daß sich 2 Mal an 4 derselben ein C und C^1 doppelt berührender Kegelschnitt legen läßt.

§ 7. Ein Kegelschnitt **M** schneide **X** in $\delta\delta^1$, **sr** schneide **X** in **n**. Die Tangenten $\mathfrak{R}$ und $\mathfrak{S}$ in **r** und **s** an **M** müssen sich auf **X** schneiden, in **m**; also sind, da **m** der Pol von **rs** in Bezug auf **M** ist, $\mathbf{mn}\delta\delta^1$ 4 harmonische Punkte. — Durch die 4 Schnittpunkte $\mathfrak{y}\mathfrak{y}_1\mathfrak{z}\mathfrak{z}_1$ der gemeinschaftlichen Tangenten **RSTU** läßt sich ein Kegelschnitt $\mathbf{M}^1$ der Schaar **M** legen; er schneide **X** in $\Sigma\Sigma^1$, dann sind $\mathbf{mn}\Sigma\Sigma^1$ auch 4 harmonische Punkte. Da $\Sigma\Sigma^1$ die Polare von **x** in Bezug auf $\mathbf{M}^1$ ist, so sind $\mathbf{x}\Sigma$ und $\mathbf{x}\Sigma^1$ Tangenten an $\mathbf{M}^1$. Durch **x** gehen ferner die Strahlen $\mathfrak{y}\mathfrak{y}_1$, $\mathfrak{z}\mathfrak{z}_1$, welche $\mathbf{M}^1$ in $\mathfrak{y}\mathfrak{y}_1\mathfrak{z}\mathfrak{z}_1$ schneiden, folglich sind die Strahlen **s** $(\Sigma\Sigma^1\mathfrak{y}\mathfrak{y}_1\mathfrak{z}\mathfrak{z}_1)$ in Involution und zwar sind $\mathbf{s}\Sigma$ und $\mathbf{s}\Sigma^1$ die Doppelstrahlen. Da aber $\mathfrak{y}\mathfrak{y}_1\mathfrak{z}\mathfrak{z}_1$ ein den Kegelschnitten $\mathbf{CC}^1$ gemeinsam umgeschriebenes Viereck ist, so sind $\mathbf{s}\Sigma$ und $\mathbf{s}\Sigma^1$ die Tangenten in **s** an **C** und $\mathbf{C}^1$. Dies giebt den Satz:

Die gemeinschaftlichen Tangenten $\mathfrak{R}$ und $\mathfrak{S}$ der Kegelschnitte M schneiden sich auf X in m; sind $\Sigma\Sigma^1$ die Pole von rs in Bezug auf CC^1 (welche auf X liegen) und n der Schnittpunkt von rs mit X, so sind $mn\Sigma\Sigma^1$ 4 harmonische Punkte.

Die Berührungssehne rs aller Kegelschnitte $\mathfrak{M}$ geht durch x; sind $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{B}$ die Polaren von $(RS) = \mathfrak{x}$ in Bezug auf C und C^1 (welche sich in x schneiden) $\mathfrak{C}$ die Verbindungslinie $x\mathfrak{x}$, so sind $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$, rs 4 harmonische Strahlen.

Diese Sätze liefern das Mittel, die gemeinschaftlichen Tangenten aller Kegelschnitte **M** und die Berührungssehne aller $\mathfrak{M}$ zu construiren.

§ 8. Wenn **C** und $\mathbf{C}^1$ (Fig. V.) von **K** in $\mathbf{pp}_1\mathbf{qq}_1$ doppelt berührt werden, so nennt man die 4 Sehnen $\mathbf{pq} = \mathfrak{P}$, $\mathbf{pq}_1 = \mathfrak{Q}_1$, $\mathbf{p}_1\mathbf{q} = \mathfrak{Q}$, $\mathbf{p}_1\mathbf{q}_1 = \mathfrak{P}_1$ Wechselsehnen. Man kann an die 6 Linien $\mathbf{RSTU}\mathfrak{P}\mathfrak{P}_1$ einen berührenden Kegelschnitt **N** legen. Dieser hat mit $\mathbf{C}^1$ die Tangenten **RSTU** gemein. Zieht man von q an **N** die Tangenten $\mathfrak{P}$ und $\mathfrak{Q}_{,,,}$ ferner die Linien $\mathbf{q}\mathfrak{x}$, $\mathbf{q}\mathfrak{x}_1$ und an $\mathbf{C}^1$ die Tangente **qA** (**A** Berührungspol), dann sind $\mathfrak{P}$, $\mathfrak{Q}_{,,,}$ $\mathbf{q}\mathfrak{x}$, $\mathbf{q}\mathfrak{x}_1$, **qA** 5 Strahlen in Involution mit dem Doppelstrahl **qA**. Der andere Doppelstrahl ist $\mathbf{qA}^1$, da $\mathbf{AA}^1\mathfrak{x}\mathfrak{x}_1$ 4 harmonische Punkte sind. Die Punkte **A**, $\mathbf{A}^1$, $(\mathfrak{P}\mathfrak{P}_1)$, $(\mathfrak{Q}\mathfrak{Q}_1)$ sind aber auch 4 harmonische Punkte, also die Strahlen von q nach den 6 Punkten $(\mathfrak{P}\mathfrak{P}_1)$, $(\mathfrak{Q}\mathfrak{Q}_1)$, $\mathfrak{x}$, $\mathfrak{x}_1$, **A**, $\mathbf{A}^1$ 6 involutorische Strahlen, mit den Doppelstrahlen **qA**, $\mathbf{qA}^1$, also fällt $\mathfrak{Q}_{,,}$ mit $\mathfrak{Q}$ zusammen und der Kegelschnitt **N** berührt $\mathfrak{Q}$ und daher auch $\mathfrak{Q}_1$.

Zieht man an **N** von x die Tangenten **n** und $\mathbf{n}_1$, dann sind $\mathbf{nn}_1$ harmonisch conjugirt zu **xy**, **xz** und zu $\mathbf{pp}_1$, $\mathbf{qq}_1$ wegen der umgeschriebenen Vierecke $\mathfrak{y}\mathfrak{y}_1\mathfrak{z}\mathfrak{z}_1$ und $\mathbf{pp}_1\mathbf{qq}_1$. Aber **rs** und **tu** liegen ebenfalls harmonisch mit **xy**, **xz** und $\mathbf{pp}_1$, $\mathbf{qq}_1$, also fallen **n** und **rs**, $\mathbf{n}_1$ und **tu** zusammen. Da **X** die Polare von **x** in Bezug auf **N** ist, so sind die Berührungspunkte von **rs** und **tu** mit **N** die Schnittpunkte von **rs** und **tu** mit **X**. — Daraus folgt:

Werden 2 Kegelschnitte von einem dritten doppelt berührt, so berühren die 4 Wechselsehnen einen Kegelschnitt N, der auch die 4 gemeinschaftlichen Tangenten von CC^1 und 2 gemeinschaftliche Sehnen berührt oder:

Der Ort aller Wechselsehnen ist ein Kegelschnitt N, der die gemeinschaftlichen Tangenten und 2 gemeinschaftliche Sehnen in den Punkten berührt, in welchen die Polare ihres Durchschnittspunktes die Sehnen schneidet.

Der reciproke Satz heißt:

Jede 2 Paare zusammengehörige gemeinschaftliche Tangenten 2er Kegelschnitte CC^1 mit einem sie doppelt berührenden Kegelschnitt K, nämlich P und P_1, Q und Q_1, haben 4 Wechselschnitte (PQ), (PQ_1), (P_1Q) und (P_1Q_1). Der Ort aller dieser Wechselschnitte ist ein Kegelschnitt $\mathfrak{N}$, welcher dem Viereck rstu umgeschrieben ist und durch $\mathfrak{x}\mathfrak{x}_1$ geht.

§ 9. Die Kegelschnitte $\mathbf{C}_1\,\mathbf{C}_2\,\mathbf{C}_3$ berühren den Kegelschnitt **K** doppelt (Fig. **VI.**), die Berührungssehnen seien $\mathfrak{b}_1$, $\mathfrak{b}_2$, $\mathfrak{b}_3$ und ihre Schnittpunkte $\mathbf{x}_1 = (\mathfrak{b}_2\mathfrak{b}_3)$, $\mathbf{x}_2 = (\mathfrak{b}_1\mathfrak{b}_3)$, $\mathbf{x}_3 = (\mathfrak{b}_1\mathfrak{b}_2)$. Ferner seien $\mathbf{r}_1\mathbf{s}_1\mathbf{t}_1\mathbf{u}_1$ die Schnittpunkte von $\mathbf{C}_2\mathbf{C}_3$, $\mathbf{r}_2\mathbf{s}_2\mathbf{t}_2\mathbf{u}_2$ von $\mathbf{C}_1\mathbf{C}_3$ und $\mathbf{r}_3\mathbf{s}_3\mathbf{t}_3\mathbf{u}_3$ von $\mathbf{C}_1\mathbf{C}_2$. Dann sind die Strahlbüschel $\mathbf{x}_1$ $(\mathbf{x}_2\mathbf{x}_3\mathbf{r}_1\mathbf{t}_1)$, $\mathbf{x}_2$ $(\mathbf{x}_1\mathbf{x}_3\mathbf{r}_2\mathbf{t}_2)$ und $\mathbf{x}_3$ $(\mathbf{x}_1\mathbf{x}_2\mathbf{r}_3\mathbf{t}_3)$ harmonisch. Schneiden nun $\mathbf{x}_3\mathbf{r}_3$ und $\mathbf{x}_3\mathbf{t}_3$ die Sehne $\mathbf{r}_2\mathbf{s}_2$ in β und β^1, $\mathbf{x}_1\mathbf{r}_1$ und $\mathbf{x}_1\mathbf{t}_1$ dieselbe Sehne in γ und γ^1 und nennt man die Schnittpunkte von $\mathbf{r}_2\mathbf{s}_2$ mit $\mathbf{C}_2$ — vv^1, dann sind die Punkte $\beta\beta^1vv^1\mathbf{r}_2\mathbf{s}_2$ und $\gamma\gamma^1vv^1\mathbf{r}_2\mathbf{s}_2$ in Involution, weil 2 Kegelschnitte und ihre gemeinschaftlichen Sehnen von einer Transversale involutorisch geschnitten werden. Ist π der Schnittpunkt von $\mathbf{r}_2\mathbf{s}_2$ mit $\mathbf{x}_1\mathbf{x}_3$, so sind wegen der vorhin aufgeführten harmonischen Büschel $\beta\beta^1\mathbf{x}_2\pi$ und $\gamma\gamma^1\mathbf{x}_2\pi$ je 4 harmonische Punkte. Die Punktpaare $\beta\beta^1$ und $\gamma\gamma^1$ sind also sowohl in Involution mit $vv^1\mathbf{r}_2\mathbf{s}_2$, als harmonisch mit $\mathbf{x}_2\pi$ und müssen daher zusammenfallen, denn es giebt nur ein Punktpaar einer Involution, welches mit einem gegebenen Punktpaare harmonisch liegt. Es folgt also der Satz:

Wenn 3 Kegelschnitte $C_1\,C_2\,C_3$ einen 4ten K doppelt berühren, so schneiden sich 3 ihrer gemeinschaftlichen Sehnen 4 Mal in einem Punkt. (Chordalpunkt.)

Denn nachdem gezeigt ist, daß β und β^1 die Schnittpunkte von $\mathbf{u}_1\mathbf{t}_1$, $\mathbf{r}_2\mathbf{s}_2$, $\mathbf{r}_3\mathbf{s}_3$ und $\mathbf{r}_1\mathbf{s}_1$, $\mathbf{r}_2\mathbf{s}_2$, $\mathbf{u}_3\mathbf{t}_3$ sind, kann man leicht erkennen, daß es noch 2 andere Schnittpunkte von je 3 gemeinschaftlichen Sehnen giebt. Von den harmonischen Strahlenbüscheln $\mathbf{x}_1$ $(\mathbf{x}_2\mathbf{x}_3\mathbf{r}_1\mathbf{t}_1)$ und $\mathbf{x}_2$ $(\mathbf{x}_1\mathbf{x}_3\mathbf{r}_2\mathbf{t}_2)$ fallen die Strahlen $\mathbf{x}_1\mathbf{x}_2$ und $\mathbf{x}_2\mathbf{x}_1$ zusammen; die Schnittpunkte der 3 andern Strahlenpaare liegen also auf einer geraden Linie, welche durch $\mathbf{x}_3$ geht. Nun schneiden sich $\mathbf{x}_1\mathbf{r}_1$ und $\mathbf{x}_2\mathbf{r}_2$ in β^1 auf $\mathbf{x}_3\mathbf{t}_3$, also müssen sich auch $\mathbf{x}_1\mathbf{t}_1$ und $\mathbf{x}_2\mathbf{t}_2$ auf $\mathbf{x}_3\mathbf{t}_3$ schneiden, d. h. die Sehnen $\mathbf{x}_1\mathbf{t}_1$, $\mathbf{x}_2\mathbf{t}_2$, $\mathbf{x}_3\mathbf{t}_3$ schneiden sich in 1 Punkt und ebenso zeigt man, daß $\mathbf{x}_1\mathbf{r}_1$, $\mathbf{x}_2\mathbf{t}_2$, $\mathbf{x}_3\mathbf{r}_3$ sich in einem Punkt schneiden.

Der reciproke Satz heißt:

Wenn 3 Kegelschnitte C_1, C_2, C_3 einen 4ten K doppelt berühren, so liegen 4 Mal 3 der Durchschnittspunkte gemeinschaftlicher Tangenten an C_1, C_2, C_3 je auf einer Geraden.

Spezielle Fälle dieser Sätze sind:

Wenn jeder von 3 Kegelschnitten dieselben zwei geraden Linien berührt und alle 3 in denselben Winkel eingeschrieben sind, so schneiden sich von ihren gemeinschaftlichen Sehnen 4 Mal 3 in je einem Punkt.

Wenn jeder von 3 Kegelschnitten dieselben zwei geraden Linien berührt, so liegen die Schnittpunkte der noch übrigen beiden Tangenten von je 2 derselben auf einer geraden Linie.

Wenn 3 Kegelschnitte sich in denselben zwei Punkten schneiden, so schneiden sich ihre 3 übrigen gemeinschaftlichen Sehnen in einem Punkt.

Wenn 3 Kegelschnitte sich in denselben zwei Punkten schneiden, so liegen 4 Mal 3 der Durchschnittspunkte der gemeinschaftlichen Tangenten je 2er in einer Geraden.

Berührt ein Kegelschnitt C_3 die gemeinschaftlichen Tangenten zweier sich doppelt berührender Kegelschnitte C_1 und C_2, so schneiden sich 4 der gemeinschaftlichen Sehnen von $C_1 C_3$ und $C_2 C_3$ in einem Punkt auf der Berührungssehne von $C_1 C_2$.

In jedem einem Kegelschnitt eingeschriebenen Sechseck liegen die Durchschnittspunkte der 3 Paare von Gegenseiten in einer Geraden. (Pascalscher Satz.)

In jedem einem Kegelschnitt umgeschriebenen Sechseck schneiden sich die 3 Diagonalen der Gegenecken in einem Punkt. (Lehrsatz des Brianchon.)

Der Hauptsatz dieses Paragraphen findet sich zuerst in der schon angeführten Abhandlung Goepels im 36ten Bande des Crelleschen Journals; dann in 2 Abhandlungen Steiners im 37ten und 45ten Bande des Crelleschen Journals, doch ohne Beweis. Einen Beweis, der jedoch von dem mitgetheilten durchaus verschieden ist, hat Chasles im „Traité des sections coniques" gegeben. — Einen eleganten analytischen Beweis findet man in Salmons „Analytische Geometrie der Kegelschnitte", bearbeitet von Fiedler, § 280.

Eine andere Abhängigkeit dreier Kegelschnitte, die einen 4ten berühren, ist ebenfalls von Steiner in den angeführten Abhandlungen gegeben. Der Punkt x_1, wenn wir die eingeführten Bezeichnungen beibehalten, hat für **K** und $\mathbf{C}_1$ dieselbe Polare $\mathbf{X}_1$; ebenso haben für **K** und $\mathbf{C}_2$, **K** und $\mathbf{C}_3$ die Punkte x_2 und x_3 dieselben Polaren $\mathbf{X}_2$ und $\mathbf{X}_3$. Also sind $\mathbf{X}_1$, $\mathbf{X}_2$, $\mathbf{X}_3$ die Polaren von x_1, x_2, x_3 in Bezug auf **K**. Sind y_1, y_2, y_3 die Schnittpunkte $(\mathbf{X}_2\mathbf{X}_3)$, $(\mathbf{X}_1\mathbf{X}_3)$, $(\mathbf{X}_1\mathbf{X}_2)$, so liegen die Dreiecke $x_1 x_2 x_3$ und $y_1 y_2 y_3$ perspectivisch, d. h. die Linien $x_1 y_1$, $x_2 y_2$, $x_3 y_3$ schneiden sich in einem Punkt, cf. Schroeter, Theorie der Kegelschnitte, pag. 160, also:

Wenn 3 Kegelschnitte $C_1 C_2 C_3$ einen 4ten K doppelt berühren und $x_1 x_2 x_3$ die Schnittpunkte der Berührungssehnen, $X_1 X_2 X_3$ ihre Polaren in Bezug auf $C_1 C_2 C_3$ sind, so liegt das Dreieck $x_1 x_2 x_3$ perspectivisch mit dem Dreiseit $X_1 X_2 X_3$.

Umkehrung.

Wenn 3 Kegelschnitte so liegen, daß 3 ihrer gemeinschaftlichen Sehnen (von jedem Kegelschnittpaar eine) sich in einem Punkt schneiden, so läßt sich an die 3 Kegelschnitte ein 4ter doppelt berührender legen.

Wenn von 3 Kegelschnitten $C_1 C_2 C_3$ die gemeinschaftlichen Sehnen sich schneiden, von $C_2 C_3$ in x_1, $C_1 C_3$ in x_2, $C_1 C_2$ in x_3 und das Dreiseit der Polaren von $x_1 x_2 x_3$ in Bezug auf $C_1 C_2 C_3$ perspectivisch mit $x_1 x_2 x_3$ liegt, so läßt sich an die 3 Kegelschnitte ein 4ter doppelt berührender legen.

Wenn 3 Kegelschnitte so liegen, daß 3 der Durchschnitte gemeinschaftlicher Tangenten (von jedem Kegelschnittpaar eine) in gerader Linie liegen, so läßt sich an die 3 Kegelschnitte ein 4ter doppelt berührender legen.

§ 10. Berühren mehrere Kegelschnitte $C_1 C_2 C_3 \cdots$ einen andern K doppelt in denselben beiden Punkten $p p_1$ und man zieht von irgend einem Punkt der Berührungssehne Tangenten an alle Kegelschnitte, so liegen die Berührungspunkte in gerader Linie.

Denn die Polaren eines Punktes der Berührungssehne fallen zusammen. —

Fig. VII. Ist B der gemeinschaftliche Berührungspol jener Kegelschnitte, P ein beliebiger Punkt und sind $r_1 s_1$, $r_2 s_2$, $r_3 s_3, \cdots$ die Berührungspunkte der von P an $C_1 C_2 C_3 \cdots$ gezogenen Tangenten, dann schneiden sich $p r_1$ und $p_1 s_1$ in α_1, $p_1 r_1$ und $p t_1$ in β_1 und $\alpha_1 \beta_1$ liegen auf BP harmonisch mit B und P, weil B und P 2 Gegenecken des dem Kegelschnitt C_1 umgeschriebenen Vierseits sind. Dasselbe gilt von den entsprechenden Punkten $\alpha_2 \beta_2$, $\alpha_3 \beta_3, \cdots$ und es bilden daher $\alpha_1 \beta_1 \alpha_2 \beta_2 \alpha_3 \beta_3 \cdots$ eine Involution mit den Doppelpunkten B und P; also ist

$$p\,(B P \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \cdots \beta_1 \beta_2 \beta_3 \cdots) \;\pi\; p\,(B P \beta_1 \beta_2 \beta_3 \cdots \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \cdots) \text{ oder}$$
$$p\,(B P r_1 r_2 r_3 \cdots s_1 s_2 s_3 \cdots) \;\pi\; p\,(B P r_1 r_2 r_3 \cdots s_1 s_2 s_3 \cdots) \text{ d. h.}$$

die Punkte $B P r_1 r_2 r_3 \cdots s_1 s_2 s_3 \cdots$ liegen auf einem Kegelschnitt. Dem Strahl $p p_1$ von p entspricht dabei derjenige Strahl $p_1 P_1$ von p_1, welcher von $p p_1$ durch B und P harmonisch getrennt ist, also:

Zieht man von einem beliebigen Punkt P an beliebig viele sich in denselben beiden Punkten $p p_1$ doppelt berührende Kegelschnitte $C_1 C_2 C_3 \cdots$ Tangenten, so liegen alle Berührungspunkte auf einem Kegelschnitt, welcher auch durch $p p_1 P$ und den gemeinschaftlichen Berührungspol B geht. Der Pol P_1 von $p p_1$ in Bezug auf diesen Kegelschnitt ist von $p p_1$ durch B und P harmonisch getrennt.

Der reciproke Satz heißt:

Schneidet man beliebig viele sich in denselben beiden Punkten doppelt berührende Kegelschnitte $C_1 C_2 C_3 \cdots$ durch eine Gerade p, so umhüllen alle Tangenten in den Schnittpunkten einen neuen Kegelschnitt, der p, die Berührungssehne und die gemeinschaftlichen Tangenten von $C_1 C_2 C_3 \cdots$ zu Tangenten hat und diese letztere in 2 solchen Punkten berührt, daß ihre Verbindungslinie vom Berührungspol durch p und die Berührungssehne harmonisch getrennt ist. Cf. Pfaff „Neuere Geometrie" II § 316.

Berühren sich die Kegelschnitte K und C doppelt in $p p_1$ und zieht man von einem beliebigen Punkt P an K und C die Tangenten $P q$, $P q_1$ und $P r$, $P s$, so muß ein Kegelschnitt $\mathfrak{K}$, der K in $q q_1$ berührt und durch r geht, auch durch s gehen; denn die Polaren von P in Bezug auf K und C, nämlich $q q_1$ und $r s$ schneiden sich auf $p p_1$. Ist x der Schnittpunkt, so hat er in Bezug auf alle 3 Kegelschnitte dieselbe Polare, also muß eine gemeinschaftliche Sehne von $\mathfrak{K}$ und C durch x gehen, d. h. $\mathfrak{K}$ schneidet C in der Sehne $r s$. Also:

Wenn 2 Kegelschnitte K und C sich doppelt berühren und man zieht von einem beliebigen Punkt Tangenten, welche K in $q q_1$, C in $r s$ berühren, so lassen sich durch diese 4 Punkte 2 Kegelschnitte $\mathfrak{K}$ und $\mathfrak{C}$ legen, von denen der erste K in qq_1, der zweite C in rs doppelt berührt.

Fig. **VIII.** Werden die Kegelschnitte CC^1 von K doppelt berührt, sind pp_1, qq_1 die Berührungspunkte, **rstu** die Schnittpunkte von CC^1 und zieht man von einem beliebigen Punkt P einer der gemeinschaftlichen Sehnen z. B. rs, welche durch den Schnittpunkt der Berührungssehnen geht, Tangenten an K, C, C^1, welche diese Kegelschnitte bezüglich in $\pi\pi_1$, $\varrho\sigma$, $\tau\upsilon$ berühren, so müssen $\varrho\sigma$, $\tau\upsilon$ sich in einem Punkt A von rs schneiden. Es giebt nun nach dem vorigen Satz einen Kegelschnitt $\mathfrak{K}$, welcher K in $\pi\pi_1$ doppelt berührt und durch $\varrho\sigma$ geht. Die Polaren $\pi\pi_1$ und $\tau\upsilon$ von P in Bezug auf K und C^1 schneiden sich auf der Berührungssehne qq_1 in Q. Die Kegelschnitte $\mathfrak{K}$ und C^1 berühren K doppelt in $\pi\pi_1$ und qq_1, also muß eine gemeinschaftliche Sehne beider durch Q gehen. Da sie nach § 9 auch durch A gehen muß, so ist $\tau\upsilon$ die gemeinschaftliche Sehne von $\mathfrak{K}$ und C^1, also:

Wenn 2 Kegelschnitte CC^1 einen dritten K doppelt berühren und man zieht von irgend einem Punkt P in einer solchen gemeinschaftlichen Sehne von CC^1, welche durch den Schnittpunkt der Berührungssehnen geht, Tangenten an KCC^1, so liegen die 6 Berührungspunkte auf einem Kegelschnitt $\mathfrak{K}$, welcher K doppelt berührt und P zum Berührungspol hat.

Wenn 2 Kegelschnitte CC^1 einen dritten K doppelt berühren und man schneidet dieselben durch eine Linie p, welche durch einen solchen Durchschnittspunkt gemeinschaftlicher Tangenten von CC^1 geht, der auf der Verbindungslinie der Berührungspole liegt, so umhüllen die Tangenten in den Schnittpunkten von p mit C^1CK einen Kegelschnitt $\mathfrak{K}$, welcher K doppelt berührt und p zur Berührungssehne hat.

Folgerungen.

1) Berühren 3 Kegelschnitte $C_1C_2C_3$ einen 4ten K doppelt und zieht man von einem der 4 Chordalpunkte (§ 9), Tangenten an alle 4 Kegelschnitte, so liegen die 8 Berührungspunkte auf einem Kegelschnitt, welcher K doppelt berührt und den Chordalpunkt zum Berührungspol hat.

2) Berühren drei Kegelschnitte $C_1C_2C_3$ einen 4ten K doppelt, so schneidet jede der 4 Linien, auf denen 3 Durchschnitte gemeinschaftlicher Tangenten liegen (§ 9), die 4 Kegelschnitte in solchen 8 Punkten, daß die Tangenten in ihnen einen Kegelschnitt $\mathfrak{K}$ umhüllen, welcher K doppelt berührt und jene Linie zur Berührungssehne hat.

3) Berühren mehrere Kegelschnitte $C_1C_2C_3\cdots$ einen andern K doppelt und gehen zugleich durch dieselben beiden Punkte A und B, und zieht man von irgend einem Punkt P von AB Tangenten an alle Kegelschnitte, so liegen die Berührungspunkte auf einem K doppelt berührenden Kegelschnitt, der P zum Berührungspol hat. (Cf. § 3.)

4) Berühren mehrere Kegelschnitte $C_1 C_2 C_3 \cdots$ einen andern K und sind sie zugleich demselben Winkel eingeschrieben, so schneidet jede Gerade p durch den Scheitelpunkt die Kegelschnitte in solchen Punkten, daß die Tangenten in ihnen einen K doppelt berührenden Kegelschnitt umhüllen, welcher p zur Berührungssehne hat.

5) Umkehrung von 3). Wenn 2 Kegelschnitte $C_1 C_2$ einen 3ten K doppelt berühren und die Berührungspunkte $a_1 b_1$, $a_2 b_2$ der von einem Punkt P an $C_1 C_2$ gezogenen Tangenten auf einem K doppelt berührenden Kegelschnitt $\mathfrak{K}$ liegen, der P zum Berührungspol hat, so liegt P auf einer gemeinschaftlichen Sehne von $C_1 C_2$.

Die Sehnen $a_1 b_1$, $a_2 b_2$ und eine $a_3 b_3$ von $C_1 C_2$ müssen sich (§ 9) in einem Punkt schneiden; die Polaren $a_1 b_1$ und $a_2 b_2$ von P in Bezug auf $C_1 C_2$ schneiden sich also auf einer gemeinschaftlichen Sehne von $C_1 C_2$, also muß auch P auf derselben liegen.

6) Umkehrung von 4). Wenn 2 Kegelschnitte $C_1 C_2$ einen 3ten K doppelt berühren und die Tangenten in den Schnittpunkten einer Linie p mit $C_1 C_2$ einen Kegelschnitt $\mathfrak{K}$ umhüllen, welcher K doppelt berührt und p zur Berührungssehne hat, so geht p durch einen Schnittpunkt gemeinschaftlicher Tangenten von $C_1 C_2$.

§ 11. Aufgabe. Die Kegelschnitte K und C berühren sich doppelt. Man soll durch 2 gegebene Punkte $\varrho \sigma$ einen 3ten K doppelt berührenden Kegelschnitt C^1 construiren, so daß ein gegebener Punkt P auf einer solchen gemeinschaftlichen Sehne, welche durch den Schnittpunkt der Berührungssehnen geht, liegt.

Fig. IX. Die Schnittpunkte von CC^1 seien rstu; rs und tu schneiden sich im Schnittpunkt der Berührungssehnen bb^1, und rs gehe durch P. Sind nun $\varrho_1 \sigma_1 \varrho_{\prime\prime} \sigma_{\prime\prime} \pi \pi^1$ die Schnittpunkte von $\varrho\sigma$ mit C, rs, tu, b, b^1, RS die Schnittpunkte mit K, so sind $\varrho_{\prime\prime} \sigma_{\prime\prime} \pi \pi^1$ 4 harmonische Punkte, $\varrho \sigma R S \pi^1$ 5 Punkte in Involution mit dem Doppelpunkte π^1, $\varrho \sigma \varrho_1 \sigma_1 \varrho_{\prime\prime} \sigma_{\prime\prime}$ 6 Punkte in Involution. Da man durch die 5punktige Involution π^1 bestimmen kann, so findet man $\varrho_{\prime\prime} \sigma_{\prime\prime}$ als dasjenige Punktpaar, das mit $\pi\pi^1$ harmonisch und mit $\varrho\sigma$ $\varrho_1\sigma_1$ involutorisch liegt. — Die Linien $P\varrho_{\prime\prime}$ und $P\sigma_{\prime\prime}$ liefern 2 Lösungen der Aufgabe. Nimmt man den 2ten Doppelpunkt π_1 der Involution $\varrho \sigma R S \pi^1 \pi_1$, so erhält man ein anderes Punktpaar $\varrho^1{}_{\prime\prime} \sigma^1{}_{\prime\prime}$ und die Linien $P\varrho^1{}_{\prime\prime}$, $P\sigma^1{}_{\prime\prime}$ liefern 2 neue Lösungen, so daß die Aufgabe im Allgemeinen 4 verschiedene Auflösungen gestattet.

Aufgabe. Gegeben sind zwei sich doppelt berührende Kegelschnitte K und C und 3 Punkte $PP^1\varrho$. Man soll durch ϱ einen K doppelt berührenden Kegelschnitt C^1 so konstruiren, daß die 2 seiner gemeinschaftlichen Sehnen mit C, welche sich im Schnittpunkt der Berührungssehnen schneiden, durch P und P^1 gehen.

Fig. X. Sind b und b^1 die Berührungssehnen von CC^1 mit K und schneidet PP^1 die Linien bb^1 in aa^1, so sind PP^1aa^1 4 harmonische Punkte, also a^1 bekannt. Die Schnittpunkte von ϱa^1 mit C^1 und K seien $\varrho^1 \varkappa \varkappa^1$, dann sind $\varrho \varrho^1 \varkappa \varkappa^1 a^1$ in Involution mit dem Doppelpunkt a^1. Wenn ferner cc^1 die Schnittpunkte von ϱa^1 mit den gesuchten durch PP^1 gehenden gemeinschaftlichen Sehnen von CC^1 sind, dd^1 ihre Schnittpunkte mit C, β ihr Schnittpunkt mit b, so sind cc^1 in Involution mit $dd^1\varrho\varrho^1$ und harmonisch mit $a^1\beta$, also zu konstruiren. Dann liefern cP und c^1P^1, c^1P und cP^1 die beiden Auflösungen der Aufgabe.

Aufgabe. Zwei Kegelschnitte CC^1 berühren einen 3ten K doppelt, man soll die gemeinschaftlichen Punkte von CC^1 finden.

Jeder Kegelschnitt ist bestimmt, z. B. durch 5 Punkte, zu denen die Berührungspunkte gehören. Dann bestimme man auf einer beliebigen Linie die Durchschnittspunkte dd^1 $\varrho\varrho^1$ βa^1 bezüglich mit CC^1 und den Berührungssehnen bb^1. Sind cc^1 die Schnittpunkte mit den gemeinschaftlichen Sehnen, welche durch den Punkt (bb^1) gehen, so sind cc^1 involutorisch mit $dd^1\varrho\varrho^1$ und harmonisch mit βa^1, also zu bestimmen. Verbindet man (bb^1) mit c und c^1, so erhält man die gemeinschaftlichen Sehnen.

Auf analoge Art bestimmt man die gemeinschaftlichen Tangenten der Kegelschnitte CC^1.

§ 12. Die Kegelschnitte CC^1 berühren K doppelt und schneiden sich in $rstu$, so daß rs, tu durch den Schnittpunkt der Berührungssehnen gehen. Nimmt man auf rs einen beliebigen Punkt P und zieht durch ihn eine Linie, welche C in $\varrho\sigma$ schneidet, so kann man durch $\varrho\sigma$ unzählig viele Kegelschnitte legen, welche K doppelt berühren. Alle diese schneiden C^1 in solchen Punkten, daß eine gemeinschaftliche Sehne durch P geht. Legt man also umgekehrt durch P eine 2te Linie, welche C^1 in $\varrho^1\sigma^1$ schneidet, so läßt sich durch $\varrho\sigma\varrho^1\sigma^1$ ein K doppelt berührender Kegelschnitt legen, also

Wenn 2 Kegelschnitte CC^1 einen dritten K doppelt berühren und man legt durch irgend einen Punkt einer solchen gemeinschaftlichen Sehne von CC^1, welche durch den Schnittpunkt der Berührungssehnen geht, 2 Linien, so liegen die 4 Schnittpunkte, in denen die eine C, die andere C^1 schneidet, auf einem K doppelt berührenden Kegelschnitt.

Läßt man die Schnittpunkte auf C und auf C^1 zusammenfallen, so gehen die Sekanten in Tangenten über und man erhält den Satz:

Wenn 2 Kegelschnitte CC^1 einen dritten K doppelt berühren, und man zieht von einem beliebigen Punkt einer solchen gemeinschaftlichen Sehne von CC^1, welche durch den Schnittpunkt der Berührungssehnen geht, je an C und C^1 eine Tangente, so kann man durch die Berührungspunkte einen in ihnen C und C^1 einfach berührenden Kegelschnitt legen, welcher K doppelt berührt.

Aus § 9 folgen die Sätze: Wenn 3 Kegelschnitte $C_1 C_2 C_3$ einen 4ten K doppelt berühren, C_1 und C_2 noch von C_3 einfach berührt werden, so liegen die Berührungspunkte von $C_1 C_3$ und $C_2 C_3$ in gerader Linie mit einem Durchschnittspunkt gemeinschaftlicher Tangenten von $C_1 C_2$ und die Tangenten in den Berührungspunkten von $C_1 C_3$ und $C_2 C_3$ schneiden sich auf einer gemeinschaftlichen Sehne von $C_1 C_2$. —

Wenn 2 Kegelschnitte $C_1 C_2$ einen dritten K doppelt berühren und man zieht aus einem solchen Durchschnitt S gemeinschaftlicher Tangenten von $C_1 C_2$, welcher auf der Verbindungslinie der Berührungspole liegt, 2 Linien, welche C_1 in $r_2 s_2 t_2 u_2$, C_2 in $r_1 s_1 t_1 u_1$ schneiden, während $C_1 C_2$ sich in $r_3 s_3 t_3 u_3$ treffen, so schneiden sich 4 Mal 3 gemeinschaftlicher Sehnen von $C_1 C_2$ und dem aus S gezogenen Linienpaar in einem Punkt, nach § 9, weil $C_1 C_2$ und dieses Linienpaar als 3 Kegelschnitte betrachtet werden können, welche das Tangentenpaar aus S doppelt berühren. Man beweist diese Eigenschaft aber auch, wie in § 9, leicht direct. Wenn folgende Sehnen $(t_1 u_1, r_2 s_2, r_3 s_3)$,

(r_1s_1, t_2u_2, r_3s_3), (t_1u_1, t_2u_2, t_3u_3), (r_1s_1, r_2s_2, t_3u_3) sich je in einem Punkt schneiden, so lassen sich durch die Punkte $t_1u_1r_2s_2$, $r_1s_1t_2u_2$, $t_1u_1t_2u_2$, $r_1s_1r_2s_2$ 4 Kegelschnitte legen, von denen jeder K doppelt berührt, also:

Wenn 2 Kegelschnitte C_1C_2 einen dritten K doppelt berühren und man zieht durch einen solchen Durchschnitt S gemeinschaftlicher Tangenten von C_1C_2, welcher auf der Verbindungslinie der Berührungspole liegt, 2 Linien durch C_1C_2, so schneiden sich 4 Mal je 2 der Verbindungslinien der 8 Schnittpunkte auf den beiden gemeinschaftlichen Sehnen von C_1C_2, welche durch den Schnittpunkt der Berührungssehnen gehen und durch 4 der Schnittpunkte lassen sich 4 Kegelschnitte legen, von denen jeder K doppelt berührt.

Ferner kann man durch t_1s_2, t_2s_1, r_1u_2, r_2u_1 4 Kegelschnitte legen, welche in diesen Punkten C_1C_2 einfach und außerdem K doppelt berühren. — Nennen wir den ersten und letzten $\mathfrak{K}\mathfrak{K}^1$, so müssen sich t_1u_1 und r_2s_2 in einem Schnittpunkt gemeinschaftlicher Tangenten von $\mathfrak{K}\mathfrak{K}^1$ schneiden, welcher also auf einer gemeinschaftlichen Sehne von C_1C_2 liegt. — Nach dem Früheren schneiden sich die Tangenten in t_1u_1 an C_2 und in r_2s_2 an C_1 auf einer gemeinschaftlichen Sehne von $\mathfrak{K}\mathfrak{K}^1$ und beide Schnittpunkte liegen in gerader Linie mit S, also:

Wenn die Kegelschnitte C_1C_2 von $\mathfrak{K}$ einfach in s_2t_1, von $\mathfrak{K}^1$ in r_2u_1, alle 4 aber doppelt von K berührt werden und die Linien s_2t_1 und r_2u_1 sich in einem solchen Durchschnitt S gemeinschaftlicher Tangenten von C_1C_2 schneiden, welcher auf der Verbindungslinie der Berührungspole von C_1C_2 mit K liegt, so liegt 1) ein Schnittpunkt gemeinschaftlicher Tangenten von $\mathfrak{K}\mathfrak{K}^1$ auf einer gemeinschaftlichen Sehne von C_1C_2 2) der Schnittpunkt S gemeinschaftlicher Tangenten von C_1C_2 auf einer gemeinschaftlichen Sehne von $\mathfrak{K}\mathfrak{K}^1$.

Seien $\mathfrak{K}\mathfrak{K}^1$ 2 Kegelschnitte, welche C_1 in $a_1a_1^1$, C_2 in $a_2a_2^1$, C_3 in $a_3a_3^1$ einfach berühren; werden ferner alle 5 von K doppelt berührt und schneiden sich die Linien $a_1a_1^1$, $a_2a_2^1$, $a_3a_3^1$ in demselben Durchschnitt S gemeinschaftlicher Tangenten von $\mathfrak{K}\mathfrak{K}^1$, so liegt S auch auf den gemeinschaftlichen Sehnen von C_1C_2, C_1C_3 und C_2C_3 und ist also ein Chordalpunkt von $C_1C_2C_3$. — Die Linien a_1a_2 und $a_1^1a_2^1$, a_1a_3 und $a_1^1a_3^1$, a_2a_3 und $a_2^1a_3^1$ schneiden sich in den Durchschnitten T_3, T_2, T_1 gemeinschaftlicher Tangenten von C_1C_2, C_1C_3, C_2C_3 und zugleich liegen diese Punkte auf derselben gemeinschaftlichen Sehne von $\mathfrak{K}\mathfrak{K}^1$, also ist $T_1T_2T_3$ eine gerade Linie, deren Pole in Bezug auf $C_1C_2C_3$ auf den Linien Sa_1, Sa_2, Sa_3 liegen müssen, weil T_1 der Pol von Sa_1 in Bezug auf C_1, T_2 der Pol von Sa_2 in Bezug auf C_2, T_3 der Pol von Sa_3 in Bezug auf C_3 ist. Daraus folgt:

Berühren 3 Kegelschnitte $C_1C_2C_3$ einen 4ten K doppelt und werden selbst von einem fünften K doppelt berührenden Kegelschnitt $\mathfrak{K}$ einfach in $a_1a_2a_3$ berührt, so liegen diese Berührungspunkte auf der Verbindungslinie eines Chordalpunktes von $C_1C_2C_3$ mit dem Pol einer Geraden, auf welcher 3 Durchschnitte gemeinsamer Tangenten von $C_1C_2C_3$ liegen, diesen Pol genommen in Bezug auf C_1, C_2, C_3.

Durch diesen Satz wird die Aufgabe gelöst: „Es sind 3 Kegelschnitte $C_1C_2C_3$ gegeben, welche einen 4ten K doppelt berühren; man soll einen 5ten $\mathfrak{K}$ konstruiren, welcher K doppelt und $C_1C_2C_3$ einfach berührt.

Die im vorigen Satz angegebene Construction liefert 2 Kegelschnitte. Da es 4 Gerade, auf denen Durchschnittspunkte gemeinschaftlicher Tangenten liegen, und 4 Chordalpunkte von $C_1 C_2 C_3$ gibt und jede Verbindung einer solchen Linie mit einem Chordalpunkt 2 Auflösungen der Aufgabe gibt, so hat dieselbe im Allgemeinen 32 Auflösungen.

Mit gewissen Modifikationen enthält diese Aufgabe die Auflösungen aller derjenigen Aufgaben, die entstehen, wenn man einen oder zwei oder alle 3 Kegelschnitte $C_1 C_2 C_3$ je in einen Punkt oder eine Gerade übergehen läßt. Treten außerdem noch an Stelle von K 2 Punkte oder 2 Gerade, so erhält man die Construction der Kegelschnitte aus Punkten und geraden Linien. —

Spezielle Fälle.

1) Schneiden sich 3 Kegelschnitte in denselben 2 Punkten A und B und zieht man von dem Durchschnittspunkt P der 3 andern gemeinschaftlichen Sehnen Tangenten an die 3 Kegelschnitte, so liegen ihre Berührungspunkte auf einen neuen Kegelschnitt, der die Linien PA und PB in A und B berührt.

2) Zieht man von einem Punkt P der gemeinschaftlichen Sehne AB an alle Kegelschnitte, welche durch 4 Punkte ABCD gehen, Tangenten, so liegen ihre Berührungspunkte auf einem Kegelschnitt, der PC und PD in C und D berührt.

3) Zieht man von einem Punkt P der gemeinschaftlichen Sehne AB aller Kegelschnitte, welche zugleich demselben Winkel eingeschrieben sind, Tangenten an diese Kegelschnitte, so liegen alle Berührungspunkte auf 2 geraden Linien, die sich im Scheitelpunkt des Winkels schneiden.

§ 13. Die Kegelschnitte $K K_1 K_2 \cdots$ berühren die beiden $C C^1$ doppelt; seien $A A^1$, $A_1 A_1^1$, $A_2 A_2^1 \cdots$ die Berührungspole, so bilden dieselben auf X (§ 4) eine involutorische Punktreihe mit den Doppelpunkten $\mathfrak{x}\mathfrak{x}_1$, also ist $(A A_1 A_2 \cdots A^1 A_1^1 A_2^1 \cdots \mathfrak{x}\mathfrak{x}_1) \pi (A^1 A_1^1 A_2^1 \cdots A A_1 A_2 \cdots \mathfrak{x}\mathfrak{x}_1)$. Sind P und P^1 die Pole einer Geraden G in Bezug auf C und C^1, $p p_1 p_2 \cdots$ in Bezug auf $K K_1 K_2 \cdots$, dann liegen in gerader Linie die Punkte pPA und pP^1A^1, $p_1 P A_1$ und $p_1 P^1 A_1^1$, $p_2 P A_2$ und $p_2 P^1 A_2^1, \cdots$, also sind $p p_1 p_2 \cdots$ die Durchschnitte der projectivischen Strahlbüschel $P (A A_1 A_2 \cdots \mathfrak{x}\mathfrak{x}_1)$ und $P^1 (A^1 A_1^1 A_2^1 \cdots \mathfrak{x}\mathfrak{x}_1)$ und liegen folglich auf einem Kegelschnitt $\mathfrak{K}$, der auch durch PP^1 geht. — Man kann die gemeinschaftlichen Sehnen rs, tu auch als 2 doppelt berührende Kegelschnitte betrachten, deren Berührungspole $\Sigma \Sigma^1$ und $\Sigma_1 \Sigma_1^1$ (cf. § 7) sein mögen, dann schneiden sich auch $P\Sigma$ und $P^1\Sigma^1$, $P\Sigma_1$ und $P^1\Sigma_1^1$ auf $\mathfrak{K}$; also:

Werden 2 Kegelschnitte $C C^1$ von beliebig vielen andern der Schaar K_x (cf. § 4), $K K_1 K_2 \cdots$ doppelt berührt, so liegen die Pole irgend einer Geraden G in Bezug auf alle K_x auf einem Kegelschnitt $\mathfrak{K}$, der auch durch die Schnittpunkte $\mathfrak{x}\mathfrak{x}_1$ gemeinsamer Tangenten von $C C^1$ geht.

Um den Beweis für die Fälle anwenden zu können, wenn einer oder beide Kegelschnitte $C C^1$ in ein Linienpaar übergehen, muß man ihm eine etwas andere Form geben.

G schneide die Berührungssehnen $b b_1 b_2 \cdots b^1 b_1^1 b_2^1 \cdots$ von $C C^1$ mit $K K_1 K_2 \cdots$ in den Punkten $\mathfrak{p}\mathfrak{p}_1\mathfrak{p}_2 \cdots \mathfrak{p}^1\mathfrak{p}_1^1\mathfrak{p}_2^1 \cdots$, dann ist $(b b_1 b_2 \cdots) \pi (b^1 b_1^1 b_2^1 \cdots)$, also auch $(\mathfrak{p}\mathfrak{p}_1\mathfrak{p}_2 \cdots) \pi (\mathfrak{p}^1\mathfrak{p}_1^1\mathfrak{p}_2^1 \cdots)$. Nun sind die Linien pPA, $p_1 P A_1$, $p_2 P A_2, \cdots$ und pP^1A^1, $p_1 P^1 A_1^1$, $p_2 P^1 A_2^1 \cdots$ die Polaren von $\mathfrak{p}\mathfrak{p}_1\mathfrak{p}_2 \cdots$ und $\mathfrak{p}^1\mathfrak{p}_1^1\mathfrak{p}_2^1 \cdots$ in Bezug auf C und C^1, also $(\mathfrak{p}\mathfrak{p}_1\mathfrak{p}_2 \cdots) \pi P (p p_1 p_2 \cdots)$, $(\mathfrak{p}^1\mathfrak{p}_1^1\mathfrak{p}_2^1 \cdots) \pi P^1 (p p_1 p_2 \cdots)$, folglich $P (p p_1 p_2 \cdots) \pi P^1 (p p_1 p_2 \cdots)$.

Wird die Gerade G die unendlich ferne Gerade der Ebene, so geht der vorige Satz über in:

Die Mittelpunkte aller Kegelschnitte K_x, welche 2 gegebene CC^1 doppelt berühren, liegen auf einem durch $\mathfrak{x}\mathfrak{x}_1$ gehenden Kegelschnitt.

Geht G durch $\mathfrak{x}$, so liegen PP^1 in gerader Linie mit $\mathfrak{x}$ und da $\mathfrak{x}$ ein Doppelpunkt der Involution der Berührungspole ist, so entspricht der Strahl $PP^1\mathfrak{x}$ sich selbst in den beiden Strahlbüscheln PP^1, welche durch PP^1 und die Berührungspole bestimmt sind. Dieselben liegen daher perspectivisch und da $\mathfrak{x}_1$ ebenfalls ein Doppelpunkt ist, so muß er auf dem perspectivischen Durchschnitt G_1 liegen. Der Kegelschnitt $\mathfrak{K}$ geht in diesem Fall in das Linienpaar GG_1 über; also:

Die Pole einer Geraden, in Bezug auf alle CC^1 doppelt berührenden Kegelschnitte K_x, durch $\mathfrak{x}$ oder $\mathfrak{x}_1$ liegen wieder auf einer Geraden durch $\mathfrak{x}_1$ oder $\mathfrak{x}$.

Sind $b\,b_1\,b_2 \cdots\; b^1\,b^1_1\,b^1_2 \cdots$ die Berührungssehnen von CC^1 mit $KK_1K_2\cdots$, $PP^1p\,p_1\,p_2\cdots$ die Polaren eines beliebigen Punktes S in Bezug auf $CC^1KK_1K_2\cdots$, so schneiden sich in einem Punkt pPb, pP^1b^1, p_1Pb_1, $p_1P^1b^1_1$, p_2Pb_2, $p_2P^1b^1_2, \cdots$, also sind $p\,p_1\,p_2\cdots$ Verbindungslinien entsprechender Punkte der projectivischen Punktreihen $P\,(b\,b_1\,b_2\cdots)$ und $P^1\,(b^1\,b^1_1\,b^1_2\cdots)$, daher sind $PP^1p\,p_1\,p_2\cdots$ Tangenten eines Kegelschnitts $\mathfrak{K}$, welchen auch die gemeinschaftlichen Sehnen rs, tu berühren, da sie die Doppelstrahlen der Involution $b\,b_1\,b_2\cdots\; b^1\,b^1_1\,b^1_2\cdots$ sind. — Verbindet man $\mathfrak{x}$ und $\mathfrak{x}_1$ mit S und construirt zu den Verbindungslinien und den von $\mathfrak{x}$ und $\mathfrak{x}_1$ ausgehenden Tangenten von CC^1 die 4ten harmonischen, den Linien $\mathfrak{x}S$ und $\mathfrak{x}_1S$ zugeordneten, Strahlen, so sind auch diese Tangenten von $\mathfrak{K}$; also:

Die Polaren eines Punktes S in Bezug auf alle 2 gegebene Kegelschnitte CC^1 doppelt berührenden Kegelschnitte K_x, umhüllen einen Kegelschnitt $\mathfrak{K}$, der auch die gemeinschaftlichen Sehnen rs, tu von CC^1 berührt.

Auch der Beweis dieses Satzes muß eine etwas veränderte Form erhalten, um ihn auf die Fälle anwenden zu können, in denen einer oder beide Kegelschnitte CC^1 in ein Punktpaar übergehen.

Die Verbindungslinien von S mit den Berührungspolen $A\,A_1\,A_2\cdots\; A^1\,A^1_1\,A^1_2\cdots$ seien $\mathfrak{P}\mathfrak{P}_1\mathfrak{P}_2\cdots\; \mathfrak{P}^1\mathfrak{P}^1_1\mathfrak{P}^1_2\cdots$, dann ist $(\mathfrak{P}\mathfrak{P}_1\mathfrak{P}_2\cdots)\;\pi\;(\mathfrak{P}^1\mathfrak{P}^1_1\mathfrak{P}^1_2\cdots)$. Es sind aber die Punkte $(p\,b\,P)$, $(p_1\,b_1\,P)$, $(p_2\,b_2\,P), \cdots$, $(p\,b^1P^1)$, $(p_1b^1_1P^1)$, $(p_2b^1_2P^1), \cdots$ die Pole von $\mathfrak{P}\mathfrak{P}_1\mathfrak{P}_2\cdots$, $\mathfrak{P}^1\mathfrak{P}^1_1\mathfrak{P}^1_2\cdots$ in Bezug C und C^1, also $P\,(p\,p_1\,p_2\cdots)\;\pi\;(\mathfrak{P}\mathfrak{P}_1\mathfrak{P}_2\cdots)$ und $P^1\,(p\,p_1\,p_2\cdots)\;\pi\;(\mathfrak{P}^1\mathfrak{P}^1_1\mathfrak{P}^1_2\cdots)$, daher auch $P\,(p\,p_1\,p_2\cdots)\;\pi\;P^1\,(p\,p_1\,p_2\cdots)$.

Liegt der Punkt S auf der gemeinschaftlichen Sehne rs, so schneiden sich PP^1 auf rs, und da rs ein Doppelstrahl der Involution der Berührungssehnen ist, so entspricht der Punkt (PP^1) sich selbst, folglich liegen die projectivischen Punktreihen $P\,(b\,b_1\,b_2\cdots)$ und $P^1\,(b^1b^1_1b^1_2\cdots)$ perspectivisch. Der 2te Doppelstrahl tu schneidet PP^1 in entsprechenden Punkten, also schneiden sich alle Polaren auf tu, d. h.

Die Polaren eines Punktes S auf einer der gemeinschaftlichen Sehnen rs oder tu von CC^1 in Bezug auf alle doppelt berührenden Kegelschnitte K_x schneiden sich in einem Punkt der andern gemeinschaftlichen Sehne.

Sind K_z, $K_z{}^1$, $K_z{}^{11}, \cdots$ Kegelschnitte der Schaar K_z (Vgl. § 4), $\Sigma\Sigma^1$ die Pole von rs für CC^1, $p\,p^1\,p^2\cdots$ die Pole von rs für $K_zK_z{}^1K_z{}^{11}\cdots$, so liegen nach dem ersten Satz dieses Paragraphen $\Sigma\Sigma^1p\,p^1\,p^{11}\cdots\;\mathfrak{z}\mathfrak{z}_1$ auf einem Kegelschnitt $\mathfrak{K}$. Man muß rt und su ebenfalls als 2 zur Schaar K_z gehörende Kegelschnitte betrachten. Sind $\alpha\alpha^1$ und $\beta\beta^1$ ihre Berührungspole, so liegen

$\Sigma\alpha$r, $\Sigma^1\alpha^1$r, $\Sigma\beta$s, $\Sigma^1\beta^1$s in gerader Linie auf den Tangenten in r und s an C und C^1; also schneiden sich $\Sigma\alpha$ und $\Sigma^1\alpha^1$ in r, $\Sigma\beta$ und $\Sigma^1\beta^1$ in s, und es geht K durch r und s und gehört, da er auch durch $\mathfrak{z}\mathfrak{z}_1\Sigma\Sigma^1$ geht, zur Schaar M (§ 5). — Sind $K_y K_y^1 K_y^{11} \cdots$ Kegelschnitte der Schaar K_y, so liegen $\Sigma\Sigma^1\mathfrak{y}\mathfrak{y}_1$rs auch auf einem Kegelschnitt der Schaar M, welcher mit dem vorigen zusammenfällt, also:

Alle Pole der Sehne rs in Bezug auf alle K_y und K_z, nebst ihren Polen $\Sigma\Sigma^1$ in Bezug auf CC^1, liegen in dem Kegelschnitt der Schaar M, welcher durch rs$\mathfrak{z}\mathfrak{z}_1\mathfrak{y}\mathfrak{y}_1$ geht.

Alle Polaren des Tangentendurchschnitts $\mathfrak{x}$ in Bezug auf alle K_y und K_z, nebst ihren Polaren $\sigma\sigma^1$ in Bezug auf CC^1 berühren den Kegelschnitt der Schaar $\mathfrak{M}$ (§ 6) der R, S, rt, ru, st, su zu Tangenten hat.

Folgerungen.

In Bezug auf alle Kegelschnitte, welche einen gegebenen Kegelschnitt C doppelt berühren und 2 gemeinschaftliche Tangenten haben, 1) umhüllen alle Polaren eines Punktes 2 Kegelschnitte, von denen der eine die Sehnen rs und tu, der andere rt und su berührt, wenn die eine Tangente C in ru, die andere in st schneidet, 2) liegen alle Pole einer Geraden auf 2 Kegelschnitten, welche beide durch den Tangentendurchschnitt gehen.

In Bezug auf alle Kegelschnitte, welche einen gegebenen Kegelschnitt C doppelt berühren und durch 2 gegebene Punkte gehen, 1) umhüllen alle Polaren eines Punktes 2 Kegelschnitte, welche die Verbindungslinie der Punkte berühren; 2) liegen alle Pole einer Geraden auf 2 Kegelschnitten, von denen der eine durch die Schnittpunkte (RS) und (TU), der andere durch (RT) und (SU) geht, wenn RU die Tangenten von dem einen Punkt, ST die vom andern an C sind.

In Bezug auf alle Kegelschnitte, welche durch dieselben 4 Punkte gehen, 1) schneiden sich die Polaren eines beliebigen Punktes in einem Punkt 2) liegen alle Pole einer Geraden auf einem Kegelschnitt, welcher durch den Schnittpunkt der Diagonalen und durch die Schnittpunkte der Gegenseiten des von den 4 Punkten gebildeten Vierecks geht.

Man muß nämlich im ersten Theil die Verbindungslinien der Punktpaare als Berührungssehnen betrachten. Sind bb^1 2 solche Berührungssehnen, so kann man sie auch ansehen als einen Kegelschnitt durch die 4 Punkte. Die projectivischen Punktreihen, in denen bb^1 von den Polaren des beliebigen Punktes geschnitten werden, haben daher im Punkt (bb^1) einen sich selbst entsprechenden Punkt und liegen also perspectivisch.

In Bezug auf alle einem Viereck eingeschriebenen Kegelschnitte 1) liegen alle Pole einer Geraden in gerader Linie; 2) umhüllen alle Polaren eines Punktes einen Kegelschnitt, welcher die beiden Diagonalen und die Verbindungslinie der Schnittpunkte der Gegenseiten berührt.

In Bezug auf alle Kegelschnitte, welche durch 2 Punkte gehen, und 2 Gerade berühren 1) umhüllen alle Polaren eines Punktes 2 Kegelschnitte, welche die Verbindungslinie der Punkte berühren; 2) liegen alle Pole einer Geraden auf 2 Kegelschnitten, welche durch den Tangentendurchschnitt gehen.

In diesem letzten Fall liegen alle Berührungssehnen der Kegelschnitte K mit dem Punktpaar auf dessen Verbindungslinie und alle Berührungspole mit dem Linienpaar in seinem Schnittpunkt. Um also den allgemeinen Beweis anwenden zu können, muß man zunächst den Satz beweisen:

Für alle Kegelschnitte der Schaar K_x, welche durch 2 Punkte MN gehen und 2 Gerade mn berühren, sind die Berührungspole mit MN projectivisch zu den Berührungssehnen mit mn.

Wir betrachten **MN** als Kegelschnitt **C**, **mn** als C^1; dann fallen mit **MN** alle Berührungssehnen **b**, mit (**mn**) alle Berührungspole A^1 zusammen. Die Berührungspole mit **MN** seien (Fig. **XI.**) $A A_1 A_2 \cdots$, die Berührungssehnen mit **mn** $b^1 b_1^1 b_2^1 \cdots$. Für alle K_x gehen alle Berührungssehnen durch **x**, für K_y durch **y** und **MN** sind durch **xy** harmonisch getrennt. — Für $K_1 K_2 \cdots$ ändern sich die Punkte **ABDEF** in $A_1 B_1 D_1 E_1 F_1$, $A_2 B_2 D_2 E_2 F_2, \cdots$. Die Punkte $A A_1 A_2 \cdots B B_1 B_2 \cdots$ liegen auf der festen Geraden $A^1 y$. Da **AF**, $A_1 F_1$, $A_2 F_2 \cdots$ sich in **N** schneiden, so ist $(A A_1 A_2 \cdots) \pi (F F_1 F_2 \cdots) \pi x (B B_1 B_2 \cdots)$, weil **BF**, $B_1 F_1$, $B_2 F_2, \cdots$ sich in **x** schneiden; ferner $x (B B_1 B_2 \cdots) \pi N (D D_1 D_2 \cdots) \pi x (D D_1 D_2 \cdots) \pi x (b^1 b_1^1 b_2^1 \cdots)$, also $(A A_1 A_2 \cdots) \pi (b^1 b_1^1 b_2^1 \cdots)$.

Jetzt kann der allgemeine Beweis unmittelbar angewendet werden. —

§ 14. Sind **K** und **C** 2 sich doppelt berührende Kegelschnitte mit der Berührungssehne **b** und zieht man in den Punkten $\alpha\beta\gamma\delta \cdots$ von **C** Tangenten an **C**, welche **K** in $\mathfrak{a}\mathfrak{a}^1$, $\mathfrak{b}\mathfrak{b}^1$, $\mathfrak{c}\mathfrak{c}^1$, $\mathfrak{d}\mathfrak{d}^1, \cdots$ schneiden, dann liegen die Schnittpunkte $b_1 c_1 d_1 \cdots$ von $\mathfrak{a}\mathfrak{b}^1$ und $\mathfrak{a}^1\mathfrak{b}$, $\mathfrak{a}\mathfrak{c}^1$ und $\mathfrak{a}^1\mathfrak{c}$, $\mathfrak{a}\mathfrak{d}^1$ und $\mathfrak{a}^1\mathfrak{d}, \cdots$ auf der Berührungssehne und es gehen auch die Linien $\alpha\beta$, $\alpha\gamma$, $\alpha\delta, \cdots$ durch b_1, c_1, $d_1, \cdots$. Ist a_1 der Schnittpunkt von $\mathfrak{a}\mathfrak{a}^1$ mit **b**, so ist

$$\mathfrak{a}^1 (a_1 b_1 c_1 d_1 \cdots) \pi \alpha (a_1 b_1 c_1 d_1 \cdots) \pi (\mathfrak{a}\mathfrak{b}\mathfrak{c}\mathfrak{d} \cdots) \pi (\alpha\beta\gamma\delta \cdots).$$

Zieht man von $\mathfrak{a}$ die 2te Tangente an **C** und nennt $\alpha_1 \beta_1 \gamma_1 \delta_1 \cdots$ die Schnittpunkte derselben mit den Tangenten in $\alpha\beta\gamma\delta \cdots$, so ist die Punktreihe $(\alpha\beta\gamma\delta \cdots)$ projectivisch mit $(\alpha_1 \beta_1 \gamma_1 \delta_1 \cdots)$ und folglich auch $(\mathfrak{a}\mathfrak{b}\mathfrak{c}\mathfrak{d} \cdots)$ projectivisch mit $(\alpha_1 \beta_1 \gamma_1 \delta_1 \cdots)$ und weil $\mathfrak{a}$ und α_1 zusammenfallen, so hat man den Satz:

Alle Tangenten des einen von 2 sich doppelt berührenden Kegelschnitten bestimmen auf einer von ihnen und auf dem andern Kegelschnitt 2 projectivische Punktreihen, die einen entsprechend gemeinsamen Punkt haben.

Die Kegelschnitte **K** und K_1 mögen von **C** doppelt berührt werden; seien **b** und b_1 die Berührungssehnen. Bezeichnet man den einen Schnittpunkt von $K K_1$ mit $(\mathfrak{a}\mathfrak{a}_1)$, weil er zu beiden Kegelschnitten gehört und zieht durch $(\mathfrak{a}\mathfrak{a}_1)$ an **C** eine Tangente, welche **K** in $\mathfrak{a}^1$, K_1 in $\mathfrak{a}_1^1$ schneidet und **C** in α berührt; zieht man ferner eine beliebige Tangente durch η auf **C** an **C**, so schneidet diese **K** und K_1 in 4 Punkten $\mathfrak{e}\mathfrak{e}^1 \mathfrak{e}_1 \mathfrak{e}_1^1$ und diese sollen so bezeichnet werden, daß $\mathfrak{a}\mathfrak{e}^1$ und $\mathfrak{a}^1\mathfrak{e}$, $\mathfrak{a}_1\mathfrak{e}_1^1$ und $\mathfrak{a}_1^1\mathfrak{e}_1$ sich auf **b** und b_1 in den Punkten **E** und E_1 schneiden; dann liegen $\alpha\eta E E_1$ in gerader Linie. Alle Tangenten an **C** in den Punkten $\beta\gamma\delta\eta\varphi \cdots$ bestimmen auf **K** und K_1 2 projectivische Punktreihen $(\mathfrak{a}\mathfrak{b}\mathfrak{c}\mathfrak{d}\mathfrak{e} \cdots \mathfrak{a}^1\mathfrak{b}^1\mathfrak{c}^1\mathfrak{d}^1\mathfrak{e}^1 \cdots)$ und $(\mathfrak{a}_1\mathfrak{b}_1\mathfrak{c}_1\mathfrak{d}_1\mathfrak{e}_1 \cdots \mathfrak{a}_1^1\mathfrak{b}_1^1\mathfrak{c}_1^1\mathfrak{d}_1^1\mathfrak{e}_1^1 \cdots)$, die in $\mathfrak{a}\mathfrak{a}_1$ einen gemeinschaftlichen entsprechenden Punkt haben. — Auf **b** und b_1 werden durch die Linien $\alpha\beta$, $\alpha\gamma$, $\alpha\delta$, .. 2 perspectivische Punktreihen (**BCDE**...) und ($B_1 C_1 D_1 E_1$...) bestimmt. Wählt man irgend 2 Punkte derselben z. B. DD_1, so schneiden die Strahlen **aD** und aD_1 die Kegelschnitte **K** und K_1 in 2 entsprechenden Punkten d^1 und d_1^1 und die Strahlen a^1D und $a_1^1 D_1$ in 2 andern entsprechenden Punkten d und d_1. Die Strahlbüschel a^1 (abc.. $a^1b^1c^1$...) und a_1^1 ($a_1 b_1 c_1$.. $a_1^1 b_1^1 c_1^1$...) sind projectivisch und weil die entsprechenden Strahlen a^1a und $a_1^1 a_1$ zusammenfallen, in perspectivischer Lage. Bezeichnet man mit ($\gamma\gamma_1$) den Schnittpunkt der Berührungssehnen **b** und b_1, und zieht die Linie (aa_1) ($\gamma\gamma_1$), so trifft dieselbe einen gemeinschaftlichen Punkt von KK_1, in welchem 2 entsprechende Punkte $c^1 c_1^1$ der Punktreihen (abc... $a^1b^1c^1$...) und ($a_1 b_1 c_1$... $a_1^1 b_1^1 c_1^1$...) zusammenfallen. Die Linie ac ist also der perspectivische Durchschnitt der Strahlbüschel a^1 und a_1^1. Daraus folgt, daß die Punktreihen (abc... $a^1b^1c^1$...) und ($a_1 b_1 c_1$... $a_1^1 b_1^1 c_1^1$...) außer (aa_1) und ($c^1 c_1^1$) keine entsprechend gemeinschaftlichen Punkte mehr haben können. Denn sind **r** und **s** die beiden andern Schnittpunkte von KK_1, so kann weder **ar** noch **as** durch ($\gamma\gamma_1$) gehen; noch auch können sich a^1**r** und a_1^1**r** oder a^1**s** und a_1^1**s** auf ac treffen. Man hat also den Satz:

Wenn 2 Kegelschnitte K und K_1 einen dritten C doppelt berühren, so bestimmen die Tangenten von C auf K und K_1 2 projectivische Punktreihen, welche 2 Paar zusammenfallende entsprechende Punkte besitzen.

Umkehrung.

1. Sind auf einer Geraden G und einem Kegelschnitt K 2 projectivische Punktreihen abcd··· und $a_1 b_1 c_1 d_1$··, welche in (aa_1) einen entsprechend gemeinsamen Punkt haben, so umhüllen die Linien G, bb_1, cc_1, ··· einen Kegelschnitt C, welcher K doppelt berührt.

Denkt man sich nämlich einen Kegelschnitt **C**, welcher **G**, bb_1, cc_1 und **K** doppelt berührt und wäre dd_1 keine Tangente desselben, so könnte man doch von d die Tangente an ihn ziehen, welche **K** in 2 Punkten d_1^1 und d_1^{11} schneidet und es ist entweder (abcd) π ($a_1b_1c_1d_1^1$) oder π ($a_1b_1c_1d_1^{11}$). Es sei das erstere der Fall. Da nun aber auch (abcd) π ($a_1b_1c_1d_1$), so muß ($a_1b_1c_1d_1$) π ($a_1b_1c_1d_1^1$) sein, d. h. die Punkte d_1 und d_1^1 müssen zusammenfallen und dd_1 ist eine Tangente von **C**.

2. Zwei projectivische Punktreihen auf 2 Kegelschnitten K und K_1, welche 2 entsprechend gemeinsame Punkte haben, erzeugen einen Kegelschnitt C, welcher K und K_1 doppelt berührt.

Die Punktreihen seien abcd... und $a_1b_1c_1d_1$..., die entsprechend gemeinsamen Punkte (aa_1), (bb_1). Ist **C** ein Kegelschnitt, welcher **K** und K_1 doppelt so berührt, daß ab durch den Schnittpunkt der Berührungssehnen geht, und welcher außerdem cc_1 berührt, so bestimmen die Tangenten von C 2 projectivische Punktreihen, welche in (aa_1) und (bb_1) entsprechend gemeinsame Punkte haben. Wäre d_1^1 der Punkt auf K_1, welcher dem Punkt d entspricht, so wäre (abcd) π ($a_1b_1c_1d_1^1$). Da aber (abcd) π ($a_1b_1c_1d_1$), so ist auch ($a_1b_1c_1d_1$) π ($a_1b_1c_1d_1^1$) und die Punkte d_1 und d_1^1 müssen zusammenfallen, d. h. dd_1 ist eine Tangente.

Reye gibt von diesen Sätzen in seiner „Geometrie der Lage" andere Beweise mit Hilfe räumlicher Gebilde, der Regelflächen; doch hat er die doppelte Berührung nicht gefolgert.

Im 54ten Bande des Crelleschen Journals hat Schroeter die allgemeineren Sätze bewiesen, wenn die projectivischen Punktreihen keine entsprechend gemeinsamen Punkte haben:

Das Erzeugniß einer krummen Punktreihe auf einem Kegelschnitt mit einer projectivischen Punktreihe auf einer Geraden ist eine Curve von der dritten Klasse und 4ten Ordnung, welche die gegebene Gerade zur Doppeltangente hat und den gegebenen Kegelschnitt dreimal berührt.

Das Erzeugniß zweier projectivischer Punktreihen auf 2 beliebigen Kegelschnitten ist eine Curve 4ter Klasse und 6ter Ordnung, welche 3 Doppeltangenten hat und jeden der Kegelschnitte 4 Mal berührt.

Aehnlich, wie dort, können die Beweise für die speziellen Fälle dieser Sätze gegeben werden. Weil sie unabhängig bewiesen, als Ausgangspunkt für die Theorie der doppelten Berührung dienen können, so mag ihr Beweis hier eine Stelle finden.

Auf der Geraden G und dem Kegelschnitt K seien die projectivischen Punktreihen $a\,b\,c\,d \cdots$ und $a_1 b_1 c_1 d_1 \cdots$, welche den Punkt $(a\,a_1)$ entsprechend gemein haben. Nimmt man auf der Linie $b\,b_1$ einen beliebigen Punkt P und nennt $\mathfrak{P}$ den Schnittpunkt von $b\,b_1$ mit K, so sind die Strahlbüschel $P\,(a\,b\,c\,d \cdots)$ und $\mathfrak{P}\,(a_1 b_1 c_1 d_1 \cdots)$ projectivisch und in perspectivischer Lage. Der perspectivische Durchschnitt geht durch $(a\,a_1)$ und schneidet K noch in einem Punkt Q. Dann sind $P a_1$, $P b_1$, PQ die einzig möglichen Tangenten von einem Punkt P an die erzeugte Curve. Da aber von jedem Punkt eine Tangente durch $(a\,a_1)$ geht, so zerfällt der Strahlbüschel $a\,a_1$, $b\,b_1$, $c\,c_1$ $d\,d_1, \cdots$ in einen Strahlbüschel I. Ordnung mit dem Scheitel $(a\,a_1)$ und einen II. Ordnung, dessen sämmtliche Strahlen also einen Kegelschnitt C umhüllen. — Um von einem Punkt P von $b\,b_1$ die zweite Tangente an C zu finden, ziehe man $P\,c$ und $\mathfrak{P}\,c_1$, welche sich in η schneiden mögen, $a\,\eta$ und verbinde den Durchschnittspunkt e_1 von $a\,\eta$ und K mit P, so ist $P e_1$ die zweite Tangente von P an C. Wählen wir statt des Punktes P den Berührungspunkt B von $b\,b_1$ mit C, und schneiden sich $B\,c$ und $\mathfrak{P}\,c_1$ in β, so muß $a\,\beta$ durch b_1 gehen, weil von B sich außer $b\,b_1$ keine weitere Tangente an C ziehen läßt. Um also auf einer beliebigen Tangente $b\,b_1$ den Berührungspunkt B zu bestimmen, zieht man $\mathfrak{P}\,c_1$ und $a\,b_1$, verbindet ihren Schnittpunkt β mit c und erhält im Durchschnitt von $b\,b_1$ mit $c\,\beta$ den Berührungspunkt B.

Wenn einer der Verbindungsstrahlen z. B. $m\,m_1$ den Kegelschnitt K in m_1 berührt, so muß er, wie aus dem Vorigen folgt, auch C in m_1 berühren. In diesem Falle geht die Polare von m in Bezug auf K durch m_1. Alle Polaren $\mathbf{a\,b\,c\,d} \cdot\cdot$ von $a\,b\,c\,d \cdots$ in Bezug auf K schneiden sich in einem Punkt Π, dem Pol von G und es ist $\Pi\,(\mathbf{a\,b\,c\,d} \cdots)\ \pi\ (a\,b\,c\,d \cdots)\ \pi\ \mathfrak{B}\,(a\,b\,c\,d \cdots)$, wenn $\mathfrak{B}$ ein Punkt von K ist. Beide Strahlbüschel erzeugen aber einen Kegelschnitt $\mathfrak{K}$, der durch $(a\,a_1)$ geht und K außer in $\mathfrak{B}$ noch in zwei Punkten m_1 und n_1 schneidet, in welchen Punkten K und C sich doppelt berühren. Somit ist die erste Umkehrung erwiesen und ebenso beweist man den reciproken Satz:

Zwei projectivische Strahlbüschel I. und II. Ordnung, die einen Strahl entsprechend gemein haben, erzeugen einen Kegelschnitt, der den vom Strahlbüschel II. Ordnung umhüllten doppelt berührt.

Man kann den Beweis auch auf folgende Art führen. Nachdem gezeigt ist, daß die erzeugte Curve ein Kegelschnitt ist, construire man die 2te Tangente von b_1 an denselben. Man zieht zu dem Zweck $\mathfrak{P}\,c_1$ und $b_1 c$, verbindet den Schnittpunkt dieser Linien mit $(a\,a_1)$, so schneidet die Verbindungslinie beider Punkte den Kegelschnitt K in einem Punkt B_1 und $b_1 B_1$ ist die zweite Tangente von b_1. Jedem Punkt, wie b_1, entspricht ein Strahl $a\,B$, und umgekehrt jedem Strahl $a\,B_1$ ein einziger Punkt b_1. Sind nun die Strahlen $a\,B_1$, $a\,C_1$, $a\,D_1, \cdots$

die den Punkten $b_1, c_1, d_1, \cdots$ entsprechenden, so sind die beiden Gebilde projectivisch und es ist auch $(b_1 c_1 d_1 \cdots) \pi (B_1 C_1 D_1 \cdots)$ d. h. alle Tangenten des erzeugten Kegelschnitts schneiden K in 2 projectivischen Punktreihen, folglich berühren sich C und K doppelt. Hiermit ist die 1. Umkehrung bewiesen.

Auf den Kegelschnitten K und K_1 seien 2 projektivische Punktreihen $abcd \cdots$ und $a_1 b_1 c_1 d_1 \cdots$ die in (aa_1) und (bb_1) 2 entsprechende gemeinsame Punkte haben. Die Linien aa_1, bb_1, cc_1, $dd_1 \cdots$ werden eine Curve C einhüllen. Um ihre Klasse zu bestimmen, ziehe man durch einen beliebigen Punkt P Gerade nach $abcd\ldots$, welche K noch in $a^1 b^1 c^1 d^1 \cdots$ treffen. Ist dann A ein beliebiger Punkt von K, so ist das Büschel $A(abcd \cdots a^1 b^1 c^1 d^1 \cdots)$ involutorisch. Ist A_1 ein beliebiger Punkt von K_1, so ist $A (abcd \cdots) \pi A_1 (a_1 b_1 c_1 d_1 \cdots)$. Das Erzeugniß der Büschel A und A_1 ist ein Kegelschnitt $\mathfrak{K}$. Wird dieser von den Strahlen des Büschels $A (abcd \cdots a^1 b^1 c^1 d^1 \cdots)$ in $\alpha\beta\gamma\delta \cdots \alpha^1\beta^1\gamma^1\delta^1 \cdots$ geschnitten, so treffen sich $\alpha\alpha^1$, $\beta\beta^1$, $\gamma\gamma^1, \cdots$ in einem Punkt R. Deshalb ist auch $A_1 (\alpha\beta\gamma\delta \cdots \alpha^1\beta^1\gamma^1\delta^1 \cdots)$ involutorisch. Die Strahlen dieses Büschels schneiden K_1 in den Punkten $a_1 b_1 c_1 d_1 \cdots a_1^1 b_1^1 c_1^1 d_1^1 \cdots$, welche $abcd \ldots a^1 b^1 c^1 d^1 \ldots$ entsprechen und $a_1 a_1^1$, $b_1 b_1^1$, $c_1 c_1^1, \ldots$ schneiden sich in einem Punkt P_1. Um P und P_1 sind die projektivischen Strahlbüschel $P(abcd\ldots)$ und $P_1 (a_1 b_1 c_1 d_1 \ldots)$ entstanden und erzeugen einen Kegelschnitt, welcher durch (aa_1) und (bb_1) geht, K in mn, K_1 in $m^0 n^0$ schneidet, dann sind Pa, Pb, Pm^0, Pn^0 und $P_1 a_1$, $P_1 b_1$, $P_1 m$, $P_1 n$ die möglichen Tangenten von P und P_1 an C. Da aber von jedem Punkt P 2 Tangenten durch (aa_1) und (bb_1) gehen, so zerfällt der Strahlbüschel IV. Ordnung aa_1, bb_1, cc_1, $dd_1 \ldots$ in 2 Büschel I. und einen II. Ordnung, so daß C ein Kegelschnitt ist. —

Nimmt man P auf einer Tangente cc_1 und statt der Punkte AA_1 die Durchschnitte von cc_1 mit K und K_1, so geht der Kegelschnitt $\mathfrak{K}$ in die Gerade ab über. Dem Punkt P entspricht ein Punkt P_1 und die Büschel $P(abcd\ldots)$ und $P_1 (a_1 b_1 c_1 d_1 \ldots)$ erzeugen einen Kegelschnitt M, der durch $abc_1 P P_1$ geht und K nur noch in einem Punkt Q schneidet, so daß PQ die 2te Tangente von P an C ist. Bewegt sich P auf cc_1 und gelangt in die Lagen $P'P'' \ldots$, so bewegt sich P_1 auf der, der Geraden Pc, entsprechenden Geraden. Sind $P_1' P_1'' \ldots$ die entsprechenden Punkte, so erzeugen die projectivischen Büschel P' und P_1', P'' und $P_1'', \ldots$ Kegelschnitte M', $M'', \ldots$ welche, außer in abc_1, K_1 noch in $Q'Q'' \ldots$ schneiden. Die Punktreihe $(QQ'Q'' \ldots)$ ist projektivisch mit $(P'P_1'P_1'' \ldots)$. Ist Π der Berührungspunkt auf cc_1, so entspricht ihm ein Punkt Π_1 und die Büschel Π und Π_1 erzeugen einen Kegelschnitt M, welcher durch ab geht und K_1 in c_1 berührt. Rechnet man also c_1 zur Reihe $QQ'Q'' \ldots$ und entspricht ihm Π_1 in der Reihe $P_1 P_1' P_1'' \ldots$, so ist Π, welcher dem Π_1 in der Reihe $PP'P'' \ldots$ entspricht, der Berührungspunkt von cc_1 mit C. Einfacher findet man den Berührungspunkt auf cc_1, wenn man noch andere Tangenten dd_1, ee_1, ff_1, $gg_1 \ldots$, zu Hilfe nimmt. Die Tangenten cc_1 und dd_1 werden von ee_1, ff_1, $gg_1, \ldots$ in projektivischen Punktreihen geschnitten. Construirt man auf cc_1 den dem Schnittpunkt von cc_1 und dd_1 entsprechenden Punkt, so ist dieser der Berührungspunkt Π. Aus der ersten Construction von Π läßt sich erkennen, daß, wenn eine Tangente mm_1 von C auch K_1 berührt, m_1 ihr gemeinschaftlicher Berührungspunkt mit C und K_1 ist, daß sich also C und K_1 in m_1 berühren. — Nimmt man die Polaren **abcd**$\ldots$ von $abcd\ldots$ in Bezug auf K_1, so bilden dieselben einen Büschel II. Ordnung und es ist $(\mathbf{abcd} \ldots) \pi (abcd \ldots) \pi (a_1 b_1 c_1 d_1 \ldots)$. Die Polare von a ist die Tangente in (aa_1) an K_1 und die projectivischen Büschel $a_1 (a_1 b_1 c_1 d_1 \ldots)$ und $(\mathbf{abcd} \ldots)$, welche (aa_1) oder **a** entsprechend gemein haben, erzeugen einen Kegelschnitt, welcher durch (aa_1), (bb_1) geht und K_1 noch in 2 Punkten $m_1 n_1$ schneidet, in denen C den K_1 berührt. Ebenso zeigt man, daß C den Kegelschnitt K doppelt berührt und damit ist auch die 2te Umkehrung erwiesen.

Es mag an dieser Stelle erwähnt werden, daß man ähnliche allgemeine Sätze, wie die von Schröter gegebenen, erhält, wenn man statt projectivischer Punktreihen ein-zweideutige Punktreihen nimmt. Wenn nämlich eine Punktreihe a b c d ... einer Punktinvolution $a_1\, a_2\, b_1\, b_2\, c_1\, c_2 \cdots$ so zugeordnet wird, daß jedem Punkt a ein Punktpaar $a_1\, a_2$ und jedem Punkt a_1 und a_2 eines Punktpaars derselbe Punkt a entspricht, so nennt Weyr in seiner „Theorie der mehrdeutigen geometrischen Elementargebilde" diese beiden Punktreihen in ein-zweideutiger Beziehung. Dann gelten die Sätze:

Zwei ein-zweideutige Punktreihen auf einem Kegelschnitt erzeugen eine Curve III. Klasse und IV. Ordnung, welche den Kegelschnitt 3 Mal berührt und eine Doppeltangente hat.

Zwei ein-zweideutige Punktreihen auf einer Geraden G und einem Kegelschnitt K, erzeugen, wenn die eindeutige Reihe auf G ist, eine Curve IV. Klasse, VI. Ordnung, welche K 4 Mal berührt und 3 Doppeltangenten hat, von denen eine G ist.

Zwei ein-zweideutige Punktreihen auf einer Geraden G und einem Kegelschnitt K erzeugen, wenn die zweideutige Reihe auf G ist, eine Curve V. Klasse VIII. Ordnung, welche K fünfmal berührt und G zu einer 4fachen Tangente hat.

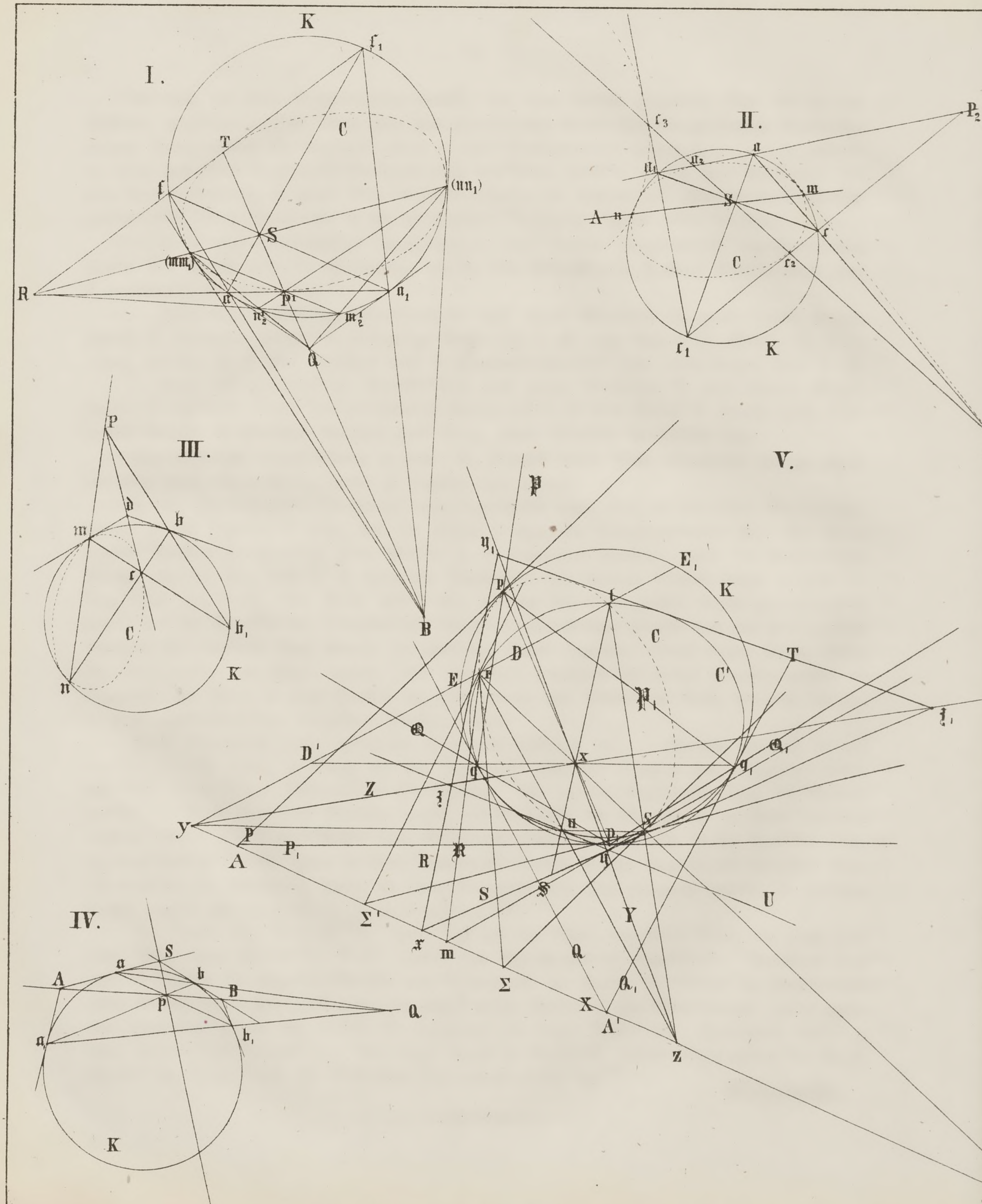
Der beschränkte Raum erlaubt es nicht, die Beweise dieser Sätze mitzutheilen und zu zeigen, wie man durch Spezialisirung wieder zu Kegelschnitten gelangt.

§. 15. Die konjugirten Durchmesser eines Kegelschnitts bilden einen involutorischen Strahlbüschel, welcher bei der Hyperbel 2 reelle, bei der Ellipse 2 imaginäre Ordnungsstrahlen hat. Die beiden letzteren schneiden die unendlich ferne Gerade in 2 imaginären Punkten. Wird der involutorische Büschel von der Art, daß je 2 konjugirte Durchmesser auf einander senkrecht stehen, so heißt der Kegelschnitt ein Kreis. Alle Kreise müssen aber dieselben beiden imaginären Punkte gemeinschaftlich haben, weil die Strahlen der involutorischen Büschel der Durchmesser parallel sind und je 2 parallele Strahlen die unendlich ferne Gerade in demselben Punkt schneiden. Diese beiden Punkte mögen Normalpunkte der Ebene heißen. Die nach ihnen gerichteten imaginären Strahlen müssen als Tangenten der Kreise in jenen Punkten angesehen werden und concentrische Kreise berühren sich also in ihren gemeinschaftlichen imaginären Punkten doppelt.

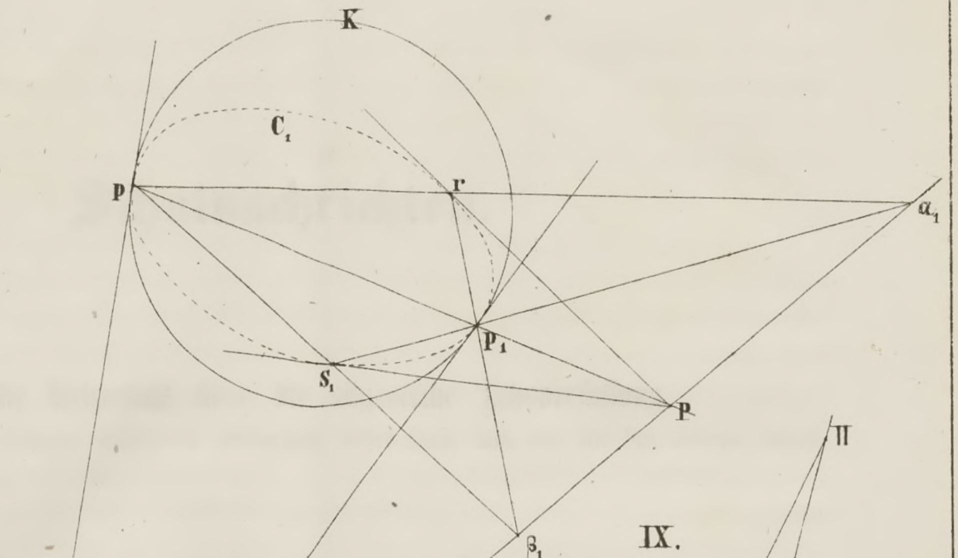
Jeder Brennpunkt eines Kegelschnitts ist dadurch bestimmt, daß je 2 Strahlen desselben, die auf einander senkrecht stehen, in Bezug auf den Kegelschnitt conjugirte Strahlen sind. Dieselben bilden also einen rechtwinkligen involutorischen Strahlbüschel. Die von den Brennpunkten nach den Normalpunkten der Ebene gerichteten Strahlen müssen als Tangenten des Kegelschnitts in ihnen betrachtet werden. Haben also 2 Kegelschnitte einen Brennpunkt gemein, so kann man sie als demselben Winkel eingeschrieben ansehen; haben sie beide Brennpunkte gemein, so kann man sie als demselben Vierseit eingeschrieben betrachten; haben sie einen Brennpunkt und seine Directrix gemein, so berühren sie sich doppelt und die Directrix ist die Berührungssehne.

Auf Grund dieser Betrachtungen erhält man aus den früher entwickelten Sätzen eine große Zahl neuer Sätze, über concentrische Kreise, einfach und doppelt confocale Kegelschnitte. Besonders folgt auch die Theorie der Aehnlichkeitspunkte und Potenzlinien der Kreise, die Lösung des Berührungsproblems und ein großer Theil derjenigen Sätze, welche Steiner in den Abhandlungen „Ueber einige neue Bestimmungsarten der Curven II. Ordnung" im 45ten Bande und „Elementare Auflösung einer geometrischen Aufgabe und über einige damit in Beziehung stehende Eigenschaften der Kegelschnitte" im 37ten Bande des Crelle'schen Journals entwickelt hat.

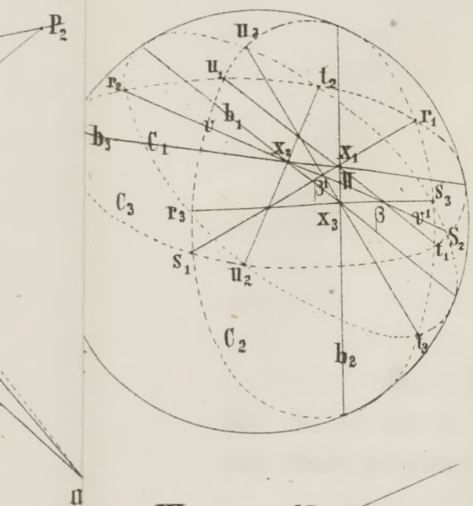
Milinowski.


I.
II.
III.
IV.
V.

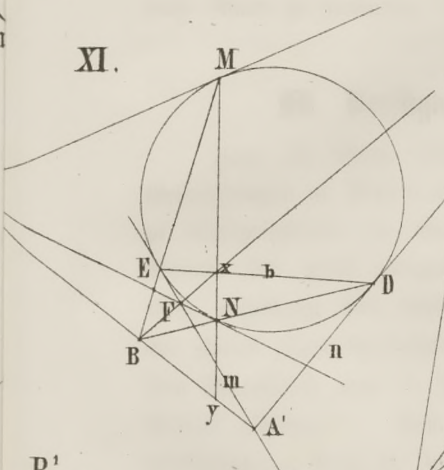
VII.



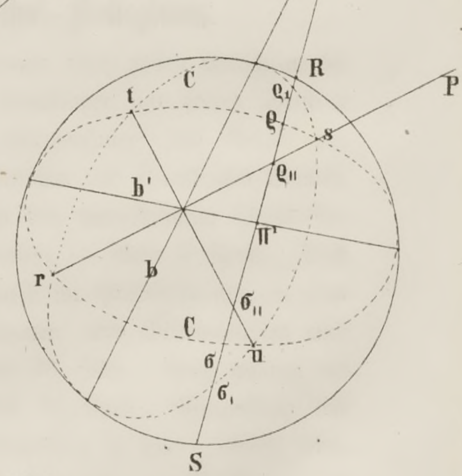
VI.



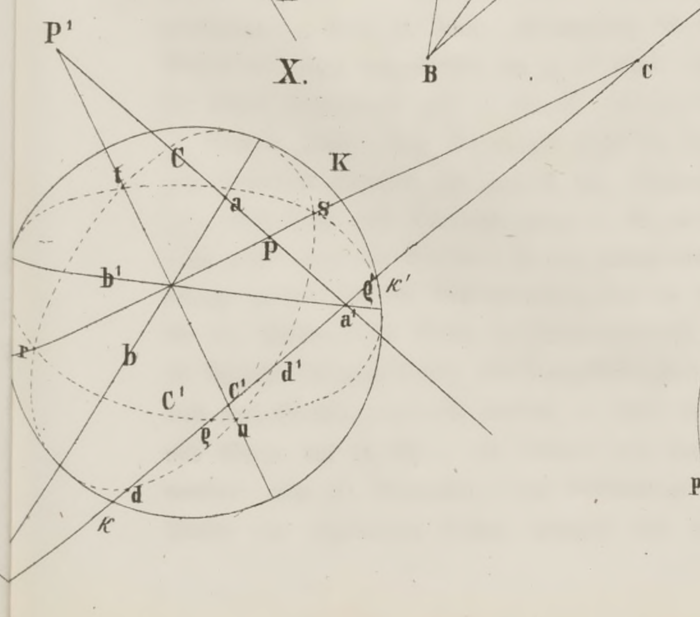
XI.



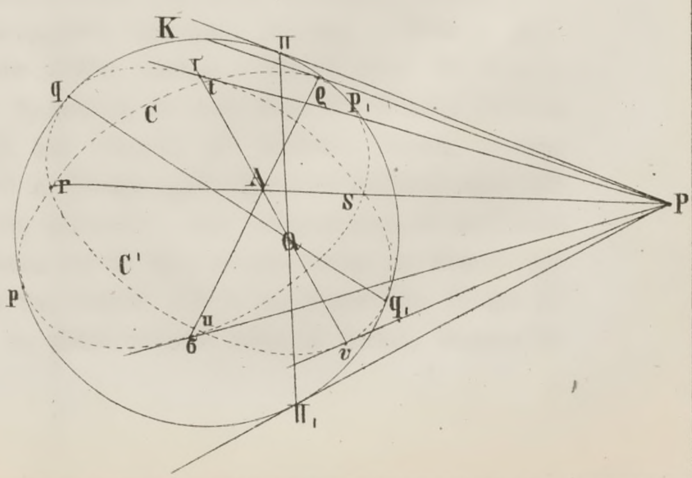
IX.



X.



VIII.



Schulnachrichten.

A. Die Uebersicht über die allgemeine Lehrverfassung

fällt, da sie sich im Ganzen alljährlich wiederholt, dieses Jahr aus, um für den andern Inhalt mehr Raum zu gewinnen.

B. Verfügungen des Königl. Provinzial-Schul-Kollegiums.

Vom 23. März 1869: Nach dem Min.-Erlaß vom 8. Januar 1869 sollen Postscheine bei Geldsendungen an Private bis 50 Thlr. als Quittung gelten; die Empfänger sind jedoch schriftlich zu benachrichtigen. — Vom 27. März: Dem Besuche der Wirthshäuser von Seiten der Schüler soll durch geeignete Ermahnungen und Erweckung einer sittlichen und ehrenhaften Sinnesweise vorgebeugt und vorkommende Vergehen strenge bestraft und das unnachsichtige Einschreiten der Polizei gegen die Inhaber der Lokale in Anspruch genommen werden. — Vom 5. April: Nach dem Min.-Erlaß vom 31. März 1869 sollen die Schulamts-Kandidaten ihr Probejahr nur an einer Anstalt abhalten. — Vom 24. April: Die Verbindung der Sommer- und Michaelsferien wird genehmigt. — Vom 2. Juni: Mittheilung des Min.-Erlasses vom 26. Mai, durch welchen das Gehalt der ersten Lehrerstellen um je 50 Thlr. erhöht wird. — Vom 24. April: Mittheilung, daß der Lehrer Feyerabendt zum 1. August als Oberlehrer an das Gymnasium in Thorn versetzt wird. — Vom 8. Juni: Der Schulamts-Kandidat Rumler soll vom 9. September ab am Gymnasium sein Probejahr abhalten und zugleich dem abgehenden Lehrer Feyerabendt vertreten. — Vom 9. Juni: Die Lehrer Hahn und Kownatzki sollen in die nächsthöhern Lehrerstellen einrücken. — Vom 8. Juni: Dem ersten Lehrer der Vorschule ist eine Zulage von 50 Thlr. bewilligt. — Vom 5. Juni: Es soll dafür gesorgt werden, daß die Bestimmungen über die Anwendung der neuen Maß- und Gewichts-Ordnung für den Norddeutschen Bund im Rechenunterrichte hier rechtzeitig zur Einübung kommen. — Vom 26. August. Es sollen künftig ans Prov.-Schul-Koll. in Königsberg 323 Exemplare des Programms (und 126 nach Berlin) eingesandt werden. — Vom 24. September: Das Schulgeld wird für die Quinta und Sexta auf 16 Thlr., für Quarta und Tertia auf 20 Thlr. jährlich erhöht. — Vom 5. November: Am 10. November, dem Geburtstage M. Luthers, soll in den evangelischen Kirchen des Landes ein allgemeiner Bettag gehalten und der Schulunterricht ausgesetzt werden, nachdem die

Schüler über den Inhalt und Zweck der bevorstehenden Feier belehrt und durch Hinweis auf die im Ausbau der evangelischen Kirche liegenden Segnungen zur inneren Theilnahme an diesem Werke und zum Gebet für dasselbe angeregt worden sind. — Vom 9. April 1870: Das Gehalt der 3., 4., 5. und 6. Lehrerstelle wird um je 50 Thlr. vom 1. April erhöht. — Vom 5. Mai: Es sollen 329 Programme nach Königsberg gesandt werden. — Vom 10. Mai: Der Ministerial-Erlaß vom 5ten Mai wird mitgetheilt, durch den die Gehälter der 2., 3. und 4. Oberlehrerstelle und der 1., 2., 3., 4., 5. und 7. ordentlichen Lehrerstelle vom 1. Januar ab um je 50 Thlr. erhöht werden, und somit der Normal-Etat für das hiesige Gymnasium durchgeführt ist. — Vom 9. Mai: Der Lehr- und Stundenplan soll spätestens vier Wochen vor Beginn des neuen Schuljahres eingereicht werden. — Vom 24. Juni: Antwort auf den Antrag des Direktors, die Sommerferien für das Gymnasium und die Realschule in Uebereinstimmung zu bringen: „Die Sache wäre dem Herrn Minister zur Entscheidung vorgelegt." — Vom 24. Juni: Es soll für Zuführung frischer Luft in den Klassen gesorgt werden. — Vom 28. Juni: Abschrift des Ministerial-Erlasses vom 18. Juni c. Die Kenntniß der ersten nothwendigen Hilfsleistungen in Fällen von Körperverletzungen sollen vom Jahre 1871 ab bei der Turnlehrer-Prüfung unbedingt gefordert werden.

C. Chronik des Gymnasiums.

Der Unterricht schloß Ostern 1869 am 20. März und begann wieder den 5. April. Der Unterricht im Winter 1869/70 begann am 9. September 1869 und schloß am 9. April 1870; begann wieder am 25. April und schließt am 30. Juli.

Seit Ostern 1869, um welche Zeit das letzte Programm ausgegeben wurde, haben die Anstalt verlassen: Herr Feyerabendt, welcher vom 31. Juli ab als Oberlehrer des Gymnasiums in Thorn berufen war, und zu Ostern 1870 Herr Dr. Fischer II.; auch Herr Lentz, welcher hier sein Probejahr abhielt, ist Ostern d. J. in die hiesige höhere Mädchenschule als Lehrer eingetreten. Nach Abgang des Herrn Feyerabendt rückten die folgenden Lehrer in die höhern Stellen ein. An die Stelle des Herrn Feyerabendt und Dr. Fischer II. sind bei uns am 1. September 1869 Herr Rumler und am 15. April 1870 Herr Dr. Goerke eingetreten. Auch an der Vorschule trat ein Lehrerwechsel ein, indem in die Stelle des nach Gerdauen als Konrektor der Stadtschule versetzten Lehrers Zernikow am 1. Oktober Herr Tolckmitt eintrat.

Im Jahre 1869 hat die Schule in Folge der hier herrschenden Epidemie viele schwere Verluste von Schülern durch den Tod erlitten. Es starb am 24. März 1869 der Obertertianer Gudbat an einem Herzleiden, am 28. April der Abiturient Brenke und der Ober-Sextaner Bannat, Brenke an der Schwindsucht, Bannat am Nervenfieber nach vorangegangenem Scharlach. Ferner starb am 7. Mai der Schüler der Vorschule Trudrung an der Lungenentzündung, am 11. Juni der Quartaner E. Schultz an der Gehirnentzündung am 11. Juli v. J. der Quintaner Killat am Typhus und endlich am 1. August der Schüler der Vorschule Stern an der Bräune. — Von dieser Zeit ab besserte sich der Gesundheitszustand. Jedoch leider klopfte der Tod noch einmal an und raubte uns nach langem Siechthum einen unserer liebsten und tüchtigsten Schüler, den Oberprimaner Bernhard Gamradt, welcher im Elternhause in der Nacht vom 15. zum 16. Mai d. J. mitten in der Feier der silbernen Hochzeit der Eltern starb und die Freude des schönen Familienfestes in Todtenklage verwandelte. Der Gesundheitszustand unter den Lehrern war im Ganzen befriedigend, indem nur leichtere, auf eine ganz kurze Zeit beschränkte Krankheitsfälle vorkamen, bis auf die schwere Erkrankung des Herrn Dr. Goerke, der seit dem 12. Mai darniederliegt, ohne daß bis jetzt mit Bestimmtheit der Zeitpunkt seiner völligen Wiederherstellung angegeben werden kann.

Am 6. Juli v. J. Nachmittag machte die Schule ihren jährlichen Spaziergang nach Grünwalde, vom schönen Wetter begünstigt und unter zahlreicher Betheiligung von Seiten der Eltern und Angehörigen der Schüler.

Am 31. Mai v. J. wurde Herr Oberlehrer Meckbach, so wie der Unterzeichnete, zur 14tägigen Schwurgerichtssitzung einberufen, ebenso am 8. Juli Herr Dr. Fischer I. und am 21sten März d. J. Herr Hahn. Am 16. September feierte das Gymnasium, wie gewöhnlich in Gemeinschaft mit den Lehrern und Schülern der übrigen Schulen, das heilige Abendmahl, an welchem von Seiten der Lehrer des Gymnasiums und ihrer Familien 34 Personen, von den Schülern 41 Theil nahmen.

Vom Schiller-Comité erhielten 1869 1) der Ober-Primaner Milchhoefer Schillers sämmtliche Werke in 12 Thl., 2) der Ober-Primaner Pauly Schillers poetische Werke, 3) der Unter-Primaner Ansat Schillers Wallenstein mit Kupfern. — Ein zweites Exemplar von Schillers sämmtlichen Werken, welches ein Mitglied des Schiller-Comités Herr Musiklehrer Vetter geschenkt hatte, erhielt der Ober-Primaner Krantz.

Das Universitätsstipendium von 100 Thlr. erhielten zu gleichen Theilen zu Ostern 1869/70 und Ostern 1870/71 die Studiosen Edwin Richter und Otto Frick.

Am 27. und 29. Juli v. J. wurde wegen zu großer Hitze (21° und 23°) die 2. Nachmittagsstunde frei gegeben. Ebenso wurde am 4., 5. und 7. Februar 1870 wegen großer Kälte 23°, 25°, 21°) die Schule geschlossen. Am 12. Juli d. J. fiel wegen der Hitze 23° eine Nachmittagsstunde aus. Am 4. November v. J. wurde zu meinem 25jährigen Directorats-Jubiläum von Seiten meiner Herren Kollegen und von einem Comité von ältern Schülern, von Eltern ehemaliger und jetziger Schüler und Freunden eine Festfeier veranstaltet. Für die mir bei dieser Gelegenheit weit über meine Verdienste zu Theil gewordene außerordentliche Auszeichnung und für die vielfachen Beweise des Wohlwollens spreche ich hier noch einmal allen dabei Betheiligten meinen herzlichsten und innigsten Dank aus. Eine Beschreibung des Festes, wie sie für die hiesige Zeitung von Herrn Oberlehrer Schiekopp abgefaßt war und nun von demselben noch mit einigen Zusätzen versehen ist, folgt hier.

Das 25jährige Directorats-Jubiläum

des Herrn Gymn.-Directors Professor Fabian wurde am 3. und 4. November 1869 festlich begangen. Am Vorabende des eigentlichen Festtages wurde die Feier im Saale des Casino's eingeleitet durch die Tragödie „Antigone" von Sophokles, welche in griechischer Sprache von den Primanern des Gymnasiums aufgeführt wurde.*)

Nach der Festouvertüre trug zunächst der Primaner M. Schilling folgenden von Herrn Oberlehrer Meckbach gedichteten Prolog vor, der in sinniger Weise auf den Inhalt des vorzuführenden Trauerspiels hinwies und nach einer dem Jubilar dargebrachten Huldigung um die gütige Nachsicht des zahlreich erschienenen Publikums bat.

„Auf geht der Vorhang und ein stolzes Schauspiel
Hat der Prolog Euch heute zu verkünden,
Ein Schauspiel, das mit lichter Ruhmeskrone
Des Dichters Haupt auf ewig wird umwinden,
Das auf die Höhen edler Menschenwürde
Unser bewundernd Auge lenkt und wieder
Den Blick mit eindrucksvollem Mahnen leitet
In unsres Herzens dunkle Tiefen nieder.

Ein Trauerspiel, das wie kaum je ein andres
Mit Schmerz und Schauer unser Herz durchdringet,
Und dennoch uns erhebt mit freud'gem Fühlen,
Daß hohen Sinn auch nicht der Tod bezwinget,
Und das mit seiner Sprache süßem Wohllaut
Eintön'gem Alltagsleben uns entführet
Und uns entzückt wie holde Harfenklänge,
Wenn zarte Saiten Meisterhand berühret.

Ein reiches Bild entrollt es unserm Auge
Mit hellem Licht gemalt und düsterm Schatten,
Wie vor der Menschheit heiligen Gesetzen,
Den ewigen, die Willkür muß ermatten.

Dies Bild, es zeigt mit wunderbarer Klarheit
Den Sieg der edelsten und reinsten Triebe
Und von des Lebens stolzen Höhen führt es
Bis zur Gemeinheit schnöder Eigenliebe.

Der Bruderliebe weiht die Heldenjungfrau,
Der heil'gen, Alles, was ihr lieb auf Erden,
Die Schwester, der Geliebte, jede Hoffnung
Muß dieser höchsten Pflicht zum Opfer werden.
Den Leib des Todten vor der Schmach zu schützen,
Die Fürsten-Willkür über ihn geboten,
Trotzt sie, das schwache Weib, dem starken Manne,
Zahlt mit dem Tode ihre Treu' dem Todten.

Und welch ein rührend Bild die zarte Schwester
Von ächter Weiblichkeit! Emporzuschwingen
Vermag sie nicht zur That sich, trübes Ahnen
Beschleicht sie, banger Zweifel am Gelingen.
Und dennoch, wo des Unheils düst're Wogen
Ueber der Schwester Haupt zusammenschlagen,
Vergilt sie Spott und Kränkung mit der Bitte,
Mit ihr das bitt're Todesloos zu tragen.

---

*) Die Rollen waren folgendermaßen vertheilt:

Antigone	A. Milchhöfer.
Ismene	J. Israel.
Kreon	B. Gamradt.
Hämon	E. Dippe.
Tiresias	E. Kalkowsky.
Eurydike	A. Lepa.
Wächter	R. Ansat.
Bote	O. Ziehe.
Zwei Trabanten des Kreon	O. Fritz. M. Schilling.
Ein Knabe des Tiresias	J. Engelke.

Chor von 14 thebanischen Greisen, bestehend aus den beiden Chorführern H. Pauly und E. Krantz und den Primanern F. Köhler, J. Markuse, L. Koch, W. Muttray, R. Kleffel, D. Meyerowitz, G. Herrendörfer, A. Albrecht, J. Collin, O. Hessen, A. Markuse, H. Reuter und H. Rhode.

Und welche ernste Mahnung giebt des Königs
Ergreifend Bild den Großen dieser Erde!
Daß nie des Schicksals Nemesis enteilet,
Wer stolz gebeut, daß Macht zum Rechte werde.
Er, dessen Willkür sich unfehlbar wähnet,
Der selbst des blinden Sehers Wort nicht achtet,
Er steht zuletzt von graus'gem Leid geschlagen
Und von der Schuld Bewußtsein tief umnachtet.

Wem dringt da nicht das Wort tief in die Seele,
Mit dem der Chor das Meisterwerk beendet,
Das erste Gut bei weitem hier auf Erden
Ist die Besonnenheit; denn sie nur spendet
Uns Glück. Mit schweren Wunden müssen büßen,
Die gegen Götter Ehrfurcht keck verletzen,
Bis erst zu späte Reue sie belehret,
Stets sich zu beugen heiligen Gesetzen.

Doch wie! sich an das Meisterstück zu wagen
Mit keckem Muthe, ist es nicht vermessen
Für unsre junge Kraft, die nicht bewährte?
Und haben wir die Schranken nicht vergessen,
Die nicht zu überschreiten uns der Tugend
Bescheid'ner Sinn gebeut? Wird es gelingen
Mit unserm wohlgemeinten ernsten Streben
Auch nur bescheid'ne Gabe Euch zu bringen?

Wohl wär' es kühn, wenn nicht ein Schild uns deckte,
Ein guter Schild, auf dessen Schutz wir bauen,
Der uns bewahrt vor jeder falschen Deutung
Und dem wir gern mit frohem Muth vertrauen;
Die Liebe ist's, Verehrung, die wir dankbar
Zu seinem Fest dem Lehrer heut' bekunden,
Dem treuen, guten, der so lange Jahre
In seiner Schüler Wohl sein Glück gefunden.

Und wenn die Klänge, die ihn oft begeistert,
Die Lippen derer ihm entgegenbringen,
Die er gelehrt, die Alten zu verstehen,
In ihrer Weisheit Tiefen einzudringen,
Und die er liebt, dann tönen sie ihm freundlich,
Wir wissen es, entgegen; nur den Willen,
Den guten, sieht er an, verzeihet gerne,
Wenn, wie wir's möchten, wir ihn nicht erfüllen.

Und nun an Euch, die freundlich uns die Ehre
Erwiesen, hier als gern geseh'ne Gäste
Heut' zu erscheinen, und noch höh're Weihe
Dadurch gegeben unserm schönen Feste,
Wagt der Prolog die Bitte, zu vergeben,
Will's unsrer schwachen Kraft nicht recht gelingen,
Und Nachsicht zu gewähren, wenn das Wollen
Zu weit zurückbleibt hinter dem Vollbringen.

Auch hätten gern wir äußerlich umgeben
Mit reicherm Schmucke und in würd'ger Weise
Des Dichters Helden, wär's vergönnt gewesen
In unserm kleinen und beschränkten Kreise.
So müßt auch hier Ihr güt'ge Nachsicht üben,
Wenn wir mit kleinen Mitteln uns begnügen,
Wo die Nothwendigkeit gebeut, die starre,
Die sich mit unsrer Kraft nicht ließ besiegen.

So sei's gewagt denn! und das Bild entrolle
Sich Euerm Blick! Sei freundlich zugewendet
Uns Eure Gunst! Dann wird für unser Streben
Uns schöner, überreicher Sold gespendet,
Und wenn wir unserm hochverehrten Lehrer
Des Beifalls freundlich Lächeln abgewinnen,
Dann sind wir glücklich und mit frohem Herzen
Und reich belohnet ziehen wir von hinnen.

Die Vorstellung der Antigone selbst, die nun mit der dazu componirten Ouverture folgte, erregte sichtlich das lebhafteste Interesse des Publikums. Wenn auch die Mehrzahl desselben, insbesondere die zahlreich vertretene Damenwelt, nicht im Stande war, den griechischen Text zu verstehen, so war doch durch die Vertheilung von Prospecten mit eingehendem Inhaltsbericht des Stückes dafür gesorgt, daß jeder der Darstellung mit Verständniß folgen konnte. In den Händen mancher Verehrer des griechischen Alterthums sah man Exemplare der Antigone in griechischer oder deutscher Sprache, welche eifrig mit dem Vortrage der Darstellenden verglichen wurden. Allgemein aber wurde der Fleiß und die Sorgfalt anerkannt, womit das schwierige Stück einstudirt und eingeübt war, und hat sich Herr Oberlehrer **Pöhlmann** ein nicht geringes Verdienst dadurch erworben, dem Publikum ein Bild der alten Tragödie in gelungener Weise zur Anschauung gebracht zu haben. Aber auch allen Darstellern gebührt der Dank ihrer Zuhörer für die große Mühe und den Fleiß, den sie Monate lang der Sache gewidmet haben. —

Nach der Aufführung der Antigone brachten Schüler der Anstalt dem Jubilar in seiner Wohnung noch ein Ständchen unter Leitung des Herrn Oberl. **Skrodzki**; sie sangen den Chor aus dem ersten Finale von Beethoven's Fidelio „O, welche Lust! in freier Luft den Athem leicht zu haben", sodann den Chor aus der Antigone „O Eros, Allsieger im Kampf", nach Mendelssohn's Composition und „**Integer vitae**", comp. von Flemming. —

Donnerstag, den 4. November, fand die eigentliche Schulfeier in der Aula des Gymnasiums statt, wozu sich die Schüler und das Lehrer-Collegium Morgens 10 Uhr eingefunden hatten. Von einer Deputation des Fest-Comité's eingeladen, wurde der Jubilar, als er in der Aula erschien, von allen Anwesenden mit ehrerbietigem Gruße empfangen. Die Feier selbst begann mit dem Gesange des Chorals „Lobe den Herrn ꝛc." mit Orchesterbegleitung und Gebet. Hierauf hielt der erste Oberlehrer der Anstalt, Herr **Dr. Kossinna**, eine längere Ansprache, um im Auftrage des Collegiums die Glückwünsche desselben dem Director zu seinem Ehrentage darzubringen. Redner hob hervor, daß fast 300 Jahre verflossen seien, seitdem diese Schule als eine Pflanzstätte deutscher Bildung im äußersten Nordosten unseres Vaterlandes gegründet worden; 27 Rectoren und Directoren haben während dieses Zeitraums an ihrer Spitze gestanden, aber nur zwei unter ihnen erfreuten sich einer gleich langen Wirksamkeit, keiner eines solchen Festes. Hierauf entrollte Redner ein Bild der amtlichen Thätigkeit des Jubilars als Director und Lehrer der Anstalt, mit allen ihren Mühen und Sorgen, aber auch mit aller Freude und allem Segen, die sie in hohem Maße begleitet haben. Er wies darauf hin, daß diese Feier nur möglich geworden sei durch die allgemeine Sympathie für den Jubilar in allen betheiligten Kreisen und durch die Anerkennung der Verdienste, welche derselbe sich um das Gymnasium erworben habe. Das Wort, welches einst der 16jährige Primaner seinen Mitschülern zugerufen: „Es ist die Pflicht des Jünglinges, immer vorwärts zu streben!" — habe der Jubilar bewährt nicht blos als Jüngling, sondern auch als Mann. Als er heute vor 25 Jahren die Leitung dieser Anstalt übernommen, war das Gymnasium in seiner Entwickelung gehemmt und seine Schülerzahl bis auf 136 vermindert. Unter dem neuen Director traten alsbald günstigere Zustände ein; schon nach 7 Jahren seiner Amtsführung war die Schülerzahl um 100 vermehrt und heute ist die Anstalt auf mehr als das Dreifache ihres ursprünglichen Umfanges gewachsen, was allerdings nur durch Erweiterung der Räumlichkeiten, Theilung der Klassen und Vermehrung der Lehrkräfte möglich geworden, so daß aus dem einfachen sich gewissermaßen ein doppeltes Gymnasium entwickelt hat, welches jetzt seine Schüler aus eigener Vorschule empfängt und so vom Alphabet bis zu den Universitätsstudien führt. Redner gab nun eine warme Schilderung der pädagogischen Wirksamkeit des Jubilars, der seine erziehende Thätigkeit nicht darauf beschränke, seinen Zöglingen einen reichen

Schatz von Kenntnissen mitzutheilen, sondern ebenso sehr bestrebt sei, in ihnen die Kraft des Willens und Festigkeit des Charakters zu entwickeln und heranzubilden. Wie väterliche Liebe zu allen seinen Schülern das Hauptmittel seiner erziehenden Thätigkeit, so sei herzliches Wohlwollen das Band, welches ihn mit den Mitgliedern des Collegiums innig verbinde, unter denen er mit glücklichem Erfolge das collegialische Verhältniß und Einverständniß erstrebt, befördert und erhalten habe, wodurch die für die Schule nothwendige Uebereinstimmung in der Handhabung der Disciplin und in der Methode des Unterrichtes leicht herbeigeführt worden sei. Und wie Jubilar seine väterliche Fürsorge für die Schüler durch Begründung eines Stipendiums bekundet, so habe er auch in liebevoller Theilnahme der Angehörigen seiner Amtsgenossen gedacht, um durch Stiftung eines Lehrer-Wittwen- und Waisen-Fonds das Loos derer zu mildern, die einst des Versorgers beraubt sein werden. Redner schließt mit den Worten: „Die Gefühle der Hochachtung und Verehrung, die wir gegen Sie hegen, sie sind Ihnen nicht unbekannt; so manches Jahr gemeinsam verlebt in Leid und Freude, in ernster Arbeit und in froher Geselligkeit wird sie Ihnen besser offenbart haben, als meine Worte es im Stande wären. Aber ein Zeichen dieser unsrer Gesinnung bitten wir Sie freundlich aufzunehmen, welches, wenn Sie einst im sanften Lichte der Abendsonne Ihres Lebens in wohlverdienter Muße es zur Hand nehmen, Ihnen eine liebe Erinnerung an die Stätten erneuern möge, welche als eben so viele Marksteine in dem Entwickelungsgange Ihres Lebens dastehen; und wenn dann Ihr Auge auf diesen Ansichten ruht, wenn diese kurzen, lapidaren Züge sich Ihnen im Fluge der Gedanken zu reichen Bildern aus froher Knaben-, aus ernster Manneszeit entfalten, dann möge zu den schönsten Erinnerungen Ihres Lebens auch die an den heutigen festlichen Tag gehören, zu welchem wir Ihnen mit herzlichem Dank für alles Gute zugleich den innigsten Wunsch darbringen, daß es Ihnen beschieden sein möge, mit der rüstigen Kraft und der geistigen Frische, deren Sie Sich erfreuen, noch recht lange Ihrer segensreichen Thätigkeit erhalten zu bleiben zu Ihrer und unser aller Freude und zum Heil der Anstalt, mit deren Geschichte das ehrenvolle Andenken Ihres Namens für immer verbunden ist! Das walte Gott!" —

Zugleich mit diesem Glückwunsche wurde von Herrn Oberlehrer Meckbach im Namen des Lehrer-Collegiums ein Album mit lateinischer Ode, Ansichten und Photographien enthaltend, überreicht, nachdem schon vorher von Seiten der Schüler ein silberner Tafelaufsatz mit lateinischer Widmung geschenkt worden. Ebenso hatten schon Tags zuvor die Gymn.-Lehrer Herren Rehberg und Gisevius zwei Oelgemälde, das Portrait des Herrn Oberlehrer Pöhlmann, eines Schwiegersohnes des Jubilars, und eine Ansicht von Neapel, übersandt. Die von dem Herrn Oberlehrer Meckbach gedichtete Widmungsode lautet lateinisch und deutsch also:

Hunc si tu placido lumine videris, Quem nos grata jubet mens tibi tradere, Librum te admoneant laurigerae tuae Vitae et laudis imagines!	Wenn Dein freundlicher Blick einst diese Blätter schaut, Die uns dankbarer Sinn heut' Dir zu weihen treibt: Durch die Bilder geweckt sei die Erinnerung An Dein Leben so ehrenreich!
Jam quinque auspice te floruit haec schola Lustra et crevit; abit tempus enim fugax;	Unsre Schule, sie blüht zwanzig der Jahr' und fünf Deiner Leitung vertraut. Flüchtig enteilt die Zeit,

Sed quotcunque dies addidit, at tuas
Vires non minuit tamen.

Musae propitio dent tibi numine
Quae cultus meruit dulcia praemia,
Morosamque senum tristitiam procul
Pellant, neu fugiat vigor!

Collegae exiguum grato animo dicant
Hoc donum atque tibi fausta precantur, ut
Dux nobis maneas et monitor diu
Praelucensque decus scholae!

Doch so viele sie auch Tage Dir zugeführt,
Nicht verminderte sie die Kraft.

Huldreich mögen verleih'n dankbar die Musen Dir,
Deren Dienst Du gepflegt, süße Belohnungen,
Fernen mögen sie weit mürrischen Alters Gram,
Schenken fröhlichen Lebensmuth!

Wir Genossen des Amts bieten die kleine Gab'
Dir mit herzlichem Dank, innigem Wunsche, daß
Lang' Du Führer uns bleibst, freundlicher Mahner und
Leuchtend unserer Schule Zier! —

Nach der Festrede wurde von dem gemischten Chor mit den Schülern aller Klassen unter Musikbegleitung folgende speziell zu dem Feste von Herrn Oberlehrer Skrodzki gedichtete Kantate, comp. von Karl Eisrich, vorgetragen:

Willkommen, gold'nes Sonnenlicht,
Das strahlend heut' aus Wolken bricht —
O streue reichen Frieden aus
In jede Brust in diesem Haus!

O kehre, gold'ner Sonnenschein,
Zuerst bei **unserm Meister** ein —
Daß er empfind' auf stolzer Bahn,
Was Gottes Huld an ihm gethan!

Wie viel Geschlechter sah er blüh'n!
Wie viele Herzen sah er glüh'n!
Und allen Jüngern **er** voran:
Dort ist der Weg! **Dort** — **himmelan!**

Sie **alle**, die er ausgesandt,
Zur Feldschlacht über Meer und Land —
Sie stehn, wenn unser Lied ihn preist,
Mit uns versammelt heut' im Geist.

„Nimm tausend Dank für Wort und Rath!
Für jede tapf're Männerthat —
Das treue Herz, das für uns schlägt —
Die heil'ge Liebe, die uns trägt!"

Glück auf, Du theurer Jubilar,
Gesegnet heut' wie immerdar!
Der Gott vom Himmel halte Wacht
Ob Deinem Haupte Tag und Nacht! —

Ueberwältigt von dem Eindrucke dieser einfach schönen Feier konnte der Jubilar nicht sogleich Worte finden, um seinen herzlichen Dank auszusprechen und Thränen drohten seine Stimme zu ersticken, als er in tief bewegten Worten diesen Tag als den schönsten seines Lebens bezeichnete und Gottes Segen auf Lehrer und Schüler herabflehete. In der ganzen Versammlung blieb wohl kaum ein Auge thränenleer. Herr Oberl. Meckbach gab der erregten Stimmung einen freudigen Ausdruck, indem er alle Anwesenden aufforderte, dem verehrten Jubilar ein dreimaliges Lebehoch auszubringen, in welches besonders die Jugend mit lautem Jubel einstimmte. Ein Vers des vorher angestimmten Chorals endigte diesen erhebenden Schulact.

Im Familienkreise wurden sodann verschiedene Deputationen, welche ihre Glückwünsche darbrachten, von dem Jubilar empfangen. Zunächst sprach Oberl. Schiekopp im Namen von mehr als 300 der Freunde und älteren Schüler und im Auftrage des von ihnen erwählten und zahlreich erschienenen Comité's seine herzlichsten Glückwünsche aus. Er erwähnte, daß schon im Juli d. J. eine

Versammlung von hiesigen Freunden und Schülern zusammengetreten sei und beschlossen habe, zu dem heutigen Ehrentage als Zeichen der Verehrung und Theilnahme eine Stiftung zu begründen, welche als Stipendium Fabianum dereinst zunächst den Nachkommen des Directors bis in die fernsten Geschlechter zu Gute kommen soll. Dieser Gedanke habe in den weitesten Kreisen lebhaften Anklang und freudige Zustimmung gefunden, so daß das Comité schon heute im Stande sei, zu diesem Zwecke dem Jubilar einen Fonds von 1500 Thlr. in Kreisobligationen und 150 Thlr. Zeichnungen anzubieten, damit durch das Stipendium Fabianum der Name und das Andenken an die gesegnete Wirksamkeit des Jubilars für alle Zeiten unzertrennlich mit dem Tilsiter Gymnasium verknüpft bleibe. Der Schatzmeister des Comité's, Herr Rechnungsrath Hauptmann Dodillet, überreichte hierauf die Stiftung, welche der Jubilar annahm, indem er in tief bewegten Worten seinen Dank insbesondere allen Mitgliedern des Comité's für ihre vielfachen Bemühungen und Opfer aussprach. — Erst zum 15. Dezember hat das Comité die genannte Stiftung abgeschlossen und allen Betheiligten gegen Ende v. J. einen gedruckten Rechenschaftsbericht übersandt, aus welchem hervorgeht, daß nach Abzug der Kosten der Rest der Sammlung im Betrage von 163 Thlr. 13 Sgr. 11 Pfg. mit einem Anschreiben des Comité's dem Herrn Director Professor Fabian am 16. Dezember eingehändigt worden ist. —

Auf dieses Comité folgte sodann eine Deputation des Magistrats und der Stadtverordneten, in deren Namen Herr Oberbürgermeister Kleffel beglückwünschende Worte an den Jubilar richtete, indem er daran erinnerte, daß derselbe mit den städtischen Behörden in steter Eintracht und Frieden gelebt und selbst einige Jahre hindurch als Stadtverordneter die städtischen Interessen vertreten und gefördert habe. Ebenso brachten die Aeltesten der Corporation der Kaufmannschaft durch den Mund des Herrn Commerzienraths Jabs ihre Glückwünsche dem Jubilar, der beiden Deputationen dankend erwiderte, wie es ihm zur großen Ehre gereiche, von den Vertretern der städtischen Behörden und der Kaufmannschaft in solcher Weise ausgezeichnet zu werden; er ersuchte noch insbesondere den Herrn Oberbürgermeister, allen Herren Stadträthen und Stadtverordneten seinen ergebensten Dank auszusprechen. Hierauf stattete eine Deputation der hiesigen Realschule, an ihrer Spitze Herr Director Koch, selbst ein Schüler des Jubilars, ihre Glückwünsche ab und Herr Oberlehrer Mogk verlas im Namen des Collegiums eine beglückwünschende Adresse, die der Jubilar entgegen nahm und erwiderte, daß sein Bestreben stets darauf gerichtet gewesen, ein harmonisches Verhältniß mit der Realschule zu erhalten und daß er hoffe, diese Harmonie werde besonders unter dem gegenwärtigen Herrn Director nie gestört werden. Noch ergriff Herr Geh. Sanitäts-Rath Dr. Klokow das Wort, um in seinem Namen und in dem des Herrn Geh. Ober-Regierungs-Rathes Siehr herzliche Glückwünsche dem Jubilar auszusprechen und von dem letzteren ein Gratulationsschreiben zu überreichen. Ein Gleiches that Herr Stadtrath Klein, der im Auftrage des Wirklichen Staatsrathes Herrn v. Trapp in St. Petersburg ein beglückwünschendes Schreiben verlas. — Viele Freunde, Schüler und Bekannte des Jubilars, selbst aus der Ferne, waren erschienen, um auch der Familie ihre Glückwünsche darzubringen und ein angenehmes Stündchen im Kreise derselben zu verleben.

Eine große Zahl von eingelaufenen Gratulationsschreiben und telegraphischen Depeschen lieferte den Beweis, wie weit das Jubelfest in den betheiligten Kreisen lebhafte Theilnahme gefunden hatte. So waren unter Anderm Gratulationsschreiben eingetroffen von Sr. Excellenz dem Herrn Oberpräsidenten v. Horn, von dem Herrn Provinzial-Schulrath Dr. Schrader, dem Herrn Regierungspräsidenten Maurach und von den Herren Directoren Dr. Düringer in Memel, Arnold in Gumbinnen und Krah in Insterburg, zugleich im Namen ihrer Collegien. Telegramme hatten zu dem Festtage gesandt die Herren Directoren der Königsberger Gymnasien und Realschulen gemeinsam, Herr Director Lehnerdt aus Thorn zugleich im Namen des Lehrer-Collegiums, das Collegium des Gymnasiums in Kulm u. v. a. —

Einen schönen Abschluß der Jubelfeier bildete das Fest-Diner, welches im Saale des Casino's bald nach 3 Uhr seinen Anfang nahm und etwa 150 Freunde und Schüler des Jubilars aus allen Kreisen und Ständen der Stadt und Umgegend um denselben zum festlichen Mahle vereinigte; selbst aus der Ferne von Pillkallen, Insterburg, Königsberg und anderen Orten waren trotz der Reisebeschwerden in dieser Jahreszeit mehr als 20 Freunde erschienen, um die Feier zu erhöhen. Die Reihe der Toaste eröffnete Herr Superintendent Jordan aus Ragnit mit einer längeren Ansprache, worin er auf den Segen hinwies, der unserm Land und Volk in dem edlen Fürstenhause der Hohenzollern und besonders in unserm greisen Heldenkönige Wilhelm zu Theil geworden, und brachte auf Se. Majestät den König, den ruhmgekrönten Sieges- und Friedensfürsten, das Haupt des Norddeutschen Bundes, ein dreifaches Hoch aus, in das die Versammlung lebhaft einstimmte. Unmittelbar darauf gedachte Herr Kommerzienrath Jabs in kurzen herzlichen Worten des Jubilars, seines Jugendfreundes und Altersgenossen, der seine Jugendbildung auf derselben Schule genossen, welcher er nun bereits 25 Jahre als Director unter großem Segen vorgestanden. Das Hoch, welches Redner auf den Jubilar ausbrachte, fand bei allen Anwesenden freudige und begeisterte Zustimmung. — Nun erhob sich Herr Director Fabian selbst, um Worte tief gefühlten Dankes an die Versammlung zu richten für die zahlreichen Beweise von Theilnahme und Liebe, welche ihm zu seinem Ehrentage von so vielen Seiten zu Theil geworden. In liebenswürdiger Bescheidenheit lehnte Jubilar alles eigene Verdienst von sich ab und schrieb dankbar der Gnade Gottes zu, was ihm in seinem Leben gelungen. Diese unverdiente Gnade des Allmächtigen habe er in seinem Leben oft zu erfahren Gelegenheit gehabt, so schon in seiner Jugend, da er als armer Waisenknabe in das hiesige Pauperhaus aufgenommen und auf dem Tilsiter Gymnasium zur Universität vorgebildet worden sei. Ebenso auf der Königsberger Universität, wo ihn ältere Freunde liebevoll in ihren Kreis gezogen und ihm bald durch Herrn Director Dieckmann Gelegenheit geboten wurde, an der Domschule, dem späteren Kneiphöf'schen Gymnasium, eine tüchtige pädagogische Schule unter der Leitung jenes vortrefflichen Schulmannes durchzumachen. Der dritte Abschnitt seines Lebens habe mit seiner Herberufung als Director des hiesigen Gymnasiums begonnen. Wohl habe er gerechte Bedenken getragen, diese schwierige Stellung anzutreten, und in den ersten Jahren seines Wirkens sei er hier wahrlich nicht auf Rosen gebettet gewesen; nach und nach aber sei es ihm gelungen, die Liebe seiner Schüler und dadurch auch das Vertrauen der Eltern zu gewinnen, in diesem Bestreben redlich unterstützt durch seine Amtsgenossen, die ihm auch heute dieses schöne Fest bereitet haben. In das Hoch, das der Jubilar auf das Lehrer-Collegium des Tilsiter Gymnasiums ausbringt, stimmte die Versammlung mit enthusiastischem Beifall ein, da die Worte desselben nicht verfehlt hatten, einen tiefen Eindruck auf alle Anwesenden zu machen. — Noch folgten mehrere Trinksprüche, die mit Beifall aufgenommen wurden, so von Herrn Gerichtsdirector Muttray auf das hiesige Gymnasium, von Herrn Oberlehrer Meckbach auf die Stadt Tilsit, in deren Namen Herr Oberbürgermeister Kleffel seinen Dank aussprach; Herr Pfarrer Köhler gedachte der Familie des Jubilars, Oberlehrer Pöhlmann der jüngeren Schüler, der Jubilar der Eltern, Oberlehrer Skrodzki der auswärtigen Gäste, Director Koch der älteren Schüler, Landrath Schmalz des idealen Geistes der Gymnasial-Bildung u. s. w. Die Stimmung der Festversammlung war aber bereits eine so erregte geworden, daß es einzelnen nachfolgenden Rednern trotz der größten Anstrengung nicht mehr möglich war, sich Gehör zu verschaffen; es schien vielmehr die Neigung vorherrschend geworden zu sein, der Festfreude in Liedern, die zu dem Zwecke gedichtet und vertheilt waren, und in Quartettgesängen Ausdruck zu geben. Einzelne Gruppen jubelnder Festgenossen blieben noch bis zur späten Abendstunde in ungetrübtem Frohsinn beisammen.

So wird denn dieses schöne Jubelfest gewiß allen seinen Theilnehmern in angenehmer Erinnerung bleiben, und möge es vor allen Dingen dem Jubilar selbst beschieden sein, noch viele Jahre seiner Wirksamkeit an dem Tilsiter Gymnasium zum Heil und Segen für die Anstalt erhalten zu bleiben! Das ist der Wunsch, mit dem alle Freunde und Schüler des Jubilars von diesem seltenen Feste Abschied nehmen. —

D. Statistische Nachrichten.

a. Lehrer (s. Tabelle p. 44.)

b. Schüler.

Am Schlusse des Schuljahres Ostern 1869 betrug die Zahl der Schüler im Gymnasium 433, in der Vorschule 77. Am Schlusse des Wintersemesters 1869/70 waren im Gymnasium 416, in der Vorschule 63 Schüler. Jetzt sind im Gymnasium 429, in der Vorschule 62, welche auf die einzelnen Klassen folgendermaßen vertheilt sind:

	O. I.	U. I.	O. II.	U. II.	O. III.	U. III.	O. IV.	U. IV.	O. V.	U. V.	O. VI.	U. VI.	Vorschule.			Sa.
													I.	II.	III.	
30. Juli 1870	23	34	47	49	48	47	29	44	30	34	21	23	24	20	18	491
Hiesige	12	15	23	20	24	25	16	26	14	17	15	16	14	17	16	270
Auswärtige . .	11	19	23	27	22	20	13	17	15	17	6	6	8	3	2	209
Ausländer . .	—	—	1	2	2	2	—	1	1	—	—	1	2	—	—	12
Evangelische .	22	33	44	47	48	44	25	37	25	32	20	19	24	18	16	454
Katholische . .	—	—	2	1	—	2	—	—	1	—	—	—	—	—	—	6
Israeliten . .	1	1	1	1	—	1	4	7	4	2	1	4	—	2	2	31
Unter 14 Jahre	—	—	—	5	13	31	24	40	29	32	21	23	24	20	18	280

Aufgenommen sind seit Ostern 1869 ins Gymnasium 84 (darunter 58 aus der Vorschule), abgegangen 89, darunter 23 mit dem Zeugniß der Reife zur Universität, 6 gestorben, 3 verwiesen, und der Freischüler Kröhnert von U. III. ohne Abschied.

In die Vorschule sind aufgenommen 46, abgegangen 61, (davon 58 nach dem Gymnasium versetzt, 2 gestorben).

Am 19. Juli 1869 wurde unter dem Vorsitz des Herrn Provinzial-Schulraths Dr. Schrader das Abiturienten-Examen abgehalten. Das Zeugniß der Reife für die Universität erhielten:

Laufende №	Namen.	Leb.-Alter Jahre.	Jahre im Gymnasium.	Jahre in I.	Stand des Vaters.	Fach.	Universität.
283	William Gleinig	20	9	2	Gutsbesitzer.	Forstfach.	Berlin.
284	Hermann Hassenstein .	18	$4\frac{1}{2}$	2	Pfarrer.	Philologie.	Königsberg.
285	Adolph Lotto	18	10	2	Kaufmann.	Medizin.	Königsberg.
286	Max Zacher	22	11	$2\frac{1}{2}$	Gutsbesitzer.	Forstfach.	—

Bei dem am 9. März 1870 unter dem Vorsitze desselben Königlichen Kommissarius abgehaltenen Abiturienten-Examen erhielten das Zeugniß der Reife:

Laufende №	Namen.	Leb.-Alter Jahre.	Jahre im Gymnasium.	Jahre in I.	Stand des Vaters.	Fach.	Universität.
287	Arthur Albrecht	$19\frac{3}{4}$	8	2	Mäkler.	Medizin.	Königsberg.
288	Gustav Boy	$19\frac{1}{4}$	7	2	Kaufmann.	Jura und Cameralia.	Berlin.
289	Eugen Dippe †	$17\frac{3}{4}$	10	2	Justizrath.	Jura und Cameralia.	Königsberg.
290	Otto Essert	18	$10\frac{1}{2}$	2	Postexpedient.	Jura.	Königsberg.
291	Gottfried Herrendörfer †	$17\frac{3}{4}$	10	2	Prediger.	Medizin.	Königsberg.
292	Richard Kleffel	$19\frac{1}{2}$	11	2	Ober-Bürgermeister.	Medizin.	Berlin.
293	Louis Koch	19	$4\frac{3}{4}$	2	Real-Schul-Director.	Medizin.	Königsberg.
294	Felix Köhler	$21\frac{3}{4}$	10	3	Pfarrer.	Medizin.	Königsberg.
295	Ernst Krantz †	$18\frac{3}{4}$	6	2	Justizrath.	Jura und Cameralia.	Königsberg.
296	Rudolph Lepa †	$18\frac{3}{4}$	7	2	Lehrer.	Philosophie.	Königsberg.
297	Julius Marcuse † . . .	20	12	2	Kaufmann.	Medizin.	Berlin.

Laufende №	Namen.	Leb.-Alter Jahre.	Jahre im Gymnasium.	Jahre in I.	Stand des Vaters.	Fach.	Universität.
298	Arthur Milchhöfer † . .	18	7	2	Arzt.	Literatur.	Berlin.
299	Wilhelm Muttray . . .	$19\frac{3}{4}$	9	2	Gerichts-Direct.	Baufach.	Berlin.
300	Hugo Reuter †	$20\frac{1}{4}$	$1\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$	Steuer-Aufseher	Mathematik.	Königsberg.
301	Franz Ziehe	$18\frac{3}{4}$	$2\frac{1}{2}$	2	Gerichts-Sekretair.	Theologie.	Königsberg.
302	Oscar Ziehe	$20\frac{3}{4}$	6	2	Rendant.	Baufach.	Berlin.
	Am 5. Juli 1870 erhielten das Zeugniß der Reife:						
303	Ernst Kalkowski	$18\frac{3}{4}$	$3\frac{1}{2}$	2	Kaufmann.	Naturwissenschaft.	Königsberg.
304	Gustav Kollecker	18	$9\frac{3}{4}$	2	Kaufmann.	Jura.	Königsberg.
305	Herman Pauly	$19\frac{3}{4}$	$11\frac{1}{2}$	2	Arzt.	Philologie.	Berlin.

Anmerkung. Die mit † Bezeichneten wurden vom mündlichen Examen dispensirt.

E. Lehrapparate.

Zur Lehrerbibliothek sind als Geschenke eingegangen: Von Sr. Excellenz dem Herrn Minister: Haupt, Zeitschrift für Deutsches Alterthum N. F. B. II Hft. 2. 3. u. B. III Hft. 1; Rheinisches Museum für Philologie N. F. Jahrgang 24, Hft. 1—4. — Von Herrn Uhrmacher Cruse: Der elektromagnetische Telegraph v. Dr. H. Schellen; Sechs Vorlesungen über Astronomie v. Dr. H. Sebald, Physische und mathematische Geographie v. Dr. Fl. C. Heger; von der Hinrich'schen Buchhandlung: Aus dem Nachlasse des General-Lieutenant v. Könneritz (Geschenk des Herausgebers); von der Buchhandlung Hübner & Matz: Donalitius littauische Dichtungen von Nesselmann; ein Autographon P. Schöffers; Die Landensche Transformation v. Richelot. Auch schenkte die Buchhandlung von B. G. Teubner in Leipzig von den in ihrem Verlage erschienenen Ausgaben griechischer und römischer Schriftsteller: **Aeschylus Agamemnon** v. **R. Enger, Persae** v. **Teuffel, Herodot** v. **Abicht, Plato, Apologie, Criton** u. **Laches** v. **Cron, Gorgias, Protagoras** v. **Deuschle, Isocrates,** Ausgewählte Reden v. G. Schneider, **Lysias** Ausgewählte Reden, **Sophocles** v. **Wolf, Xenophon Anabasis** u. **Memorabilia** v. **Kühner, Cyropaedie** v. **Breitenbach, Hellenica** v. **Büchsenschütz. Plautus,** Ausgewählte Comödien v. Brix, **Cicero,** Ausgewählte Reden, v. Richter, **Koepke Koch, Brutus** u. **partitiones orat.** v. **Piderit, Tacitus Annalen** v. **Draeger, historiae** v. **Heraeus, Caesar bell. Gall.** u. **bell. civ.** v. **Doberenz, Horaz,** Episteln und Satiren von T. A. Krüger, **Ovid, Metam.** u. **Corn. Nepos** v. **Sibelis.**

Aus eignen Mitteln wurden angeschafft: **Theocriti idyllia ed. Th. A. Fritzsche. — Lobeck, Pathologiae Graeci sermonis elementa, tom. I. — Lobeck, Pathologiae Graeci sermonis** prolegomena. — Μυθογράφοι. Scriptores historiae poeticae Graeci ed. Westermann — Corpus paroemiographorum Graecorum ed. Leutsch und Schneidewin — Lobeck Phrynichi eclogae. — Fragmenta historicorum Graecorum ed. C. Müller. — M. Fabii Quintiliani institutiones oratoriae ed. C. Halm. — P. Syri sententiae ed. Woelfflin. — Q. Horatii Flacci opera ed. Keller et Holder. — Q. Horatius Flaccus ed. K. Lehrs. — Hygini fabulae ed. Bunte. — Schliemann, Ithaka, der Peloponnes und Troja. — J. H. Schmidt, die Eurhythmie in den Chorgesängen der Griechen. — W. Helbig, Wandgemälde der vom Vesuv verschütteten Städte Campaniens. — L. Müller, Geschichte der klassischen Philologie in den Niederlanden. — Sievers, das Leben des Libanius. — Wagner und Kachel, die Grundformen der antiken klassischen Baukunst. — O. Schade, Altdeutsches Lesebuch. — O. Schade, Altdeutsches Wörterbuch. G. Lotze, Mikrokosmus, Ideen zur Naturgeschichte und Geschichte der Menschheit. — W. Hoffmann, Deutschland und Europa im Lichte der Weltgeschichte. — L. v. Ranke, Geschichte Wallensteins. — Cremer, Biblisch theologisches Wörterbuch der neutestamentlichen Gräcität. — Büchner, Handconcordanz. — K. Culmann, die graphische Statik. — Th. Reye, die Geometrie der Lage. — v. Drach, Einleitung in die Theorie der kubischen Gleichungen. — Eberty, Geschichte des preuß. Staates, B. 3. u. 4. — Th. Benfey, Geschichte der Sprachwissenschaft und orientalischen Philologie in Deutschland. — F. Bopp, Vergleichende Grammatik des Sanskrit u. s. w. Außerdem verschiedene Zeitschriften und Fortsetzungen

Für die Schülerbibliothek sind pro 1869 bis 1870 folgende Bücher angeschafft worden: Götzinger, Stilschule. — Rudolph, Handbuch für den Unterricht in den deutschen Stilübungen. — Rudolph, Wörterbuch zu Schillers Dichterwerken. — Scherenberg, Hohenfriedberg. — Wattenbach, Eine Ferienreise in Spanien. — Halm, Höltys Gedichte. — Pecht, Schillergallerie. — A. v. Humboldt, Ansichten der Natur. — A. v. Humboldt, Kosmos. — Jäger, Leben im Wasser. — Schmidt, Völkerbilder aus der alten Welt. — Jäger, Geschichte der Römer. — Klopstock's sämmtliche Werke. — Lessing's dramatische Meisterwerke. — Göthe's sämmtliche Werke. — Schiller's sämmtliche Werke. — Herder's Ideen zur Ph. d. Gesch. d. M. — Gude, Erläuterungen deutsch. Dichtungen. — Willmann, Walther von d. Vogelweide. Göll, Gelehrtes Alterthum. — Christmann, Australien. — Neumann, Geographie des preuß. Staats. — Freitag, Die Fabier. — Hoffmann, Neuhochdeutsche Grammatik. — Hoffmann Elementargrammatik. — Brantrupp, Wilhelm der Erste. — Stoll, Geschichte der Griechen u. Römer. — Stoll, Sagen des klassischen Alterthums. — Guthe, Lehrbuch der Geographie. — Lange, Sprachschatz. — Gellert's Werke.

Außerdem Jugendschriften von Dielitz, F. Schmidt, Grimm, Schwerdt, Niemeyer, Bäßler, Otto, Osterwald, Günther, Kletke, Stein. — Die Welt der Jugend. —

Für's physikalische Kabinet sind angeschafft: 1 Stereoskop. 9 stereoskopische Mondbilder. 1 Kruess'sche Wunder-Camera. 1 Zeiger-Telegraph. 1 Electromotor. 1 Flaschenelement. 1 Aneroid-Barometer. — Stereoskopische Figuren zur Stereometrie.

F. Unterstützungsfonds.

Zum Lehrer-Wittwen-Unterstützungsfonds sind seit Ostern 1869 eingegangen:

		Thl.	Sgr.	Pfg.
1	Von Herrn Pfarrer Karpowitz-Kraupischken . . .	3	—	—
2	„ „ Rechtsanwalt Ostermeyer-Heydekrug .	3	—	—
3	„ „ Kaufmann Fürstenberg-Tilsit	3	—	—
4	„ „ Präcentor Pastinaci-Jurgaitschen . . .	—	15	—
5	„ „ Buchhändler Hesse.	6	2	6
6	Zinsen von 1600 Thlr. v. $^1/_{10}$ 68—$^1/_4$ 69.	48	—	—
7	Von Herrn Rechtsanwalt Kuwert-Kaukehmen	2	—	—
8	Zinsen von 400 Thlr. v. $^1/_4$ 68 bis $^1/_5$ 69	12	—	—
9	Von dem Obertertianer Paulini	1	—	—
10	„ Herrn Buchhändler Hesse	9	2	6
11	„ „ Kaufmann Bauer-Coadjuthen.	25	—	—
12	Zinsen von 1600 Thlr. v. $^1/_4$ bis $^1/_{10}$ 69	48	—	—
13	„ von 400 Thlr. Kreisobligat. pr. 1. Juli 69	10	—	—
14	Ueberschuß vom Ankauf der Humbolds-Typen. . . .	2	10	4
15	Von Herrn Buchhändler Hesse .	15	22	—
16	„ „ Ferdinand Barth .	2	—	—
17	„ „ Buchbinder Wehmeyer	7	17	—
18	„ „ Buchhändler Hesse.	9	4	6
19	„ „ „ Schubert & Seidel	8	28	—
20	„ „ Oberl. Pöhlmann	3	—	—
21	„ „ „ Meckbach .	5	—	—
22	„ „ „ Schiekopp.	6	—	—
23	„ „ Gymnasial-Lehrer Dr. Fischer . . .	4	—	—
24	„ „ Gymnasial-Lehrer Skrodzki	6	—	—
25	„ „ Gymnasial-Lehrer Hecht	5	—	—
26	„ „ Gymnasial-Lehrer Plew	3	—	—
27	„ „ Gymnasial-Lehrer Milinowski. . . .	3	—	—
	Latus	251	11	10

		Thl.	Sgr.	Pfg.
	Transport	251	11	10
28	Von Herrn Buchhändler Hesse.	10	18	6
29	„ „ Oberamtmann Hassford	10	—	—
30	„ „ Hauptmann Dodillet	2	—	—
31	Zinsen von 1600 Thlr. v. $^1/_{10}$ 69—$^1/_4$ 70	48	—	—
32	Von Herrn Gutsbesitzer v. Horn-Gelweiden	2	—	—
33	„ „ Oberlehrer Heydenreich	1	—	—
34	„ „ Prediger Gerlach . .	4	—	—
35	Zinsen von 400 Thlr. v. $^1/_5$ 69 bis $^8/_4$ 70.	22	16	—
36	Von Herrn Gutsbesitzer Borm-Neuhoff	2	—	—
37	„ „ Direktor Koch . . .	5	—	—
38	„ „ Gutsbesitzer Mielke-Gilgudischken . . .	3	10	—
39	„ „ Oberamtmann Kreth Geritten	3	—	—
40	„ „ Pfarrer Gamradt-Enzuhnen.	2	—	—
41	Zinsen von 400 Thlr. Kr.-Obl. v. $^1/_7$ 69—$^1/_7$ 70 . . .	20	—	—
42	„ von 300 Thlr. Kr.-Obl. v. $^1/_1$ 70—$^1/_7$ 70 . . .	7	15	—
43	„ von 50 Thlr. Stadt-Obl. v. $^1/_7$ 69—$^1/_7$ 70 . . .	2	7	6
44	Vom Unterzeichneten	5	—	—
45	Von I	12	—	—
46	„ O.-II.	14	5	—
47	„ U.-II	12	3	—
48	„ O.-III	11	23	6
49	„ U.-III	12	10	—
50	„ O.-IV	8	16	—
51	„ U.-IV	5	—	—
52	„ V.	15	4	—
53	„ O.-VI	6	—	—
54	„ U.-VI	5	5	—
55	„ Herrn Oberlehrer Dr. Kossinna	3	—	—
	Sa.	506	25	4
	Dazu der Bestand vom v. J.	2464	7	7
	Sa.	2971	2	11

Davon sind 1600 Thlr. à 6 % auf ein Grundstück eingetragen, 700 Thlr. in Kreisobligationen, 50 Thlr. in Stadtschuldscheinen angelegt.

Den geehrten Gebern sage ich den herzlichsten und verbindlichsten Dank.

Zum Schüler-Stipendienfonds, dem vom 1. April d. J. ab die Beiträge der Schüler allein zufließen werden, sind vereinnahmt:

von I.	5 Thl.	22 Sgr.	6 Pfg.
„ O.-II	6 „	21 „	— „
„ U.-II	6 „	4 „	— „
„ O.-III	5 „	17 „	— „
„ U.-III	7 „	8 „	— „
„ O.-IV	3 „	23 „	— „
„ U.-IV	6 „	19 „	— „
„ O.- u. U.-V	7 „	2 „	— „
„ O.-VI	3 „	9 „	— „
„ U.-VI	2 „	15 „	— „
Sa.	54 Thl.	20 Sgr.	6 Pfg.

Der bisher angesammelte Stipendienfonds, aus dem jährlich 100 Thlr. Zinsen als Stipendium vergeben werden, beträgt 2365 Thl. 7 Sgr. 6 Pfg., und mit Zurechnung der jetzt gesammelten

54 „ 20 „ 6 „

2419 Thl. 28 Sgr. — Pfg.

Verzeichniß der Schüler im letzten Tertial.

Ober-Prima.

1. Bernhard Gamradt a. Enzuhnen. †
2. Herrmann Pauli aus Tilsit.
3. Ernst Kalkowsky aus Tilsit.
4. Alexander Markus aus Tilsit.
5 Oliver Hessen aus Tilsit.
6. Ewald Hellwich aus Tilsit.
7. Daniel Meierowitz aus Tilsit. †
8. Johannes Collin aus Tilsit.
9. Gustav Kollecker aus Tilsit.
10. Franz Israel aus Kaukehmen.
11. Adolph Lepa aus Pokraken.
12. August Kröhnert aus Linkuhnen.
13. Herrmann Rhode aus Schillehnen.
14. Oskar Ansat aus Mallwischken.
15. Max Damerau aus Heydekrug.
16. Walther Haase aus Tilsit.
17. Emil Heydenreich aus Tilsit.
18. Ernst Friesel aus Kaukehmen.
19. Fritz Neiß aus Kaukehmen.
20. Walter Skrodzki aus Tilsit.
21. Otto Fritz aus Kattenau.
22. Bruno Sylla aus Tilsit.
23. Eugen Rademacher a. Kaukwethen.
24. Philipp Herford aus Szillen.

Unter-Prima.

1. Robert Klokow aus Karczewischken.
2. Otto Stein aus Lasdehnen.
3. Hugo Stillger aus Bogdahnen.
4. Hugo Rosikat aus Tilsit-Preußen.
5. Eugen Ramdohr aus Kattenau.
6. Otto Apstein aus Tilsit.
7. Heinrich Forche aus Darkehmen.
8. Heinrich Weschkalnies a. Ußbörßen.
9. Louis Scheffler aus Tilsit.
10. Bernhard Schmidt aus Tilsit.
11. Max Schilling aus Tilsit.
12. Louis Hirsch aus Budwethen.
13. Eduard Gensch aus Moritzkehmen.
14. Georg Radke aus Barsduhnen.
15. Bernhard Heinemann aus Tilsit.
16. Michael Taruttis aus Plaschken.
17. Carl Jörgens aus Tilsit.
18. Franz List aus Tilsit.
19. Louis Stern aus Tilsit.
20. Albert Blankenstein aus Ragnit.
21. August Neiss aus Kaukehmen. †
22. Arthur Nedetzky aus Tilsit.
23. Waldemar Köhler a. Heinrichswalde.
24. Herrm. Ambuhl a. Tollmingkehmen.
25. Clemens Ollesch aus Tilsit.
26. Rudolph Schupp aus Tilsit.
27. Hugo Schmidt aus Tilsit.
28. August Borbstädt aus Gumbinnen.
29. Otto Weiss aus Perwallkischken.
30. Franz Kröcker aus Tilsit.
31. Hugo Naujocks aus Tilsit.
32. Christlieb Sturies a. Mallwischken.
33. Herrman Ebner a. Heinrichswalde.
34. August Engelhardt aus Tilsit.

Ober-Sekunda.

1. Paul Mex aus Tilsit.
2. Ernst Wahrendorff aus Tilsit.
3. Robert Hitzigrath aus Plaschken.

4. Karl Vorbstädt aus Davidehlen.
5. Emil Kraft aus Schirwindt.
6. Hugo Neumann aus Pillkallen.
7. Herrm. Schulz a. Leitwarren=Lessen.
8. Rudolph Drochner a. Pelleningken.
9. Hugo Kantermann aus Tilsit.
10. Christoph Jurkschat a. Galbrasten.
11. Georg Schulz aus Tilsit.
12. Horst v. Lynker aus Tilsit.
13. Walter Stern aus Tilsit.
14. Julius Herrendörfer aus Tilsit.
15. Ludwig Lemke aus Tilsit.
16. Heinrich Sturmat aus Lindicken. †
17. Max Herrmann aus Tilsit.
18. Arthur Millauer aus Tilsit.
19. Albert Müller aus Kummetschen.
20. Max v. Lyncker aus Tilsit.
21. Joseph Lenertat aus Budupöhnen.
22. Georg Petersen aus Tilsit.
23. Emil Gerlach aus Walterkehmen.
24. Karl Wagner aus Schnecken.
25. Otto Löbell aus Tilsit.
26. Julius Mittelstädt aus Tilsit.
27. Moritz Fütterer aus Tilsit.
28. Oskar Born a. Neuhof-Kaukehmen.
29. Moritz Stern aus Tilsit.
30. Richard Kossinna aus Tilsit.
31. Georg Hoffheinz aus Werden.
32. Max Bendig aus Tilsit.
33. Albert Matthes aus Tilsit.
34. Karl Brämer aus Tilsit.
35. Oskar Regling aus Schorellen.
36. Herrmann Löffke aus Pillkallen.
37. Louis Busch aus Birkenstrauch.
38. Max Ostermeier aus Heydekrug.
39. Richard Wilimzig aus Tilsit.
40. Gustav Bluhm aus Tilsit.
41. Rudolph Immel aus Kamanten.
42. Karl Brinkmann aus Karkeln.
43. Paul Scheer aus Katrinigkeiten.
44. Robert Wohlfromm aus Kinten.
45. Eugen Fischer aus Augsgirren. †
46. Rudolph Barth aus Tilsit.
47. Gustav v. Lockstädt aus Szagmanten.
48. Otto Neßlinger aus Eziunken.

Unter = Sekunda.

1. Louis Jagomast aus Tilsit.
2. Ernst v. Lyncker aus Tilsit.
3. Eduard Kröhnert a. Althof=Ragnit.
4. Julius Josuweit aus Lubinehlen.
5. Otto Krantz aus Tilsit.
6. Ernst Laser aus Szurcklauken.
7. Otto Schulz aus Ziegelberg.
8. Hugo Dippe aus Tilsit.
9. Albert Kröhnke aus Szirgupönen.
10. Bruno Wächter aus Tilsit.
11. Gustav Vetter aus Tilsit.
12. Hugo Rosenfeldt aus Tilsit.
13. Robert Lehmann aus Tilsit.
14. Eduard Bluhm aus Tauroggen.
15. Carl Essert aus Tilsit.
16. Felix Fürstenberg aus Tilsit.
17. Robert Hasford aus Pojewon in Polen.
18. Richard Preugschas a. Kurscheelen.
19. Otto Ziem aus Schirwindt.
20. Arthur Szeimies aus Kaukenellen.
21. Henri Settegast aus Tilsit.
22. Max Chales aus Tilsit.
23. Paul Bergenroth aus Tilsit.
24. Bernhard Preik aus Karkeln.
25. Carl Geiger aus Tilsit.
26. Ewald Weßkalnies aus Heidlauken.
27. Kasimir Kuvert aus Kaukehmen.
28. Fritz Klein aus Kalwen.
29. Udo Reisch aus Meschkuppen.
30. Wilhelm Diekmann aus Kinten.
31. Paul Mertins aus Tilsit.
32. Richard Hohmann aus Tilsit.
33. Franz Eicke aus Schirwindt.
34. Eugen Mack aus Pillkallen.
35. Franz Lardon aus Neukirch.
36. Richard Muttray aus Tilsit.
37. Johann Weßkalnies aus Ußberßen.
38. Wilhelm Regling aus Schorellen.
39. Paul Prange aus Kaukehmen.
40. Gustav Schneider aus Tilsit.
41. Hermann Möller aus Margen.
42. Hermann Urbat a. Allgawischken.
43. Benno Peters aus Tilsit.
44. Kurt Häbler aus Sommerau.
45. Georg Matthias aus Britannien.
46. Fritz Makrocky aus Tilsit.
47. Walther Radke aus Barsduhnen.
48. Richard Rhode aus Labiau.
49. Adolph Mrongowius a. Schirwindt.

Ober = Tertia.

1. Arthur Dröse aus Tilsit.
2. Ernst Post aus Tilsit.
3. Richard Blankenstein aus Ragnit.
4. Constantin Ferber aus Tilsit.
5. Georg Mielke a. Hoch=Gilgudischken.
6. Max Paga aus Tilsit.
7. Max Rademacher aus Kaukweten.
8. Eduard Holm aus Lasdehnen.
9. Felix Schmalz aus Kussen.
10. Otto John aus Tilsit.
11. Fritz Schulz aus Tilsit.
12. Herrmann Reisch I. a. Meschkuppen.
13. Elimar Sylla aus Tilsit.
14. Martin Engelke aus Tilsit. †
15. Henry Muttray aus Tilsit.
16. Edmund Pauliny aus Uebermemel.
17. Louis Schilling aus Tilsit.
18. Eduard Ritter aus Wolfswinkel.
19. Benno Millauer aus Tilsit.
20. Alfred Ebner aus Tilsit.
21. Arthur Lotto aus Tilsit.
22. Eugen Loß aus Tilsit.
23. Anton Weiß aus Tilsit.
24. Gustav Kretzer aus Tilsit.
25. Paul Seidenberg aus Tilsit.
26. Leo Müller I. aus Wießen.
27. Theodor Buscke aus Tilsit.
28. Emil Wisotzki aus Tilsit.
29. Gustav Bauer aus Coadjuthen.
30. Hugo Schilling II. aus Tilsit.
31. Fritz Atzpodien aus Tilsit.
32. Louis Dewitz aus Nemmersdorf.
33. August Regling aus Schorellen.
34. Louis Möller aus Margen.
35. August Kurschat aus Dittauen.
36. Ernst Clösser aus Ragnit.
37. Herrmann Sell aus Tilsit.
38. Gustav Herford aus Szillen.
39. Emil Müller II. aus Kummetschen.
40. Fritz Reisch II. aus Tilsit.
41. Franz Saffran aus Obelia.
42. Bernhard Albath aus Magaischen.
43. Franz Horn aus Nausseden.
44. Max Scherwinski aus Tilsit.
45. Benjamin Sturmat aus Lindicken.
46. Johannis Andußies aus Kulmen=Laugallen.
47. Ernst Neiß aus Kaukehmen.
48. Fritz Michalowsky aus Leban.
49. David Taruttis aus Plaschken.

Unter = Tertia.

1. Louis Clemens aus Neukirch.
2. Herrmann Ungefug aus Tilsit.
3. Heinrich Schmidt aus Tilsit.
4. Walther Schupp aus Tilsit.
5. Herrmann Bluhm aus Georgenburg (Rußland).
6. Emil Stantien aus Memel.
7. Carl Fischer aus Tilsit.
8. Ernst Osterroht aus Eichen.
9. Carl Lardon aus Kaukehmen.
10. Fritz Müller aus Kummetschen.
11. Albert Weßkalnys aus Snappen.
12. Julius Görke aus Joneikischken.
13. Alfred Schenk aus Tilsit.
14. Emil Vongehr aus Hohenwiese.
15. Franz Klokow aus Karzewischken.
16. Hans Prellwitz aus Tilsit.
17. Bruno Spangehl aus Pokraken.
18. Herrmann Mallwitz aus Smaleningken.
19. Max Schimmelpfennig aus Tilsit.
20. Franz Chales aus Tilsit.
21. Hans Teubner aus Tilsit.
22. Gustav Dreßler aus Tilsit.
23. Eugen Reich aus Tilsit.
24. Adolph Stahl aus Tilsit. †
25. Richard Preuß aus Tilsit.
26. Adolph Heidenreich a. Lasdinehlen.
27. Gustav Kossinna aus Tilsit.
28. Emil Schenk aus Tilsit.
29. Ignaz Sokolowsky aus Kowno.
30. Herrmann Engelhardt aus Tilsit.
31. Alexander Nebel aus Gilkendorf.
32. Richard Paga aus Tilsit.
33. Ernst Streichert aus Tilsit.
34. Paul Just aus Kaukehmen.
35. Theodor v. Horn aus Gehlweiden.
36. Max Eggert aus Tilsit.
37. Carl Terber aus Tilsit.
38. Carl Mittelstaedt aus Endrußen.
39. Richard Voigdt aus Kutzen.
40. Herrmann Broßehl a. Augswilken.

41. Carl Gassner aus Bartukeiten.
42. Gustav Dippe aus Tilsit.
43. Adolph Joergens aus Tilsit.
44. Adolph Kohnert aus Tilsit.
45. Arno de la Chaux aus Tilsit.
46. Ludwig Buske aus Tilsit-Preußen.
47. Isidor Lebegott aus Tilsit.

Ober-Quarta.

1. Oscar Petrowski aus Tilsit.
2. Ernst Kirchberg aus Tilsit.
3. Richard Haase aus Tilsit.
4. Rudolph v. Bosse aus Birkenfeld.
5. Siegmund Hirschfeld aus Tapiau.
6. Julius Bodky aus Königsberg.
7. Benno Mex aus Tilsit.
8. Alfred Ebel aus Coadjuthen.
9. August Behrendt aus Gassen.
10. Meyer Friedeberg aus Tilsit.
11. Ernst Schmitt aus Tilsit.
12. William Lebegott aus Tilsit.
13. Gustav Mauer aus Tilsit.
14. Fritz Wander aus Carlberg.
15. Franz Settegast aus Tilsit.
16. William Gensch aus Moritzkehmen.
17. Robert Schwoedersky aus Neukirch.
18. Ernst Barkowsky aus Killucken.
19. Herrmann Weschkalnys a. Snappen.
20. August Schwarz aus Neukirch.
21. Max Liebscher aus Tilsit.
22. Theodor Herrendörfer aus Tilsit.
23. Richard Hausmann aus Tilsit.
24. Theodor Klokow a. Karczewischken.
25. Walter Mach aus Tilsit.
26. Aenderly Lebius aus Tilsit.
27. Max Schmalz aus Tilsit.
28. Arved de la Chaux aus Tilsit.
29. Joseph Laubschat aus Groß-Wersmeningken.

Unter-Quarta.

1. Ernst Schaeling a. Szieleitschen.
2. Otto Lion aus Coadjuthen.
3. Emil Jacubeit aus Heinrichswalde.
4. Curt Ungefug I. aus Tilsit.
5. Hugo Hasford a. Pogewon (Polen).
6. Wilhelm Schlenther II. a. Baubeln.
7. Hans Engelke aus Tilsit.
8. Franz Nefflinger aus Czjunken.
9. Heinrich Dummasch a. Jägerischken.
10. Max Cohn aus Tilsit.
11. Eugen Scheffler aus Tilsit.
12. Theodor Loewenberg aus Tilsit.
13. Franz Bartschat aus Tilsit.
14. Fritz Reitmeyer aus Tilsit.
15. Georg Schlenther I. a. Packamonen.
16. Paul Nisch aus Heydekrug
17. Franz Daegling aus Tilsit.
18. Curt Hagen aus Tilsit.
19. Ernst Busch aus Birkenstrauch.
20. Bertram Cloesser aus Ragnit.
21. Hugo Krantz aus Tilsit.
22. Hans Buske aus Tilsit.
23. Max Reich aus Tilsit.
24. Georg Ungefug aus Darkehmen.
25. Max Paulini II. aus Uebermemel.
26. Carl Balck aus Tilsit.
27. Arthur Selz aus Joneiten.
28. Franz Stulgies aus Tilsit.
29. Louis Trapp aus Königsberg.
30. Otto Paulini I. aus Uebermemel.
31. Richard Fleischer aus Tilsit.
32. Gustav Woehlke aus Tilsit.
33. Hermann Kreth II. aus Göritten.
34. Hans Kreth I. aus Göritten.
35. Curt v. Wenckstern aus Tilsit.
36. Richard Zimmermann aus Tilsit.
37. Robert Jonas aus Tilsit.
38. Paul Rosenberg aus Tilsit.
39. Ernst Conrad aus Tilsit.
40. Siegfried Weinberg aus Tilsit.
41. George Boltz aus Tilsit.
42. Hermann Hurwitz aus Schirwindt.
43. Julius Liebeschuetz aus Tilsit.
44. Moritz Liebeschuetz aus Tilsit.

Ober-Quinta.

1. Paul Ostermeyer aus Heydekrug.
2. Georg Sabrowsky aus Karkeln.
3. Fritz Engelhardt aus Tilsit.
4. Ernst Boss aus Tilsit.
5. Carl Weber aus Oletzko.
6. Bernhard Westphal aus Tilsit.
7. Kurt Cob aus Wallenthal.
8. Otto Schmidt I. aus Tilsit.
9. Hermann Cohn aus Tilsit.
10. Hermann Waechter aus Tilsit.
11. Emil Lepa aus Pokraken.
12 Gustav Biensfeldt aus Szameitkehmen.
13. Fritz Schrader aus Ruß.
14. Georg Frank aus Tilsit.
15. Gustav Hollstein aus Selseningken.
16. Hans Gamradt aus Enzuhnen.
17. Kurt Nagel aus Tilsit.
18. Fritz Radke aus Barsduhnen.
19. Martin Barkowski aus Killucken.
20. Adolph Sokolowski aus Lopi.
21. Jacob Wasbutzki aus Tilsit.
22. Arthur Goldbach aus Tilsit.
23. Hermann Conrad aus Tilsit.
24. Fritz Wenzel aus Allgawischken.
25. Alfred Holzt aus Tilsit.
26. Richard Braemer aus Kallkappen.
27. Leopold Stern aus Tilsit.
28. Georg Peteaux aus Ragnit.
29. Joseph Riedelsberger aus Henskischken.
30. John Liebeschütz aus Tilsit.

Unter-Quinta.

1. Fritz Gerlach aus Tilsit.
2. Christoph Shurwien aus Stolbeck.
3. Eugen Greiff aus Tilsit.
4. Gustav Paulini aus Uebermemel.
5. Emil Hellwich aus Tilsit.
6. Paul Böttcher aus Heinrichswalde.
7. Otto Pettschull aus Skaisgirren.
8. Christoph Raudßus aus Schudledimmen.
9. Alfons Schierwagen aus Laußeningken.
10. Robert Mittelstaet aus Endrußen.
11. Max Dorn aus Tilsit.
12. Gustav Lehmann aus Tilsit.
13. Oscar Lehmann aus Tilsit.
14. Ernst Marcus aus Tilsit.
15. Heinrich Krantz aus Tilsit.
16. Ernst Rauschning aus Tilsit.
17. Joh. Holm aus Lasdehnen.
18. Emil Decomin aus Tilsit.
19. Max Scherwinsky aus Tilsit.
20. Adolf Richter aus Tilsit.
21. Carl Schmidt III. aus Tilsit.
22. Edwin Edelhoff a. Heinrichswalde.
23. Jean Lepehne aus Mehlauken.
24. Ludwig Mach aus Tilsit.
25. Hermann Shenck aus Tilsit.
26. Bernhardt Schmidt II. aus Heydekrug.
27. Fritz Reimer aus Schilleningken.
28. Julius Reitmeyer aus Tilsit.
29. Louis Israel aus Kaukehmen.
30. Jean Stilger aus Bogdahnen.
31. Albert Neßlinger aus Czjunken.
32. Richard Schwellnus aus Tilsit.
33. Robert Hurwitz aus Schirwindt.
34. Constantin Schaufler a. Pamletten.

Ober-Sexta.

1. Robert Tudlin aus Tilsit.
2. Martin Lebegott aus Tilsit.
3. Johannes Jäger II. aus Tilsit.
4. Gustav Jäger I. aus Tilsit.
5. Eugen Prellwitz aus Tilsit.
6. Ernst Engel aus Tilsit.
7. Hugo Friese aus Tilsit.
8. Franz Rademacher aus Winge.
9. Wilhelm Wiegandt aus Tilsit.
10. Carl Haushalter aus Tilsit.
11. Emil Klotz aus Tilsit.
12. Joseph Haase aus Tilsit.
13. Max Ringelsbach aus Tilsit.
14. Hermann Schlenther a. Pakamohnen.
15. Arthur Paulini a. Alt-Jeckstterken.
16. Colmar Frischmuth aus Tilsit.
17. Max Hensel aus Tilsit.
18. Ernst Nagel aus Tilsit.
19. Wilhelm Wartig aus Kraupischken.
20. Wilhelm Adomeit aus Lasdehnen.
21. George Jutzas aus Sausseningken.

Unter-Sexta.

1. Albert Jakoby aus Tilsit.
2. Richard Lebius aus Tilsit.
3. Hugo Bernstein aus Georgenburg (Rußland).
4. Georg Weiß aus Tilsit.
5. Richard Reimer aus Tilsit.
6. Ernst Reimer aus Tilsit.
7. Felix Schiekopp aus Tilsit.
8. Heinrich Schwarz aus Labiau.

9. Ernst Gerlach aus Tilsit.
10. Wilhelm Bartschat aus Tilsit.
11. Louis Bodky aus Königsberg.
12. Gustav Hensel aus Tilsit.
13. Paul Bulbeck aus Tilsit.
14. Richard Jaeger aus Tilsit.
15. Dittmar Maretzky aus Tilsit.
16. Fritz Meisner aus Tilsit.
17. Julius Hoffmann a. Schanzenkrug.
18. Emil Drochner aus Tilsit.
19. Richard Rademacher a. Kaukwethen.
20. Max Reimer aus Szillen.
21. Oscar Lentz aus Tilsit.
22. Louis Donsee aus Tilsit.
23. Carl Buske aus Tilsit.

Vorbereitungsschule.

I. Klasse.

1. Karl Sell aus Tilsit.
2. Louis Specovius a. Schillelwethen.
3. Emil Wiechert aus Tilsit.
4. Max Höler aus Tilsit.
5. Georg Gnabs aus Berlin.
6. Hugo Gnabs aus Berlin.
7. Franz Haushalter aus Tilsit.
8. Louis Reitmeyer aus Tilsit.
9. Eduard Kleinert aus Saratow (Rußland).
10. Otto Kuwert aus Kaukehmen.
11. Paul Friese aus Tilsit.
12. Franz Fischer aus Tilsit.
13. Georg Makrocki aus Tilsit.
14. Ernst Goldbach aus Tilsit.
15. Richard Geiger aus Tilsit.
16. Max Josupeit aus Tilsit.
17. Heinrich Gennies aus Stolbeck.
18. Paul Rahm aus Polompen.
19. Fritz Dröse aus Tilsit.
20. Hermann Neßlinger aus Cziunken.
21. Max Goldbach aus Tilsit.
22. Hermann Krantz aus Lenkonischken.
23. Paul Kiesewetter aus Tilsit.
24. Paul Dröse aus Tilsit.
25. Max Wohlfeil aus Danzig. †
26. Willi Krause aus Tilsit. †

II. Klasse.

1. Richard Häse aus Tilsit.
2. Emil Behrendt aus Tilsit.
3. Hugo Stern aus Tilsit.
4. Reinhold Mogk aus Tilsit.
5. Hans Krause aus Tilsit. †
6. Paul Mutray aus Tilsit.
7. Max Tolksdorf aus Tilsit.
8. Ernst Teubner aus Tilsit.
9. Ernst Meckbach aus Tilsit
10. Max Müller aus Tilsit.
11. Ernst Budweg aus Jedwilleiten.
12. Heinrich Wander aus Karlberg.
13. Walter Gerlach aus Tilsit.
14. Max v. Hauenschild aus Tilsit.
15. Bernhard Liebscher aus Tilsit.
16. Ernst Suffert aus Tilsit.
17. Fritz Hogrefe aus Tilsit.
18. Rafael Friedeberg aus Tilsit.
19. Paul Taudies aus Tilsit.
20. Richard Goldbach aus Tilsit.
21. Ewald Griegoleit aus Baltruschkehmen.

III. Klasse.

1. Anton Denzer aus Tilsit.
2. Walter Lebius aus Tilsit.
3. Louis Paulini aus Jeckfterken.
4. Richard Hensel aus Tilsit.
5. Paul Krause aus Tilsit. †
6. Erich Mogk aus Tilsit.
7. Richard Josupeit aus Tilsit.
8. Oskar Jäger aus Tilsit.
9. Wilhelm Lentz aus Tilsit.
10. Fritz Meckbach aus Tilsit.
11. Karl Rösler aus Tilsit.
12. Florian Schlenther a. Pakamonen.
13. Max Wiener aus Tilsit.
14. Max Urbahn aus Tilsit.
15. Louis Sklover aus Tilsit.
16. Franz Taubenschmidt aus Tilsit.
17. Curt Fischer aus Tilsit.
18. Robert Lange aus Tilsit.
19. Bernhard Weicker aus Tilsit.

Die mit † Bezeichneten sind während des Tertials abgegangen.

Tabellarische

Tabellarische Uebersicht der unter die einzelnen Lehrer vertheilten Lectionen
seit Ostern 1870.

Namen der Lehrer.	Gymnasium. O. I.	U. I.	O. II. a	O. II b.	U. II.	O. III.	U. III.	O. IV.	U. IV.	O. V.	U. V.	O. VI.	U. VI.	Vorbereitungsschule. I.	II.	III.	Summa der wöchentl. Stunden
1) Professor **Fabian**, Direktor. Ordinarius von O. I.	8 Latein					2 Homer 1 Singen I.—VI.											11
2) **Dr. Kossinna**, 1. Oberlehrer, Ordinarius von U. III.		6 Griech.				2 Geogr.	8 Latein 2 Gesch.										18
3) **Pöhlmann**, 2. Oberlehrer, Ordinarius von U. I.	6 Latein	8 Latein	4 Latein														18
4) **Meckbach**, 3. Oberlehrer, Ordinarius von O. II. A. B.			6 Latein 6 Griechisch 2 Deutsch	4 Latein	2 Virgil												20
5) **Schiekopp**, 4. Oberlehrer.	2 Relig. 2 Hebräisch	2 Relig.	2 Religion 2 Hebräisch.		2 Relig. 2 Deutsch	2 Relig.	2 Relig.	2 Relig.									20
6) **Skrodzki**, 1. ordentlicher Lehrer, Ordinarius von U. II.	3 Deutsch	3 Deutsch			8 Latein	6 Latein											20
7) **Fischer**, 2. ordentlicher Lehrer. Ordinarius von O. III.	3 Gesch. Geogr. 2 Franz.	3 Gesch. Geogr. 2 Franz.	3 Gesch. Geogr. 2 Franz.		3 Gesch. Geogr. 2 Franz.	2 Gesch. 2 Franz.											24
8) **Hecht**, 3. ordentlicher Lehrer.					6 Griech.	4 Griech. 2 Lt. Ex. u. Gram. 2 Ovid.		3 Gesch. Geogr.		6 Latein							23
9) **Milinowski**, 4. ordentlicher Lehrer.	4 Math. 2 Physik	4 Math. 2 Physik	4 Mathematik 1 Physik		4 Math. 1 Physik												22
10) **Plew**, 5. ordentlicher Lehrer, Ordinarius von O. IV.							2 Franz. 6 Griech. 2 Geogr.	10 Latein				2 Geographie					22
11) **Hahn**, 6. ordentlicher Lehrer. Ordinarius von O. VI.						2 Deutsch		2 Deutsch 6 Griech.	3 Gesch. Geogr.			9 Latein					22
12) **Kownatzki**, 7. ordentlicher Lehrer, Ordinarius von U. IV.								2 Franz.	6 Griech. 10 Latein 2 Franz.	2 Geographie.							22
13) **Gisevius**, ordentl. Lehrer und Pauper-Inspektor.	4 Littauisch mit den littauischen Stipendiaten von I.—IV.								2 Relig.	3 Bibl. Geschichte.		3 Bibl. Geschichte.	8 Latein	3 Biblische Geschichte.			23
14) **Rehberg**, Zeichnen- und Schreiblehrer.	2 Zeichnen I.—III.					2 Schreiben III. u. IV.		2 Zeichn.	2 Zeichn.	2 Zeichnen 2 Schreiben		2 Zeichn. 2 Schreib 2 Schreiben	2 Schreib	4 Schreiben			24
15) **Collin**, Kantor und Gesanglehrer.	2 Singen I.—VI.					2 Singen III. u. IV.				2 Singen		2 Singen					8
16) **Rumler**, Ordin. v. V. a. b., Probe-Candid. u. wissenschaftlicher Hilfslehrer.						4 Math.	4 Math.	3 Math.	3 Math.	4 Rechnen 2 Naturbeschr.		2 Naturb.					22
17) **Görke**, wissenschaftlicher Hilfslehrer.							2 Deutsch 2 Ovid.		2 Deutsch	2 Deutsch 2 Französisch 4 Latein	6 Latein						20
18) **Kleinschmidt**, 1. Lehrer der Vorschule, Ordin. von O. VI. u. V.-S. I.												4 Deutsch 4 Rechnen	2 Deutsch	1 Singen 6 Lesen 4 Rechnen 4 Deutsch 2 Ansch.			27
19) **Tolckmitt**, 2. Lehrer der Vorschule und Ordin. von II. und III.															3 Religion 6 Lesen 4 Rechnen 2 Deutsch 1 Ansch.	2 Religion 6 Lautiren 4 Rechn. 4 Schreiben	32

Anmerkung. Seit Pfingsten wurde Herr Dr. Görke von den Herren Kownatzki, Plew, Hecht und Herrn Oberlehrer Schiekopp vertreten.

Uebersicht
der
Prüfung und der Versuche im mündlichen Vortrage
und im vierstimmigen Gesange.

Donnerstag den 28. Juli, Vormittag von 8 bis 1 Uhr.

Choral.

Vorschule III: **Buchstabiren** und **Lesen** Tolckmitt. III: **Bibl. Geschichte** Tolckmitt.
II: **Rechnen** . . . . Tolckmitt. II: **Deutsch** . . . . . Tolckmitt.
I: **Rechnen** . . . . Kleinschmidt. I: **Anschauung** . . . Kleinschmidt.
I u. II **Singen** . . . . Kleinschmidt.

Max Wiener: Der kleine Gerngroß. — Anton Dentzer: Wie schön es in der Schule ist. — Ernst Meckbach: Die beiden Hunde. — Paul Muttray: Der Bauer und der Brillenhändler. — Otto Kuwert: Das schneeweiße Mäuschen. — Max Josupeit: Der Mops.

Gymnasium U.-VI: **Latein** . . . . . . Gisevius. O.-VI: **Latein** . . . . Hahn.
O.- und U.-VI: **Rechnen** . . . . Kleinschmidt.
V AB: **Rechnen** . . . . . Rumler. V AB: **Lateinisch** . . . . . . Hecht.
U.-IV: **Geographie** . . . Hahn. U.-IV: **Griechisch** . . . . . . Kownatzki.
O.-IV: **Deutsch** . . . . . . Hahn. O.-IV: **Geschichte** . . . . . . Hecht.
U.-III: **Latein** . . . . . . Kossinna. U.-III: **Griechisch** . . . . . . Plew.
O.-III: **Religion** . . . . . Schiekopp. O.-III: **Mathematik** . . . . . Rumler.

Richard Lebius: Die Finger. — Heinrich Schwarz: Das gefangene Vöglein. — Wilhelm Wiegandt: Der Vater und die drei Söhne. — Arthur Paulini: Landgraf Ludwig und der Löwe. — Ernst Marcus: Heinrich der Vogelsteller. — Hermann Waechter: Der Bauer unter der Eiche. — Joseph Riedelsberger: Des Deutschen Knaben Robert Schwur. — Richard Haussmann: Pugna murium et mustelarum. — Meier Friedberg: Das Mahl zu Heidelberg. — Julius Bodky: Botenart. — Bertram Eloesser: Der Stieglitz. — Paul Rosenberg: Attilas Tod. — Julius Liebschütz: Alexander Ypsilanti. — Carl Fischer: Die Weiber von Weinsberg. — Walter Schupp: Balsazar. — Gustav Dressler: Le corbeau et le renard. — Franz Klokow: Odyss. 1, 1—25. — Hugo Schilling: Schwerting der Sachsenherzog. — Alfred Ebner: Les viseaux du ciel. — Felix Schmalz: Odyss. 13, 38—62.

Gesang: Gebet aus der Stummen, v. Auber. — Chor aus dem Nachtlager v. Granada, v. Kreutzer. — Psalm 100, v. Mendelsohn-Bartholdy. —

Donnerstag Nachmittag von 3 bis 5 Uhr.

U.-II: **Französisch** . . . . Fischer. U.-II: **Latein** . . . . Skrodzki.

Torquato Tasso von Göthe, 5. Aufzug, 1. u. 2. Auftritt. Alphons: Wilhelm Dieckmann; Antonio: Robert Lehmann; Tasso: Gustav Schneider.

O.-II: **Mathematik** . . . . . Milinowski. O.-II: **Latein** . . . . . Meckbach.

Gesang: Gebet aus Moses, von Rossini. — Chor aus Lohengrün, v. Wagner. — Gemischter Chor mit Begleitung. — Die Wacht am Rhein, von C. Wilhelm. — Ad arma vocat patria, von Gervais, beides für Männer-Stimmen mit Begleitung. —

Freitag den 29. Juli, Nachmittags von 3 bis 5 Uhr.

U.-I: **Deutsch** . . . . Skrodzki. U.-I: **Griechisch** . . . . Kossinna.

Der Unterprimaner Heinrich Weßkalnis spricht littauisch über das Thema: Busenti Czēsq ne zinoti yra Zmogui geriaus, ne kaip si zinoti. — Der Unterprimaner Hugo Naujoks spricht griechisch *περὶ τῆς δισσῆς εἱμαρμένης Ἀχιλλέως*. — Der Unterprimaner Max Schilling sprich deutsch über Lessings Laokoon.

O.-I: **Geschichte** . . . . Fischer. O.-I: **Griechisch** . . . . . . Pöhlmann.

O.- u. U.-I: **Hebräisch** . . . . Schiekopp.

Der Oberprimaner Oscar Ansat spricht lateinisch über **Horat. Epist I, II 1, 3 und 4. Trojani belli scriptor quid sit pulchrum, quid turpe, quid utile, quid non, planius ac melius Chrisippo et Crantore dicit.** —

Gesang mit Orchester-Begleitung.

Meeresstille und glückliche Fahrt v. Beethoven. — Hallelujah aus dem Messias v. Haendel.

Choral.

Sonnabend den 30. Juli werden den Schülern die Censuren ausgetheilt, die Versetzung bekannt gemacht und damit das Schuljahr geschlossen. Die Schule beginnt wieder Donnerstag den 8. September. Die neu aufzunehmenden Schüler bitte ich am 5., 6. und 7. September bei mir anzumelden und die etwaigen Hefte derselben mitzubringen. Ich stehe zwar auch in der übrigen Ferienzeit in Schulangelegenheiten stets zu Diensten, kann jedoch für diese Zeit meine Anwesenheit am Orte nicht verbürgen.

Tilsit, den 28. Juli 1870.

Fabian.