Siebenundzwanzigstes Jahresprogramm

der

städtischen Realschule

erster Ordnung

zu Tilsit.

Zu

der öffentlichen Prüfung aller Klassen,

den Versuchen der Schüler im Vortrage und Gesange

und

der Entlassung der Abiturienten

Donnerstag den 30. und Freitag den 31. März 1871

an den Vormittagen,

sowie

der damit verbundenen

Ausstellung der Zeichnungen

ladet

im Namen des Lehrer-Collegiums

ganz ergebenst ein

der Director

L. Koch.

Inhalt: 1) Einiges über den Unterricht in der analytischen Geometrie von dem Oberlehrer Dr. J. Ellinger.
2) Schulnachrichten von dem Director.

Tilsit, 1871.
Gedruckt bei J. Reyländer.

Einiges über den Unterricht in der analytischen Geometrie.

Länger schon als ein Decennium, seitdem die „Unterrichts- und Prüfungsordnung der Realschulen vom 6. Oktober 1859." erschienen, hat man die Gelegenheit gehabt, über den Unterricht in der analytischen Geometrie, namentlich über die Behandlung der Kegelschnitte verschiedene neue Lehrbücher und mannigfache Abhandlungen in den Schulprogrammen kennen zu lernen. Ich glaube aber mit meiner Ansicht nicht vereinzelt dazustehen, wenn ich sage, daß zwar mancherlei, ja zuweilen recht viel Gutes dort zu finden war, doch immer nicht das, wenigstens nicht vollständig, was man gerade wünschte und suchte. Hiemit ist aber durchaus kein Tadelsvotum, gleichgültig ob berechtigt oder unberechtigt, weder gegen die Verfasser jener Lehrbücher und Abhandlungen noch gegen die Leser derselben ausgesprochen. Im Gegentheil ist es wohl nur wünschenswerth und für einen gedeihlichen Unterricht sogar erforderlich, daß jedem Lehrer bis zu einer gewissen Grenze hin freier Spielraum gelassen werde, um seiner eigenen Individualität gemäß den gegebenen Lehrstoff zu behandeln. Ich bin daher auch principiell durchaus gegen die Einführung eines mathematischen „Lehrbuches", nach welchem der Lehrer auf der Schule zu unterrichten habe. Dennoch bin ich andererseits überzeugt, bei keinem meiner Fachgenossen auf ernstlichen Widerspruch zu stoßen, wenn ich die Behauptung ausspreche, daß für Schüler, welche eben erst in das Gebiet der Wissenschaft eintreten und noch nicht so weit gefördert sind, um sich selbstständig darin zurecht finden zu können, ein „Leitfaden", und zwar nicht ein dictirter, sondern ein gedruckter, als unentbehrlich zu bezeichnen ist. In der Schule, unter unmittelbarer Einwirkung und Leitung des Lehrers soll der Schüler die Lehren der Wissenschaft in sich aufnehmen; dennoch bedarf der Anfänger auch zu Hause einer sicheren Stütze und gewisser Anhaltpunkte, um welche sich bei der Repetition die in der Schule vernommenen Sätze und Gesetze mit ihren Begründungen gleichsam wie Krystalle ansammeln und gruppiren können. Ich habe auch schon an anderem Orte meine Ansicht ausgesprochen über den Vorzug eines „Leitfadens" vor einem „Lehrbuche", namentlich, wenn letzteres, was oft der Fall ist, nicht nur als Schulbuch, sondern zugleich auch „zum Selbstunterrichte" dienen soll. Hier will ich nur hervorheben, daß ein Leitfaden in seinen späteren Abschnitten (— z. B. in der Methode der unbestimmten Coefficienten in der Berechnung der Logarithmen, der trigonometrischen Funktionen und der Zahl π, sowie in der descriptiven und analytischen Geometrie —) einem „Lehrbuche" seiner Form nach nicht nur ähnlicher werden kann, insofern ja der Schüler auf dieser Stufe nicht mehr in dem Grade wie früher der leitenden Hand des Lehrers bedarf; sondern daß ein Leitfaden, wenn derselbe bereits über die ersten Elemente hinweggeführt hat, auch wohl immer mehr sich der Form eines ausführlichen Lehrbuchs annähern muß, sobald der Schüler an neue, von den bisherigen ganz verschiedene Auffassungs- und Anschauungsweisen sich zu gewöhnen, mit ganz neuen Methoden sich vertraut zu machen hat. Immerhin wird es aber auch dann noch dem Schüler überlassen bleiben müssen, erst durch eine gewisse Selbstthätigkeit und Arbeit auf den oft nicht leicht aufzufindenden und eben deshalb im Leitfaden angedeuteten Wegen das Ziel, zu welchem dieselben hinführen sollen, wirklich zu erreichen. Wenn nun hiernach in der nachfolgenden Probe eines Leitfadens, wie ich wenigstens einen solchen beim Unterrichte in der analytischen Geometrie mir wünsche, vielleicht doch noch Manches zu ausführlich erscheinen sollte, so kann ich dem nicht vollständig widersprechen, hebe jedoch hervor, daß die Behandlung der Ellipse hier gerade als Vorbild dienen soll, wie die anderen Curven zu behandeln wären, so daß also später, namentlich bei der Hyperbel oft bloße Andeutungen dem Schüler genügen müßten. Ob zu viel oder zu wenig Eigenthümlichkeiten der Ellipse behandelt worden sind, darüber ist wohl nicht zu streiten. Ich muß bekennen, daß es mir in den letzten 7 oder 8 zweijährigen Cursen (— noch früher war der Unterricht der analytischen Geometrie in unserer Prima nicht gestattet —) niemals gelungen ist, für die Behandlung eines noch ausgedehnteren Stoffes die erforderliche Zeit zu gewinnen, da eben nur 5 Stunden wöchentlich für die gesammte Mathematik gewährt sind. Wohl aber habe ich mich öfters genöthigt gesehen, den Stoff zu beschränken und weniger durchzunehmen, als man der nachfolgenden Probe gemäß erwarten sollte; und eine solche Beschränkung des Stoffes muß dem Lehrer schon deshalb freistehen, weil ja die verschiedenen Jahrgänge der Schüler nicht immer mit gleich guten Fähigkeiten ausgerüstet sind. Gewöhnlich beginne ich den Unterricht in der analytischen Geometrie mit der Bestimmung der Lage von Punkten durch das rechtwinklige Coordinatensystem, ohne auf schiefwinklige Parallelcoordinaten und auf Polarcoordinaten näher einzugehen. Die Transformationen der Coordinaten verschiedener Systeme übergehe ich hier meistens und bringe dieselben erst am Schlusse des Cursus zu einer eingehenderen Besprechung. Im 2. Abschnitte werden außer den gewöhnlichen nothwendigen Betrachtungen über die Lage verschiedener Linien zu einander auch noch theils Sätze, welche aus der Planimetrie bekannt sind, auf analytischem Wege bewiesen, theils Constructionsaufgaben vermittelst der Geraden als geometrischen Orts gelöst (z. B. die Schwerlinien, ebenso die Höhen des Dreiecks schneiden sich in einem Punkte; die Halbirungspunkte der drei Diagonalen eines vollständigen Vierecks liegen in einer Geraden; zur Construction eines Dreiecks ist gegeben die Grundlinie, die Summe aus Höhe und einem Segmente, das Verhältniß zwischen Höhe und dem andern Segmente, u. dgl.). Der dritte Abschnitt handelt von den Linien des 2. Grades, und zwar A. „Der Kreis.“ Daß dieser nicht nach der Ellipse als specieller Fall derselben behandelt wird, hat manche wichtige Gründe für sich. Der Schüler, wenn er auch den vorigen Abschnitt von der geraden Linie vollständig erfaßt hat, ist doch noch nicht so weit vorgeschritten, daß er nicht gern erst noch an einem bereits bekannten geometrischen Gebilde, und deshalb eben mit geringerer Mühe und größerem Interesse die analytische Methode weiter üben und sich mit derselben vertraut machen sollte; für solche aus der Planimetrie ihm bekannte Sätze und Aufgaben über den Kreis erhält er eine ganz neue Art der Beweisführung und Auflösung, ja er wird auch freudig überrascht durch Auffindung einzelner Eigenthümlichkeiten des Kreises, die er in der Planimetrie noch nicht kennen gelernt hat. Ist nun diese Abtheilung **A.** mit Sorgfalt und nicht mit Uebereilung durchgenommen, so könnte alsdann auch in der folgenden Abtheilung **B.** „Die Ellipse" vielleicht Manches noch weniger ausführlich behandelt werden, als es in der nachfolgenden Probe geschehen ist. Hiebei kann ich aber nicht unbemerkt lassen, daß bei aller Kürze, bei noch so gedrängter und nur andeutungsweiser Behandlung des Stoffes die so klare und übersichtliche Form und Anordnung der mathematischen Zeichensprache, die mit Vermeidung der Interpunktionszeichen jedem neuen Gedanken eine neue Zeile einräumt, keineswegs vernachlässigt werden darf, — was aber freilich hier in einem zu solchen mathematischen Abhandlungen so ungeeigneten Quartformate eines Schulprogramms, in welchem man auch noch stets auf Raumersparniß zu sehen hat, leider nicht hat berücksichtigt werden können. Die Abtheilung **C.** „Die Hyperbel" wird nun in ihren ersten Paragraphen so viel Uebereinstimmung mit den entsprechenden Betrachtungen der Ellipse haben, daß man sich fast allein mit der Angabe der Resultate begnügen dürfte. Es tritt aber hier der neue Begriff der Asymptoten hinzu, und es wird durch ein näheres Eingehen auf diese Linien die Abtheilung **C.** von ungefähr gleichem Umfange werden wie die vorhergehende über die Ellipse. Daß nun erst unter **D.** „Die Parabel" folgt, erscheint mir deshalb zweckmäßig, weil es hier nicht mehr wie bisher eine Mittelpunktsgleichung und somit auch nicht mehr solche, in Bezug auf Abscisse und Ordinate symmetrische und so übereinstimmende Formeln für die Eigenschaften der Curve giebt. Dennoch darf auch hier nie verabsäumt werden, die hergeleiteten Gesetze für die Parabel mit den entsprechenden für die vorigen Curven zu vergleichen. Schließlich bleibt dann noch unter **E.** „Die räumliche Deutung der allgemeinen Gleichung des zweiten Grades mit zwei Variabeln", obgleich diese Untersuchungen theilweise schon bei den einzelnen Curven angestellt worden sind. So sehr es nun auch wünschenswerth erscheinen mag, auch einige Curven höherer Ordnung, die in der Technik eine wichtige Rolle spielen, sowie ferner wenigstens Einiges aus der analytischen Geometrie des Raumes noch in Betracht zu ziehen, so dürfte hiezu bei dem gegenwärtigen Lehrplan für Realschulen doch wohl schwerlich die erforderliche Zeit zu gewinnen sein. —

B. Die Ellipse.

§ 57. Eine Curve von der Beschaffenheit, daß die Summe aus den Entfernungen (radii vectores, Brennstrahlen) ihrer Punkte von zwei festen Punkten (Brennpunkten, **F** und **F'**) constant ist, heißt Ellipse. (Fig. 1.)

Die durch beide Brennpunkte gelegte Sehne A^1A heißt Hauptaxe oder große Axe; ihre Endpunkte sind die Scheitel der Ellipse. Die durch die Mitte der großen Axe senkrecht gelegte Sehne B^1B heißt Nebenaxe oder kleine Axe; der Schnittpunkt O beider Axen ist der Mittelpunkt der Ellipse. Die Entfernung $OF = OF^1$ eines jeden der beiden Brennpunkte vom Mittelpunkte ist die Excentricität der Ellipse. Die durch einen Brennpunkt senkrecht zur Hauptaxe gelegte Sehne G^1G heißt Parameter der Ellipse.

Eine Ellipse läßt sich vermittelst eines in sich selbst zurücklaufenden, endlosen, um zwei feste Stifte F und F^1 geführten und durch einen Zeichenstift S stets gespannten Fadens FSF^1 beschreiben.

Der Kreis ist eine Ellipse, deren Excentricität gleich Null ist.

§ 58. Beschreibt man um die Brennpunkte F und F^1 (Fig. 2.) Kreise (Richtkreise) RR und R^1R^1 mit der großen Axe als Radius, so muß jeder Punkt der Ellipse (P', P'', P''' u. s. w., also auch A und A^1, B und B^1) von dem einen Brennpunkte ebenso weit entfernt sein als von der Peripherie des um den anderen Brennpunkt beschriebenen Kreises.

Anm. Ueber die gerade Linie, welche man Directrix (oder auch wohl Richtlinie) nennt, siehe später am Schlusse des Abschnitts von der Parabel.

§. 59. Setzt man die große Axe A^1A einer Ellipse gleich $2a$, die kleine Axe $B^1B = 2b$, die Excentricität $OF = OF^1 = e$, also $F^1F = 2e$, und bezeichnet man die zu irgend einem Punkte der Ellipse gehörigen Brennstrahlen mit r und r^1, so ist nach dem Vorstehenden für jede Ellipse:

1) $r + r^1 = 2a$ 2) $BF = BF^1 = a$ 3) $b^2 = a^2 - e^2$

§. 60. Die Mittelpunktsgleichung, d. i. diejenige Gleichung, welche sich auf die große und kleine Axe der Ellipse als Abscissen- und Ordinatenaxe bezieht, aus den beiden gegebenen Halbaxen a und b zu bestimmen. (Fig. 3.)

Es ist für jeden Punkt $P_{(xy)}$ der Ellipse $FP + F^1P = \sqrt{y^2 + (e-x)^2} + \sqrt{y^2 + (e+x)^2} = 2a$ und hieraus ergiebt sich $a^2y^2 + (a^2 - e^2)x^2 = a^2(a^2 - e^2)$

also 1) $a^2y^2 + b^2x^2 = a^2b^2$ oder 2) $y = \frac{b}{a}\sqrt{a^2 - x^2}$ oder 3) $\left(\frac{y}{b}\right)^2 + \left(\frac{x}{a}\right)^2 = 1$

Die Discussion dieser Gleichung ergiebt: 1) Ist in absoluter Hinsicht $x > a$, so ist y imaginär. 2) Ist $y > b$, so ist x imaginär. 3) Für $x = o$ wird $y = \pm b$. 4) Für $y = o$ wird $x = \pm a$. 5) Ist $x < a$, so gehören zu demselben 2 gleich große, aber entgegengesetzte Ordinaten. 6) Zu $y < b$ gehören 2 gleich große, entgegengesetzte Abscissen. — Die beiden Axen theilen die Ellipse in 4 congruente Stücke. — 7) Ist $b = a$, so hat man einen Kreis mit dem Radius a (S. § 43). 8) Ist $b > a$, so liegt die große Axe der Ellipse in der y Axe des Systems.

§. 61. 1) Aus der Gleichung $y^2 = \frac{b^2}{a^2}(a^2 - x^2)$ folgt: $(a + x)(a - x) : y^2 = a^2 : b^2$ aber auch $(a + y)(a - y) : x^2 = b^2 : a^2$, d. h. für jedes auf der Axe errichtete

Perpendikel in der halben Ellipse verhält sich das Rechteck aus den beiden Segmenten der Axe zum Quadrat über dem Perpendikel wie die Quadrate über den Halbaxen zu einander; beim Kreise ist also jenes Rechteck gleich dem Quadrate über dem Perpendikel.

2) Für zwei beliebige Punkte $P_{(x_1 y_1)}$ und $P_{(x_2 y_2)}$ der Ellipse ergiebt sich auch:
$y_1^2 : y_2^2 = (a + x_1)(a - x_1) : (a + x_2)(a - x_2)$, ebenso $x_1^2 : x_2^2 = (b + y_1)(b - y_1)(b + y_2) \cdot (b - y_2)$

3) Beschreibt man über der großen Axe 2a einer Ellipse einen Halbkreis (Fig. 4), so hat man für diese beiden Curven:

$$\frac{y^2}{b^2} + \frac{x^2}{a^2} = 1 \text{ und } \frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{a^2} = 1$$

und daher verhalten sich die zu einer und derselben Abscisse gehörigen Ordinaten der Ellipse und des Halbkreises wie $b : a$.

Ebenso ergiebt sich auch, wenn man über 2b einen Halbkreis beschreibt, daß für eine und dieselbe Ordinate sich die Abscissen der Ellipse und des letzteren Kreises wie $a : b$ verhalten.

§. 62. Vermittelst des Zirkels und des Lineals beliebig viele Punkte einer Ellipse zu bestimmen, wenn zwei von den drei Größen a, b und e gegeben sind.

1) Vermittelst der Richtkreise (Fig. 2); die Punkte P', P'', P''' u. s. w. sind die Spitzen von den gleichschenkligen Dreiecken $P'FR^1$, $P''FR^1$ u. s. w.

2) Da immer $r + r^1 = 2a$ (§ 59), so theile man die große Axe in 2 beliebige Stücke und schlage mit jedem dieser Stücke um jeden der beiden Brennpunkte Bogen.

3) Nach § 61, 3 und Fig. 4 muß sich für jeden Punkt Q der großen Axe Perpendikel $QP : QA'' = b : a = OB'' : OA''$ verhalten, daher $B''P$ immer parallel zur großen Axe sein.

§. 63. Aus den beiden Axen 2a und 2b der Ellipse den Parameter 2p derselben zu berechnen.

Es ist p die Ordinate für die Abscisse $x = \pm\, e = \sqrt{a^2 - b^2}$. Aus $y = \frac{b}{a}\sqrt{a^2 - x^2}$ erhält man also den halben Parameter $p = \frac{b^2}{a}$ oder $a : b = b : p$, d. h. der Parameter der Ellipse ist die dritte Proportionale zur großen und kleinen Axe derselben. —

Für den Kreis ist $a = b = r$, also auch $p = r$, d. h. Brennpunkt und Mittelpunkt fallen zusammen, oder $e = o$.

§. 64. Die Scheitelgleichung der Ellipse für 2a als Abscissenaxe zu bestimmen.

1) Nimmt man A^1 als Anfangspunkt und $A^1 A$ als die positive Richtung der Abscissenaxe an, so ist bei der Transformation der Coordinaten nur statt des x in der Mittelpunktsgleichung

hier $x - a$ zu setzen, also $y^2 = \frac{b^2}{a^2}\left\{a^2 - (x - a)^2\right\} = \frac{b^2}{a^2}(2ax - x^2)$. Es war aber $\frac{b^2}{a} = p$, also $y^2 = 2px - \frac{p}{a}x^2$

2) Nimmt man den Scheitel **A** als Anfangspunkt, also AA^1 als negative x Axe, so erhält man $y^2 = -2px - \frac{p}{a}x^2$, welche Gleichung nur, wenn x negativ ist, reelle Werthe für y giebt. Für den Kreis, dessen halber Parameter p immer gleich r sein muß, wird $y^2 = 2rx - x^2$, und wenn die negative Abscissenaxe durch den Kreis geht, $y^2 = -2rx - x^2$. (Siehe §. 43.)

§. 65. Ist die Gleichung einer Curve von der Form $ay^2 + cx^2 + dy + ex + f = o$ und haben die Glieder mit y^2 und x^2 beide das positive Vorzeichen, so ist

$$a\left(y + \frac{d}{2a}\right)^2 + c\left(+ \frac{e}{2c}\right)^2 = \frac{cd^2 + ae^2 - 4acf}{4ac}$$

Ersetzt man nun der Kürze wegen die rechte Seite der Gleichung durch **m**, und verlegt man ferner den Anfangspunkt des Coordinatensystems in den Punkt, dessen Ordinate gleich $-\frac{d}{2a}$ und dessen Abscisse gleich $-\frac{e}{2c}$ ist, während die neuen Axen den früheren parallel bleiben, so daß also für das neue System die Ordinate $u = y + \frac{d}{2a}$ und die Abscisse $t = x + \frac{e}{2c}$ ist, so geht die vorstehende Gleichung über in die Form $au^2 + ct^2 = m$

Setzt man endlich $\frac{m}{c} = \alpha^2$ und $\frac{m}{a} = \beta^2$, so ergiebt sich durch Multiplication mit $\frac{m}{a \cdot c}$ die Gleichung $\alpha^2 u^2 + \beta^2 t^2 = \alpha^2\beta^2$, d. i. die Mittelpunktsgleichung einer Ellipse in Bezug auf das neue System; die Halbaxen sind $\alpha = \sqrt{\frac{m}{c}}$ und $\beta = \sqrt{\frac{m}{a}}$

Anm. 1. Für $a = c$ gehört die Gleichung einem Kreise an (§ 44).

Anm. 2. Wird m negativ, d. h. $4acf > cd^2 + ae^2$, so hat obige Gleichung keine räumliche Bedeutung. Siehe später § 129. —

§. 66. Aus den gegebenen Coordinaten eines Punktes $P_{(x_1y_1)}$ der Ellipse, deren Mittelpunktsgleichung $a^2y^2 + b^2x^2 = a^2b^2$ ist, die Tangente, Subtangente, Normale und Subnormale für jenen gegebenen Punkt zu bestimmen.

Aehnlich wie §. 52. ergiebt sich zunächst die Gleichung der Secante, welche durch den gegebenen Punkt $P_{(x_1y_1)}$ und durch irgend einen anderen bestimmten Punkt $P_{(x_2y_2)}$ der Ellipse geht:

$$y - y_1 = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}(x - x_1)$$

Da aber $a^2y_1^2 + b^2x_1^2 = a^2b^2$ und auch $a^2y_2^2 + b^2x_2^2 = a^2b^2$ folglich $\frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = -\frac{b^2}{a^2} \cdot \frac{x_1 + x_2}{y_1 + y_2}$ und daher die Gleichung der Tangente:

$$1)\ y - y_1 = -\frac{b^2x_1}{a^2y_1}(x - x_1) \text{ oder } 2)\ a^2y_1y + b^2x_1x = a^2b^2.$$

Wäre die Ellipse durch ihre Scheitelgleichung $y^2 = 2px - \frac{p}{a}x^2$ gegeben, so würde durch ähnliche Betrachtungen oder auch durch Transformation nach § 8 aus vorstehender Gleichung 2) sich die Tangentialgleichung ergeben: $y_1y = 2p \cdot \frac{x + x_1}{2} - \frac{p}{a} \cdot x_1x$

Aus obiger Gleichung 1) ergiebt sich ferner nach § 28 die Gleichung der Normalen:

$$3)\ y - y_1 = +\frac{a^2y_1}{b^2x_1}(x - x_1)$$

Setzt man nun in der Tangentialgleichung 2) die Ordinate $y = o$, so erhält man die Abscisse des Schnittpunktes T der Tangente mit der x Axe (Fig. 5.), d. i. das Stück von O bis T gleich $\frac{a^2}{x_1}$. Nach §. 51. ist aber die Subtangente das Stück von T bis Q und daher, mit Berücksichtigung der Vorzeichen, $TQ = -TO + OQ = x_1 - \frac{a^2}{x_1}$

Auf ähnliche Weise ergiebt sich aus Gleichung 3) für den Schnittpunkt N der Normalen die Abscisse $ON = \frac{a^2 - b^2}{a^2}x_1 = \frac{e^2}{a^2} \cdot x_1$ und hieraus wieder, mit Berücksichtigung der Vorzeichen, die Subnormale $QN = -QO + ON = -x_1 + \frac{a^2 - b^2}{a^2}x_1 = -\frac{b^2}{a^2}x_1$

Vermittelst des Pythagoräischen Lehrsatzes erhält man alsdann die absolute Länge der Tangente $TP = \frac{y_1}{b^2x_1}\sqrt{a^4y_1^2 + b^4x_1^2}$

ferner die Länge der Normalen $PN = \frac{1}{a^2} \cdot \sqrt{a^4y_1^2 + b^4x_1^2}$

Wie beim Kreise in §. 52. sind auch hier die Vorzeichen vor den Wurzelgrößen so zu wählen, daß TP und PN als absolute Längen positiv werden.

Dieselben Werthe erhält man auch auf trigonometrischem Wege, da nach Gleichung 1)

$$\operatorname{tang} T = -\frac{b^2x_1}{a^2y_1} \text{ und } TP = y_1 \cdot \operatorname{cosec} T \text{ und } PN = y_1 \cdot \sec T \text{ ist.}$$

§. 67. Aus dem vorigen Paragraphen geht hervor:

1) Subtangente und Subnormale sind für positive Abscissen, d. h. für Tangenten, welche die Ellipse in der 1. und 4. Region berühren, immer negativ, dagegen für negative x immer positiv.

2) Der Werth für die Subtangente ist von b unabhängig, d. h. es haben alle über derselben Axe 2**a** beschriebenen Ellipsen für eine und dieselbe Abscisse auch eine und dieselbe Subtangente,

oder bei allen Ellipsen über der gemeinschaftlichen Axe 2a müssen die Tangenten für ein und dasselbe x durch einen und denselben Punkt T der Abscissenaxe gehen.

3) Der absolute Werth der Subnormalen ist immer kleiner als x, d. h. die beiden Endpunkte P und N einer Normalen liegen immer auf einer und derselben Seite von der kleinen Axe 2b.

4) Aus $OT = \frac{a^2}{x_1}$ ergiebt sich $OQ : OA = OA : OT$ und hieraus

5) $TA : TA^1 = QA : QA^1$, oder A^1 und A, Q und T sind 4 harmonische Punkte.

6) Da ferner $ON = \frac{e^2}{a^2}\, x_1 = \frac{e^2}{OT}$ oder OF die mittlere Proportionale zwischen ON und OT ist, so ergiebt sich hieraus

7) daß auch F^1 und F, N und T vier harmonische Punkte sind, woraus zugleich hervorgeht, daß der Winkel zwischen den beiden Brennstrahlen F^1P und FP durch die Normale PN halbirt wird, was jedoch im folgenden Paragraphen noch besonders bewiesen werden soll.

§. 68. Die beiden Brennstrahlen r und r^1 (Fig. 6.) **für irgend einen Punkt $P_{(x_1 y_1)}$ der Ellipse bilden mit der Tangente in diesem Punkte gleiche Winkel,** $\angle\, \alpha = \alpha^1$.

1) Bezeichnet man wie in §. 52. den Winkel PTX mit T, PFT mit φ und PF^1T mit φ^1, so ist $\operatorname{tg}\, \alpha = \operatorname{tg}(T - \varphi) = \frac{\operatorname{tg} T - \operatorname{tg} \varphi}{1 + \operatorname{tg} T \cdot \operatorname{tg} \varphi}$ und $\operatorname{tg}\, \alpha^1 = \operatorname{tg}(180 - T + \varphi^1) = \frac{-\operatorname{tg} T + \operatorname{tg} \varphi^1}{1 + \operatorname{tg} T \operatorname{tg} \varphi^1}$

Nun ergiebt sich aber aus den rechtwinkligen Dreiecken PQF und PQF^1, daß

$$-\operatorname{tg}\, \varphi = \frac{y_1}{e - x_1} \text{ und } \operatorname{tg}\, \varphi^1 = \frac{y_1}{e + x_1}$$

ferner aus § 66, Gleichung 1) $\operatorname{tg} T = -\frac{b^2}{a^2}\frac{x_1}{y_1}$

Also $\operatorname{tg}\, \alpha = \frac{-b^2 ex_1 + b^2 x_1{}^2 + a^2 y_1{}^2}{a^2 ey_1 - a^2 x_1 y_1 + b^2 x_1 y_1} = \frac{-b^2 e x_1 + a^2 b^2}{a^2 e y_1 - e^2 x_1 y_1} = \frac{b^2(-e x_1 + a^2)}{e y_1 (a^2 - e x_1)} = \frac{b^2}{e y_1}$

Auf dieselbe Weise ergiebt sich auch $\operatorname{tg}\, \alpha^1 = \frac{b^2}{e y_1}$ Folglich $\angle\, \alpha = \alpha^1$

Oder 2) Nach dem Pythagoräischen Lehrsatze ist

$$r = \sqrt{(e - x_1)^2 + y_1{}^2} = \sqrt{(e - x_1)^2 + \frac{a^2 - e^2}{a^2}(a^2 - x_1{}^2)}$$

$$= \sqrt{a^2 - 2ex_1 + \frac{e^2}{a^2} x_1{}^2} = \frac{a^2 - e\, x_1}{a}$$

Ebenso ergiebt sich $r^1 = \frac{a^2 + e\, x_1}{a}$. Da aber nach § 66 $ON = \frac{e^2}{a^2} x_1$, so ist

$$NF = e - \frac{e^2}{a^2} x_1 = \frac{e}{a} \cdot \frac{a^2 - ex_1}{a} = \frac{e}{a} \cdot r \text{ und } NF^1 = e + \frac{e^2}{a^2} x_1 = \frac{e}{a} \cdot \frac{a^2 + ex_1}{a} = \frac{e}{a} \cdot r^1$$

Also $NF : NF^1 = r : r^1 = PF : PF^1$

d. h. es ist die Normale PN die Halbirungslinie des Dreieckswinkels FPF^1, und die zur Normalen senkrechte Tangente PT halbirt daher den Nebenwinkel von PFP^1, oder $\alpha = \alpha^1$

§. 69. Durch den gegebenen Punkt $P_{(x_1 y_1)}$ der Ellipse eine Tangente an dieselbe zu legen.

1) Nach § 67,₂ kann man über 2a als Durchmesser einen Kreis beschreiben, die Ordinate y_1 bis zu diesem hin verlängern, hier (in A″ der Fig. 5) eine Tangente an den Kreis legen und den Punkt T, in welchem diese die xAxe durchschneidet, mit $P_{(x_1 y_1)}$ verbinden.

2) Nach § 68 halbirt man den Nebenwinkel von FPF^1.

3) Auch könnte man nach § 67,₅ für A^1, Q und A den zu Q zugeordneten vierten harmonischen Punkt T bestimmen.

4) Eine vierte Methode siehe später § 71.

§. 70. Von einem Punkte $P_{(mn)}$ außerhalb der gegebenen Ellipse $a^2y^2 + b^2x^2 = a^2b^2$ eine Tangente an dieselbe zu legen und die Coordinaten des Berührungspunktes $P^1_{(x_1 y_1)}$ zu bestimmen. (Fig. 7.)

1) Wenn P^1 der Berührungspunkt wäre und F^1P^1 um $P^1R = P^1F$, d. h. bis zum Richtkreise RR^1 verlängert würde, so müßte nach § 68 das Stück P^1H der Tangente die Höhe in dem gleichschenkligen Dreiecke FP^1R sein, und deshalb auch $PR = PF$. Man hat also für den Punkt R zwei Kreise als geometrische Oerter (und daher zwei Schnittpunkte R und R^1), nämlich den Kreis um F^1 mit dem Radius $F^1R = 2a$ und den Kreis um $P_{(mn)}$ mit dem Radius $PR = PF$. Die Verbindungslinien des Punktes F^1 mit den beiden Schnittpunkten R und R^1 geben die Berührungspunkte P^1 und P″ der beiden möglichen von $P_{(mn)}$ zu legenden Tangenten. Die Vertauschung der beiden Punkte F und F^1 mit einander würde bei dieser Construction dasselbe Resultat geben.

Hieraus ergiebt sich auch für den Kreis noch eine andere Methode zur Bestimmung des Berührungspunktes als die bekannte in § 53,₃ hergeleitete.

Um die Coordinaten des Berührungspunktes $P^1_{(x_1 y_1)}$ zu berechnen, hat man wieder zu berücksichtigen, daß P^1 sowohl in der Tangente als auch in der Ellipse liegt. Die Gleichung der Tangente im Berührungspunkte $(x_1 y_1)$ ist $a^2y_1y + b^2x_1x = a^2b^2$, und da der Punkt (mn) in derselben liegt, so ist auch 1) $a^2y_1n + b^2x_1n = a^2b^2$. Da ferner Punkt $(x_1 y_1)$ ein Punkt der Ellipse, so ist 2) $a^2y_1^2 + b^2x_1^2 = a^2b^2$. Aus diesen Gleichungen 1) und 2) ergeben sich die Coordinaten des Berührungspunktes P^1:

$$x_1 = \frac{a^2}{a^2n^2 + b^2m^2}\left(b^2m \pm n\sqrt{a^2n^2 + b^2m^2 - a^2b^2}\right)$$

$$\text{und } y_1 = \frac{b^2}{a^2n^2 + b^2m^2}\left(a^2n \mp m\sqrt{a^2n^2 + b^2m^2 - a^2b^2}\right)$$

Setzt man hier $a = b = r$, so erhält man die in § 53,₁ für den Kreis berechneten Coordinaten des Berührungspunktes.

Oder 2) Man könnte auch (wie § 53,₂) in vorstehender Gleichung 1) das y_1 und das x_1 als laufende Coordinaten ansehen und würde dann als Gleichung eines geometrischen Ortes für den Berührungspunkt P' erhalten

$$3)\quad a^2 ny + b^2 mx = a^2 b^2 \qquad \text{oder} \qquad \frac{n}{b^2}\, y + \frac{m}{a^2}\, x = 1$$

d. i. die Gerade, welche von der xAxe das Stück $OM = \frac{a^2}{m}$ (Fig 8) und von der yAxe das Stück $ON = \frac{b^2}{n}$ abschneidet. Die Gleichung 3) ist also die Gleichung der Berührungssehne für diejenigen beiden Tangenten, welche sich im Punkte (mn) durchschneiden; und durch Construction dieser Geraden erhält man die Berührungspunkte P' und P''.

§. 71. 1) **Die Fußpunkte sämmtlicher, von den beiden Brennpunkten auf alle beliebigen Tangenten der Ellipse gefällten Perpendikel liegen in einem Kreise, welcher die große Axe der Ellipse zum Durchmesser hat.** (Fig. 9.)

Aus § 70,₁ ergiebt sich, daß für jede beliebige Tangente das Perpendikel $FH = HR$; und da auch $FO = OF^1 = e$, so ist immer $OH = \frac{1}{2} F^1 R = a$, d. h. H liegt in dem Halbkreise über $A^1 A$. Aehnlich für das Perpendikel $F^1 H^1$.

2) **Das Rechteck aus den von beiden Brennpunkten auf eine und dieselbe Tangente gefällten Perpendikeln ist constant gleich dem Quadrate über der kleinen Halbaxe.**

$FH = FT \cdot \sin T$ und $F^1 H^1 = F^1 T \cdot \sin T$. Da aber nach § 66 $OT = \frac{a^2}{x_1}$ mithin $FT = \frac{a^2}{x_1} - e$ und $F^1 T = \frac{a^2}{x_1} + e$, so hat man

$$FH \cdot F^1 H^1 = \left(\frac{a^4}{x_1^2} - e^2\right) \sin^2 T = \frac{a^4 - a^2 x_1^2 + b^2 x_1^2}{x_1^2} \sin^2 T$$

oder auch, da sich aus der Ellipsengleichung $a^2 - x_1^2 = \frac{a^2 y_1^2}{b^2}$ ergiebt,

$$FH \cdot F^1 H^1 = \frac{a^4 y_1^2 + b^4 x_1^2}{b^2 x_1} \cdot \sin^2 T$$

Da ferner aber nach § 66 $\operatorname{tg} T = -\frac{b^2 x_1}{a^2 y_1}$

so ergiebt sich $\sin^2 T = \frac{\operatorname{tg}^2 T}{1 + \operatorname{tg}^2 T} = \frac{b^4 x_1^2}{a^4 y_1^2 + b^4 x_1^2}$ und somit $FH \cdot F^1 H^1 = b^2$

3) **Errichtet man in den Scheiteln der Ellipse auf der großen Axe Perpendikel bis zu einer beliebigen Tangente, so ist auch das Rechteck aus diesen beiden Perpendikeln constant gleich dem Quadrate über der kleinen Halbaxe.** (Fig. 10.)

Die Gleichung der Tangente im Punkte $(x_1 y_1)$ der Ellipse ist $a^2 y_1 y + b^2 x_1 x = a^2 b^2$. Für den Punkt dieser Tangente, dessen Abscisse $x = a$, wird daher die zugehörige Ordinate oder das Perpendikel $AK = \frac{b^2}{ay_1}(a - x_1)$. Für die Abscisse $x = -a$ wird aber die zugehörige Ordinate oder $A^1K^1 = \frac{b^2}{ay_1}(a + x_1)$. Folglich ist $AK \cdot AK^1 = \frac{b^2}{y_1^2} \cdot \frac{b^2}{a^2}(a^2 - x_1^2) = b^2$

Für die in den Scheiteln der kleinen Axe errichteten Perpendikel ergiebt sich ähnlich $BL \cdot B^1L^1 = a^2$

4) **Die Sehnen PA und PA¹ sind parallel zu den Verbindungslinien des Mittelpunkts O mit K¹ und K.** (Fig. 10 und 11.)

Die Gleichung für die Verbindungslinie zweier Punkte $(x_1 y_1)$ u. $(x_2 y_2)$ ist $y - y_1 = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}(x - x_1)$

Hieraus ergiebt sich die Gleichung der Linie AP: 1) $y = \frac{y_1}{x_1 - a}(x - a)$

Für die Linie OK^1 erhält man die Gleichung $y = \frac{-A^1K^1}{+a}(x + a)$, und da nach dem Vorigen $A^1K^1 = \frac{b^2}{AK}$ und $AK = \frac{b^2}{ay_1}(a - x_1)$, so ergiebt sich 2) $y = \frac{y_1}{x_1 - a}(x + a)$.

Da nun in den Gleichungen 1) und 2) für die Linien AP und OK^1 der Coefficient bei der laufenden Abscisse x derselbe, nämlich $\frac{y_1}{x_1 - a}$ ist, so sind die beiden Linien einander parallel. —

Ebenso ließe sich zeigen, daß auch die Sehnen PB und PB^1 parallel zu OL und OL^1 sein müssen.

5) **Aus Vorstehendem ergiebt sich auch noch eine Construction der Tangente durch den Punkt $P_{(x_1 y_1)}$ der Ellipse.**

Man verlängere die Sehne AP bis zum Schnittpunkte S in der verlängerten Halbaxe OB, construire das Rechteck A^1OSK^1 und verbinde K^1 mit $P_{(x_1 y_1)}$.

6) **Macht man noch $OS^1 = AK$, so verhält sich $OS^1 : OB = OB : OS$, und hieraus folgt, daß S und S¹, B und B¹ vier harmonische Punkte sind.**

7) **Die vom Schnittpunkte P zweier Tangenten nach den Brennpunkten gezogenen Geraden PF und PF¹ halbiren den Winkel je zweier zu beiden Tangenten gehöriger Berührungs-Brennstrahlen und bilden zugleich auch mit den beiden Tangenten gleiche Winkel.** (Fig. 12.)

Nach der Construction im §. 70,₁ hat man hier 3 Paare congruenter Dreiecke:

$\triangle PP'R \cong PP'F$, $\quad PP''R' \cong PP''F \quad$ und $PF'R \cong PF'R'$

und hieraus ergiebt sich $\angle PF'R = \angle PF'R'$ und $\angle PFP' = R = R' = PFP''$;
ferner $\angle P'PR = P'PF = \alpha$, $\angle P''PR' = P''PF = \beta$ und $\angle F'PR = F'PR'$, und es ist daher, wenn man noch $\angle FPF'$ mit γ bezeichnet, $2\alpha - \gamma = 2\beta + \gamma$ oder $\alpha - \gamma = \beta$, d. h. $\angle F'PP' = FPP''$.

§. 72. 1) Wenn eine bestimmte Länge MN zwischen den Schenkeln eines rechten Winkels YOX sich so bewegt, daß ihre Endpunkte immer in den Schenkeln des Winkels bleiben, so beschreibt irgend ein Punkt P in jener Geraden MN selbst oder in ihrer Verlängerung eine Ellipse, deren Halbaxen mit den Schenkeln des Winkels O ihrer Richtung nach zusammenfallen und gleich PN und PM sind. (Fig. 13.)

Bezeichnet man PN mit a und PM mit b und den veränderlichen Winkel PMX mit φ, so ist $\frac{y}{b} = \sin \varphi$ und $\frac{x}{a} = \cos \varphi$. Da aber $\sin^2\varphi + \cos^2\varphi = 1$, so hat man $\left(\frac{y}{b}\right)^2 + \left(\frac{x}{a}\right)^2 = 1$, welches die Mittelpunktsgleichung einer Ellipse mit den Axen 2a und 2b ist.

2) **Denkt man sich ferner noch für jeden beliebigen Punkt P dieser Ellipse das rechtwinklige Dreieck NOM zu dem Rechtecke NOMD vervollständigt, so muß immer die Gerade DP die Richtung der Normalen im Punkte P angeben.**

Die Coordinaten des Punktes D mögen ND = m und MD = — n sein, während die des entsprechenden Punktes P in der Ellipse x_1 und y_1 sind, alsdann hat man wieder $y_1 = b \cdot \sin \varphi$ und $x_1 = a \cdot \cos \varphi$, ferner $-n = (a - b) \sin \varphi$ und $m = (a - b) \cos \varphi$, also $n = -\frac{a-b}{b} \cdot y_1$ und $m = \frac{a-b}{a} \cdot x_1$. Nun ist aber die Gleichung der Geraden, welche durch die Punkte $P_{(x_1 y_1)}$ und $D_{(mn)}$ geht, $y - y_1 = \frac{y_1 - n}{x_1 - m}(x - x_1)$, und wenn man die vorstehenden Werthe von n und m substituirt: $y - y_1 = \frac{a^2 y_1}{b^2 x_1}(x - x_1)$, d. i. nach § 66 die Gleichung der Normalen im Punkte $P_{(x_1 y_1)}$.

Anmerkung 1) Während das mechanische Zeichnen einer Ellipse in continuirlichem Zuge vermittelst eines Fadens (§ 57) sehr unsicher und unvollkommen ist, liefert §. 72,1 ein bequemes Mittel, einen nicht complicirten Ellipsographen anzufertigen, durch welchen man Ellipsen mit beliebig großen Axen darstellen kann. Letzteres hat, wie Alles, seine natürlichen Grenzen; es kann ja selbst der so einfache Zirkel nicht für Kreise auf einem Quartblatt Papier und zugleich auch für die Zeichnung der Kreise auf der Schultafel geeignet sein. Das Modell eines solchen Ellipsographen, welches ich mir vor 9 bis 10 Jahren hier in Tilsit habe anfertigen lassen, giebt Ellipsen, deren große Axen zwischen 80 und 130mm Länge haben, während die Längen der kleinen Axen zwischen 50 und 100mm liegen. Um noch kleinere Ellipsen zeichnen zu können, müßte die Construction des Ellipsographen etwas abgeändert werden, freilich aber müßte dann auf die Herstellung des Instruments noch mehr Sorgfalt verwendet werden. Uebrigens ließe sich von einem recht geschickten Mechaniker auch wohl ein einfacher Ellipsograph herstellen, dessen Construction durch § 62,3, Fig. 4. begründet wäre.

Anmerkung 2) Ferner giebt § 72,2 noch den Grund zu einer sehr einfachen Vorrichtung, um bei der Herstellung der Lehrbogen elliptischer Gewölbe zugleich in jedem Punkte die Richtung der Normalen zu bestimmen, was für den Bau solcher Gewölbe in Betreff der Fugen zwischen den Bausteinen von der größten Wichtigkeit ist.

§. 73. Die Gleichung der Tangente im Punkte $P_{(mn)}$ einer Ellipse (Fig. 14.) ist nach § 66: $y - n = -\frac{b^2}{a^2}\frac{m}{n}(x - m) = \text{tg}\, T \cdot (x - m)$. Die Gleichung irgend einer Sehne oder Secante, welche durch die Punkte $P'_{(x_1 y_1)}$ und $P''_{(x_2 y_2)}$ geht, ist nach demselben Paragraphen: $y - y_1 = -\frac{b^2}{a^2} \cdot \frac{x_1 + x_2}{y_1 + y_2}(x - x_1)$. Wenn also Tangente und Sehne einander parallel sind, so hat man: $\text{tg}\, T = -\frac{b^2}{a^2} \cdot \frac{m}{n} = -\frac{b^2}{a^2} \cdot \frac{x_1 + x_2}{y_1 + y_2}$, also $m : n = (x_1 + x_2) : (y_1 + y_2)$. Es sind aber $\frac{1}{2}(x_1 + x_2)$ und $\frac{1}{2}(y_1 + y_2)$ die Coordinaten des Halbirungspunkts M jener zur Tangente parallelen, aber sonst beliebigen Sehne, daher muß PM auch durch den Mittelpunkt O der Ellipse gehen, woraus dann weiter folgt: Die Verbindungslinie zwischen den Berührungspunkten zweier paralleler Tangenten geht durch den Mittelpunkt der Ellipse, d. h. sie ist ein **Durchmesser** der Ellipse und halbirt sämmtliche Sehnen, welche zu den Tangenten und daher auch zu einander parallel sind. Die Endpunkte eines Durchmessers sind seine Scheitel. — Daß jeder Durchmesser im Mittelpunkte der Ellipse halbirt ist und die Ellipse in zwei congruente Hälften theilt, geht schon aus §. 60. hervor. —

Hienach läßt sich der Mittelpunkt einer gezeichneten Ellipse bestimmen, indem man die Mitten zweier zu einander parallel gezogener Sehnen verbindet u. s. w.

§. 74. Hat ein Durchmesser zur xAxe den Neigungswinkel α, während die von ihm halbirten Sehnen die xAxe unter dem Winkel β schneiden, ist ferner der eine Scheitel des Durchmessers der Punkt $P_{(mn)}$, so hat man $\text{tg}\, \alpha = \frac{n}{m}$; und da die halbirten Sehnen parallel zur Tangente im Punkte $P_{(mn)}$ sind, so ist $\text{tg}\, \beta = -\frac{b^2 m}{a^2 n}$, mithin $\text{tg}\, \alpha \cdot \text{tg}\, \beta = -\frac{b^2}{a^2}$.

Da diese Gleichung in Bezug auf $\text{tg}\, \alpha$ und $\text{tg}\, \beta$ symmetrisch ist, so muß auch der Durchmesser der Ellipse, welcher zu den früheren halbirten Sehnen parallel ist, durch die Halbirungspunkte derjenigen Sehnen gehen, welche parallel zu dem ersten Durchmesser sind. Zwei solche Durchmesser, von denen jeder die zum anderen parallel gezogenen Sehnen halbirt oder, was dasselbe ist, zu den Tangenten in den Scheiteln des anderen Durchmessers parallel ist, heißen **zugeordnete** oder **conjugirte** Durchmesser.

Die Gleichungen zweier conjugirter Durchmesser sind also:

$$y = \text{tg}\, \alpha \cdot x \quad \text{und} \quad y = -\frac{b^2}{a^2 \cdot \text{tg}\, \alpha} \cdot x$$

Ist $\text{tg}\, \alpha = \alpha = o$, so muß $\text{tg}\, \beta = -\infty$ und daher $\beta = 270^0$ oder $= 90^0$ sein, d. h. die Durchmesser stehen auf einander senkrecht, sie sind die beiden Axen der Ellipse.

Beim Kreise ist $a = b$, also $-\frac{b^2}{a^2} = -1$ und $\text{tg}\, \beta = -\frac{1}{\text{tg}\, \alpha}$, d. h. (§ 27) jedes Paar conjugirter Durchmesser beim Kreise durchschneidet sich unter rechtem Winkel.

§. 75. Wenn zwei Tangenten von einem Punkte $P_{(mn)}$ ausgehen, so muß der Durchmesser DD^1, dessen Verlängerung durch $P_{(mn)}$ geht, die Berührungssehne $P'P''$ der beiden Tangenten halbiren. (Fig. 15.)

Die Gleichung des Durchmessers DD^1, dessen Verlängerung durch $P_{(mn)}$ geht, ist $y = \frac{n}{m} x$ und daher die Gleichung des ihm zugeordneten (conjugirten) Durchmessers EE^1 nach dem vorigen Paragraphen $y = -\frac{b^2 m}{a^2 n} \cdot x$. Die Gleichung der Berührungssehne ist aber nach § 70

$$\frac{n}{b^2} y + \frac{m}{a^2} x = 1 \quad \text{oder } y = -\frac{b^2 m}{a^2 n} x + \frac{b^2}{n}$$

welches nach § 24 die Gleichung einer Linie ist, die zu dem letzteren conjugirten Durchmesser EE^1 parallel ist, und es muß daher nach § 73 die Berührungssehne von dem ersten Durchmesser halbirt werden.

§. 76. Wenn man die Scheitel eines Durchmessers DD^1 mit irgend einem Punkte P der Ellipse verbindet, so heißen diese Verbindungslinien PD und PD^1 Supplementarsehnen. (Fig. 16.) Zieht man nun zwei Durchmesser parallel zu den beiden Sehnen PD und PD^1, so müssen die letzteren als Seiten des Dreiecks DPD^1 halbirt werden, und es sind daher zwei Durchmesser, welche zu zwei Supplementarsehnen parallel gezogen worden, immer conjugirte Durchmesser. Um also zwei conjugirte Durchmesser zu ziehen, welche sich unter einem gegebenen Winkel φ durchschneiden, schlägt man über einem beliebigen Durchmesser DD^1 einen Kreisbogen DPD^1, welcher den gegebenen Winkel φ als Peripheriewinkel umfaßt, verbindet den Schnittpunkt P mit D und mit D^1 und zieht zu PD und PD^1 parallele Durchmesser. — Nimmt man $\varphi = 90^0$, so erhält man die beiden Axen der Ellipse.

§. 77. Der eine Scheitel eines Durchmessers habe die Coordinaten x_1 und y_1, der andere Scheitel also $-x_1$ und $-y_1$. Es sind die Coordinaten x_2 und y_2 für die Scheitel des conjugirten Durchmessers zu bestimmen.

Die Gleichung des gegebenen Durchmessers ist $y = \frac{y_1}{x_1} x$ und daher die Gleichung des conjugirten Durchmessers $y = -\frac{b^2 x_1}{a^2 y_1} x$. Man hat daher für den Schnittpunkt dieser Geraden mit der Ellipse, d. h. für den Scheitel $(x_2 y_2)$ des conjugirten Durchmessers die beiden Gleichungen $y_2 = -\frac{b^2 x_1}{a^2 y_1} x_2$ und $y_2^2 = \frac{b^2}{a^2}(a^2 - x_2^2)$. Hieraus ergeben sich die gesuchten Coordinaten $x_2 = \pm \frac{a}{b} y_1$ und $y_2 = \pm \frac{b}{a} x_1$

§. 78. Die Summe aus den Quadraten zweier conjugirter Durchmesser ist constant gleich der Summe aus den Quadraten über den beiden Axen.

Sind die Coordinaten für den einen Scheitel des einen Durchmessers x_1 und y_1, so hat der Scheitel des anderen Durchmessers nach dem vorigen Paragraphen die Coordinaten $\pm \frac{a}{b} y_1$ und $\mp \frac{b}{a} x_1$, und man hat nach dem Pythagoräischen Lehrsatze für die beiden conjugirten Halbmesser a_1 und b_1:

$$a_1^2 = x_1^2 + y_1^2 \quad \text{und } b_1^2 = \frac{a^2}{b^2} y_1^2 + \frac{b^2}{a^2} x_1^2$$

$$\text{folglich } a_1^2 + b_1^2 = \frac{a^2 y_1^2 + b^2 x_1^2}{b^2} + \frac{a^2 y_1^2 + b^2 x_1^2}{a^2} = \frac{a^2 b^2}{b^2} + \frac{a^2 b^2}{a^2} = a^2 + b^2$$

$$\text{oder } (2a_1)^2 + (2b_1)^2 = (2a)^2 + (2b)^2$$

§. 79. Legt man durch die Scheitel zweier conjugirter Durchmesser Tangenten an die Ellipse, so ist der Flächeninhalt des durch die Tangenten begrenzten Parallelogramms constant gleich dem Rechteck aus den beiden Axen. (Fig 17.)

Die Tangenten müssen nach § 73 den conjugirten Durchmessern DD' und EE' parallel sein und mögen sich unter dem Winkel φ schneiden. Für den vierten Theil dieses Tangenten-Parallelogramms hat man nun die Seiten a_1 und b_1 und daher $EODK = b_1 \cdot a_1 \sin \varphi = b_1 \cdot OL$. Die Höhe OL dieses Parallelogramms ist aber $= OT \cdot \sin T = \frac{a^2}{x_1} \cdot \sin T$ (§ 66). Ferner ist $\sin T = \frac{EQ'}{b_1}$ und nach § 77 ist $EQ' = \frac{b}{a} x_1$. Es ergiebt sich also durch Substitution dieser Werthe $EODK = ab$, und daher das ganze Tangenten-Parallelogramm

$$GHIK = 4\, a_1 b_1 \sin \varphi = (2a) \cdot (2b)$$

Hieraus folgt auch, daß das Sehnen-Parallelogramm $DED'E'$ constant gleich $2ab$ und daß $\triangle\, ODE = \frac{1}{2} ab$, d. h. das Dreieck zwischen zwei conjugirten Halbmessern und der zugehörigen Sehne ist constant gleich dem rechtwinkligen Dreiecke, welches die beiden Halbaxen zu Katheten hat.

Zugleich ist auch für den Winkel φ zwischen zwei conjugirten Halbmessern a_1 und b_1 zu merken, daß $\sin \varphi = \frac{ab}{a_1 b_1}$

§. 80. Größe und Lage zweier gleich großer conjugirter Durchmesser zu finden.

Nach den beiden vorhergehenden Paragraphen ist $a_1^2 + b_1^2 = a^2 + b^2$ und $a_1 b_1 \sin \varphi = ab$ Für $a_1 = b_1$ ergiebt sich hieraus:

$$1)\ a_1 = \pm \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}} \quad \text{oder } (2a_1)^2 = \tfrac{1}{2} \left\{(2a)^2 + (2b)^2\right\}$$

$$\text{und } 2)\ \sin \varphi = \frac{2ab}{a^2 + b^2} \quad \text{oder } \operatorname{tg} \varphi = \pm \frac{2ab}{a^2 - b^2}$$

Bezeichnet man nun die Winkel, unter welchen die xAxe von den beiden Durchmessern durchschnitten wird, mit α und β, so ist $\varphi = \beta - \alpha$, mithin $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg} \varphi}{1 + \operatorname{tg} \beta \cdot \operatorname{tg} \varphi}$.

Es ist aber nach § 74 $\operatorname{tg} \beta = - \frac{b^2}{a^2 \cdot \operatorname{tg} \alpha}$, und vorstehend unter 2) ist

$\operatorname{tg} \varphi = \pm \frac{2ab}{a^2 - b^2}$. Daher hat man die quadratische Gleichung:

$\operatorname{tg} \alpha = \frac{- b^2 (a^2 - b^2) \mp 2ab \cdot a^2 \operatorname{tg} \alpha}{(a^2 - b^2) \cdot a^2 \operatorname{tg} \alpha \mp 2ab \cdot b^2}$, durch deren Auflösung man erhält

$$\operatorname{tg} \alpha = \mp \frac{b}{a}, \quad \text{und alsdann } \operatorname{tg} \beta = \pm \frac{b}{a}$$

Da aber $\pm \frac{b}{a}$ die Tangente der Winkel ist, unter welchen die xAxe von den Verbindungssehnen zwischen den Scheiteln der beiden Ellipsen-Axen durchschnitten wird, so sind die gleich großen conjugirten Durchmesser der Ellipse parallel zu den Sehnen zwischen den Scheiteln der Axen; es giebt also auch für jede Ellipse (wenn dieselbe nicht gerade ein Kreis ist) nur ein Paar gleich großer conjugirter Durchmesser, und nach obiger Formel 1) ist das Quadrat über jedem derselben gleich dem arithmetischen Mittel zwischen den Quadraten über den beiden Axen der Ellipse.

§. 81. 1) Außer den beiden Axen der Ellipse giebt es kein Paar conjugirter Durchmesser, welche **senkrecht** zu einander wären, denn nach § $67,_3$ kann für keine Tangente, welche zu einem Durchmesser (nicht Axe) parallel ist, die Normale durch den Mittelpunkt der Ellipse gehen, d. h. selbst Durchmesser sein. Wenn also $\sin \varphi = \frac{ab}{a_1 b_1}$ (§ 79) seinen größten Werth 1 annehmen soll, so muß $a_1 b_1$ nicht nur dem Werthe nach gleich ab, sondern es müssen a_1 und b_1 mit a und b identisch, d. h. die halben Ellipsenaxen selbst sein. In jedem anderen Falle ist $\sin \varphi < 1$, d. h. $a_1 b_1 > ab$; und es liegen aus demselben oben angeführten Grunde § $67,_3$ die beiden ungleichen, zu $\sin \varphi$ gehörigen Nebenwinkel, unter welchen sich zwei conjugirte Durchmesser durchschneiden, stets so, daß die **große** Axe der Ellipse durch den **kleineren** Nebenwinkel geht.

2) Da nach § 78 $a_1^2 + b_1^2 = a^2 + b^2$, so ergiebt sich

$$\sin \varphi = \frac{ab}{a_1 b_1} = \frac{2\,ab}{a^2 + b^2 - a_1^2 - b_1^2 + 2\,a_1 b_1} = \frac{2\,ab}{a^2 + b^2 - (a_1 - b_1)^2}$$

Dieser Ausdruck wird um so kleiner, je kleiner die Differenz $(a_1 - b_1)$ wird; er erhält seinen kleinsten Werth, wenn $a_1 = b_1$ ist; d. h.: Von allen conjugirten Durchmessern der Ellipse schneiden sich die beiden gleich großen unter dem möglichst kleinsten Winkel, (resp. größten Nebenwinkel).

3) Aus vorstehendem Werthe für $\sin\varphi$ geht zugleich hervor, daß **zwischen den beiden Axen der Unterschied** $(2a - 2b)$ **größer ist als zwischen irgend einem anderen Paare conjugirter Durchmesser**; denn $(a_1 - b_1)^2 = (a^2 + b^2) - \frac{2ab}{\sin\varphi}$ ist ein Maximum, wenn $\frac{2ab}{\sin\varphi}$ möglichst klein, d. h. wenn $\sin\varphi = 1$ oder $\varphi = 90^0$ ist.

4) Ferner ist $a_1 + b_1 = \sqrt{a_1^2 + b_1^2 + 2a_1 b_1} = \sqrt{a^2 + b^2 + \frac{2ab}{\sin\varphi}}$, und dieser Ausdruck wird ein Maximum, wenn $\sin\varphi$ ein Minimum, d. h. wenn nach Obigem unter 2) $a_1 = b_1$ ist. Dagegen wird derselbe Ausdruck ein Minimum, wenn $\sin\varphi = 1$ oder $\varphi = 90^0$ ist. **Von allen Paaren conjugirter Durchmesser hat das Paar gleich großer Durchmesser die größte Summe, während die Summe der beiden Axen am kleinsten ist.**

§. 82. Die Gleichung der Ellipse in Bezug auf zwei conjugirte Durchmesser als Coordinaten-Axen herzuleiten. (Fig. 18.)

Wenn die verlängerten conjugirten Halbmesser OT und OU mit der großen Ellipsenaxe OA die Winkel α und β bilden, so hat man nach § 10 folgende Transformation vorzunehmen: $x = t \cdot \cos\alpha + u \cdot \cos\beta$ und $y = t \cdot \sin\alpha + u \cdot \sin\beta$. Die Substitution in die frühere Mittelpunktsgleichung $a^2y^2 + b^2x^2 = a^2b^2$ giebt, wenn man nach u und t ordnet,

$$\left\{\begin{array}{l}(a^2 \sin^2\beta + b^2 \cos^2\beta)\, u^2 + (a^2 \sin^2\alpha + b^2 \cos^2\alpha)\, t^2 \\ \quad + 2\,(a^2 \sin\alpha \sin\beta + b^2 \cos\alpha \cos\beta)\, t \cdot u\end{array}\right\} = a^2b^2$$

Nun ist aber nach § 74 $\operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\beta = -\frac{b^2}{a^2}$ oder $a^2 \sin\alpha \sin\beta = -b^2 \cos\alpha \cos\beta$,

und es bleibt daher $(a^2 \sin^2\beta + b^2 \cos^2\beta)\, u^2 + (a^2 \sin^2\alpha + b^2 \cos^2\alpha)\, t^2 = a^2b^2$

Für $u = o$ wird $t = \pm a_1$, und daher 1) $a^2 \sin^2\alpha + b^2 \cos^2\alpha = \frac{a^2b^2}{a_1^2}$

Für $t = o$ ergiebt sich $u = \pm b_1$, und somit 2) $a^2 \sin^2\beta + b^2 \cos^2\beta = \frac{a^2b^2}{b_1^2}$.

Folglich $\frac{a^2b^2}{b_1^2} \cdot u^2 + \frac{a^2b^2}{a_1^2} \cdot t^2 = a^2b^2$ oder $a_1^2u^2 + b_1^2t^2 = a_1^2b_1^2$

oder auch $\left(\frac{u}{b_1}\right)^2 + \left(\frac{t}{a_1}\right)^2 = 1$

welche Form mit der früheren Mittelpunktsgleichung in Bezug auf die große und kleine Axe der Ellipse als Coordinatensystem vollständig übereinstimmt. Es werden daher auch die daraus abgeleiteten Gleichungen für Tangente und Subtangente, Normale und Subnormale dieselbe Form in beiden Coordinatensystemen haben.

Aus den Gleichungen 1) und 2) ergeben sich auch die absoluten Längen zweier conjugirter Halbmesser, welche mit der xAxe die Winkel α und β bilden, nämlich

$$a_1 = \frac{ab}{\sqrt{a^2 \sin^2\alpha + b^2 \cos^2\alpha}} \quad \text{und } b_1 = \frac{ab}{\sqrt{a^2 \sin^2\beta + b^2 \cos^2\beta}}$$

welche Werthe man auch in folgender Weise hätte finden können. Der Scheitel des einen Durchmessers ($2a_1$) hat die Coordinaten $a_1 \sin\alpha$ und $a_1 \cos\alpha$, und aus der Ellipsengleichung in Bezug auf die Axen a und b ergiebt sich daher

$$\frac{a_1^2 \sin^2\alpha}{b^2} + \frac{a_1^2 \cos^2\alpha}{a^2} = 1 \quad \text{und hieraus } a_1^2 = \frac{a^2 b^2}{a^2 \sin^2\alpha + b^2 \cos^2\alpha}$$

Aehnlich wäre dann der Werth von b_1^2 herzuleiten.

Wollte man den Halbmesser durch den zum conjugirten Halbmesser gehörigen Winkel ausdrücken, so würde man vermittelst der Gleichung $\operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\beta = -\frac{b^2}{a^2}$ (§ 74) und gewöhnlicher trigonometrischer Transformationen erhalten:

$$a_1^2 = \frac{a^4 \operatorname{tg}^2\beta + b^4}{a^2 \operatorname{tg}\beta + b^2} \quad \text{und } b_1^4 = \frac{a^4 \operatorname{tg}^2\alpha + b^4}{a^2 \operatorname{tg}\alpha + b^2}$$

§. 83. Die Polargleichung der Ellipse zu finden. (Fig. 19.)

1) Nimmt man den Brennpunkt F als Pol und den zunächst liegenden Scheitel A als Anfangspunkt der Winkeldrehung an, so ergeben sich für den variabeln Brennstrahl FP und den Drehungswinkel φ nach § 68,₂ die Werthe $r = a - \frac{e}{a} x_1$ und $x_1 = e + r \cdot \cos\varphi$. Ersetzt man noch das Verhältniß $\frac{e}{a}$, welches man im Gegensatze zur linearen Excentricität e die numerische Excentricität nennt, durch ε, mithin $e = a\varepsilon$, so wird $r = \frac{a(1 - \varepsilon^2)}{1 + \varepsilon \cdot \cos\varphi}$. Da nun aber auch $b^2 = a^2 - e^2 = a^2(1 - \varepsilon^2)$ und ferner nach § 63 der halbe Parameter $p = \frac{b^2}{a}$, so erhält man auch $r = \frac{p}{1 + \varepsilon \cdot \cos\varphi}$

2) Nimmt man dagegen den vom Pole entfernter liegenden Scheitel als Anfangspunkt der Drehung, also nach Fig. 6. F^1 als Pol und φ^1 als den variabeln Drehungswinkel, so ergiebt sich

$$r^1 = \frac{p}{1 - \varepsilon \cdot \cos\varphi^1}$$

3) Wenn man O als Pol annimmt und die positive Richtung der x Axe als Polaraxe, so ist für den Leitstrahl $OP = \varrho$ und den Drehungswinkel $AOP = \omega$

$$\varrho^2 = x^2 + y^2 = x^2 + \frac{b^2}{a^2}(a^2 - x^2) = \frac{a^2 - b^2}{a^2} x^2 + b^2$$

$$= \frac{e^2}{a^2} x^2 + b^2 = \frac{e^2}{a^2} \cdot \varrho^2 \cdot \cos^2\omega + b^2 = \varepsilon^2 \cdot \varrho^2 \cdot \cos^2\omega + b^2$$

Also $\varrho = \frac{b}{\sqrt{1 - \varepsilon^2 \cos^2\varphi}}$ oder auch $= \sqrt{\frac{ap}{1 - \varepsilon^2 \cdot \cos^2\omega}}$

§. 84. Den Flächeninhalt einer Ellipse zu bestimmen.

Beschreibt man über der großen Axe 2a als Durchmesser einen Kreis, so ist für jede Abscisse die Ellipsen-Ordinate $\frac{b}{a}$ mal so groß als die Ordinate des Kreises. (§ 61.) Denkt man sich nun statt der Ordinatenlinien ganz schmale, trapezartige Streifen, so kann man die Flächenräume als Summen solcher Streifen betrachten, was der Wahrheit um so näher kommt, je näher man die Ordinaten an einander gerückt denkt. Es müssen also auch die Grenzwerthe dieser Summen, das sind die Flächenräume der Ellipse und des Kreises über der großen Axe, sich wie $b : a$ verhalten, oder, wenn man den Flächeninhalt der Ellipse mit J bezeichnet, $J : a^2\pi = b : a$ oder $J = ab\pi$.

§. 85. Es möge hier auch noch, obgleich eigentlich erst in die Geometrie des Raumes hingehörig, das Volumen eines Rotations-Ellipsoids, welches durch Umdrehung einer Ellipse um eine ihrer Axen entstanden ist, bestimmt werden.

Denkt man sich wieder, wie im vorigen Paragraphen über der Rotationsaxe 2a der Ellipse als Durchmesser einen Kreis gezeichnet, so müssen die zu einer und derselben Abscisse gehörigen Ordinaten der Ellipse und des Kreises bei der Rotation Kreisebenen beschreiben, die sich wie $b^2 : a^2$ verhalten. Aber analog der Betrachtungsweise im vorigen Paragraphen lassen sich auch die Volumina beider Rotationskörper als Summen aus unendlich vielen solchen unendlich dünnen Kreisscheiben betrachten, und es verhält sich daher das Volumen V des Rotations-Ellipsoids mit den Axen 2a 2b und 2b zu der Kugel mit dem Durchmesser 2a wie $b^2 : a^2$, also

$$V : \frac{4}{3}a^3\pi = b^2 : a^2 \qquad \text{oder } V = \frac{4}{3}ab^2\pi$$

Ebenso ergiebt sich das Volumen eines Rotations-Ellipsoids, das durch Rotation um die kleine Axe 2b der Ellipse entstanden ist und daher die drei Axen 2a, 2a und 2b hat, gleich $\frac{4}{3}a^2b\pi$.

§. 98. Wenn man einen geraden Kegel durch eine Ebene so durchschneidet, daß die Axe des Kegels mit der Schnittebene einen größeren Winkel bildet als mit der Seitenlinie des Kegels, so ist die Schnittcurve eine Ellipse. (Fig. 20.)

Legt man den zur gedachten Schnittebene APP' senkrechten Axenschnitt CMN des Kegels, ferner senkrecht zur Axe des Kegels irgend einen Kreisschnitt KPK'P', zieht alsdann im Axenschnitte CMN die Geraden AG und A^1G^1 parallel zu dem Durchmesser KK^1 jenes Kreises und bezeichnet AQ mit x, PQ mit y und A^1A mit 2a, so ergiebt sich

$$AQ : QK = AA^1 : A^1G^1 \qquad \text{oder } QK = \frac{A^1G^1}{2a} \cdot x$$

$$\text{ferner } A^1Q : QK^1 = A^1A : AG \qquad \text{oder } QK^1 = \frac{AG}{2a}(2a - x)$$

Im Kreise KPK^1P^1 ist aber $PQ^2 = y^2 = QK \cdot QK^1$

$$\text{Folglich } y^2 = \frac{AG \cdot A^1G^1}{4a^2}(2ax - x^2) = \frac{AG \cdot A^1G^1}{4a} \cdot 2x - \frac{AG \cdot A^1G^1}{4a} \cdot \frac{x^2}{a}$$

und wenn man noch die constante Größe $\frac{AG \cdot A^1G^1}{4a} = p$ setzt, so hat man $y^2 = 2px - \frac{p}{a} x^2$, welches also (nach § 64) die Scheitelgleichung einer Ellipse mit der großen Axe $2a = A^1A$ und dem Parameter $2p = \frac{AG \cdot A^1G^1}{A^1A}$ ist.

Man kann auch den Parameter $2p$ durch CA^1 und durch die Winkel α und β ausdrücken, welche die Kegelaxe mit der Seitenlinie des Kegels und mit der Schnittebene A^1PP^1 bildet. Dann ergiebt sich aus $\triangle A^1AG$ die Proportion $AG : A^1A = \sin(\alpha + \beta) : \cos\alpha$, und aus $\triangle CA^1G$ erhält man $A^1G^1 = 2 \cdot CA^1 \cdot \sin\alpha$; folglich ist der Parameter

$$2p = \frac{AG \cdot A^1G^1}{A^1A} = 2 \cdot CA^1 \operatorname{tg}\alpha \cdot \sin(\alpha + \beta).$$

Aus $\triangle A^1AC$ ergiebt sich ferner A^1A oder $2a = \frac{CA^1 \cdot \sin 2\alpha}{\sin(\beta - \alpha)}$,

mithin $$\frac{p}{a} = \frac{2 \cdot \sin\alpha \cdot \sin(\alpha + \beta) \cdot \sin(\beta - \alpha)}{\cos\alpha \cdot \sin 2\alpha} = \frac{-2 \cdot \sin(\alpha + \beta)\ \sin(\alpha - \beta)}{2 \cdot \cos^2\alpha}$$
$$= \frac{\cos 2\alpha - \cos 2\beta}{2 \cdot \cos^2\alpha}.$$

Es ist daher die Gleichung des Kegelschnittes, welcher die Seitenlinie des Kegels in der Entfernung CA^1 von der Spitze und die Kegelaxe unter dem Winkel β durchschneidet, während der Axenschnitt des Kegels den Winkel 2α an der Spitze hat:

$$y^2 = 2 \cdot CA^1 \cdot \operatorname{tg}\alpha\ \sin(\alpha + \beta) \cdot x - \frac{\cos 2\alpha - \cos 2\beta}{2 \cdot \cos^2\alpha} \cdot x^2$$

Dr. J. Ellinger.

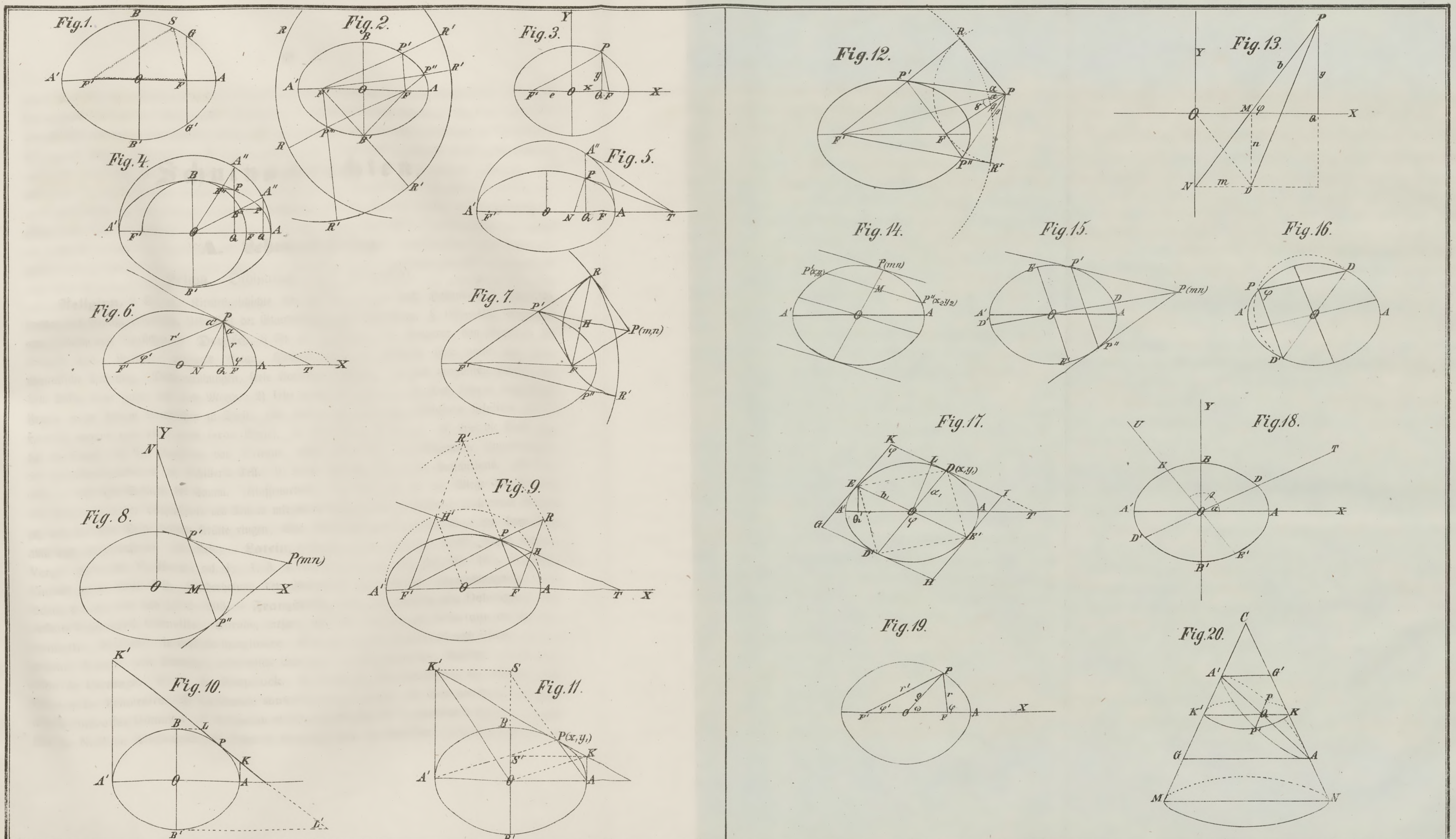
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 11.
Fig. 12.
Fig. 13.
Fig. 14.
Fig. 15.
Fig. 16.
Fig. 17.
Fig. 18.
Fig. 19.
Fig. 20.

Schulnachrichten.

A. Lehrverfassung.

Prima. Ordinarius: Der Director.

Religion, 2 St. w. Kirchengeschichte bis zur Reformation nach Hollenberg § 92—125, Lectüre des Evang. Johannis, Uebersicht der Glaubenslehre nach Hollenberg, § 158—192, Repetition von Liedern und Sprüchen. — **Deutsch**, 3 St. w. Geschichte der Literatur von Gottsched bis Göthe's Tod. Lectüre: Lessing's Natan, Göthe's Iphigenia, Schiller über naive und sentimentalische Dichtung. Disponirübungen, freie Vorträge, Aufsätze: 1) das menschliche Leben unter dem Bilde einer Fahrt auf dem Meere. 2) Ubi bene, ibi patria. 3) Des Lebens ungemischte Freude ward keinem Sterblichen zu Theil. (Ab.-Arb.) 4) Ingenuas didicisse fideliter artes, Emollit mores nec sinit esse feros (Chrie). 5) Alles Leben ist Kampf. 6) Wer die Wahl hat, hat die Qual. 7) Die Jungfrau von Orleans. (Ein Lebensbild.) 8) Allgemeine Inhaltsangabe des Gedankenorganismus in Schiller's Tell. 9) Ueber die böse Sitte des Aufschiebens. (Klassenarbeit.) 10) Die Schlacht bei Cannä. (Klassenarbeit.) 11) Geringes ist die Wiege des Großen. 12) Vergleichung der Leichenspiele des Aeneas mit denen des Achilles. 13) Gesell Dich einem Bessern zu, daß mit ihm Deine bessern Kräfte ringen, Wer selbst nicht weiter ist als Du, der kann Dich auch nicht weiter bringen. (Ab.-Arb.) — **Latein**, 3 St. w. Lectüre von Liv. XXII., Tacit. Germ., Vergil. Aen. IX. V., Horat, od. I: 1. 3. 4. 22. 37., II: 3. 10., III: 30., IV: 7., priv. Caesar de b. Gall. VII. Wiederholung der Grammatik und Metrik, Wortbildungslehre nach Schultz § 178—188 und § 202—203. — **Französisch**, 4 St. w. Lectüre von Delavigne: les enfants d'Edouard, Corneille: Horace, cursor: Picard: un jeu de la fortune ou les marionnettes, Molière: le malade imaginaire. Wiederholung der Grammatik nach Plötz: nouv. gramm. franç., freie Vorträge, wöchentliche Exercitien und Extemporalien, Aufsätze: 1) destruction de Carthage. 2) vie de Klopstock. 3) Mort de Wallenstein. 4) caractère de Charles-le-Téméraire. 5) La Russie sous Pierre-le-Grand. 6) Les combats des Allemands contre les Romains. 7) Invention et développement de la machine à vapeur. 8) La fête de Noël en Allemagne. 9) Portrait biographique de Schiller. 10) Frédéric II. et

les deux premières guerres de Silésie. (Ab.-Arb.) 11) **La monarchie prussienne, ses origines et son accroissement graduel.** (Ab.-Arb.) **Englisch,** 3 St. w. Lectüre von **Dickens: a christmas Carol** und **Shakspere's Macbeth.** Wiederholung der Grammatik nach **Baskerville,** freie Vorträge, Exercitien, Uebersetzungen aus dem Englischen in das Französische und umgekehrt, Aufsätze: 1) **The second Punic war.** 2) **Out of decay new life.** 3) **Gregory VII.** 4) **Philip II of Spain.** 5) **Who was the greatest man of Rome?** 6) **1. act of Macbeth.** 7) **Oliver Cromwell.** 8) **Benefits Common People derive from the Progress of Civilisation.** — **Geschichte,** 2 St. w. Geschichte des Mittelalters und der neueren Zeit bis zum westphälischen Frieden. Repetitionen und Vorträge aus dem ganzen Gebiete der Geschichte. — **Geographie,** 1 St. w. Das europäische Tiefland mit besonderer Berücksichtigung der statistischen und internationalen Verhältnisse. Vorträge und Repetitionen aus dem ganzen Gebiete der Geographie. — **Naturwissenschaften,** 6 St. w. a. Physik, 3 St. Mechanik und Lehre vom Lichte, mit mathematischer Begründung, Wiederholung des ganzen Gebietes, Uebung im Lösen von Aufgaben, Experimente. b. Chemie, 3 St. Die Metalle und die wichtigsten Verbindungen derselben, Wiederholung des ganzen Gebietes, Experimente, Lösung von Aufgaben. — **Mathematik,** 5 St. w. a. Arithmetik, 2 St. Combinatorische Operationen, Reihen höherer Ordnung, unbestimmte Coefficienten und der binomische Lehrsatz. b. Geometrie, 3 St. Wiederholung der Planimetrie, analytische Geometrie, schriftliche Arbeiten. — Zeichnen, 3 St. w. Freihandzeichnen nach Gypsen und großen Vorlagen **aux deux crayons,** Linealzeichnen, architectonisches Reißen, Plan- und Maschinenzeichnen. — **Gesang,** 1 St. w., comb. mit I, II, **IIIA** und **IIIB** und **IV.** Lieder, Chöre, Psalmen und Motetten für gemischten Chor.

Secunda. Ordinarius: Oberlehrer Mogk.

Religion, 2 St. w. Einleitung in das A. Test. nach Hollenberg § 1—46. Lectüre des Buches Hiob, auserwählter Stellen aus den Propheten und den Psalmen. — **Deutsch,** 3 St. w. Lectüre: Das Nibelungenlied in der Ursprache nach den nothwendigsten grammatischen Vorübungen, Herder's Cid, Göthe's Götz, Schiller's Maria Stuart. Disponirübungen, freie Vorträge, Aufsätze. 1) Ueber die Sorge für die Gesundheit. 2) Ueber den Nutzen des Holzes. 3) Das Leben des Menschen gleicht einer Blume. 4) Hand und Fuß (Vergleichung nach Gebrauch). 5) Das Feuer als Freund und Feind des Menschen. 6) Gold und Eisen. 7) Unrecht Gut gedeiht nicht. 8) Midas (nach **Ovid XI.** 85—193). 9) Rede der scythischen Gesandtschaft an Alexander (**Curt. VII** 34 und 35). 10) Ueber die Hauptcharaktere in Herder's Cid. — **Latein,** 4 St. w. Lectüre von **Curtius VII, VIII, Ovid. metam. X** 1—77, 86—147, 155—219, 524—551, 705—739. **XI** 1—220. 266—302, 320—409, 410. Memorirübungen, Syntax nach Schultz § 263—291. Wiederholung der übrigen Theile der Grammatik, 14tägige Exercitien, abwechselnd mit Extemporalien. — **Fran-**

zösisch, 4 St. w. Ploetz lectures choisies, sect. VIII, IX, X 1—4, Mélesville: Michel Perrin. Syntax nach Ploetz neuer Grammatik p. 174—304, Memorir- und Sprechübungen, wöchentliche Exercitien und Extemporalien, einzelne freie Arbeiten der Oberabtheilung. — **Englisch,** 3 St. w. Lectüre ausgewählter Abschnitte aus Plate's Blossoms. Grammatik nach Plate's Lehrgang Th. II mit Uebersetzung der Uebungsstücke, Exercitien und Extemporalien, einzelne freie Arbeiten der Oberabtheilung. — **Geschichte,** 2 St. w. Orientalische und griechische Geschichte. — **Geographie,** 1 St. w. Die außereuropäischen Erdtheile, Wiederholung. — **Naturwissenschaften,** 6 St. w. a. im S. Zoologie, 2 St. w. Die wichtigsten Organe des menschlichen Körpers, Wiederholung des ganzen Gebietes. Im W. Mineralogie, 2 St. w. Beschreibung der wichtigsten Mineralien nach den Sammlungen der Anstalt. b. Physik, 2 St. w. Die mechanischen Erscheinungen der festen, flüssigen und luftförmigen Körper. c. Chemie, 2 St. w. Einleitung, die Metalloide, Experimente: Uebung im Lösen leichterer Aufgaben. — **Mathematik,** 5 St. w. a. Praktisches Rechnen, 1 St. Anwendung der Gleichungen des 1. und 2. Grades. b. Arithmetik, 2 St. Repetition, die logarithmischen Gesetze, Gleichungen des 1. und 2. Grades mit 1 und mehreren Unbekannten. c. Geometrie, 2 St. Erweiterungen der früheren Pensa aus der Planimetrie, Anwendung der Algebra, die wichtigsten Körper aus der Stereometrie. Schriftliche Arbeiten. — **Zeichnen,** 2 St. w. Zeichnen nach großen Vorlagen in Kreide und Blei, Anfertigung häuslicher Aufgaben: Projection der Körper, Durchschnitte u. s. w. — **Gesang,** 1 St. w. s. Prima.

Tertia A. Ordinarius: Oberlehrer Dr. Ellinger.

Religion, 2 St. w. Im S. Lectüre der Apostelgeschichte, Erlernen von Kirchenliedern. Im W. Erklärung des 2. und 3. Artikels, sowie des 3., 4. und 5. Hauptstücks des Luther'schen Katechismus, Reformationsgeschichte, Erlernen von Sprüchen. — **Deutsch,** 3 St. w. Lectüre von Schiller's dreißigjährigem Kriege, ausgewählter prosaischer und poetischer Stücke aus Hopf und Paulsiek; das Wichtigste der Satzlehre, Metrik und Poetik, Aufsätze. — **Latein,** 5 St. w. Lectüre von Caesar bell. Gall. V, Phaedrus, ed. Siebelis II, III, IV. Memorirübungen, Syntax nach Schultz § 239—291, Wiederholung der Etymologie und Kasuslehre im Anschluß an die deutschen Stücke in Ellendt p. 127—192, 14tägige Exercitien, abwechselnd mit Extemporalien. — **Französisch,** 4 St. w. Lectüre von Rollin, histoire d'Alexandre le Grand nach Goebel's Ausg. ch. 10—19 und 30; Formenlehre und das Wichtigste aus der Syntax, geübt an Uebersetzungsstücken aus Ploetz neuer Grammatik, Memoriren von Ploetz pet. vocab. § 79—107, Erlernen kleinerer Gedichte, wöchentliche Exercitien, Extemporalien, orthogr. Uebungen. — **Englisch,** 4 St. w. Einübung der Grammatik nach Plate's Lehrgang Th. I, Lection 32—64., Lectüre von W. Scott's Tales of a grandfather, Exercitien, Extemporalien, orthographische Uebungen. — **Geschichte,** 2 St. w. Brandenburgisch-preußische Geschichte. — **Geographie,** 2 St. w.

Physische und politische Geographie des norddeutschen Bundes, Repetition früherer Curse. **Naturkunde,** 2 St. w. Im S. die Krystallformen und physikalische Eigenschaften der Mineralien mit Benutzung der mineralogischen Sammlungen der Anstalt. Im W. die Grundzüge der Physik. — **Mathematik,** 6 St. w. a) Prakt. Rechnen, 1 St.: Schlußrechnung und Anwendung der einfachen Gleichungen. b) Arithmetik 3 St.: Die Gesetze des Addirens, Multiplicirens, Potencirens; Rechnen mit unvollständigen Decimalbrüchen; das verkürzte Radiciren, Gleichungen des ersten Grades. c) Geometrie 2 St. Verhältnisse der Linien und Flächenräume, Uebungssätze und Constructionsaufgaben. Schriftliche Arbeiten. — **Zeichnen,** 2 St. w. Ausgeführte Ornamente, Köpfe &c. nach größeren Vorlagen und nach Gyps. Häusliches Zeichnen, Projection begrenzter Ebenen. — **Gesang,** 1 St. w. s. Prima.

Tertia B. Ordinarius: ord. Lehrer Voelkel.

Religion, 2 St. w. Lectüre des Ev. Math. mit Hinweis auf die andern Evangelien; Wiederholung des ersten Hauptstücks, Besprechung des ersten und zweiten Artikels nach Weiß's Auszug, Einführung in das Verständniß des christlichen Kirchenjahres und des evangel. Gottesdienstes, Erlernen von Kirchenliedern. — **Deutsch,** 3 St. w. Lectüre von Hopf und Paulsiek; das Wichtigste aus der Satzlehre und Metrik, orthographische und Disponirübungen, 3wöchentliche Aufsätze. — **Latein,** 5 St. w. Lectüre des **Corn. Nepos: Themist., Pausan., Cimon, Alcibiad., Phocion, Timoleon;** Grammatik nach **Schultz** § 182—235 und Repetition der Formenlehre mit Uebersetzung der Uebungsstücke aus **Ellendt p.** 72—126, 14tägige Exercitien und Extemporalien. — **Französisch,** 4 St. w. Lectüre von **Legouvé: Blanche et Isabelle** nach **Goebel's ed.**, Erlernen der **verbes irrég.** und Einübung der ersten 16 Uebersetzungsstücke aus **Ploetz** neuer Grammatik, Memoriren von **Ploetz pet. vocab.** § 45—78, wöchentliche Exercitien, Extemporalien und orthographische Uebungen. — **Englisch,** 4 St. w. Einübung von **Plate**, Lehrgang I. Lect. 1—31, Uebersetzung einzelner zusammenhängender Stücke des Lesebuchs; schriftliche Uebungen. — **Geschichte,** 2 St. w. Geschichte der Deutschen bis 1648. **Geographie,** 2 St. w.: Physische und politische Geographie Deutschlands, Hollands, Belgiens, der Schweiz und Dänemarks. — **Naturbeschreibung,** 2 St. w. Im S. Botanik: Gründlichere Beschreibung der Pflanzen der hiesigen Flora, Uebung im Selbstbestimmen nach dem **Linné**'schen System; in einigen Stunden Beschreibung der Käfer und Schmetterlinge. I. W. Zoologie: Die wirbellosen Thiere, der Bau des menschlichen Körpers. — **Mathematik,** 6 St. w. a) Prakt. Rechnen 1 St., b) Arithmetik 2 St.: Die Species der Buchstabenrechnung, Gleichungen 1. Grades mit 1 Unbekannten, c) Geometrie 3 St.: Lehre von den Vierecken, vom Kreise, vom Inhalte der Figuren; Constructionsaufgaben. — **Zeichnen,** 2 St. w. Nach Vorlagen Zeichnungen ausgeführter Ornamente, Köpfe, Blumen, Baumstudien, häusliches Zeichnen, die Anfänge des Projectionzeichnens. **Gesang,** 1 St. w. s. Prima.

Quarta. Ordinarius: ord. Lehrer Thomas.

Religion, 2 St. w. Einführung in die heilige Schrift, verbunden mit Lectüre ausgewählter Abschnitte des A. T., Wiederholung des Katechismus, eingehendere Besprechung des ersten Hauptstücks nach Weiß's Auszug; Erklärung der Sonntagsevangelien, Erlernen von Kirchenliedern. — **Deutsch,** 3 St. w. Declamirübungen, Besprechen und Wiedererzählen gelesener Stücke aus Hopf und Paulsiek, grammatische, orthographische Uebungen, Aufsätze. — **Latein,** 6 St. w. Repetition und Erweiterung der Formenlehre, unregelm. verba, einige syntactische Regeln vom acc. c. inf., abl. absol., ut, Lectüre von Ellendt p. 42—72 und Eutrop: IV—VII., wöchentliche Exercitien und Extemporalien. — **Französisch,** 5 St. w. Ploetz Element. Grammat. Lection 60—91, wöchentliche Exercitien, Erlernen von Vocabeln aus Ploetz pet. vocab. — **Geschichte,** 2 St. w. Orientalische und griechische Geschichte bis zum Tode Alexander's, römische bis zur Kaiserzeit. — **Geographie,** 2 St. w. Europa mit Ausnahme von Deutschland, Holland, Belgien, Schweiz und Dänemark. — **Naturbeschreibung,** 2 St. w. Im S. Botanik: Das Linné'sche System; erweiterte Beschreibung der Pflanzen. Im W. Zoologie: Die Wirbelthiere, die Hauptorgane des menschlichen Körpers. — **Mathematik,** 6 St. w. a) Planimetrie, 3 St.: die Elemente bis zu den Sätzen von der Congruenz der Dreiecke incl., leichte Constructionsaufgaben. b) Rechnen, 3 St.: Repetition der Bruchrechnung, bürgerliches Rechnen, Decimalbrüche, Elemente der Buchstabenrechnung. **Zeichnen,** 2 St. w. Zeichnen einfacher Körper nach Vorlagen und nach der Natur, häusliche Uebungen geometrischer Constructionen. — Gesang, 1 St. w. s. Prima.

Quinta. Ordinarius: Dr. Kampf.

Religion, 3 St. w. Biblische Geschichte des N. T. nach Woike, Erlernen der 5 Hauptstücke von Sprüchen und Liedern in passender Auswahl. — **Deutsch,** 4 St. w. Lectüre und Erklärung prosaischer und poetischer Lesestücke aus Hopf und Paulsiek, Satzlehre, orthographische und Declamationsübungen, Aufsätze. — **Latein,** 6 St. w. Wiederholung und Erweiterung des Pensums der Sexta, verba depon. und anom.; praepos., einige conjunct., Ellendt curs. I., Abschnitt 3 und 4, wöchentliche Exercitien. — **Französisch,** 5 St. w. Einübung von Ploetz Elem.-Grammatik, Lect. 1—60, Memoriren von Ploetz, pet. vocab. § 1—16; wöchentliche Exercitien, schriftliche Uebersetzungen und orthographische Uebungen. — **Geschichte,** im S. 2, im W. 1 St. w. Biographische Bilder aus der griechischen, römischen, deutschen und preußischen Geschichte. — **Geographie,** im S. 1, im W. 2 St. w. Die außereuropäischen Erdtheile. — **Naturbeschreibung,** 2 St. w. Im S. Botanik: Die wichtigsten Pflanzen und deren Organe, Einübung des Linné'schen Systems. Im W. Zoologie: Ueberblick über die Klassen und Ordnungen der Thiere durch Beschreibung ihrer wichtigsten Repräsentanten. — **Rechnen,** 4 St. w. Bruchrechnen, Resolviren und Reduciren benannter Bruchzahlen, Regel de tri, Aufgaben. — **Zeichnen,** 2 St. w. Nach Wandtafeln, Zeichnen von Häusern und einfachen Ornamenten mit Anwendung krummer Linien. — **Schreiben**, 2 St. w.: nach Vorschrift an der Wandtafel. — **Gesang**, 1 St. w. Einüben von Choralmelodieen und zweistimmigen Liedern, Notenschreiben und Notendictate.

Sexta. Ordinarius: Cantor Kohrt.

Religion, 3 St. w. Biblische Erzählungen des A. T. nach Woike. Erlernen der beiden ersten Hauptstücke, sowie einiger Sprüche und Kirchenlieder. — **Deutsch**, 4 St. w. Lectüre von Hopf und Paulsiek, Erklärung und Wiedergabe des Gelesenen, Declamirübungen; der einfache Satz, Declination der Subst., Adj., Conjug. der Verba, wöchentliche Dictate, 14tägige kleinere Aufsätze der Oberabtheilung. — **Latein**, 8 St. w. Declination, Comparation, Zahlwörter, Pronom., das **verbum esse** und die regelmäßigen Conjugationen nach **Schultz, Ellendt** 1—19., Exercitien der Oberabtheilung. — **Geschichte**, 1 St. w. Die wichtigsten Sagen des griechischen Alterthums. — **Geographie**, 2 St. w. Die allgemeinen Verhältnisse der Gestalt und Oberfläche der Erde nach Daniel's Leitfaden. Kurze Uebersicht der 5 Erdtheile, die Provinz Preußen. — **Naturbeschreibung**, 2 St. w. Im S. Botanik: Beschreibung der wichtigsten Pflanzen, das Linné'sche System. Im W. Zoologie: Die wesentlichsten Thierspecies; Eintheilung des Thierreichs. — **Rechnen**, 5 St. w. In der Unterabtheilung die 4 Species in unbenannten und benannten Zahlen. In der Oberabtheilung: Schlußrechnen, vorzüglich mit Berücksichtigung der neuen Maße und Gewichte. — **Zeichnen**, 2 St. w. Gerade Linien, Winkel, geradlinige Flächenfiguren nach Dictat oder Vorzeichnung an der Schultafel. — **Schreiben**, 3 St. w. Wörter und Sätze nach Vorschrift an der Schultafel. — **Gesang**, 1 St. w. Die musikalischen Grundformen, leichte Lieder und Choräle, Notenschreiben und Notenlesen.

Turnen, im S. 6, im W. 4 St. w. der 4 oberen und in besonderen Stunden der 3 unteren Klassen vereinigt; außerdem Uebungen der Vorturner und anderer freiwilliger Turner.

Vorbereitungsschule.

1. **Klasse**, Ordinarius: Lehrer Preuß.

Religion, 3 St. w. Die vorzüglichsten Geschichten des N. T., die 10 Gebote mit der Luther'schen Erklärung, Erlernen einiger Sprüche und Lieder. — **Deutsch**, 10 St. w. Lectüre von Paulsiek's Lesebuch, 2. Abth., Uebung im Wiedererzählen, Wort- und Sacherklärung einzelner gelernter Gedichte, die Anfänge der Satzlehre, Kenntniß der wichtigsten Redetheile, Flexion der Hauptwörter, Eigenschafts- und Zeitwörter, die bedeutendsten Regeln der Orthographie; wöchentliche Dictate, tägliche Uebung im Abschreiben. — **Rechnen**, 4 St. w. Die 4 Species mit benannten Zahlen, Resolviren und Reduciren. — **Anschauungs-, Denk- und Sprachübungen**, 2 St. w. Fortgesetzte Berichtigung der Aussprache, Uebung der Anschauung, vorzugsweise mit Rücksicht auf Naturb. und Geographie. — **Gesang,** 1 St. w. Gehörübungen leichte Choräle und Volkslieder.

2. Klasse, Ordinarius: Lehrer Lehmann.

Religion, 3 St. w. Die vorzüglichsten biblischen Geschichten des A. T., die 10 Gebote ohne Erklärung, Erlernen einiger leichter Sprüche und Liederverse. — **Deutsch,** 8 St. w. Lectüre von Paulsiek's Lesebuch, 1. Abth., Uebung im Erkennen der Haupt- und Fürwörter, Eigenschafts- und Zeitwörter, orthographische Uebungen durch Abschreiben von Druckschrift, wöchentliche Dictate, Erlernen kleinerer Gedichte. — **Rechnen,** 4 St. w. Die 4 Species mit größeren Zahlen. — **Schreiben,** 4 St. w. Fortgesetzte Uebung in deutscher und lateinischer Schrift. — **Anschauungs-, Denk- und Sprachübungen,** 1 St. w. Berichtigung der Aussprache, Erweiterung der Vorstellungen an sinnlichen Anschauungen unter Benutzung der Bilder von Reimann und Wilke.

3. Klasse, Ordinarius: Lehrer Lehmann.

Religion, 2 St. w. Einführung in eine kleine Anzahl biblischer Geschichten. — **Lesen und Schreiben,** 10 St. w. Lautiren und Lesen nach der Wandtafel und in Hästers Fibel, Einübung der deutschen Schrift. — **Rechnen,** 4. St. w. Zählen und Einüben der Zahlreihen von 1—100, die 3 ersten Species in demselben Zahlenraum. — **Turnen,** Kl. 1 und einzelne Schüler der Kl. 2 im Sommer, 2 St. w.

Die Aufgaben für die außerordentliche Abiturientenprüfung im August 1870 waren:

a) Deutsch:

Des Lebens ungemischte Freude ward keinem Sterblichen zu Theil.

b) Französisch.

Frédéric II et les deux premières guerres de Silésie.

c) Englisch.

Ein Exercitium.

d) Mathematik.

1. $x^4 + y^4 + x^2 + y^2 = a = 22$
   $x + y = b = 3$

2. Auf dem einen Schenkel eines gegebenen Winkels mit dem Scheitel **P** sind 2 Punkte **A** und **B** durch ihre Entfernungen von **P**, bezüglich gleich a und b, bestimmt. Es soll durch diese beiden

Punkte ein Kreis gelegt werden, der von dem andern Schenkel des gegebenen Winkels **P** eine gegebene Länge **c** als Sehne abschneidet.

3. Der Ort **P** hat von einem geradlinigen Kanale **AB** die senkrechte Entfernung **e** (= 800 Meter). Die beiden Wege, welche nach den Uebergängen **A** und **B** über jenen Kanal in gerader Richtung hinführen, weichen bei **P** unter dem Winkel α (= 125°) von einander ab und sind um die Strecke **d** (=2880^{m}) verschieden lang. Wie weit sind jene Brückenübergänge **A** und **B** von einander entfernt?
4. Die Spitze eines geraden Kegels mit dem Radius **r** = 8 und der Höhe **h** = 15 ist der Mittelpunkt einer Kugel, deren Oberfläche das Volumen des Kegels halbirt. Wie groß ist der von der Kugel umschlossene Kegelmantel?

e) Naturwissenschaften.

1. Eine Kanonenkugel wird mit 600 Meter Geschwindigkeit unter einem Winkel von 15° in die Höhe geschossen; in welcher Entfernung erreicht sie den Boden und bis zu welcher Höhe steigt sie?
2. Welchen Raum nehmen 35,04 Kubikfuß Kohlensäure von 10° Wärme und bei 755^{mm} Barometerstand ein, wenn sie einem Drucke von 750^{mm} und einer Temperatur von 15° ausgesetzt werden? Ausdehnungscoefficient der Kohlensäure = 0,0371.
3. Wieviel Zink von 5,712% Bleigehalt und wieviel Schwefelsäure von 20% Wassergehalt (außer dem Hydratwasser) sind zur Darstellung von 5 Kubikfuß Wasserstoff erforderlich?

Die Aufgaben für die diesjährige Osternprüfung waren:

a) Deutsch:

Gesell Dich einem Bessern zu, daß mit ihm Deine bessern Kräfte ringen,
Wer selbst nicht weiter ist als Du, der kann Dich auch nicht weiter bringen.

b) Französisch:

La monarchie prussienne, ses origines et son accroissement graduel.

c) Englisch.

Ein Exercitium.

d) Mathematik:

1. Die Summe aus den Grundflächen zweier würfelförmiger Gefäße beträgt a (= 74) Quadratmaße. Multiplicirt man die Summe aus den Inhaltszahlen beider Cuben mit der Summe aus den Umfängen beider Grundflächen, so erhält man die Zahl **b** (= 22464). Wie hoch sind die Gefäße?
2. Zur Construction eines rechtwinkligen Dreiecks ist die Summe der Katheten (a + b) = **m** und die Bedingung gegeben, daß das Rechteck aus den beiden Katheten eben so groß ist, wie der Unterschied zwischen den beiden Kathetenquadraten.

3. In einem Dreieck mit der Grundlinie c (= 10,5 Meter) sind die Winkel an derselben A (= 63° 17') und B (= 58° 50') gegeben. Zwischen den beiden unbekannten Seiten a und b des Dreiecks ist eine Gerade xy von der Länge n (= 7,75 Meter) so gezeichnet, daß der Flächeninhalt des abgeschnittenen, an der Spitze liegenden Dreiecks gleich dem 4. Theil des ganzen Dreiecks ist. Wie weit sind die Schnittpunkte x und y von der Spitze C des gedachten Dreiecks entfernt?

4. Zur Bestimmung einer Ellipse sind die Brennpunkte F und F' derselben und eine Gerade MN als Tangente der Ellipse gegeben. In welchem Punkte wird die große Axe von der Normalen geschnitten, wenn $FF' = 2e = 6$ und die Gleichung der Geraden $my + nx = mn$ oder speziell $y\sqrt{3} = 7 - x$ ist?

e) Naturwissenschaften:

1. Es sollen 3300 Kilogramm Wasser mit Kohlensäure gesättigt werden. Man disponirt über eine Dampfmaschine von 6 Atmosphären Druckkraft. Wieviel Schwefelsäure und wieviel reiner Marmor sind erforderlich?

2. Ein Körper soll unter einem Winkel von 80° auf die Höhe eines 100' hohen Thurmes geworfen werden von einer horizontalen Entfernung = 120'. Wie groß muß die Stoßgeschwindigkeit sein?

3. Gegeben sind 2 biconvexe Linsen, deren Dicke als verschwindend betrachtet werden darf, in dem Abstande = d von einander. Die Radien derselben seien resp. $r_1 R_1$ und $r_2 R_2$; der Brechungscoefficient = n; auf der Axe liegt ein leuchtender Punkt außerhalb der Linsen in dem Abstande a von der nächsten. Welches ist die Lage des Bildpunktes?

B. Lehrmittel.

Die Lehrer- und Schülerbibliothek wurde durch folgende Werke vermehrt: **Stiehl**: Centralblatt 1870. **Langbein**: Päd. Archiv 1870. **Herrig**: Archiv Bd. 45; Zeitschrift für das Gymnasialwesen, 1870. Akademische Gutachten über die Zulassung der Realschul-Abiturienten zu Facultäts-Studien. **Loth**: Die Realschul-Frage. **Wiegand**: Wie mir's erging. **Fischer**: Die Wissenschaft der Idee des absoluten Geistes. **Mensch**: Evangelische Schulagende. **Kehr**: theoretisch-practische Anweisung zur Behandlung deutscher Lesestücke. **Lachmann**: Auswahl aus den hochdeutschen Dichtern des 13. Jahrh. **Bechstein**: Die Aussprache des Mittelhochdeutschen. **Puetz**: altdeutsches Lesebuch. **Barthold**: Geschichte der fruchtbringenden Gesellschaft. **Weismann**: Alexander des Pfaffen Lamprecht. **Mundt**: Geschichte der Literatur der Gegenwart. **Pfeiffer**: Deutsche Klassiker des Mittelalters. **Seydel**: Behandlung poetischer Sprachstücke zu stilistischen Zwecken. **Hildebrand**: Der Sachsenspiegel nach der ältesten Leipziger Handschrift, ed. **Weiske**. **Niemeyer**: Lessing's

Minna von Barnhelm. **Beyer**: Rückert's Leben und Dichtungen. **Klinger's** Werke. **Maetzner**: Syntax der neufranzösischen Sprache. **Coleridge: poems. Milton: poetical works. Percy: Relics of ancient English Poetry. Zimmermann**: Englische Synonymen. **Weidner**: Commentar zu **Vergil's Aeneis. Schmidt**: Leitfaden der Rhythmik und Metrik der classischen Sprachen. **Merguet**: Die Entwickelung der lateinischen Formenbildung unter Berücksichtigung der vergleichenden Sprachforschung. **Crelle's** Journal für die reine und angewandte Mathematik Bd. 70. **Hentschel**: Die neuen Maße und Gewichte. **Schellen**: Die Spectralanalyse. **Reclam**: Der Leib des Menschen. **Beer**: Einleitung in die mathematische Theorie der Elasticität und Capillarität. Altpreußische Monatsschrift. Jahrg. 1870. **Scherr**: Deutsche Kultur- und Sittengeschichte. **Giebel** und **Siewert**: Zeitschrift für die gesammten Naturwissenschaften, 1870. **Lion**: Leitfaden für den Betrieb der Ordnungs- und Freiübungen. **Zarncke**: literarisches Centralblatt. 1870. **Petermann's** Mittheilungen aus **J. Perthes** geogr. Anstalt 1870. **Ferd. Schmidt**: Geschichte des Alterthums. **Arndt**: Geist der Zeit. **Zimmermann**: Historische Bilder. **Simons**: Aus altrömischer Zeit. **Grube**: Scharnhorst's Leben und Wirken. Globus 1870. **Schwerdt**: Jahrbuch der neuesten und interessantesten Reisen. Forts. **Leisewitz**: Julius von Tarent. **Guenther**: die deutsche Heldensage des Mittelalters. **O. Schupp**: Feurige Kohlen, der Feldmarschall Gneisenau und der Pfarrer Plebanus von Miehlen. **Ferd. Schmidt**: 21 Bde. **Fr. Hoffmann**: 5 Bde. **Kath. Diez**: Aus der Kindheit eines berühmten Mannes. **Buchner**: Mozart, Seume. **Wood: Canterbury's Will.**

Die physikalische Sammlung wurde vermehrt durch einen Apparat zur Umkehrung der Natriumflamme nach Bunsen, ein Spectral-Prisma und einen Spectral-Apparat. — An Geschenken erhielt die Anstalt: Von dem Königlichen Ministerium der geistlichen, Unterrichts- und Medicinal-Angelegenheiten: **Scriptores rerum Prussicarum** von Hirsch und Töppen. Bd. 4. Von Herrn Stadtrath Lehmann: Rotteck's Geschichte, von Herrn Stadtrath Bernhardi: Geologische Karte des Memel-Deltas, von Herrn Buske: einen Thurmfalken und einen Nußhäher, von Herrn Ancker eine Koralle und mehrere Brasilianische Käfer, von Herrn Major Behrenz: eine Wasseramsel, von Herrn Stadtrath Kröcker: einen Hühnerhabicht, von Herrn Oberamtmann Klinger: einen Fasan, von Herrn Schäfer, einem früheren Schüler der Anstalt: eine Schmetterlingsammlung, von dem ord. Lehrer Herrn Krüger eine Sammlung von Muscheln und Seethieren des mittelländischen Meeres und eine Schmetterlingsammlung; wofür der Unterzeichnete den Gebern im Namen der Schule herzlichen Dank sagt.

C. Wichtigere Verordnungen der Behörden.

1. Des Königl. Provinzial-Schul-Kollegiums.

17. März 1870. Die Anschaffung der Wandkarten von Giesecke und Devrient zu Leipzig und verschiedener neuer Maße und Gewichte zur Veranschaulichung des Rechenunterrichtes wird empfohlen.

13. April: Die Anwendung des vorgeschriebenen Ausdrucks „gut" von der Aneignung des Pensums der Untersecunda in den Freiwilligen-Zeugnissen der Secundaner wird in Erinnerung gebracht.

5. Mai: Die Programme sind fortan in 307 Exemplaren einzusenden.

18. Mai: Die provisorische Anstellung des Schulamts-Candidaten Dr. Kampf wird genehmigt.

6. Juni: Durch einen Ministerial-Erlaß vom 28. Mai ist dem emeritirten Real-Vorschullehrer Lange eine Remuneration von 30 Thlrn. bewilligt.

28. Juni: Ein Ministerial-Erlaß vom 18. Juni schreibt vor, daß von 1871 ab die Kenntniß der ersten nothwendigen Hilfeleistungen in Fällen von Körperverletzungen bei der Turnlehrer-Prüfung unbedingt gefordert werden soll.

6. Juli: Es wird auf die Nothwendigkeit häufiger Luftreinigung und Lufterneuerung in den Schulzimmern aufmerksam gemacht.

15. Juli: Nur die ausschließlich im Staatsinteresse abgelassenen Postsendungen sind mit Dienstfreimarken auf Kosten der Staatskasse zu versehen.

18. Juli: Diejenigen Abiturienten, auch die im 3. Semester befindlichen, die in das Heer einzutreten gedenken, sollen sofort geprüft werden.

22. Juli: Die Maß- und Gewichtsordnung für den norddeutschen Bund nebst der Eichordnung von Dr. G. M. Kletke wird empfohlen.

2. August: Nach einem eingesandten Schema sind die Namen derjenigen Lehrer und Schüler einzureichen, die bei der Mobilmachung wirklich in das Heer eingetreten sind.

10. December: Eine genaue Nachweisung über die Betheiligung der Lehrer und Schüler an dem gegenwärtigen Kriege ist spätestens zwei Monate nach Beendigung desselben einzureichen.

20. December. Nach einem Ministerial-Erlaß vom 7. December sind die Abiturienten der Realschulen erster Ordnung fortan zur Immatriculation in die philosophische Facultät zuzulassen.

12. Januar 1871: Ein Reglement über das Verhalten der Civilbehörden bei Reisen Sr. Majestät und anderer fürstlicher Personen innerhalb Preußens wird eingesendet.

13. Januar: Mit den Schülern der Oberprima, die sich dem Militärstande widmen wollen, ist noch im Laufe des Januar eine besondere Prüfung abzuhalten.

2. Des Magistrats.

8. März 1870: Der Lehrer Lehmann aus Darkehmen ist zum zweiten Vorschullehrer erwählt.

18. März: Die Bestätigung desselben ist erfolgt.

23. März: Dr. Siemering ist als 4. ord. Lehrer bestätigt worden.

14. April: Der Schulamts-Candidat Dr. Kampf soll zur Vertretung des Oberlehrer Hohmann engagirt werden.

17. **Juni:** Die Kasse ist zur Zahlung des 3monatlichen Gehalts des verstorbenen Oberlehrer Hohmann an dessen Wittwe angewiesen.

5. **August:** Das Aufrücken der Oberlehrer Fleischer, Dr. Ellinger und Mogk in die 1te, 2te und 3te Oberlehrerstelle ist genehmigt.

16. **September:** Dem emeritirten Realschullehrer Jackstein wird auch für das Jahr 1871 eine monatliche Unterstützung von 10 Thlrn. bewilligt.

4. **Januar** 1871. Der Handelsschule wird wieder die Benutzung der Realschul-Localien gestattet.

D. Chronik.

Kurze Zeit nach dem Beginne des verflossenen Schuljahres erlitt die Schule einen schweren Verlust: am 19. Mai 1870 nämlich starb nach fast einjähriger Krankheit ihr erster Oberlehrer, Herr Hohmann, nachdem er eben die einleitenden Schritte zu seiner Pensionirung gethan hatte. Seit dem 1. März 1836 im Lehramte thätig, hatte er vom 6. Juli 1842 ab unserer Anstalt ununterbrochen seine Kräfte gewidmet und ihr namentlich in der Zeit ihrer Entwickelung, während der Krankheit des früheren Directors und nach dessen Tode, als ihr Dirigent, die wesentlichsten Dienste geleistet. Als Mensch, wie als Beamter gleich ehrenwerth, war er seinen Collegen ein treuer Freund und ein stetes Vorbild ausharrender Pflichttreue, seinen Schülern ein liebevoller Lehrer, der sie in einem selten hohen Grade für die Wissenschaft anzuregen wußte. Am Nachmittage des 23. Mai wurde er von der ganzen Anstalt, sowie unter allgemeiner Betheiligung der städtischen Behörden, der Lehrercollegien der Stadt, vieler ehemaliger Schüler und seiner zahlreichen Freunde und Verehrer beerdigt. Ein freundliches Andenken in dem Herzen aller derer, die im Leben ihm nahe gestanden, ist ihm gewiß. — Die in Folge dieses Trauerfalles von dem Unterzeichneten beantragte Ascension der Lehrer trat auf Anordnung der hohen Behörde zunächst für die Oberlehrer Herren Fleischer, Dr. Ellinger und Mogk vom 1. September pr. ein, worauf vom 1. Januar c. auch die des 1. ordentlichen Lehrers Herrn Völkel in die 4. Oberlehrer- und die der ordentlichen Lehrer Herren Thomas, Krüger und Dr. Siemering in die 1te, 2te und 3te ordentliche Lehrerstelle erfolgte. Nachdem am 1. April der **cand. theol.** Herr Heydenreich von der Vertretung des erkrankten Oberlehrer Herrn Hohmann zurückgetreten war, wurde dieselbe mit dem Beginn des Sommerhalbjahrs dem Candidaten des höheren Schulamts Herrn Dr. Kampf*) übertragen. Am 21. Mai wurde der unter dem 11. Februar

---

*) Carl Ludwig Ferdinand Kampf, geb. den 23. März 1842 in Allenburg, studirte von Michael. 1864 bis Juli 1867 in Königsberg und Bonn Mathematik und Astronomie, wurde den 1. Juli 1867 als Assistent an die Sternwarte in Altona, Ostern 1868 als Observator nach Hamburg, und nachdem er im October 1868 in Göttingen promovirt hatte, im December desselben Jahres als Observator nach Leyden berufen, in welcher Stellung er bis zum Januar 1870 blieb.

zum 4ten ordentlichen Lehrer gewählte Herr Dr. Siemering, nachdem er sein Probejahr absolvirt, für seine Stelle vereidigt. An demselben Tage hatte die Anstalt die Ehre Se. Excellenz den Herrn Oberpräsidenten von Horn bei sich zu begrüßen, der einigen Lectionen in der Prima beiwohnte, die Localien in Augenschein nahm und sich darauf das Lehrercollegium vorstellen ließ. Der Gesundheitszustand der Schüler war in dem verflossenen Jahre ein befriedigender, von den Lehrern dagegen wurden die Herren Oberlehrer Fleischer und Mogk, so wie die ordentlichen Lehrer Herren Völkel und Thiel, jeder für einige Tage durch Krankheit ihrem Berufe entzogen. Am 11. November konnte der Unterzeichnete dem Oberprimaner Albert Petereit und dem Obersecundaner Rudolph Migge im Namen des hiesigen Schiller-Comités wieder die gesammten Werke Schiller's überreichen. Unterbrechungen des Unterrichts außer den gewöhnlichen Ferien fanden statt: am 19. Mai, dem Sterbetage des Oberlehrer Hohmann, am 15. September wegen der Abendmahlsfeier, am 27. September beim Beginne des Jahrmarktes, am 9. November wegen der Wahl der Abgeordneten, am 30. Januar d. J. zur Feier der Capitulation von Paris, am 3. März wegen der Reichstagswahl. Auch wurde im August an 5 Nachmittagsstunden der Hitze wegen und im Februar d. J. an 3 Vormittagen wegen großer Kälte der Unterricht ausgesetzt.

Die Gesammtzahl der Schüler betrug beim Beginne des Sommerhalbjahres: 374, und zwar in I 16, in II 40, in III A 36, in III B 40, in IV 57, in V 52, in VI 51, in der Vorbereitungsschule 82 (in I 34, in II 28, in III 20; am Anfange des Winterhalbjahres: 372, und zwar in I 10, in II 37, in III A 28, in III B 44, in IV 58, in V 51, in VI 64, in der Vorbereitungsschule 80 (in I 30, in II 32, in III 18), darunter 135 Auswärtige und 6 Ausländer, 353 evangelische, 8 katholische, 11 israelitische Schüler.

E. Unterstützungsfonds.

Nach der letzten Mittheilung behielt der Unterstützungsfonds für arme und würdige Schüler der Anstalt einen Bestand von 449 Rthl. 8 Sgr. 10 Pf. Hierzu kamen im September v. J. von den Herren: Fabrikbesitzer Albrecht 2 Rthl., Magazin-Rendant Apstein 1 Rthl., Superintendent Behr 1 Rthl., Stadtrath Bernhardi 2 Rthl., Particulier Blachière 2 Rthl., Stadtrath Boy 2 Rthl., Particulier Brandtner 1 Rthl., Kaufmann Bruder 2 Rthl., Particulier Buscke 1 Rthl., Stadtverordneter Decomin 1 Rthl., Particulier Ehleben 1 Rthl., Kaufmann Fergel 1 Rthl., Kaufmann J. Frank 1 Rthl., Madame Geiger 1 Rthl., Herrn Prediger Dr. Gerlach 1 Rthl., Dr. Gobureck 1 Rthl., Dr. Habedank 2 Rthl., Dr. Hausmann 2 Rthl., Steuerrath v. Hauenschild 1 Rthl., Buchhändler Hesse 2 Rthl., Commercien-Rath Jabs 2 Rthl., Lederfabrikant Jacoby 1 Rthl., Justizrath Kämpfert 1 Rthl., Oberbürgermeister Kleffel 2 Rthl., Stadtrath Kröker 2 Rthl., Kaufmann Lilienthal 1 Rthl., Fabrikbesitzer Lutterkorth 5 Rthl., Kaufmann Migge 1 Rthl., Particulier Mielentz 2 Rthl., Kaufmann Müller 1 Rthl., Dr. Nagel 1 Rthl., Kaufmann Naujoks 1 Rthl., Stadtv. Ostwald 1 Rthl., Kaufmann Penschuck 1 Rthl., Buchdruckereibesitzer Post 1 Rthl., Justizrath Preuß 1 Rthl., Particulier Rohrmoser 1 Rthl., Fabrikbesitzer Rohrmoser 1 Rthl., Kaufmann Schott 1 Rthl., Kaufmann Sklower 1 Rthl., Justizrath Stern 1 Rthl., Fabrikbesitzer Sternkopf 1 Rthl., Buchdruckereibesitzer Reyländer 1 Rthl., Dr. Suffert 1 Rthl., Restaurateur Voigt 1 Rthl., Kaufmann Volkmann 1 Thlr., Hotelbesitzer Westphal 1 Rthl., Stadtrath Zermelo 1 Rthl., dem Unterzeichneten 2 Rthl.; im Ganzen 67 Rthl. Obigen Wohlthätern den herzlichsten Dank!

Verausgabt wurde an Unterstützungen für 1 Primaner, 1 Tertianer, 1 Quartaner, 1 Quintaner: 41 Rthl., für Bücher 2 Rthl., an den Buchbinder 17 Sgr., an Botenlohn 2 Rthl. 5 Sgr. Der Fonds beträgt demnach jetzt 470 Rthl. 16 Sgr. 10 Pf.

F. Abiturienten-Prüfungen.

Bei der am 10. August 1870 auf Anlaß der Verfügung des Königl. Provinzial-Schul-Collegiums vom 18. Juli abgehaltenen außerordentlichen Maturitätsprüfung wurde folgenden Abiturienten das Zeugniß der Reife zuerkannt:

105. Rudolph Franz, 21 $^1/_2$ Jahr alt, Sohn des Königl. Försters Herrn F. in Didballen, 8 $^1/_2$ Jahr in der Schule, 2 $^1/_2$ J. in Prima, hat sich dem Militairstande gewidmet.

106. Alfred Frischmuth, 21 J. alt, Sohn des verstorbenen Stadtraths Herrn F., 11 $^1/_2$ J. in der Schule, 2 $^1/_2$ J. in Prima, ist zum Baufach übergegangen.

107. John Hessen, 17 J. alt, Sohn des verstorbenen Kreisrichters Herrn H., 1 $^1/_2$ J. in der Schule und in Prima, hat sich dem Militairstande gewidmet. Die beiden ersteren erhielten das Prädicat „genügend", der letztere „gut".

Am 14. März d. J. wurden unter dem Vorsitz des Herrn Provinzial-Schulraths Dr. Schrader für reif erklärt:

108. Robert Franck, 17 $^1/_2$ J. alt, Sohn des Oberlehrers a. D. Herrn Dr. F. in Tilsit, 9 J. in der Schule, 2 J. in Prima, will Mathematik studiren.

109. Albert Petereit, 19 $^1/_2$ J, alt, Sohn des Gutsbesitzers Herrn P. in Pokraken, 6 J. in der Schule, 2 J. in Prima, gedenkt sich dem Postfache zu widmen.

110. August Schaak, 20 J. alt, Sohn des Gutsbes. Herrn S. in Absteinen, 9 J. in der Schule, 2 J. in Prima, will zur Landwirthschaft übergehen.

111. Hugo Schmidt, 19 J. alt, Sohn des Kaufmanns Herrn S. in Tilsit, 10 $^1/_2$ J. in der Schule, 2 J. in Prima, will Kaufmann werden.

112. Franz Zenthöfer, 18 J. alt, Sohn des Gutsbesitzers Herrn Z. in Batschken, 4 $^1/_2$ J. in der Schule, 2 J. in Prima, will sich der Landwirthschaft widmen.

Sämmtliche 5 Abiturienten wurden von der mündlichen Prüfung dispensirt, und erhielten Franck das Prädicat „vorzüglich", Petereit und Zenthöfer „gut", Schaak und Schmidt „genügend".

Tabellarische Uebersicht über die Vertheilung der Lectionen unter die Lehrer
während des Schuljahres 1870/71.

№	Namen der Lehrer.	Ordinarius von	Realschule. I.	Realschule. II.	Realschule. III A.	Realschule. III B.	Realschule. IV.	Realschule. V.	Realschule. VI.	Vorbereitungsschule. I.	Vorbereitungsschule. II.	Vorbereitungsschule. III.	Summe.
1.	**Koch,** Director.	I.	4 Französ. 3 Englisch	4 Französ.					1 Gesch.				12
2.	**Fleischer,** 1ter Oberlehrer.		2 Religion 3 Gesch. u. Geogr.	2 Religion 3 Englisch	2 Religion 4 Englisch	4 Gesch. u. Geogr.							20
3.	**Dr. Ellinger,** 2ter Oberlehrer.	III A.	5 Mathem.	5 Mathem. 2 Physik	6 Mathem.	1 Gesang I—IV., 6 Turnen.							25
4.	**Mogk,** 3ter Oberlehrer.	II.	3 Deutsch 3 Latein	3 Deutsch 4 Latein	5 Latein								18
5.	4ter Oberlehrer vacat. **Dr. Kampf,** Stellvertreter.	V.			2 Physik		3 Deutsch 6 Mathem.	6 Latein 4 Relig. 2 Naturb.					23
6.	**Voelkel,** 1ter ord. Lehrer.	III B.			4 Französ.	2 Religion 4 Französ. 4 Englisch	2 Religion	5 Französ.					21
7.	**Thomas,** 2ter ord. Lehrer.	IV.		3 Gesch. u. Geogr.	3 Deutsch 4 Gesch. u. Geogr.		4 Gesch. u. Geogr. 5 Französ.	3 Gesch. u. Geogr.					22
8.	**Krueger,** 3ter ord. Lehrer.		3 Physik 3 Chemie	2 Chemie 2 Naturb.		6 Mathem. 2 Naturb.	2 Naturb.		2 Naturb.				22
9.	**Dr. Siemering,** 4ter ord. Lehrer.					3 Deutsch 5 Latein	6 Latein		8 Latein				22
10.	**Kohrt,** 5ter ord. Lehrer.	VI.					2 Turnen	3 Relig. 4 Deutsch 1 Gesang	3 Relig. 4 Deutsch 5 Rechnen 2 Geogr. 1 Gesang				25
11.	**Thiel,** technischer Lehrer.		3 Zeichnen	2 Zeichnen	2 Zeichnen	2 Zeichnen	2 Schreib 2 Zeichnen	2 Schreib. 2 Zeichn.	3 Schreib. 2 Zeichn.				22
12.	**Preuß,** 1ter Lehrer der Vorbereitungsschule.	V. I.								3 Religion 2 Anschauungsübungen 6 Lesen 4 Deutsch 4 Schreiben 4 Rechnen 1 Gesang	4 Rechnen im S. 2 Turnen in I. und II.		28
13.	**Lehmann,** 2ter Lehrer der Vorbereitungsschule.	V. II. und III.									3 Religion 6 Lesen 2 Deutsch 4 Schreiben 1 Anschauungsübung.	2 Relig. 6 Lesen 4 Schreib. 4 Rechnen	32

Ordnung der öffentlichen Prüfung
in der Aula der Realschule.

Donnerstag den 30. März 1871, Vormittags von 8 Uhr an.

Choral. Gebet.

Vorbereitungsschule um 8 Uhr.

3. Klasse: **Lesen** . . . . Lehmann.
Richard Schweitzer: Der kleine Gernegroß von Alb. Hästers.

2. Klasse: **Religion** . . . . Lehmann.
Hans Wittich: Der Frühling ist da von Hoffmann v. Fallersleben.

1. Klasse: **Rechnen** . . . . . Preuß. **Naturgeschichte** . . . . Preuß.
Karl Magnus: Des armen Knaben heiliger Christ von J. v. Düringsfeld.
Fritz Schlaffhorst: Die Stärke von K. Enslin.

Gesang.

Sexta.

Deutsch . . . . Kohrt. **Geschichte** . . . . . Koch.
Richard Müller: Der Apfel von F. Castelli.
Hermann Häser: Der Mäusethurm von A. Kopisch.

Quinta.

Religion . . . . . . Kohrt. **Französisch** . . . . . Völkel.
Otto Siemsen: Des deutschen Knaben Robert Schwur von E. M. Arndt.
Richard Habedank: Die Worte des Koran von C. v. Zedlitz.

Quarta.

Geometrie . . . . . . Dr. Kampf. **Latein** . . . . Dr. Siemering.
Otto Schulz: Der Trompeter von A. Kopisch.
Max Göbel: Der Jüngling von Chr. F. Gellert.
Kurt Rosenberger: Le loup et la Cigogne par La Fontaine.

Choral.

Freitag den 31. März, Vormittags von 8 Uhr an.

Choral. Gebet.

Tertia B.

Naturbeschreibung . . Krüger. **Französisch** . . . . Völkel.

Tertia A.

Mathematik . . . . . Dr. Ellinger. **Englisch** . . . . . . Fleischer.

Secunda.

Geschichte . . . . . . Thomas. **Deutsch** . . . . Mogk.

Prima.

Physik . . . . Krüger. **Latein** . . . . Mogk.
Geographie . . . . Fleischer.

Versuche der Schüler im Gesange und Vortrage.

Gesang: „Gott sei uns gnädig." Psalm 67. comp. von H. Küster.

Vorträge:	Richard Steppuhn in III B.:	Der Meisterschuß aus „Otto der Schütz" von G. Kinkel.
	Arthur Schulz . „ „	„La laitière et le pot au lait" par La Fontaine.
	Franz Timm . . „ „	The bird's nest by Cornwall.
	Gustav Meister . in III A.:	Der Königssohn von Uhland.
	Walter Eicke . . „ „	La pétition du rouge-gorge par A. Montgolfier.
	Louis Damerau . „ „	The watch at the Rhine, translated by G. Boyle.
	Wilh. Rautenberg „ „	„Lupus ad canem" Phaedrus III. 7.
	Paul Rosenberger . in II.:	König Philipp } Schiller: Don Carlos A. 2. Sz. 2.
	Rudolph Migge . . „ „	Carlos
	Max Grosse . . . „ „	Michel Perrin } Mélesville: Michel Perrin. a. 1. sc. 10.
	Max Ellinger . . . „ „	Fouché
	Otto Voigt . . . . „ „	Shakespere: Richard II. a. 5. sc. 5.
	Eduard Losch . . . „ „	Ovid. metam XI. v. 1—44.
	Ernst Bauer . . . in I.:	Die Jungfrau v. Orleans, ein Lebensbild nach Schiller (e. A.).
	Hugo Schmidt. . . „ „	L'union fait la force (e. A.).
	Julius Höler . . . „ „	Beneficial effects of periods of suffering on national character (e. A.).

Gesang: „Was ist des Deutschen Vaterland?" von Arndt, comp. von G. Reichardt.
„Schon fängt es an zu dämmern" von F. Möhring, comp. von L. Erck.
„Hoch thut euch auf ihr Thore" Motette von F. Möhring.

Abschiedsworte des Abiturienten Robert Franck.

Schlußwort des Directors und Entlassung der Abiturienten.

Choral.

Die Zeichnungen,
welche die Schüler im letzten Schuljahre angefertigt haben, werden nebst den Probeschriften an den Vormittagen der beiden Prüfungstage in den beiden Klassen am Eingange ausgestellt sein.

Sonnabend den 1. April wird das laufende Schuljahr mit der Austheilung der vierteljährlichen Zeugnisse geschlossen. Der neue Cursus beginnt Montag den 17. April Morgens 8 Uhr. Die aus der 1. Klasse der Vorbereitungsschule als reif entlassenen Schüler bitte ich Montag den 3. April zur Aufnahme anzumelden, zur Prüfung anderer neu aufzunehmender Schüler werde ich in den Vormittagsstunden des 13. bis 15. April bereit sein.

L. Koch.