Stadtgymnasium
ehemaliges Rats-Lyceum
zu Stettin.

XXVIII. Programm

Ostern 1897.

Inhalt:

STETTIN.
Druck von Herrcke & Lebeling.
1897.

1897. Progr.-No. 150.

Über cyklische Kollineationen.

Cyklische Kollineationen werden behandelt von Herrn Reye in dem 11. Vortrage der zweiten Abteilung seiner Geometrie der Lage (3. Aufl. 1892). Mit quaternären cyklischen Kollineationen im besonderen beschäftigen sich Herr Schröter („Über cyklisch-projektive Punktquadrupel in zwei kollinearen Räumen", Mathematische Annalen, Bd. XX) und Herr Pampuch („Über doppelinvolutorische Systeme im Raume", Inaug. Diss. Strassburg 1886). In dem folgenden Aufsatze werden ternäre und quaternäre cyklische Kollineationen besprochen. Dieselben lassen sich durch kollineare Verwandschaften in gewisse regelmässige überführen. An diesen werden sowohl die an den genannten Orten aufgefundenen, als auch einige andere Beziehungen besonders anschaulich und die Beweise vereinfachen sich wesentlich, ohne ihre allgemeine Gültigkeit zu verlieren infolge der kollinearen Verwandlung. — Der Vollständigkeit wegen werden in jedem Abschnitte einige Sätze aus „Reye, Geometrie der Lage" vorausgeschickt.

1. Ternär cyklische Felder.

„Eine Kollineation φ heisst cyklisch, wenn aus n mit ihr identischen Kollineationen die Identität resultiert, was symbolisch durch $\varphi^n = 1$ ausgedrückt werden soll."

„Jede involutorische Kollineation ist binär-cyklisch; denn da in ihr die Elemente einander doppelt entsprechen, so führt ihre zweimalige Anwendung zur Identität; und umgekehrt."

„Eine Kollineation im ebenen Felde ist ternär-cyklisch, sobald durch sie irgend ein Dreieck $A_1 A_2 A_3$ der Ebene in eine cyklische Permutation $A_2 A_3 A_1$ desselben übergeht. Denn zwei conjektive kollineare Felder, die nicht perspektiv liegen, haben stets wenigstens einen reellen gemeinsamen Punkt U und eine nicht durch ihn gehende reelle gemeinsame Gerade v. Werden nun die Felder durch die Kollineation $A_1 A_2 A_3 U \barwedge A_2 A_3 A_1 U$ oder φ, welche identisch ist mit $A_2 A_3 A_1 U \barwedge A_3 A_1 A_2 U$ und mit $A_3 A_1 A_2 U \barwedge A_1 A_2 A_3 U$, aufeinander bezogen, so ergiebt durch zweimalige Anwendung $A_1 A_2 A_3 U \barwedge A_3 A_1 A_2 U$ oder φ^2, und durch dreimalige $A_1 A_2 A_3 U \barwedge A_1 A_2 A_3 U$ oder φ^3; das ist aber die Identität."

Durch Drehungen eines ebenen Feldes von 120° und 240° um eine zur Ebene senkrechte Axe entsteht ein reguläres ternär cyklisches Feld. Die Punkte und Strahlen der Ebene werden zu gleichseitigen Dreiecken gruppiert mit dem Drehpunkte U als gemeinschaftlichem Mittelpunkte.

Es sei $A_1 A_2 A_3$ ein Punktetripel des regulären, $A'_1 A'_2 A'_3$ ein solches eines beliebigen Feldes, U der Drehpunkt des ersteren, U' der Doppelpunkt des letzteren, dann wird durch die kollineare Verwandschaft $A'_1 A'_2 A'_3 U' \barwedge A_1 A_2 A_3 U$ das letztere in das erstere übergeführt.

Weil nun das reguläre Feld nur einen reellen Doppelpunkt U und nur eine reelle Doppelgerade v hat, nämlich die unendlich fern liegende, so hat jedes andere ternär cyklische Feld auch nur einen reellen Doppelpunkt U' und eine reelle Doppelgerade v', welche aber im allgemeinen nicht unendlich fern liegt.

Im regulären Felde α werden alle Kreise um den Mittelpunkt U durch φ in sich selbst verwandelt, folglich entsprechen in dem allgemeinen ternär cyklischen Felde α' unendlich viele Kegelschnitte sich selbst, deren Punkte ebenso wie die der Doppelgeraden v' durch die Strahlen des Büschels U' zu Tripeln geordnet sind.

Es ist eine einfach unendliche Mannigfaltigkeit von Doppelkreisen vorhanden; dieselben bilden einen Büschel, denn eine beliebige Gerade der Ebene wird von jedem Doppelkreise in zwei conjugierten Punkten einer Involution geschnitten; die Ordnungspunkte jeder derartigen Involution sind reell, und zwar liegt der eine unendlich fern. Sämtliche Doppelkreise bilden aber auch gleichzeitig eine spezielle Kegelschnittschar, denn alle Tangentenpaare, die sich von einem beliebigen Punkte der Ebene an dieselben legen lassen, sind Paare einer hyperbolischen Strahleninvolution, von der ein Ordnungsstrahl durch U geht. Sowohl die vier gemeinschaftlichen Grundpunkte, als auch Tangenten des Büschels oder der Schar sind imaginär. Da die Doppelkreise ähnliche und concentrisch ähnlich liegende Kegelschnitte sind, so berühren sie sich im Unendlichen in zwei imaginären Punkten. Auch die unendlich ferne Gerade ist als Kreis des Büschels zu betrachten und berührt als solcher alle Doppelkreise des Büschels. Hieraus folgt:

In einem beliebigen ternär cyklischen Felde liegen einfach unendlich viele Kegelschnitte, die sich selbst entsprechen. Diese Mannigfaltigkeit ist gleichzeitig als Büschel und Schar aufzufassen, deren Kurven eine doppelte imaginäre Berührung haben. Eine beliebige Gerade der Ebene wird in einer hyperbolischen Punktinvolution geschnitten, und zwar liegt ein Ordnungspunkt auf der Doppelgeraden, während in dem andern die Gerade von einem Kegelschnitt berührt wird. Die Tangentenpaare, welche von einem beliebigen Punkte der Ebene A an die Kurven der Schar gelegt werden können, sind die Strahlenpaare einer hyperbolischen Involution; der eine Ordnungsstrahl geht durch den Doppelpunkt U', der andere berührt in A eine Kurve der Schar.

Zu diesem Büschel gehören der Doppelpunkt U', unendlich viele Ellipsen, eine Parabel, unendlich viele Hyperbeln und schliesslich die Doppelgerade v'. Denn der unendlich fernen Geraden ω' des allgemeinen Feldes α' entspricht im regulären Felde α eine Gerade ω im Endlichen, die einen Doppelkreis berührt, die kleineren nicht trifft und die grösseren in zwei Punkten schneidet.

Wenn die Doppelgerade u' unendlich fern liegt, so besteht der Kegelschnittbüschel nur aus Ellipsen, die den Doppelpunkt U' zum gemeinschaftlichen Mittelpunkt haben; wenn aber der Doppelpunkt U' im Unendlichen liegt, aus lauter Hyperbeln, deren Asymptoten sich in ein- und demselben Punkte der Doppelgeraden v' treffen. Denn der unendlich fernen Geraden ω' in α', die den Punkt U' enthält, entspricht in α eine Gerade ω durch U und die Tangenten der Doppelkreise in den Schnittpunkten mit ω bilden einen Parallelstrahlenbüschel. In diesem Falle liegen die Punktetripel auf den Strahlen des Büschels U', so dass allen Punkten eines Strahles a_1 von U' die Punkte zweier parallelen Strahlen a_2 und a_3 zugeordnet sind.

Das Eigentümliche dieses speziellen Büschels erhellt aus folgender Gegenüberstellung: Im allgemeinen kann eine beliebige Gerade von zwei Kurven eines Kegelschnittbüschels berührt werden und durch einen beliebigen Punkt können zwei Kurven einer Kegelschnittschar hindurchgehen. Der Kreisbüschel des regulären ternär cyklischen Feldes hat die Eigenschaft, dass durch jeden beliebigen Punkt ein Kreis geht und eine beliebige Gerade von nur einem Kreise berührt wird; daher hat auch in dem allgemeinen ternär cyklischen Felde das System der Doppelkegelschnitte dieselbe Eigenschaft.

In einem beliebigen Kegelschnittbüschel bilden die Polaren eines Punktes einen Strahlenbüschel erster Ordnung und die Pole einer Geraden liegen auf einer Kurve zweiter Ordnung. Dagegen bilden die Polaren eines Punktes bezüglich aller Kurven einer beliebigen Kegelschnittschar einen Büschel zweiter Ordnung und die Pole einer Geraden liegen auf einer Geraden.

Die Pole einer jeden Geraden in bezug auf alle Doppelkreise des regulären und somit auch in bezug auf alle Doppelkegelschnitte des allgemeinen ternär cyklischen Feldes liegen auf einer Geraden, die durch den Doppelpunkt des Feldes geht, und die Polaren eines Punktes bilden einen Strahlenbüschel erster Ordnung, dessen Mittelpunkt auf der Doppelgeraden liegt. Daher liegen auch die Mittelpunkte aller Doppelkegelschnitte auf einer Geraden durch U'.

Die Kurven einer Schar (oder eines Büschels) von Kegelschnitten haben im allgemeinen ein gemeinschaftliches Poldreieck.*) In dem regulären Felde α ist U der Pol der unendlich fernen Doppelgeraden v bezüglich aller Doppelkreise und je zwei aufeinander senkrechte Strahlen von U sind conjugiert in bezug auf dieselben; folglich ist auch in dem allgemeinen Felde α' U' der Pol von v' und sind die Strahlen von U' paarweise conjugiert hinsichtlich aller Doppelkegelschnitte. Diese Strahlen bilden eine elliptische Involution. In jedem ternär cyklischen Felde haben somit die Doppelkegelschnitte unendlich viele gemeinschaftliche Poldreiecke; ihre Grundlinien liegen in der Doppelgeraden v und ihre Spitzen fallen zusammen in dem Doppelpunkte U.

2. Quaternär cyklische Felder.

„Eine Kollineation in der Ebene ist quaternär cyklisch, wenn sie irgend ein Viereck $A_1 A_2 A_3 A_4$ in seine cyklische Permutation $A_2 A_3 A_4 A_1$ verwandelt. Dieselbe wird dargestellt durch $A_1 A_2 A_3 A_4 \barwedge A_2 A_3 A_4 A_1$ oder $\varphi = A_1 A_2 A_3 A_4$."**)

Die Wiederholung der Kollineation φ, nämlich φ^2 ist eine Involution, denn $(\varphi^2)^2 = \varphi^4 = 1$.

Wenn ein ebenes Feld viermal um 90^0 gedreht wird um eine zur Ebene senkrechte Axe, so erhält man ein reguläres quaternär cyklisches Feld. Die Punkte und Strahlen der Ebene werden dadurch zu regulären Vierecken und Vierseiten geordnet. Ist $A'_1 A'_2 A'_3 A'_4$ ein Punktquadrupel eines beliebigen, $A_1 A_2 A_3 A_4$ ein solches eines regulären quaternär-cyklischen Feldes, so wird durch $A'_1 A'_2 A'_3 A'_4 \barwedge A_1 A_2 A_3 A_4$ die allgemeine quaternär cyklische Kollineation in eine reguläre übergeführt. Somit ergiebt sich:

*) Reye, Geom. d. Lage, 3. Aufl., I. Abteil., S. 233.

**) Reye, a. a. O.

Jedes quaternär cyklische Feld hat einen Doppelpunkt U und eine Doppelgerade v und einen Büschel von Doppelkegelschnitten von derselben Art, wie das ternär cyklische Feld. Die Diagonalen $A_1 A_3$ und $A_2 A_4$ jedes Punktquadrupels schneiden sich in dem Doppelpunkte des Feldes und werden ineinander übergeführt. Die Schnittpunkte der Gegenseiten der Strahlenquadrupel liegen auf der Doppelgeraden des Feldes und entsprechen einander doppelt. Somit sind der Doppelpunkt und die Doppelgerade Träger elliptischer Involutionen, und je zwei zugeordnete Elemente sind conjugiert bezüglich aller Doppelkegelschnitte des Systems.

Wenn im besonderen Falle der Doppelpunkt U' eines Feldes unendlich fern liegt, so sind, wie im vorigen Abschnitt gezeigt worden ist, die Doppelkegelschnitte sämtlich Hyperbeln mit einem gemeinschaftlichen Mittelpunkte Z' auf der Doppelgeraden v'. Jedes Punktquadrupel wird auf einer Hyperbel durch ein Strahlenpaar des involutorischen Parallelstrahlenbüschels U' ausgeschnitten, so dass $A_1 A_3$ auf einem und $A_2 A_4$ auf dem andern Strahle liegen, während die Gegenseiten $A_1 A_2$ und $A_3 A_4$ bezw. $A_1 A_4$ und $A_2 A_3$ sich auf der Doppelgeraden schneiden. $A_1 A_3$ und $A_2 A_4$ werden von derselben halbiert. Verlängert man $A_1 Z'$, $A_2 Z'$, $A_3 Z'$, $A_4 Z'$ um sich selbst über Z', so erhält man wieder ein Punktquadrupel auf derselben Hyperbel. Denn im regulären Felde liegt der Punkt Z unendlich fern; zieht man aber durch die Ecken eines Quadrates vier parallele Gerade, so wird der umgeschriebene Kreis wieder in vier Eckpunkten eines Quadrates geschnitten.

3. Ternär cyklische Räume.

Es lassen sich zwei Arten von ternär cyklischen Räumen unterscheiden, gescharte und planare. Bei den gescharten liegt jedes Punktetripel auf einer Geraden, bei den planaren bestimmt jedes eine Ebene.

I. Gescharte Kollineationen.

Zwei Räume lassen sich kollinear so aufeinander beziehen, dass zwei projektive Regelscharen einander als homologe Gebilde entsprechen, und zwar so, dass drei Leitstrahlen der einen drei beliebigen Leitstrahlen der anderen zugewiesen werden.*) Sind nun $a_1 a_2 a_3$ drei Strahlen einer Regelschar und p q r drei Leitstrahlen, so ist die Kollineation $a_1 a_2 a_3$ p q r $\barwedge$ $a_2 a_3 a_1$ p q r oder φ eine ternär cyklische, denn es ist $\varphi^3 = 1$. Alle Strahlen der Regelschar sind zu Tripeln vereinigt und jeder Strahl der Leitschar ist der Träger von Punkt- und Ebenentripeln und entspricht sich somit selbst. Ist $B_1 B_2 B_3$ ein beliebiges Punktetripel, so lege man eine Ebene hindurch, die von einem beliebigen sich selbst entsprechenden Strahle p in P_1 geschnitten wird. Der Ebene $B_1 B_2 B_3 P_1$ entspricht die Ebene $B_2 B_3 B_1 P_2$, wobei P_2 nicht auf der ersten Ebene liegt. Folglich liegt das beliebige Punktetripel $B_1 B_2 B_3$ auf einer Geraden, nämlich der Schnittlinie der beiden Ebenen. Ein regulärer ternär cyklischer Raum dieser Art lässt sich auf folgende Weise herstellen:

Ein Parallelstrahlenbündel wird senkrecht durch zwei Ebenen α und β durchschnitten und die eine β um einen beliebigen Strahl μ des Bündels um 120^0 gedreht. Die beiden kollinearen Felder α und β haben dann ihre unendliche ferne Schnittlinie, nicht aber jeden Punkt derselben

*) Reye, Geom. d. Lage, 3. Aufl., II. S. 30.

entsprechend gemein und erzeugen eine lineare Strahlenkongruenz Γ_1, zu der jede Gerade gehört, die zwei entsprechende Punkte der Ebenen verbindet. Diese Kongruenz Γ_1 ändert sich nicht, wenn sie um die Gerade u gedreht wird. Dabei beschreibt jeder Strahl s eine Rotationsfläche R^2 zweiter Ordnung.

Wenn aber die Ebene β aus der ursprünglichen Lage um 120^0 in entgegengesetzter Richtung um u gedreht wird, so entsteht eine lineare Kongruenz Δ; ihre Strahlen sind die Leitstrahlen von den in Γ_1 liegenden Rotationsflächen R^2 zweiter Ordnung. Die beiden Kongruenzen Γ_1 und Δ bestimmen ein Nullsystem Σ_1, in welchem jeder Ebene der Schnittpunkt der beiden in ihr liegenden Strahlen von Γ_1 und Δ als Nullpunkt zugeordnet ist und jedem Punkte die Ebene der durch den Punkt gehenden beiden Strahlen von Γ_1 und Δ als Nullebene. Die Kongruenz Γ_1 wird nun um die Axe u um 120^0 und 240^0 gedreht in die Lagen Γ_2 und Γ_3, während Δ fest bleibt. Durch Γ_2 und Δ wird das Nullsystem Σ_2 und durch Γ_3 und Δ das Nullsystem Σ_3 erzeugt. Der Strahl a_1 der Kongruenz Γ_1 möge durch Drehung von 120^0 um die Axe u in die Lage a_2, und durch die zweite Drehung in die Lage a_3 kommen. Sind ferner p q r drei Leitstrahlen der durch $a_1\, a_2\, a_3$ bestimmten Regelschar, die also zu der Kongruenz Δ gehören, so werden durch die Kollineation $a_1\, a_2\, a_3\, p\, q\, r \barwedge a_2\, a_3\, a_1\, p\, q\, r$ oder φ die beiden reciproken Räume, die die Nullkorrelation Σ_1 bilden, in zwei andere reciproke Räume verwandelt, die wieder eine Nullkorrelation Σ'_1 bilden. Σ'_1 ist aber identisch mit Σ_2, denn durch drei windschiefe Gerade g, g_1, l ist ein Nullsystem bestimmt, in welchem g und g_1 einander zugeordnet sind und l ein Leitstrahl ist.*) Nun ist aber sowohl in Σ'_1 wie in Σ_2 $a_2 \cdot p$ der Nullpunkt von $\overline{a_2 p}$ und $a_3 \cdot q$ der Nullpunkt von $\overline{a_3 q}$; der Verbindungslinie von $a_2 \cdot p$ und $a_3 \cdot q$ oder g entspricht infolgedessen in beiden Systemen die Schnittlinie von $\overline{a_2 p}$ und $\overline{a_3 q}$ oder g_1 und r ist ein Leitstrahl in beiden Systemen, wobei g, g_1 und r in der That keinen gemeinsamen Punkt haben. Daraus ergiebt sich, dass die Kollineation φ gleichbedeutend ist mit der Drehung der Kongruenz Γ_1 um die Axe u um 120^0 und φ^2 mit einer Drehung von 240^0.

Jede beliebige gescharte ternär cyklische Kollineation lässt sich in die reguläre verwandeln. Dies geschieht durch die Verwandtschaft

$$a'_1\, a'_2\, a'_3\, p'\, q'\, r' \barwedge a_1\, a_2\, a_3\, p\, q\, r,$$

wobei $a'_1\, a'_2\, a'_3$ ein Strahlentripel der allgemeinen Kollineation ist und $p'\, q'\, r'$ drei sie schneidende Gerade sind.

Alle Strahlen der Kongruenz Δ sind Doppelstrahlen des gescharten ternär-cyklischen Raumes. Die Axen dieser Kongruenz sind imaginär. Reelle Doppelpunkte oder reelle Doppelebenen sind in dem Raume nicht vorhanden. Zusatz: Es möge d der Abstand der Ebenen α und β sein, ε der Winkel, den ein beliebiger Strahl s von Δ mit der Richtung der Axe u bildet und ϱ der kürzeste Abstand der Strahlen s und u, so ist

$$\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{2\, \varrho \sqrt{3}}{d} \text{ oder } \varrho \operatorname{cotg} \varepsilon = \frac{d}{2 \sqrt{3}}.$$

II. Planare Kollineationen.

In den planaren ternär cyklischen Räumen bildet jede durch ein Punktetripel bestimmte Ebene ein ternär cyklisches Feld mit einem reellen Doppelpunkte und einer reellen Doppelgeraden.

*) Reye, Geom. d. Lage, 3. Aufl., II., S. 168.

Durch Drehungen von 120^0 und 240^0 um eine beliebige Axe u wird der Raum ternär cyklisch und zwar planar transformiert. Jeder andere planare ternär cyklische Raum kann durch Kollineation in diesen rotatorischen verwandelt werden. Denn ist $A_1 A_2 A_3$ ein Punktetripel des rotatorischen Raumes Σ und sind P und Q zwei beliebige Punkte der im Mittelpunkte O auf dem gleichseitigen Dreiecke $A_1 A_2 A_3$ errichteten Senkrechten, $A'_1 A'_2 A'_3$ aber ein Punktetripel in einem beliebigen Raume Σ', und P' und Q' die reellen Doppelpunkte zweier ternär cyklischer Felder, die nicht mit der Ebene $A'_1 A'_2 A'_3$ zusammenfallen, so wird durch $A'_1 A'_2 A'_3 P' Q' \barwedge A_1 A_2 A_3 P Q$ der Raum Σ' in den Raum Σ übergeführt. Die Kollineation $A_1 A_2 A_3 P Q \barwedge A_2 A_3 A_1 P Q$ oder φ ist gleichbedeutend mit einer Drehung von 120^0 um $\overline{PQ}$ oder u.

Die Rotationsaxe u und alle Punkte auf derselben, die unendlich ferne Gerade v und alle Ebenen durch dieselbe entsprechen sich selbst. Andere Doppelelemente sind nicht vorhanden. Die Ebenen von u und die Punkte auf v sind zu Tripeln vereinigt. Jedes andere Ebenentripel bildet ein Dreiflach, jedes andere Punktetripel bestimmt eine Ebene. Jede Gerade, die u schneidet, beschreibt bei der Umdrehung um u eine Kegelfläche zweiter Ordnung, die durch φ in sich selbst verwandelt wird; jede andere Gerade beschreibt eine sich selbst entsprechende Kegelfläche zweiter Ordnung.

Jeder Kegelschnitt, dessen eine Axe mit u zusammenfällt, beschreibt eine sich selbst entsprechende Rotationsfläche zweiter Ordnung. Drei willkürlich angenommene Punkte bestimmen drei Punktetripel und drei Doppelkreise. Durch diese wird in jeder Ebene von u ein Kegelschnitt bestimmt, von welchem eine Axe mit u zusammenfällt. — Durch je zwei Punktetripel lässt sich ein Büschel von Doppelflächen zweiter Ordnung legen. Die beiden Geraden u und v sind conjugiert bezüglich aller Doppelflächen zweiter Ordnung.

4. Quaternär cyklische Räume.

Wenn die quaternär cyklische Kollineation mit φ bezeichnet wird, so ist $\varphi^4 = 1$, folglich $(\varphi^2)^2 = 1$, d. h. φ^2 ist eine involutorische Kollineation. Es lassen sich folgende vier Fälle unterscheiden: 1) es können je vier Punkte auf einer Geraden liegen; dann ist die Kollineation eine gescharte; 2) je vier Punkte liegen in einer Ebene; dann ist die Kollineation planar; 3) je vier Punkte bilden ein Tetraeder, und zwar so, dass der durch φ^2 bestimmte involutorische Raum zwei reelle Involutionsaxen hat; dann heisst der quaternär cyklische Raum hyperbolisch; und 4) je vier Punkte bilden ein Tetraeder, so dass die Involution φ^2 zwei imaginäre Axen hat; dann wird der Raum elliptisch quaternär cyklisch genannt.

I. Gescharte Kollineationen.

Wie bei der gescharten ternär cyklischen Kollineation wird ein Parallelstrahlenbündel durch zwei Ebenen α und β senkrecht durchschnitten und das eine Feld β um einen Strahl u des Bündels vorwärts und rückwärts um 90^0 gedreht in die Lagen β' und β''. α und β' bestimmen die lineare Strahlenkongruenz Γ_1, α und β'' die Kongruenz $\varDelta$. Wenn darauf Γ_1 dreimal um die Axe u um 90^0 gedreht wird, während $\varDelta$ fest bleibt, so nimmt jeder Strahl a_1 von Γ_1 die Lagen a_2 a_3 a_4 ein, so dass dieselben vier harmonische Strahlen eines einschaligen Rotations-Hyperboloides sind. Da die Strahlen p q r von $\varDelta$ die Leitstrahlen der in Γ_1 enthaltenen Rotations-Kegelscharen sind, so werden ihre Punkte durch je vier Strahlen $a_1\, a_2\, a_3\, a_4$ zu harmonischen Quadrupeln vereinigt, ebenso wie die Ebenen, deren Axen diese Strahlen sind. Ausser den Strahlen der Kongruenz $\varDelta$ sind keine reellen Doppelelemente vorhanden.

Wenn $c_1\, c_2\, c_3\, c_4$ vier harmonische Strahlen einer beliebigen Kegelschar sind, l, m, n drei Leitstrahlen derselben, so ist $c_1\, c_2\, c_3\, c_4\, l\, m\, n \barwedge c_2\, c_3\, c_4\, c_1\, l\, m\, n$ eine gescharte quaternär cyklische Kollineation. Diese wird durch $c_1\, c_2\, c_3\, c_4\, l\, m\, n \barwedge a_1\, a_2\, a_3\, a_4\, p\, q\, r$ in eine reguläre verwandelt.

Die Axen der linearen Kongruenz $\varDelta$ sind imaginär. Jede Fläche, welche durch Strahlen von $\varDelta$ gebildet wird, entspricht sich selbst; z. B. liegen die Strahlen von $\varDelta$, die eine beliebige Gerade schneiden, auf einer Regelfläche zweiter Ordnung, und diejenigen, welche einen beliebigen Kegelschnitt treffen, auf einer Fläche vierter Ordnung.*)

Zusatz: Es möge d der Abstand der Ebenen α und β sein, ε der Winkel, den ein beliebiger Strahl s von $\varDelta$ mit der Richtung der Axe u bildet, ϱ der kürzeste Abstand der Strahlen s und u, so ist $\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{2\,\varrho}{d}$ oder $\varrho \operatorname{coty} \varepsilon = \frac{d}{2}$. —

II. Planare Kollineationen.

Wenn ein Raum viermal um 90^0 um eine Gerade u gedreht wird, so sind die Elemente in regulärer Weise quaternär cyklisch gruppiert, so dass jedes Punktquadrupel in einer Doppelebene liegt.

Eine allgemeine derartige Kollineation entsteht auf folgende Weise. Es möge ein ebenes Feld μ_1 durch eine beliebige planare quaternär cyklische Kollineation übergehen in $\mu_2\, \mu_3\, \mu_4$. Wird dieses Feld von einem ausserhalb gelegenen Punkte Q auf eine Ebene ν projiciert, die durch die Doppelgerade w des Feldes μ geht, so entsteht das quaternär cyklische Feld $\nu_1\, \nu_2\, \nu_3\, \nu_4$. Betrachtet man μ_1 und ν_1 als Felder des Raumes Σ_1, μ_2 und ν_2 als solche des Raumes Σ_2, so ist durch $\mu_1 \barwedge \mu_2$ und $\nu_1 \barwedge \nu_2$ Σ_1 quaternär cyklisch kollinear auf Σ_2 bezogen. Diese Kollineation ist eine planare, denn drei Ebenen des Büschels w, nämlich μ, ν und $\overline{wQ}$ entsprechen sich selbst; daher sind alle Ebenen dieses Büschels Doppelebenen.

Das Punktquadrupel $M_1\, M_2\, M_3\, M_4$ von μ möge von Q aus nach $N_1\, N_2\, N_3\, N_4$ auf ν projiciert werden. Ferner mögen sich die Geraden $\overline{M_1\, M_2}$, $\overline{M_3\, M_4}$, $\overline{N_1\, N_2}$ und $\overline{N_3\, N_4}$ in K und $\overline{M_2\, M_3}$, $\overline{M_1\, M_4}$, $\overline{N_2\, N_3}$ und $\overline{N_1\, N_4}$ in L auf w schneiden. Dann wird die eben festgestellte Kollineation dargestellt durch

$$M_1\, N_3\, K\, L\, Q \barwedge M_2\, N_4\, L\, K\, Q \text{ oder } \varphi,$$

denn sowohl die Punkte M_1, N_3, K, L, O, als auch die Punkte M_2, N_4, L, K, Q genügen der Bedingung, dass keine vier in einer Ebene liegen.

Um diese Kollineation in eine reguläre zu transformieren, werden die vier Ecken $A_1\, A_2\, A_3\, A_4$ eines Quadrates in einer Ebene α senkrecht auf die Ebene β projiciert in $B_1\, B_2\, B_3\, B_4$. F sei der unendlich ferne Schnittpunkt von $A_1\, A_2$ mit $A_3\, A_4$, G der von $A_2\, A_3$ mit $A_1\, A_4$ und O der unendlich ferne Punkt auf $A_1\, B_1$; dann verwandelt

$$M_1\, N_3\, K\, L\, Q \barwedge A_1\, B_3\, F\, G\, O$$

die allgemeine quaternär cyklische planare Kollineation in die reguläre.

*) Reye, Geom. d. Lage, 3. Aufl., Bd. II, S. 184.

Jetzt ergiebt sich ohne weiteres:

In jedem planaren quaternär cyklischen Raume sind zwei Doppelgerade u und v enthalten. Alle Punkte der Geraden u sind Doppelpunkte und alle Ebenen des Büschels v sind Doppelebenen, und zwar quaternär cyklische Felder. Die Ebenen durch u und die Punkte auf v sind involutorisch gepaart, so dass die Doppelelemente imaginär sind; jedes Ebenen- und Punktepaar entspricht sich doppelt. Die Diagonalen der Punktquadrupel sind die Leitstrahlen eines geschart involutorischen Raumes; sie bilden eine Strahlenkongruenz erster Ordnung und erster Klasse; die Involutionsaxen sind reell, nämlich die beiden Geraden u und v.

Die Doppelkegelschnitte der Ebenen des Büschels v sind enthalten auf unendlich vielen, sich selbst entsprechenden Flächen zweiter Ordnung und für alle diese sind u und v reciproke Polaren und umgekehrt entsprechen sich alle Flächen zweiter Ordnung doppelt, für welche u und v reciproke Polaren sind. Je 12 Punkte von drei Quadrupeln sind auf einer sich selbst entsprechenden Fläche zweiter Ordnung enthalten und drei beliebige Punkte bestimmen dieselbe. Liegen die drei Punkte in einer Geraden, so ist dieselbe vollständig auf der Fläche zweiter Ordnung enthalten, also ist dieselbe eine Regelfläche, die in besonderen Fällen ein Kegel oder Cylinder zweiter Ordnung sein kann.

Die Strahlen des Raumes sind zu vier cyklisch geordnet und jedes Quadrupel liegt in einer Regelschar; auch die Leitstrahlen jeder solchen Schar sind zu vier cyklisch gruppiert. Jede Gruppe von vier Strahlen trifft eine Doppelebene in einer Gruppe von vier harmonischen Punkten eines auf der Regelfläche liegenden Kegelschnittes, also auch jeden Leitstrahl in vier harmonischen Punkten.

III. Hyperbolische Kollineationen.

Ein regulärer hyperbolischer Raum entsteht, wenn ein räumliches System Σ_1 um eine Axe u um 90^0 gedreht und darauf an einer zu u senkrechten Ebene μ gespiegelt wird. Diese beiden Operationen, deren Reihenfolge vertauschbar ist, verwandeln den Raum Σ_1 in einen kongruenten Σ_2 und bilden somit eine kollineare Verwandtschaft, die mit φ bezeichnet werden möge. Durch viermalige Anwendung von φ resultiert die Identität; dabei bilden je vier einander zugewiesene Punkte im allgemeinen ein windschiefes Viereck. Die zweimalige Anwendung von φ oder φ^2 ist identisch mit einer Umwendung des Raumes Σ_1 um die Axe u; der durch φ^2 erzeugte involutorische Raum enthält als reelle Involutionsaxen die Gerade u und die unendlich ferne Gerade v der Ebene μ. Folglich ist φ eine hyperbolische quaternär cyklische Kollineation.

Doppelelemente sind in diesem hyperbolischen Raume der Schnittpunkt M der Rotationsaxe u mit der Spiegelungsebene μ und der unendlich ferne Punkt N auf u. Ausserdem entspricht die Ebene μ sich selbst und die unendlich ferne Ebene ν und schliesslich die Gerade u und die unendlich ferne Gerade v, in der sich μ und ν schneiden.

Die Punkte der Geraden u werden durch Spiegelung an μ einander involutorisch zugewiesen, so dass M und N die Ordnungselemente sind; auch die Ebenen des Büschels v werden durch φ involutorisch gepaart und μ und ν sind die Ordnungselemente. μ und ν sind quaternär cyklische Felder; M und N sind Träger quaternär cyklischer Bündel.

Die Ebenen des Büschels u sind durch die Drehungen um die Rotationsaxe u rechtwinklig involutorisch gepaart und werden durch Spiegelung an μ in sich selbst übergeführt. Die Kollineation φ weist daher je zwei senkrechte Ebenen von u einander doppelt zu und dadurch auch die Punkte von v. Die Ordnungselemente dieser beiden Involutionen sind imaginär.

Ein beliebiger Punkt A_1 möge durch dreimalige Drehung des Raumes um u in die Lagen $B_2\,A_3\,B_4$ kommen; dann bildet $A_1\,B_2\,A_3\,B_4$ ein Quadrat, dessen Ebene α_1 senkrecht auf u steht und dessen Mittelpunkt in u liegt. Durch Spiegelung an μ gelangt $A_1\,B_2\,A_3\,B_4$ in die Lage $B_1\,A_2\,B_3\,A_4$ in der Ebene α_2, die ebenfalls senkrecht auf u steht. Die acht Punkte $A_1\,B_2\,A_3\,B_4$ $B_1\,A_2\,B_3\,A_4$ sind die Ecken eines geraden quadratischen Prismas und haben von M gleichen Abstand; sie liegen also auf einer Kugelfläche um M. Die vier Punkte $A_1\,A_2\,A_3\,A_4$ bilden eine Gruppe und ebenso $B_1\,B_2\,B_3\,B_4$. $A_1\,A_3$ und $A_2\,A_4$ stehen senkrecht auf der Rotationsaxe u, werden von ihr halbiert und kreuzen sich rechtwinklig. Die übrigen Tetraederkanten $A_1\,A_2$, $A_2\,A_3$, $A_3\,A_4$ und $A_4\,A_1$ werden von μ halbiert; es möge dies geschehen in bezw. $C_1\,C_2\,C_3\,C_4$. $C_1\,C_3$ steht senkrecht auf $A_1\,A_2$ und $A_3\,A_4$ und $C_2\,C_4$ auf $A_2\,A_3$ und $A_4\,A_1$. —

$A_1\,B_2\,A_2\,B_1$ ist ein Rechteck, dessen Diagonalen sich in C_1 schneiden und MC_1 steht senkrecht auf der Ebene $A_1\,B_2\,A_2\,B_1$. Zieht man in dieser Ebene eine andere Grade q_1 durch C_1, so möge die Gerade $A_1\,B_1$ in D_1 und $B_2\,A_2$ in D_2 getroffen werden; dann ist D_2 durch die Kollineation φ dem Punkte D_1 zugewiesen und es wird infolgedessen die Gerade q_1 oder $D_1\,D_2$ durch φ übergeführt in eine andere q_2 oder $D_2\,D_3$, so dass q_2 und q_1 sich in D_2 schneiden. Die vier Geraden $q_1\,q_2\,q_3\,q_4$ bilden somit ein windschiefes Viereck. Alle Strahlen des Büschels C_1 in der Ebene $A_1\,B_2\,A_2\,B_1$ sind mit ihren zugeordneten incident.

In jeder auf μ senkrechten Ebene σ, d. i. in jeder Ebene des Bündels N bilden diejenigen Strahlen, die ihre zugeordneten schneiden, einen Büschel erster Ordnung, dessen Mittelpunkt auf der Geraden m_1 liegt, die sich von M senkrecht auf σ fällen lässt. Jeder Punkt des in μ liegenden Strahles m_1 ist der Mittelpunkt eines Büschels von solchen Strahlen, die ihre zugeordneten schneiden. Die Ebenen dieser Büschel sind parallel und schneiden sich in einer Geraden n_2 der unendlich fernen Ebene ν, so dass $\overline{u\,m_1}$ und $\overline{u\,n_2}$ ein Ebenenpaar des involutorischen Büschels u ist.

Die Doppelebenen μ und ν des hyperbolischen quaternär cyklischen Raumes werden von dem involutorischen Ebenenbüschel u in zwei involutorischen Strahlenbüscheln mit den Mittelpunkten M und N geschnitten. Ordnet man jedem Strahle von M denjenigen von N zu, der in der conjugierten Ebene von u liegt, so sind die Strahlenbüschel projektiv auf einander bezogen. Alle Strahlen nun, die mit zwei homologen Strahlen der projektiven Büschel M und N incident sind, schneiden die ihnen durch die Kollineation φ zugeordneten.

In jeder Ebene π des Bündels M bilden alle Strahlen, die mit ihren zugeordneten zu windschiefen Vierecken vereinigt sind, einen Parallelstrahlenbüschel, so dass sie sämtlich senkrecht stehen auf der Schnittlinie $\overline{\pi\mu}$.

In jedem Strahle, der zwei entsprechende Punkte verbindet, schneiden sich auch zwei entsprechende Ebenen der Räume Σ_1 und Σ_2; z. B. in dem Strahle $A_1\,A_2$ die Ebenen $A_4\,A_1\,A_2$ und $A_1\,A_2\,A_3$.

Um nun alle Strahlen zu konstruieren, die sich mit ihren zugeordneten treffen und durch einen beliebigen Punkt A_1 gehen, bringe man den Strahl $N\,A_1$ zum Durchschnitt mit μ und beschreibe um die Verbindungslinie dieses Schnittpunktes F mit M als Durchmesser einen Kreis und verbinde A_1 mit allen Punkten der Peripherie. Ist A_1 X eine dieser Linien, so steht M X senkrecht auf der Ebene A_1 F X und somit auch auf A_1 X.

Die durch A_1 gehenden Strahlen von der genannten Eigenschaft bilden einen Kegel zweiter Ordnung, der M und N enthält.

Dieser Kegel kann auch erzeugt werden durch die Ebenenbüschel $A_4 A_1$ und $A_1 A_2$, die durch φ projektiv aufeinander bezogen sind.

Sollen ferner die in einer beliebigen Ebene η liegenden Strahlen mit derselben Eigenschaft gefunden werden, so bringe man die Ebene η mit der Doppelebene μ zum Durchschnitt und lege durch jeden Punkt P dieser Schnittlinie e diejenige Ebene von N, die auf P M senkrecht steht. Diese Ebenen bilden einen Ebenenbüschel zweiter Ordnung. Denn der involutorische Ebenenbüschel u wird von zwei projektiven ineinander liegenden Büscheln gebildet; auf den einen wird der Strahlenbüschel N in der Ebene ν, und auf den anderen die Punktreihe e perspektiv bezogen, so dass N und e projektiv aufeinander bezogen sind, und diese beiden Gebilde erzeugen einen Ebenenbüschel zweiter Ordnung, der zu dem Bündel N gehört und dessen Ebenen senkrecht auf μ stehen. Die Ebene η wird von den Ebenen dieses Büschels in den Strahlen eines Büschels zweiter Ordnung geschnitten, die eine Parabel umhüllen; diese sind die gesuchten.

Es ergiebt sich:

Alle Geraden des hyperbolischen Raumes, die mit ihren zugeordneten incident sind, und somit windschiefe Vierecke bilden, sind die Strahlen eines Komplexes zweiter Ordnung und zweiter Klasse. Derselbe besteht aus allen Strahlen, die je zwei homologe Strahlen zweier projektiven Strahlenbüschel M und N verbinden. Die Strahlenbüschel M und N werden durch den involutorischen Ebenenbüschel u aus den Doppelebenen μ und ν ausgeschnitten.

Fassen wir den quadratischen Strahlenkomplex als zu Σ_1 gehörig auf, so wird derselbe durch die Kollineation φ in sich selbst übergeführt und zwar werden je vier Strahlen eines windschiefen Vierecks cyklisch vertauscht.

Je zwei kongruente Kegelschnitte, die in einem Ebenenpaare der Involution v liegen, werden durch φ in sich selbst übergeführt, wenn ihre Mittelpunkte in u liegen und die Hauptaxe des ersten und die Nebenaxe des zweiten in einer Ebene des Büschels u. Insbesondere entsprechen zwei gleich grosse Kreise in einem Ebenenpaare von v einander doppelt, wenn ihre Mittelpunkte in u liegen.

Wenn ferner ein Kegelschnitt in einer Ebene ε_1 der Involution u enthalten ist und u zur Axe hat, so wird er durch die Kollineation φ in einen anderen verwandelt, dessen Ebene ε_2 der Ebene ε_1 zugeordnet ist und u ebenfalls zur Axe hat; dieselben entsprechen sich doppelt. Diese Kegelschnitte können ein Paar Parabeln sein, die die Ebene μ in M von verschiedenen Seiten her berühren. —

Ein beliebiger Punkt bestimmt durch Rotation um u und Spiegelung an μ ein Kreispaar. Dies wird aus M und N durch eine Kegel- und Cylinderfläche zweiter Ordnung projiciert, und bildet die Grundkurve eines F^2-Büschels. Die Geraden u und v sind reciproke Polaren für alle diese Flächen. Dieselben sind sämtlich Rotationsflächen; auch das Ebenenpaar, das die Kreise enthält, gehört zu ihnen. Auf einer dieser Flächen liegen alle vier Punkte eines Quadrupels, wenn einer darauf liegt, d. h. alle Flächen des F^2-Büschels sind Doppelflächen der cyklichen Kollineation und durch je zwei Punktgruppen lässt sich eine dieser Rotationsdoppelflächen legen.

In einer beliebigen Ebene von v liegen einfach unendlich viele konzentrische Kreise, folglich giebt es eine zweifach unendliche Mannigfaltigkeit von Doppelflächen zweiter Ordnung, die einen F^2-Bündel mit acht imaginären Knotenpunkten bilden. Die Scheitelpunkte aller in dem Bündel enthaltenen Kegel fallen in die Punkte M und N. Also:

Durch die reguläre hyperbolische Kollineation werden die Flächen eines aus Rotationsflächen bestehenden F^2-Bündels mit acht imaginären Knotenpunkten in sich selbst transformiert. u und v sind reciproke Polaren aller Flächen. Die Knotenlinien aller in dem F^2-Bündel enthaltenen F^2-Büschel sind reelle, in zwei Kegelschnitte zerfallende Raumkurven vierter Ordnung, die in den Ebenenpaaren der Involution v liegen. Die Kernkurve des Bündels ist ausgeartet und besteht aus der Geraden v und den beiden Punkten M und N.

Es sei $A_1 A_2 A_3 A_4$ ein Punktquadrupel und $C_1 C_2 C_3 C_4$ seien die Mitten der vier Geraden $A_1 A_2$, $A_2 A_3$, $A_3 A_4$ und $A_4 A_1$. Wenn dann $A_1 A_2$ an den drei Geraden $A_1 A_4$, $A_2 A_3$ und $C_1 C_3$ entlang gleitet, so beschreibt sie ein gleichseitiges Paraboloid, denn $A_1 A_2$, $C_2 C_4$, $A_3 A_4$ und damit alle Strahlen der Schar sind parallel zur Ebene $\overline{u C_2 C_4}$ und die drei Leitstrahlen $A_2 A_3$, $C_1 C_3$, $A_1 A_4$ und daher alle Strahlen der Leitschar sind parallel zur Ebene $\overline{u C_1 C_3}$, und $\overline{u C_2 C_4}$ und $\overline{u C_1 C_3}$ sind senkrecht zu einander. Dies Paraboloid wird von der Doppelebene μ in den Geraden $C_1 C_3$ und $C_2 C_4$ geschnitten und berührt in M, von der Doppelebene ν aber in den unendlich fernen Geraden der Ebenen $\overline{u C_1 C_3}$ und $\overline{u C_2 C_4}$ und berührt in N. Die beiden Regelscharen des Paraboloides bestehen aus Strahlenquadrupeln, die dem quadratischen Komplex angehören. Daher wird durch φ jede in die andere übergeführt.

Wird der Strahl $A_1 A_2$ um C_1 gedreht, jedoch in der Weise, dass der Winkel $A_1 C_1 M$ ein rechter bleibt, so bestimmt jede Lage ein anderes gleichseitiges Paraboloid. Auch das Ebenenpaar $\overline{u C_1 C_3}$ und $\overline{u C_2 C_4}$ ist als solches zu betrachten. Alle diese haben die Geraden $\overline{C_1 C_3}$, $\overline{C_2 C_4}$ und die unendlich fernen Geraden der Ebenen $\overline{u C_1 C_3}$ und $\overline{u C_2 C_4}$ gemein und bilden einen Büschel.

Jede Gerade des Strahlenbüschels M in der Ebene μ bestimmt einen Büschel von sich doppelt entsprechenden gleichseitigen Paraboloiden, dessen Grundkurve aus vier reellen Geraden besteht.

Durch einen beliebigen Punkt A_1 gehen unendlich viele Strahlen des quadratischen Komplexes, von denen jeder eine Doppelfläche bestimmt. Alle diese schneiden die Ebene $\overline{A_1 A_3 u}$ in Kegelschnitten, die die Punkte A_1, A_3, M, die Tangente in M, die in μ liegt und den unendlich fernen Punkt N gemein haben, also zusammenfallen; dieser Kegelschnitt ist eine Parabel. Ebenso wird die Ebene $\overline{A_2 A_4 u}$ in einer und derselben Parabel geschnitten. Daher bilden die Doppelflächen zweiter Ordnung, die durch einen beliebigen Punkt A_1 gehen, einen F^2-Büschel, dessen Grundkurve zwei Parabeln in den Ebenen $\overline{u A_1 A_3}$ und $\overline{u A_2 A_4}$ sind.

In dem regulären hyperbolischen Raume liegt ein Bündel von sich doppelt entsprechenden gleichseitigen Paraboloiden, zu denen auch die Ebenenpaare der Involution u gehören. Die Punkte M und N sind die Knotenpunkte dieses Bündels; alle Flächen berühren in denselben die Ebenen μ und ν. Jeder Punkt A_1 bestimmt mit seinen zugehörigen Punkten $A_2 A_3 A_4$ einen Büschel von Doppelflächen zweiter Ordnung, dessen Grundkurve zwei Parabeln sind, die durch M und N hindurchgehen und in einem Ebenenpaare der Involution u liegen. Wenn der Punkt A_1 auf μ angenommen wird, zerfällt das Parabelpaar in die vier Geraden $M\,C_1$, $M\,C_2$ und die beiden Geraden, die ν mit den Ebenen $\overline{u\,C_1}$ und $\overline{u\,C_2}$ gemein hat. Für alle Flächen des Bündels sind u und v reciproke Polaren.

Jede beliebige hyperbolische quaternär cyklische Kollineation lässt sich durch eine kollineare Verwandschaft in diese reguläre überführen. Die allgemeine hyperbolische Kollineation ist vollständig bestimmt durch $X_1\,X_2\,X_3\,X_4\,O \barwedge X_2\,X_3\,X_4\,X_1\,O$, wenn O ein Doppelpunkt und $X_1\,X_2\,X_3\,X_4$ eine Punktgruppe ist, so dass keine vier von diesen fünf Punkten in einer Ebene liegen. Durch $X_1\,X_2\,X_3\,X_4\,O \barwedge A_1\,A_2\,A_3\,A_4\,M$ wird die allgemeine in die reguläre Kollineation übergeführt.

Die projektiven Eigenschaften des regulären hyperbolischen Raumes lassen sich nun ohne weiteres auf jeden beliebigen übertragen; dabei ist zu berücksichtigen, dass in letzterem die Doppelebene ν, der Doppelpunkt N und die Doppelgerade v im allgemeinen nicht unendlich fern liegen und die Ebenenpaare der Involution u sich nicht rechtwinklig schneiden.

IV. Elliptische Kollineationen.

Eine reguläre Kollineation, durch welche die Elemente des Raumes elliptisch quaternär cyklisch geordnet werden, entsteht auf folgende Weise. Durch zwei kongruente Felder α und β in paralleler Lage werden wie bei der regulären gescharten Kollineation zwei lineare Strahlenkongruenzen Γ und Δ erzeugt dadurch, dass das eine β um eine senkrechte Axe u vorwärts und rückwärts gedreht wird. Wird dann Γ um die Axe u rückwärts um 90^0 gedreht, während Δ fest bleibt, so entsteht ein gescharter quaternär cyklischer Raum. Durch viermalige Anwendung dieser Kollineation nimmt ein beliebiger Strahl a_1 von Γ nacheinander die Lagen $a_4\,a_3\,a_2$ ein. Nach jeder Drehung soll eine Spiegelung des Raumes an der Axe u stattfinden, so dass sowohl die Strahlen von Γ als auch von Δ involutorisch gepaart werden. Durch die Drehung wird z. B. die Gruppe $a_1\,a_2\,a_3\,a_4$ übergeführt in $a_4\,a_1\,a_2\,a_3$; durch Spiegelung an u in $a_2\,a_3\,a_4\,a_1$. Wenn p, p_1, und q, q_1, Strahlenpaare der involutorischen Leitschar von $a_1\,a_2\,a_3\,a_4$ sind, so gehen z. B. die Punkte $a_{\dot 1}p$, $a_{\dot 2}p_1$, $a_{\dot 3}p$ und $a_{\dot 4}p_1$ über in bezw. $a_{\dot 2}p_1$, $a_{\dot 3}p$, $a_{\dot 4}p_1$ und $a_{\dot 1}p$. Die so festgesetzte Verwandschaft φ ist eine Kollineation und zwar eine quaternär cyklische, deren Punktquadrupel windschiefe Vierecke bilden. Die Diagonalen eines Vierecks sind zwei conjugierte Leitstrahlen der Kongruenz Δ, wie p und p_1. $a_{\dot 1}p$, $a_{\dot 2}p_1$, $a_{\dot 3}p$, $a_{\dot 4}p_1$ bilden ein Punktquadrupel; $a_{\dot 1}p_1$, $a_{\dot 2}p$, $a_{\dot 3}p_1$, $a_{\dot 4}p$ desgleichen. Da nun $a_{\dot 1}p$ und $a_{\dot 3}p$ harmonisch getrennt sind durch die Punkte $a_{\dot 2}p$ und $a_{\dot 4}p$, denn $a_1\,a_2\,a_3\,a_4$ sind vier harmonische Strahlen, so ist die Involution der auf p gelegenen Gegenpunkte, die einander in der Verwandschaft φ^2 doppelt entsprechen, elliptisch und auch der quaternär cyklische Raum ein elliptischer. Die Kollineation φ ist bestimmt durch $a_1\,a_2\,a_3\,a_4\,p\,p_1\,q \barwedge a_2\,a_3\,a_4\,a_1\,p_1\,p\,q_1$.

Durch φ wird die Axe u und die unendlich ferne Gerade v der Ebenen α und β sich selbst zugewiesen. Die Ebenen, welche die Punkte $a_{\dot 1}p$, $a_{\dot 2}p$, $a_{\dot 3}p$ und $a_{\dot 4}p$ mit v verbinden, sind vier harmonische; die zweite und vierte, die v mit $a_{\dot 2}p$ und $a_{\dot 4}p$ verbinden, sind aber identisch mit den Verbindungsebenen der Punkte $a_{\dot 4}p_1$ und $a_{\dot 2}p_1$ mit v, d. h. die vier Ebenen, die sich durch $a_{\dot 1}p$, $a_{\dot 4}p_1$, $a_{\dot 3}p$, $a_{\dot 2}p_1$ oder $a_{\dot 1}p$, $a_{\dot 2}p_1$, $a_{\dot 3}p$, $a_{\dot 4}p_1$ und die Gerade v legen lassen, sind harmonische. Aber infolge der Spiegelung des Raumes an u fallen die Ebenen zusammen, welche die Punkte $a_{\dot 4}p$ und $a_{\dot 2}p_1$ mit u verbinden und ebenso die, welche $a_{\dot 2}p$ und $a_{\dot 4}p_1$ mit u verbinden; der harmonische Ebenenbüschel u ($a_{\dot 1}p$, $a_{\dot 4}p$, $a_{\dot 3}p$, $a_{\dot 2}p$) ist somit identisch mit u ($a_{\dot 1}p$, $a_{\dot 2}p_1$, $a_{\dot 3}p$, $a_{\dot 4}p_1$).

Die Punkte eines Quadrupels lassen sich mit u und v durch vier harmonische Ebenen verbinden. Die Ebenenquadrupel u und v schneiden v und u in Punktquadrupeln.

Jeder Strahl a_1 der Kongruenz Γ bestimmt mit seinen zugehörigen a_2 a_3 a_4 ein Rotations-Hyperboloid, das durch φ in sich selbst verwandelt wird. Alle Strahlen, die zu Γ gehören, sind zu Quadrupeln vereinigt. Die Leitstrahlen sind involutorisch und zwar elliptisch gepaart, weil sie zu Δ gehören. u und v sind reciproke Polaren für alle diese Flächen.

Die Polaren eines beliebigen Punktes P bezüglich aller sich selbst entsprechenden, also in Γ enthaltenen Rotations-Hyperboloide schneiden sich in einer Geraden. Denn die durch P und v gehende Ebene schneidet dieselben in konzentrischen Kreisen; in Bezug auf diese sind die Polaren von P parallele Gerade, die sich in dem Punkte Q auf v schneiden mögen. Es geht aber auch ein Strahl der Kongruenz Γ durch P und die Polarebenen des Punktes P bezüglich aller in der linearen Kongruenz enthaltenen Regelflächen zweiter Ordnung schneiden sich in einem Punkte R dieses Strahles.*) Also gehen die Polarebenen eines beliebigen Punktes P durch eine feste Gerade Q R und die Flächen bilden einen Büschel mit imaginärer Grundkurve.

Jedes Strahlenpaar p p_1 von Δ bestimmt mit u eine sich selbst entsprechende Fläche zweiter Ordnung und zwar ein gleichseitiges Paraboloid; allen ist die unendlich ferne Gerade v gemeinsam. Sämtliche Strahlen der Schar p u p_1 gehören der Kongruenz Δ an und sind involutorisch gepaart, so dass u und v die reellen Ordnungselemente sind. Die Leitstrahlen sind senkrecht zu u und durch die Punktquadrupel zu vier gruppiert.

Diese gleichseitigen Paraboloide sind kongruent; man erhält sämtliche, wenn eins um die Axe u gedreht wird.

Jeder Punkt A des Raumes ist auf einem derartigen Paraboloide enthalten, denn durch A geht ein Strahl r von Δ und dieser bestimmt mit dem zugehörigen r_1 und u die Fläche.

Die Paraboloide bilden einen Büschel, in welchem u und v die Knotenlinie bilden. Wird ein beliebiger Punkt S mit v durch eine Ebene verbunden, so trifft dieselbe jedes Paraboloid noch in einer zweiten Geraden x. Es trennen aber x und v S und seine Polare s harmonisch, folglich ist s parallel zu x und hat denselben Abstand von x, wie S von x. Wird nun das Paraboloid um u gedreht, so beschreibt x einen Strahlenbüschel erster Ordnung, dessen Mittelpunkt U auf u liegt und s dreht sich um einen festen Punkt T, der auf der Geraden S U so liegt, dass S U = U T ist. Durch S geht ausserdem ein Strahl der Kongruenz Δ; da aber die Paraboloide in der Kongruenz Δ enthalten sind, so schneiden sich die Polaren des Punktes S in Bezug auf dieselben in einem und demselben Punkte Z dieses Strahles. Somit gehen die Polarebenen eines beliebigen Punktes S durch die festen Punkte T und Z.

Beziehen wir die zu der Kongruenz Γ gehörige Regelschar eines sich selbst entsprechenden Rotations-Hyperboloides H^2 projektiv auf den Ebenenbüschel u, so dass die drei ersten Strahlen a_1 a_2 a_3 eines Quadrupels a_1 a_2 a_3 a_4, welches durch das Punktquadrupel A_1 A_2 A_3 A_4 geht, den drei

*) Reye, Geom. d. Lage, 3. Aufl., Abt. II., S. 182.

ersten Ebenen des Quadrupels u $(A_1 A_2 A_3 A_4)$ entspricht, so entsprechen auch a_4 und $\overline{u A_4}$ einander, weil beide Quadrupel harmonische Elemente von Elementargebilden sind. Letztere erzeugen eine Raumkurve dritter Ordnung, so dass u und jeder Leitstrahl q oder q_1 der Regelschar, die zu der Kongruenz $\varDelta$ gehört, eine Sehne der Raumkurve ist. Denn die Regelfläche H^2 kann erzeugt werden durch die beiden projektiven Ebenenbüschel q $(A_1 A_2 A_3 A_4)$ und q_1 $(A_1 A_2 A_3 A_4)$, und diese bestimmen mit u $(A_1 A_2 A_3 A_4)$ eine Raumkurve dritter Ordnung, von der q, q_1 und u Sehnen sind. Durch die cyklische Kollineation φ gehen diese drei Ebenenbüschel über in q_1 $(A_2 A_3 A_4 A_1)$, q $(A_2 A_3 A_4 A_1)$ und u $(A_2 A_3 A_4 A_1)$, welche aber mit den vorigen identisch sind und dieselbe Raumkurve dritter Ordnung erzeugen. Diese Raumkurve wird somit durch φ in sich selbst transformiert, so dass alle ihre Punkte quadrupelweise cyklisch vertauscht werden.

Auch der Ebenenbüschel v erzeugt mit derselben Regelschar H^2 eine Raumkurve dritter Ordnung, wenn v $(A_1 A_2 A_3 A_4) \barwedge a_1 a_2 a_3 a_4$ ist, und dieselbe wird durch φ in sich selbst transformiert. Also:

Durch jedes Punktquadrupel gehen zwei sich selbst entsprechende Raumkurven dritter Ordnung, die auf einer zum Büschel der Rotationshyperboloide gehörigen Doppelfläche liegen; die eine hat die Doppelgerade u, die andere die Doppelgerade v zur Sehne; für beide sind die der Kongruenz $\varDelta$ angehörigen Leitstrahlen des Hyperboloides Sehnen. —

Das gleichseitige Paraboloid, das durch u, $\overline{A_1 A_3}$ oder p und $\overline{A_2 A_4}$ oder p_1 bestimmt ist, wird von der Regelfläche R_1^2 zweiter Ordnung, die durch u, $\overline{A_1 A_2}$ und $\overline{A_3 A_4}$ gelegt werden kann, in u und einer Raumkurve k_1^3 dritter Ordnung geschnitten, die durch A_1 A_2 A_3 und A_4 geht. φ verwandelt das Paraboloid in sich selbst, R_1^2 in die Fläche R_2^2, die durch u, $\overline{A_2 A_3}$ und $\overline{A_4 A_1}$ bestimmt ist. Das Paraboloid wird von R_2^2 in u und einer anderen Raumkurve k_2^3 dritter Ordnung durchdrungen, die ebenfalls die Punkte A_1 A_2 A_3 A_4 verbindet. Durch nochmalige Anwendung von φ geht R_2^2 wieder in R_1^2 über, also auch k_2^3 in k_1^3.

Auf jedem sich selbst entsprechenden gleichseitigen Paraboloide lässt sich ein beliebiges Punktquadrupel durch zwei Raumkurven dritter Ordnung verbinden, die einander doppelt entsprechen.

Durch ein beliebiges Punktquadrupel lassen sich zwei Doppelflächen zweiter Ordnung hindurchlegen, nämlich eine, die dem Büschel der einschaligen Rotationshyperboloide angehört, und eine, die zu dem Büschel der gleichseitigen Paraboloide gehört. Diese beiden durchschneiden sich in einem Strahlenpaare der involutorischen Kongruenz $\varDelta$.

Durch zwei Punktquadrupel geht im allgemeinen keine Doppelfläche zweiter Ordnung.

Durch acht beliebige Punkte ist eine Raumkurve k^4 vierter Ordnung erster Art bestimmt; folglich wird die durch zwei beliebige Punktquadrupel gelegte Raumkurve durch φ in sich selbst verwandelt, weil die acht sie bestimmenden Punkte durch φ nur cyklisch vertauscht werden.

Wenn im besonderen Falle die beiden Punktquadrupel auf derselben Doppelfläche liegen, so kann jeder Punkt des Raumes mit der durch die acht Punkte bestimmten Raumkurve k^4 vierter Ordnung erster Art durch eine Fläche zweiter Ordnung verbunden werden. Dieser F^2-Büschel wird durch φ in einen projektiven F^2-Büschel verwandelt. Wäre nun die Raumkurve k^4 auf einer Doppelfläche enthalten, so hätten die beiden ineinanderliegenden projektiven F^2-Büschel eine Fläche gemeinsam und es müsste noch ein zweites Doppelelement in ihnen vorkommen. Weil sich aber in dem elliptischem Raume keine zwei Doppelflächen zweiter Ordnung in einer Raumkurve vierter Ordnung durchdringen, so kann auch nicht k^4 auf einer Doppelfläche zweiter Ordnung liegen. Hieraus folgt, dass je zwei auf einer Doppelfläche zweiter Ordnung liegende Punktquadrupel acht associerte Punkte sind.

In einzelnen Fällen kann eine sich selbst entsprechende Raumkurve vierter Ordnung zerfallen. Wenn z. B. ein Punktquadrupel auf u liegt, dann besteht die Kurve aus u und einer Raumkurve dritter Ordnung; so durschneiden sich die durch u, $\overline{A_1 A_2}$ und $\overline{A_3 A_4}$ bezw. durch u, $\overline{A_2 A_3}$ und $\overline{A_4 A_1}$ bestimmten Regelflächen zweiter Ordnung R_1^2 und R_2^2 in u und einer sich selbst entsprechenden Raumkurve dritter Ordnung.

Da die kollineare Verwandschaft φ identisch ist mit der Kollineation $a_1\, a_2\, a_3\, a_4\, p\, p_1\, q \;\overline{\wedge}\; a_2\, a_3\, a_4\, a_1\, p_1\, p\, q_1$, wo $a_1\, a_2\, a_3\, a_4$ und $p\, p_1\, q\, q_1$ die bekannte Bedeutung haben, so lässt sich jede beliebige elliptische quaternär cyklische Kollineation

$$l_1\, l_2\, l_3\, l_4\, m\, m_1\, n \;\overline{\wedge}\; l_2\, l_3\, l_4\, l_1\, m_1\, m\, n_1,$$

in der $l_1\, l_2\, l_3\, l_4$ vier harmonische Strahlen einer Regelschar und $m\, m_1\, n\, n_1$ vier ihrer Leitstrahlen sind, in eine reguläre verwandeln durch die Kollineation $l_1\, l_2\, l_3\, l_4\, m\, m_1\, n \;\overline{\wedge}\; a_1\, a_2\, a_3\, a_4\, p\, p_1\, q$ und die gefundenen Eigenschaften des regulären elliptischen Raumes lassen sich ohne weiteres auf den allgemeinen elliptischen Raum übertragen.

Stettin, im Oktober 1896. Dr. Richard Krause.

Schulnachrichten.

I. Allgemeine Lehrverfassung.

1. Überſicht über die einzelnen Lehrgegenſtände und die für jeden derſelben beſtimmte Stundenzahl.

A. Gymnaſium.

Lehrgegenſtände.	Ia 1*)	Ia 2	Ib	IIa 1	IIa 2	IIb O.	IIb M.	IIIa O.	IIIa M.	IIIb O.	IIIb M.	IV O.	IV M.	V O.	V M.	VI O.	VI M.	Sa.
Religionslehre	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	3	3	36
Deutſch und Geſchichtserz.	3	3	3	3	3	3	3	2	2	2	2	3	3	3	3	4	4	49
Latein	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	8	8	8	8	123
Griechiſch	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	—	—	—	—	—	—	66
Franzöſiſch	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	4	4	—	—	—	—	36
Geſchichte und Erdkunde	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	4	4	2	2	2	2	49
Rechnen und Mathematik	4	4	4	4	4	4	4	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	64
Naturbeſchreibung	—	—	—	—	—	—	—	—	—	2	2	2	2	2	2	2	2	16
Phyſik, Chemie u. Mineralogie	2	2	2	2	2	2	2	2	2	—	—	—	—	—	—	—	—	18
Schreiben	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	2	2	2	2	8
Zeichnen	—	—	—	—	—	—	—	2	2	2	2	2	2	2	2	—	—	16
Singen	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	2	2	2	2	8
Chorſingen	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	—	—	2
Turnen	3**)	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3**)	3	24
Fakultativer Unterricht.																		
Hebräiſch	2	2	2	2	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	6
Engliſch	2	2	2	2	2	2	2	2	2	—	—	—	—	—	—	—	—	6
Zeichnen	2	2	2	2	2	2	2			—	—	—	—	—	—	—	—	3

B. Vorſchule.

Lehrgegenſtände.	1 O.	1 M.	2 O.	2 M.	3***) O.	3***) M.	Sa.
Religionslehre	3	3	3	3	3	3	9
Schreibleſen	—	—	—	—	7	7	7
					2	3	5
Deutſch und Leſen	8	8	8	8	1	—	17
Geographie	1	1	—	—	—	—	1
Rechnen	5	5	4	4	2	2	11
	—	—	—	—	3	3	6
Schreiben	4	4	4	4	—	—	8
Singen	1	1	1	1	—	—	2

*) Die Teilung der Oberprima beſtand nur im Sommer; im Winter waren beide Ordnungen zuſammengezogen und dafür die Unterprima geteilt.

**) In Prima und Sexta werden im Winterſemeſter nur 2 Turnſtunden wöchentlich erteilt.

***) In 3 gilt dieſe Verteilung nur für den Sommer, im Winter tritt Coet. M. in die Stunden für Coet. O. ein und umgekehrt. Jeder der beiden Coeten enthält in 6 Stunden (3 Rechnen und 3 bezw. 2 Schreibleſen nebſt 1 Deutſch) von dem andern getrennt Unterricht.

2. Verteilung der Lehrstunden unter die Lehrer im Sommerhalbjahr 1896.

Nr.	Namen.	Ord.	Ober-Prima. 1.	Ober-Prima. 2.	Unter-Prima.	Ober-Sekunda. 1.	Ober-Sekunda. 2.	Unter-Sekunda. Oft.	Unter-Sekunda. Mich.	Obertertia. Oft.	Obertertia. Mich.	Untertertia. Oft.	Untertertia. Mich.	Quarta. Oft.	Quarta. Mich.	Quinta. Oft.	Quinta. Mich.	Sexta. Oft.	Sexta. Mich.	Vorschule. 1.	Vorschule. 2.	Vorschule. 3.	Sa.
1	Direktor Lemcke	I a. 1 u. 2	6 Grch.	7 Latein																			13
2	Professor Dr. Jonas	II b. M.	2 Relig. 3 Dtsch.	(2 Hebräisch)		2 Relig. 3 Dtsch.			7 Latein														19
3	Professor Dr. Herbst		7 Latein	3 Dtsch. 6 Grch.										2 Geschichte	2 Geschichte								20
4	Professor Dr. Eckert	II a. 1				7 Latein 6 Grch.		6 Griechisch															19
5	Professor Dr. Blümcke	II b. O.	3 Gesch. u. Geogr.			3 Gesch. u. Geogr.		7 Latein 3 Gesch. Geog.		3 Geschichte u. Geograph.		3 Geschichte u. Geograph.											22
6	Professor Dr. Rühl	I b.			3 Deutsch 7 Latein 6 Griechisch	6 Turnen											2 Geograph.						18 + 6 Turn.
7	Professor Jahr	II a. 2					7 Latein 6 Grch.		3 Deutsch 3 G. u. G.				3 Geschichte u. Geograph.										22
8	Professor Dr. Schweppe	III a. M.	2 Franz.	2 Englisch		2 Franz.	2 Franz.				7 Latein 3 Französ.	3 Französ.											21
9	Professor Gaebel			3 Gesch. u. Geogr.	3 Geschichte u. Geographie.		3 Gesch. u. Geogr.				2 Deutsch 6 Griechisch 3 G. u. G.					2 Geograph.							22
10	Oberlehrer Modritzki	III b. M.							3 Französ.	3 Französ.			2 Deutsch 7 Latein 3 Französ.		4 Französ.								22
11	Oberlehrer Priebe	IV. M.									2 Religion		2 Religion	2 Religion 4 Französ.	2 Religion 3 Deutsch 7 Latein								22
12	Oberlehrer Dr. Sydow	III a. O.								7 Latein 6 Griechisch		6 Griechisch			2 Geograph.								21
13	Oberlehrer Dr. Krause		4 Math. 2 Physik			4 Math. 2 Physik		4 Mathem. 2 Physik		3 Mathem. 2 Naturk.													23
14	Oberlehrer Dr. Bornemann	VI. M.		2 Relig.	2 Religion		2 Relig. 3 Dtsch.	2 Hebräisch											4 Deutsch 8 Latein				23
15	Oberlehrer Voges	V. O.		2 Franz.	2 Französisch	4 Englisch		3 Französ.								3 Deutsch 8 Latein							22
16	Oberlehrer Dr. Rusch	III b. O.							2 Religion 6 Griechisch			2 Religion 2 Deutsch 7 Latein							3 Religion				22
17	Oberlehrer Wolff			4 Math. 2 Physik	4 Mathematik 2 Physik				4 Mathem. 2 Physik		3 Mathem. 2 Naturk.												23
18	Hülfslehrer Dr. Helbing	VI. O.						6 Turnen					6 Griechisch					4 Deutsch 8 Latein					18 + 6 Turn.
19	Hülfslehrer Dr. Timm	IV. O.						2 Religion 3 Deutsch		2 Religion 2 Deutsch				3 Deutsch 7 Latein 2 Geograph.									21
20	Hülfslehrer Schuster						4 Math. 2 Physik					3 Mathem. 2 Naturk.		4 Mathem. 2 Naturk.		2 Naturk.	2 Naturk.	2 Naturk.					23
21	Hülfslehrer Steppuhn	V. M.														2 Religion	2 Religion 3 Deutsch 8 Latein	3 Religion 2 Geograph.	2 Geograph.				22
22	Lehrer Reimer										8 Turnen		3 Mathem. 2 Naturk.		4 Mathem. 2 Naturk.		4 Rechnen 2 Schreiben		4 Rechnen 2 Naturk.				23 + 8 Turn.
23	Professor Dr. Lorenz							2 Chorsingen								2 Singen	2 Singen						6
24	Zeichenlehrer Kugelmann		4 fakultatives Zeichnen							2 Zeichnen	2 Zeichnen	2 Zeichnen	2 Zeichnen	2 Zeichnen	2 Zeichnen	2 Zeichnen	2 Zeichnen						20
25	Vorschullehrer Brust	1.														4 Rechnen 2 Schreiben				22			28
26	Vorschullehrer Ganske	2.																4 Rechnen 2 Schreiben 2 Singen			20		28
27	Vorschullehrer Treu	3.																	2 Schreiben 2 Singen			18 + 6	28

3. Übersicht über die absolvierten Pensen.

Die Verteilung des Lehrstoffes auf die einzelnen Klassen ist genau nach den Vorschriften der neuen Lehrpläne und Lehraufgaben erfolgt, die Verteilung der Lehrstunden und Ordinariate während des Sommerhalbjahres ist aus der voraufgehenden Übersicht unter Nr. 2 zu erkennen.

Gelesen wurde:

Oberprima. **Lateinisch** im Sommer: Tac. ann. I, Cic. de amicitia, Horaz Od. IV, Ep. I mit Auswahl; im Winter: Cic. Tusc. I, Horaz Od. I, Ep. II. privatim: Liv. X. **Griechisch** im Sommer: Hom. Il. I—VI, Thucyd. VI, VII; im Winter: Hom. Il. VII—IX, Dem. Phil. I, Plat. Phaedo. **Französisch** im Sommer: Molière, le Misanthrope, privatim: Lanfrey, Expédition d'Egypte; im Winter: Mirabeau, Discours choisis, privatim: Jules Verne, le Tour du Monde en 80 jours.

Unterprima. **Lateinisch** im Sommer: Tac. Germ., Cic. epist., Hor. Od. IV, Sat. II; im Winter: Cic. pro Milone, bez. Tuscul. I, Liv. VIII, bez. XXIV, Hor. Od. I, Sat. I. **Griechisch** im Sommer: Plat. Kriton, Thuc. III, Hom. Il. I—VI; im Winter: Dem. Phil. I u. II, Soph. Phil., Hom. Il. VII—XII. **Französisch** im Sommer: Racine, Athalie und Erckmann-Chatrian, l'ami Fritz; im Winter: Villemain, Histoire du Protectorat de Cromwell; privatim: Conteurs modernes.

Obersecunda. **Lateinisch** im Sommer: Cicero de imperio Cn. Pompei, Liv. XXII, Vergil Aen. VII u. IX; im Winter: Sallust. Jugurtha, Liv. XXIII, Verg. Aen. X u. XI. **Griechisch** im Sommer: Xen. Mem. I u. II, Hom. Od. XII—XXII (Auswahl); im Winter: Herod. VII, Hom. Od. XI, XII, XIV, XVIII. **Französisch** im Sommer: Scribe u. Legouvé, les Doigts de fée; im Winter: Toepffer, Nouvelles genevoises.

Untersecunda. **Lateinisch** im Sommer: Cicero in Catilinam I—III, Vergil Aeneis I, II; im Winter: Livius Buch XXI, Vergil Aeneis IV, V. **Griechisch** im Sommer: Xenophon Anabasis IV, V, Odyssee I; im Winter: Xenophon Hellenica III, IV, Odyssee V. VI. **Französisch** Sommer und Winter im Ostercoetus: Theuriet, Ausgewählte Erzählungen; im Michaeliscoetus: Choix de nouvelles modernes.

Im **Englischen** wurde gelesen: In der ersten Klasse im Sommer: Shakespeare, Julius Caesar; im Winter: Walter Scott, Ivanhoe. In der zweiten Klasse im Sommer: Marryat, the Children of the new forest; im Winter: Swift, Gulliver's Travels.

4. Themate der deutschen Aufsätze.

Oberprima 1. Im Sommer: 1. Das Wort Goethes: Von der Gewalt, die alle Wesen bindet, Befreit der Mensch sich, der sich überwindet. — 2. Was ist Talent und was ist Bildung des Talents? Was ist Charakter und was ist Bildung des Charakters? — 3. Die Katastrophe in Goethes Tasso. — 4. Gegenwart, Vergangenheit und Zukunft in Kaulbachs Gemälde „Die Zerstörung Jerusalems".

Oberprima 2. Im Sommer: 1. Hat Goethes Dorothea Grund, von der Verbindung mit Hermann Glück zu erwarten? — 2. Beweggründe, Ziele und Mittel Philipps von Macedonien? — 3. Mit welchem Recht hat man Goethes Tasso eine Tragödie genannt? (Klassenarbeit.) — 4. Welche Umstände führen den Umschwung in Goethes Tasso herbei? — (Ordnung 1 u. 2.) Im Winter: 1. Das Wort Nathans: Kein Mensch muß müssen — und ein Derwisch müßte? — 2. Wird Lessing mit Recht getadelt, daß er in seinem Gedicht „Nathan der Weise" einen Juden zum Träger der wahren Frömmigkeit gemacht hat? — 3. Der rollende Stein, der fliegende Vogel, der gehende Mensch. — 4. In welchem Zusammenhange spricht Schiller das Wort; „Die Weltgeschichte ist das Weltgericht"? Wie ist das Wort zu verstehen?

Unterprima 1 u. 2. Im Sommer: 1. Welche Göttererscheinungen kommen im ersten Buche der Ilias vor, und wie lassen sie sich natürlich erklären? — 2. Wie weit darf man den Künstler durch den Dichter und diesen durch jenen erläutern? — 3. Welches Bild läßt sich nach Homers Darstellung über den Schuß des Pandarus malen? — 4. Welche sittlichen Zustände berührt Cicero in seinem Briefe an den Atticus I, 16? — Im Winter: In 1: 1. Schillers Gedicht „Das Eleusische Fest" und seine Bedeutung. — 2. Der Umschlag im Leben und Geschick der Lady Macbeth. — 3. u. 4. Ist Schillers „Braut von Messina" mit Recht als Schicksalstragödie bezeichnet worden? (In zwei Teilen.) — In 2: 1. Die Jagd ist ein Gleichnis der Schlachten, des ernsten Kriegsgotts lustige Braut. — 2. Die Fabel der „Braut von Messina". — 3. Νεῖκος πατὴρ πάντων. — 7. Banquos Geist.

Obersecunda 1. Im Sommer: 1. Der Strudel in Schillers „Taucher", das Wasser in Goethes „Fischer". — 2. Wie schildert der Dichter den Egmont im ersten Akte des Trauerspiels? — 3. Schuld und Unschuld der Maria Stuart. — 4. Unser Wohlgefallen an der That des Leonidas. — Im Winter: 1. Welche Mittel besitzt die Bühne —

abgesehen von der Dichtung — um auf die Zuschauer zu wirken? — 2. Welche Charakterzüge zeigt Wallenstein in den Piccolomini? — 3. Welche Bedeutung für die Handlung des Stücks hat die Beschreibung des Kelches in Schillers Piccolomini? — 4. Hat Buttler recht, wenn er von Wallenstein sagt: „Nicht mein Haß macht mich zu seinem Mörder, sein böses Schicksal ist's"?

Obersecunda 2. Im Sommer: 1. Nicht vom Rechte, von Gewalt allein Ist zwischen mir und Engelland die Rede. — 2. Die Hoffnungen der Königin von Schottland am Anfang und am Schlusse des 3. Aktes in Schillers „Maria Stuart". — 3. Wie stellt uns Schiller den Tod der Maria Stuart dar? — 4. Wodurch wird in Goethes Egmont die Einheit des Dramas hergestellt? — Im Winter: 1. Die Nacht ist keines Menschen Freund. — 2. Die Handlung der „Piccolomini" am Schlusse des dritten Akts. — 3. Zu welcher Gattung von Gedichten gehört „Roland Schildträger"? — 4. Bericht des Fürsten Piccolomini an den Kaiser über Wallensteins Tod.

Untersecunda O. Im Sommer: 1. Wodurch werden die Mörder des Ibykus entdeckt? — 2. Wer andern eine Grube gräbt, fällt selbst hinein. — 3. Wodurch offenbart sich Johanna dem Könige als die von Gott Gesandte? — 4. Herzog Ernsts Schuld gegen Konrad. — 5. Wie sühnt Johanna ihre Schuld? — Im Winter: 1. Die Schätze des Meeres. — 2. Das Fräulein von Barnhelm bis zum Anfange des Stücks. — 3. Die griechische Sage von der Trauer der Ceres und ihre Umgestaltung bei Schiller. — 4. Hermanns Erlebnisse bis zu seinem ersten Zusammentreffen mit Dorothea. — 5. Wodurch zeigt Raimond seine Liebe zu Johanna?

Untersecunda M. Im Sommer: 1. Die Familie des Löwenwirtes verglichen mit der des Kaufmanns in Goethes „Hermann und Dorothea". — 2. Wie bestimmt Johanna den Herzog von Burgund, zu Karl dem Siebenten überzutreten? — 3. Das westliche und das östliche Becken des Mittelmeeres. — 4. Der Tod Talbots und der Tod Johannas. — 5. Wodurch wird Ernst von Schwaben schuldig? — Im Winter: 1. Welche Hindernisse erschwerten dem Damon die Erfüllung seines Versprechens? — 2. Wie erweckt der Dichter im ersten Akte unsere Teilnahme für den Major von Tellheim. — 3. Die drei Vertreter des preußischen Soldatenstandes in Minna von Barnhelm. — 4. Was berechtigt den Vater zur Unzufriedenheit mit Hermann? — 5. Dorotheas Lebensschicksale.

5. Aufgaben für die Reifeprüfung.

Michaelis 1896.

Im **Deutschen**: Welche Umstände führen den Umschwung im „Tasso" herbei?

Im **Griechischen**: Demosthenes in Neaeram 594—598.

Im **Französischen**: Aus Sainte-Beuve, Causeries du lundi.

Im **Hebräischen**: 1. Samuel. 30, 4–8.

In der **Mathematik**: 1. Bei einem Hohlspiegel entsteht von einem Gegenstande ein umgekehrtes, vergrößertes Bild; der Abstand des leuchtenden Gegenstandes vom Bilde beträgt m cm, und die lineare Vergrößerung ist n. Wie weit ist Bild und Gegenstand vom Spiegel entfernt und wie groß ist die Brennweite des Hohlspiegels? Beispiel: $m = 60$ und $n = 4$. — 2. Ein Dreieck zu zeichnen aus dem Verhältnis der Schwerlinie und der Höhe zur Grundseite, der Winkelhalbierenden des der Grundseite gegenüberliegenden Winkels und der Differenz der Winkel an der Grundseite ($t_1 : h_1 = m : n$; w_1 und $[\beta-\gamma]$). — 3 Die Winkel desjenigen Dreiecks zu berechnen, in welchem $24a = 5\varrho_2 \sqrt{3} = 20\varrho_3 \sqrt{3}$ ist. — 4. Die Haube eines Kugelabschnitts ist doppelt so groß als der Mantel des in demselben beschriebenen geraden Kegels. In welchem Verhältnis steht die Höhe des Abschnitts zum Durchmesser der Kugel?

Ostern 1897.

Im **Deutschen**: In welchem Zusammenhange spricht Schiller das Wort: „Die Weltgeschichte ist das Weltgericht"? Wie ist dies Wort zu verstehen.

Im **Griechischen**: Isocrates Nicocles 1—4.

Im **Französischen**: Aus Mignet, Histoire de la Révolution.

Im **Hebräischen**: Jona 3, 1—5.

In der **Mathematik**: 1. Ein Dreieck zu zeichnen, worin das Verhältnis der Grundlinie zur Höhe, der Winkel in der Spitze und das Produkt der Schenkelseiten in Gestalt eines Quadrats gegeben ist. — 2. Es soll die Gleichung aufgelöst werden: $5^x - 2^{x-2} = 156.\ 2^x + 9.\ 5^{x-2}$. — 3. Ein Dreieck zu berechnen aus $b + c = 81$ cm, $\varrho = 10$ cm und $\alpha = 67^0\ 22'\ 49''$. — 4. Am 4. Dezember 1894 stieg der Luftschiffer Berson zu der größten bis jetzt erreichten Höhe, 9150 m hoch. Wie groß ist der Teil der Erdoberfläche, der sich von diesem Punkte übersehen läßt, wenn der Erdradius = 6370 Klm. angenmmen wird? Zusatz. Wie ändert die irdische Strahlenbrechung das Ergebnis, welche bewirkt, daß man um 0,08 des eigentlich nur zu überblickenden Bogens weiter sieht?

6. Technischer und fakultativer Unterricht.

a) Turnen.

Im Sommer teils Riegen-, teils Klassenturnen.

Die Klassen Ia—IIIb turnten teils in Klassen, teils in Riegen auf dem Turnplatz in der Deutschen Straße. — 3 Std. Montags, Mittwochs, Freitags Nachmittag. I—IIb Dr. Rühl, IIIa—IIIb Dr. Helbing. Nach dem Turnen fakultatives Spiel unter Aufsicht der 3 Turnlehrer. Die Schüler der Klassen IV—VI turnten klassenweise in der Turnhalle resp. auf dem anstoßenden Platz je 3 Std. Reimer.

Turnmärsche wurden klassenweise unternommen. Die Schüler der Prima machten einen zweitägigen Marsch auf den Inseln Usedom und Wollin mit dem Nachtlager in Swinemünde.

Klasse	Ia	Ib	IIa	IIb O.	IIb M.	IIIa O.	IIIa M.	IIIb O.	IIIb M.	IV O.	IV M.	V O.	V M.	VI O.	VI M.	Sa.
Abteilung	I					II				III		IV		V		
Zahl der Schüler	31	27	52	18	30	26	45	26	32	13	22	26	27	14	28	417
Zahl der Turnenden	26	25	40	16	26	24	40	20	25	1	18	24	26	13	26	350
Zahl der Dispensierten	5	2	12	2	4	2	5	6	7	12	4	2	1	1	2	67

Im Winter turnt Abteilung I und VIII je 2 Stunden, die andern 7 Abteilungen turnen je 3 Stunden wöchentlich in der Turnhalle der Bugenhagenschulen. Abteilung I—III Rühl, IV—V Helbing, VI—VIII Reimer.

Klasse	Ia	Ib	IIa	IIb O.	IIb M.	IIIa O.	IIIa M.	IIIb O.	IIIb M.	IV O.	IV M.	V O.	V M.	VI O.	VI M.	Sa.
Abteilung	I		II	III		IV		V		VI		VII		VIII		
Zahl der Schüler	25	35	50	15	25	40	23	25	20	20	26	29	28	15	17	393
Zahl der Turnenden	20	28	39	12	20	33	20	18	15	17	20	22	22	12	14	312
Zahl der Dispensierten	5	7	11	3	5	7	3	7	5	3	6	7	6	3	3	81

Eine Anzahl Vorschüler turnte mit VI.

b) Im Gesang.

Aus den Schülern der Klassen I—V war ein Gesangchor gebildet, der in 2 Stunden wöchentlich unter Leitung des Musikdirektors Professor Dr. Lorenz übte. Die Zahl der teilnehmenden Schüler betrug

aus	Ia	Ib	IIa	IIb	IIIa	IIIb	IV	V	Sa.
im Sommerhalbjahr	6	8	5	6	12	12	28	25	**102**
im Winterhalbjahr	6	6	4	4	14	14	32	25	**105**

c) Im fakultativen Zeichnen.

Es bestanden 2 Abteilungen, von denen die erste vorzugsweise die Schüler der Primen, die zweite diejenigen der Sekunden umfaßte.

Es beteiligten sich aus	Ia	Ib	IIa	IIb	Sa.
im Sommerhalbjahr	4	6	2	2	**14**
im Winterhalbjahr	6	5	3	6	**20**

d) Hebräischer Unterricht.

An dem hebräischen Unterricht, welcher in 2 Abteilungen mit je 2 Stunden wöchentlich von dem Professor Dr. Jonas und Oberl. Dr. Bornemann erteilt wurde, beteiligten sich

aus	Ia	Ib	IIa	Sa.
im Sommerhalbjahr	6	5	4	15
im Winterhalbjahr	5	4	2	11

Davon gehörten zur ersten Abteilung im Sommer 4, im Winter 3 Schüler.
„ „ „ zweiten „ „ „ 11, „ „ 8 „

e) Englischer Unterricht.

Für den englischen Unterricht bestanden 3 Abteilungen. Die erste wurde von dem Prof. Dr. Schweppe, die zweite und dritte von dem Oberl. Voges in je 2 Stunden wöchentlich unterrichtet.

Es beteiligten sich aus	Ia	Ib	IIa	IIb	IIIa	Sa.
im Sommerhalbjahr	1	11	9	1	14	36
im Winterhalbjahr	5	11	5	3	4	28

Die erste Abteilung umfaßte im Sommer 8, im Winter 8, die zweite 6 bezw. 6, die dritte 22 bezw. 14 Schüler.

Von der Teilnahme am Religionsunterricht ist kein evangelischer Schüler befreit gewesen.

Den jüdischen Schülern der oberen Klassen ist fakultativ von dem Rabbiner Dr. Vogelstein zusammen mit Schülern anderer hiesiger Gymnasien und Realgymnasien in einer Stunde wöchentlich Religionsunterricht erteilt worden.

II. Verfügungen der vorgesetzten Behörden.

Königliches Provinzial-Schulkollegium.

Ferienordnung für das Jahr 1897.

1. Osterferien:	Schulschluß:	Dienstag, 13. April, mittags.	Schulanfang:	Dienstag, 27. April, früh.
2. Pfingstferien:	„	Freitag, 4. Juni, mittags.	„	Donnerstag, 10. Juni, früh.
3. Sommerferien:	„	Sonnabend, 3. Juli, mittags.	„	Dienstag, 1. August, früh.
4. Herbstferien:	„	Mittwoch, 29. Sept., mittags.	„	Donnerstag, 14. Okt., früh.
5. Weihnachtsferien:	„	Mittwoch, 22. Dezbr., mittags.	„	Donnerstag, 6. Januar, früh.

III. Chronik.

Das Schuljahr begann den 14. April 1896.

Die Entlassungsprüfungen fanden statt am 18. September 1896 und am 17. März 1897, jene unter dem Vorsitz des Königl. Provinzial-Schulrats Herrn Dr. Bouterwek, diese unter dem Vorsitz des stellvertretenden Schulrats Herrn Gymnasialdirektor Dr. Weicker. Beiden Prüfungen wohnte der Stadtschulrat Herr Dr. Krosta als Vertreter des hiesigen Magistrats bei. Es erhielten zu Michaelis 1896 16 Schüler das Zeugnis der Reife, zu Ostern 1897 8 Schüler. Die Personalien derselben sind in der unter IVa gegebenen Übersicht zusammengestellt.

Die Abschlußprüfungen wurden den 26. September 1896 und 27. März 1897 abgehalten, erstere unter dem Herrn Direktor Lemcke, als stellvertretenden Königl. Kommissar, letztere unter Professor Dr. Jonas.

Die ordentlichen Schulfeiern verliefen in gewohnter Weise; die festliche Ansprache am 2. September 1896 hielt nach einem Schauturnen auf dem Turnplatze Herr Direktor Lemcke, die Festrede am Kaisers Geburtstage Herr Professor Dr. Rühl; das Gedächtnis des hundertjährigen Geburtstages des Kaisers Wilhelm I. wurde durch Chorgesang und Rede des Herrn Prof. Jahr gefeiert, mit der Feier verband Prof. Dr. Jonas die Entlassung der Abiturienten.

Am Dienstag, den 10. November 1896 wohnte der vortragende Rat im Ministerium der geistlichen, Unterrichts- und Medizinal-Angelegenheiten, Herr Geheimer Oberregierungsrat Dr. Köpke, in Begleitung des Herrn Provinzial-Schulrates Dr. Bouterwek dem Unterrichte in verschiedenen Klassen bei. Am Freitag den 15. Februar 1897 revidierte der Professor der Königl. Turnlehrer-Bildungs-Anstalt Herr Eckler den Turnunterricht in den Nachmittagsstunden von 4—7 Uhr.

Ende Mai nahm Herr Direktor Lemcke zur Heilung eines Augenleidens Urlaub bis 8 Tage nach den Sommerferien, war aber durch sein Leiden genötigt, vom Schlusse des Oktobers bis zu den Osterferien seine Thätigkeit auszusetzen. Seine Vertretung leistete Prof. Dr. Jonas. Herr Oberlehrer Wolff erkrankte am 8. Februar 1897 schwer und hat zur Wiederherstellung seiner Gesundheit bis zu den Michaelisferien Urlaub nachgesucht. Weitere Erkrankungen einzelner Lehrer sind noch mehrere Male vorgekommen, doch waren diese von kurzer Dauer und ohne erhebliche Störungen für den Unterricht.

Aus dem Lehrerkollegium schied zu Ostern 1896 der Hilfslehrer Herr Dr. Hartmann, um eine Oberlehrerstelle am Gymnasium zu Groß-Lichterfelde anzunehmen. Für ihn trat der Hilfslehrer Herr Steppuhn ein, der aber zu Michaelis 1896 an das hiesige Schiller-Realgymnasium abberufen wurde. In der Zeit vom 1. August bis Oktober und dann vom 15. November bis zum 10. Dezember 1896 erteilte Herr Dr. Röhrich als freiwilliger Hilfslehrer einige Unterrichtsstunden. In die zu Michaelis frei gewordene Hilfslehrerstelle trat der zuletzt am Realprogymnasium zu Stargard i. P. beschäftigte Hilfslehrer, Herr Dr. Ilß. Die Vertretung des erkrankten Herrn Direktors Lemcke erforderte vom 10. Dezember ab eine vermehrte Beschäftigung des Herrn Dr. Röhrich, vom Januar 1897 ab dessen volle Beschäftigung, da Professor Dr. Jonas als Vertreter des Direktors nunmehr entlastet werden mußte. Für den erkrankten Herrn Oberlehrer Wolff trat am 15. Februar 1897 der zuletzt am hiesigen Marienstiftsgymnasium beschäftigte Hilfslehrer Herr Julius Schultz ein, für den bis Ostern zu militärischen Übungen eingezogenen Hilfslehrer Herrn Dr. Ilß trat am 18. Februar 1897 der Mittelschullehrer und Kandidat der Theologie Herr Gast. Herr Professor Gaebel hat am 15. März bis zum 15. Mai 1897 den Urlaub zu einer wissenschaftlichen Reise nach Italien angetreten, seine Vertretung hat der Schulamtskandidat Herr Dr. Kurt Steinbrück übernommen.

Herr Oberlehrer Gaebel wurde am 30. Juni 1896 zum Professor ernannt. Dem Herrn Prof. Dr. Rühl wurde am 4. Juli 1896 von Sr. Majestät dem Könige Humbert von Italien das Offizierskreuz des Ordens der Italienischen Krone verliehen. Derselbe erhielt am 15. Dezember 1896 den Rang der Räte IV. Klasse.

Die gegen Remuneration beschäftigten Hilfslehrer, die Herren Bruno Timm, Dr. Helbing, Dr. Schuster, Dr. Röhrich, Julius Schultz, Dr. Steinbrück wurden von Prof. Dr. Jonas auf Grund des M.-E. vom 23. Januar 1897 vereidigt. Mit dem 1. März 1897 ist der Hilfslehrer Herr Bruno Timm zum Oberlehrer befördert worden.

Bruno Paul Wilhelm Timm wurde am 3. April 1860 zu Altdamm geboren, besuchte das Stadtgymnasium zu Stettin, das er Michaelis 1880 verließ, um in Berlin und Greifswald Philologie zu studieren. In Greifswald erwarb er die Lehramtsbefähigung am 20. Februar 1886 und legte darauf sein Probejahr am hiesigen Marienstiftsgymnasium ab Ostern 1886—87. Seitdem war er als Hilfslehrer teils an derselben Anstalt, teils in Schlawe und Stolp thätig, von Michaelis 1890 ab war er dauernd Hilfslehrer am Stadtgymnasium.

Herr Professor Dr. Herbst hat das Amt des Kassenführers am Stadtgymnasium, das er viele Jahre verwaltet hat, am 31. März 1897 niedergelegt. Das Amt ist vom 1. April 1897 Herrn Lehrer Reimer vom hiesigen Magistrat übertragen worden.

Spaziergänge der Schüler unter Leitung der Lehrer haben in gewohnter Weise, namentlich für die mittleren und unteren Klassen stattgefunden; sie hatten die nähere Umgebung unserer Stadt zum Ziel. Über die Turnfahrt der Primaner ist unter I. 6 berichtet worden.

IV. Statistische Mitteilungen.

A. Frequenz-Tabelle für das Schuljahr 1896/97.

	A. Gymnasium.															
	Ia	Ib	IIa	IIb O.	IIb M.	IIIa O.	IIIa M.	IIIb O.	IIIb M.	IV O.	IV M.	V O.	V M.	VI O.	VI M.	Sa.
1. Bestand am 1. Februar 1896	39	26	45	28	24	29	33	34	22	19	19	15	24	28	24	409
2a. Abgang b. z. Schluß d. Schuljahres 1895/6	24	—	6	—	—	1	—	1	1	—	—	—	2	1	2	38
2b. Zugang	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	3	—	—	3
3a. Zugang durch Versetzung zu Ostern	11	9	17	9	—	20	—	13	—	12	—	25	—	12	—	128
Zugang durch Übergang i. d. Wechselcoetus	4	—	—	2	6	2	—	—	9	1	4	1	2	—	1	32
3b. Zugang durch Aufnahme zu Ostern	1	2	2	7	—	5	—	7	2	—	—	—	2	4	4	36
4. Frequenz am Anf. d. Schuljahres 1896/7	31	28	51	18	30	27	48	20	32	13	22	26	27	16	28	417
5. Zugang im Sommersemester	—	1	1	—	—	—	—	—	—	1	—	1	—	—	—	4
6. Abgang im Sommersemester	19	2	3	2	1	3	3	—	—	—	1	—	—	2	2	38
7a. Zugang durch Versetzung zu Michaelis	12	19	20	—	25	—	21	—	16	—	26	—	26	—	15	180
Zugang durch Übergang in den Coetus O	—	—	8	—	—	17	1	5	—	4	—	1	—	—	—	36
7b. Zugang durch Aufnahme zu Michaelis	1	1	2	1	—	—	1	—	1	2	—	1	2	1	3	16
8. Frequenz am Anfang d. Wintersemesters	25	35	50	15	25	40	23	25	20	20	26	29	28	15	18	394
9. Zugang im Wintersemester	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
10. Abgang im Wintersemester	—	1	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	4
11. Frequenz am 1. Februar 1897	25	34	48	15	25	40	23	25	20	20	26	29	28	15	17	390
12. Durchschnittsalter am 1. Februar 1897	19,5	17,9	17,2	16,3	16	15,4	14,8	14,0	13,3	12,9	12,2	11,6	10,8	10,6	9,8	

	B. Vorschule.						
	1 O.	1 M.	2 O.	2 M.	3 O.	3 M.	Sa.
1. Bestand am 1. Februar 1896	18	14	17	12	15	14	90
2a. Abgang b. z. Schluß d. Schuljahres 1896/7	1	1	—	—	1	—	3
2b. Zugang	—	—	—	—	1	—	1
3a. Zugang durch Versetzung zu Ostern . .	16	—	13	—	—	—	29
Zugang durch Übergang i. d. Wechselcoetus	—	4	—	1	1	1	7
3b. Zugang durch Aufnahme zu Ostern . .	—	1	1	—	—	—	10
4. Frequenz am Anfang d. Schuljahres 1896/7	16	18	14	13	18	14	83
5. Zugang im Sommersemester	—	—	—	—	—	1	1
6. Abgang im Sommersemester	—	—	1	1	—	—	2
7a. Zugang durch Versetzung zu Michaelis .	—	12	—	15	—	—	27
Zugang durch Übergang in den Coetus O	1	—	—	—	—	—	1
7b. Zugang durch Aufnahme zu Michaelis	3	—	1	1	—	15	20
8. Frequenz am Anfang d. Wintersemesters	20	12	14	16	10	15	87
9. Zugang im Wintersemester	2	—	—	—	—	—	2
10. Abgang im Wintersemester	—	1	—	—	1	—	2
11. Frequenz am 1. Februar 1897	22	11	14	16	19	15	87
12. Durchschnittsalter am 1. Februar 1897 .	9,5	8,8	8,4	7,6	7,2	6,8	

B. Religions- und Heimatsverhältnisse der Schüler.

	a) Gymnasium.							b) Vorschule.						
	Evang.	Kath.	Dissid.	Juden.	Einh.	Ausw.	Ausl.	Evang	Kath.	Dissid.	Juden.	Einh.	Ausw.	Ausl.
1. Am Anfang des Sommersemesters 1896	369	11	2	35	300	115	2	64	3	—	16	78	5	—
2. Am Anfang des Wintersemesters 1896/7	349	8	3	34	287	105	2	69	2	—	16	85	2	—
3. Am 1. Februar 1897	344	8	3	35	280	108	2	69	2	—	16	85	2	—

C. Das Zeugnis der Reife für Obersekunda

erhielten Ostern 1896 17 Schüler, davon gingen ab 4 Schüler
„ Michaelis „ 28 „ „ „ „ 9 „
Im ganzen 45 „ „ „ 13 „

D. Übersicht der mit dem Zeugnis der Reife entlassenen Schüler.

Michaelis 1896:

485. Fritz Gustav Adolf **Toepffer**, geb. 8. Januar 1878 in Stettin, evang., Sohn des Kaufmanns Toepffer in Stettin, war 6 Jahre auf dem Gymnasium und 2 Jahre in Prima, studiert die Rechte.

486. Ernst Eduard Ferdinand **Koch**, geb. 2. April 1877 in Bahn, Kr. Greifenhagen, evang., Sohn des Amtsgerichtsrates Koch in Stettin, war 10 Jahre auf dem Gymnasium und $2^1/_2$ Jahre in Prima, studiert die Rechte.

487. Waldemar Jean Iwan **Wasmund**, geb. 31. August 1876 in Grabow a. O., evang., Sohn des Landes-Direktions-Sekretärs Wasmund in Stettin, war 5 Jahre auf dem Gymnasium und $2^1/_2$ Jahre in Prima, studiert die Rechte.

488. Walter Hermann **Rudolph**, geb. 30. August 1877 in Stettin, evang., Sohn des Kaufmanns Rudolph in Berlin, war 10 Jahre auf dem Gymnasium und $2^1/_2$ Jahre in Prima, ist auf Beförderung in das Heer eingetreten.

489. Walter Karl Wilhelm **Böddeker**, geb. 30. September 1878 in Stettin, evang., Sohn des Professors Dr. Böddeker in Stettin, war 5 Jahre auf dem Gymnasium und 2 Jahre in Prima, studiert Philologie.

490. Otto Albert Wilhelm **Backhaus**, geb. 14. März 1878 in Stettin, evang., Sohn des Rektors Backhaus in Stettin, war 7 Jahre auf dem Gymnasium und 2 Jahre in Prima, studiert Medizin.

491. Paul Heinrich **Engel**, geb. 8. Februar 1877 in Gollnow, evang., Sohn des Kantors Engel in Gollnow, war $5^1/_2$ Jahre auf dem Gymnasium und 2 Jahre in Prima, studiert Theologie.

492. Ernst Brock, geb. 16. Februar 1878 in Stettin, jüdischer Religion, Sohn des Kaufmanns Brock in Stettin, war 6 Jahre auf dem Gymnasium und 2 Jahre in Prima, will Ingenieur werden.

493. Ernst Karl Gustav Herzer, geb. 17. März 1877 in Treuenbriezen, evang., Sohn des General-Arztes Dr. Herzer in Magdeburg, war $1^1/_2$ Jahre auf dem Gymnasium und $2^1/_2$ Jahre in Prima, studiert Medizin.

494. Wilhelm Bruno Ladisch, geb. den 2. Februar 1877 in Arnswalde, evang., Sohn des Gasthofsbesitzers Ladisch in Arnswalde, war $6^1/_2$ Jahre auf dem Gymnasium und 2 Jahre in Prima.

495. Alfred Karl Max Kieckebusch, geb. 23. Juni 1877 zu Pomellen, Kr. Randow, evang., Sohn des Rittergutsbesitzers Kieckebusch in Pomellen, war 2 Jahre auf dem Gymnasium und $2^1/_2$ Jahre in Prima, ist auf Beförderung in das Heer eingetreten.

496. Friedrich Hermann Crotogino, geb. 27. Juli 1878 in Grabow a. O., evang., Sohn des Ingenieurs Crotogino zu Breslau, war 9 Jahre auf dem Gymnasium und 2 Jahre in Prima, studiert Chemie.

497. Albert Ludwig Marx, geb. den 7. März 1878 in Stettin, evang., Sohn des Kaufmanns Marx in Stettin, war 9 Jahre auf dem Gymnasium und 2 Jahre in Prima, studiert Medizin.

498. Max August Hermann Matthies, geb. 5. Oktober 1877 in Naugard, evang., Sohn des Klempnermeisters Matthies in Naugard, war 5 Jahre auf dem Gymnasium und 2 Jahre in Prima, will Techniker werden.

499. Walther Richard August Goehtz, geb. 1. Februar 1878 in Labes, Kr. Regenwalde, evang., Sohn des Kaufmanns Goehtz zu Labes, war $6^1/_2$ Jahre auf dem Gymnasium und 2 Jahre in Prima, will Offizier werden.

500. Barnim Franz Georg Bernhard Lemcke, geb. 3. Juni 1876 in Stettin, evang., Sohn des Gymnasialdirektors Lemcke in Stettin, war $11^1/_2$ Jahre auf dem Gymnasium und 2 Jahre in Prima, studiert die Rechte.

Ostern 1897.

501. Ernst Albert Hoppe, geb. 21. Oktober 1875 in Jeesau, Kr. Rastenburg, evang., Sohn des verstorbenen Lehrers Hoppe in Jeesau, war $4^1/_2$ Jahre auf dem Gymnasium und 2 Jahre in Prima, will zum Postfach übergehen.

502. Paul Schmolling, geb. 9. September 1878 in Stettin, evang., Sohn des Gymnasialprofessors Dr. Schmolling in Stettin, war 2 Jahre auf dem Gymnasium und in Prima, will Offizier werden.

503. Reinhard Heinrich Holland, geb. 21. Oktober 1877 in Stolp i. Pom., evang., Sohn des verstorbenen Gymnasiallehrers Dr. Holland in Stolp, war $3^1/_2$ Jahre auf dem Gymnasium und 2 Jahre in Prima, will Offizier werden.

504. Heinrich Hermann Jonathan Klamroth, geb. 16. November 1876 in Schoenwalde, Kr. Naugard, evang., Sohn des Pastors Klamroth in Schoenwalde, war 2 Jahre auf dem Gymnasium und in Prima, will Theologie studieren.

505. Franz Philipp Marquardt, geb. 13. Juni 1878 in Swinemünde, evang., Sohn des Apothekers Marquardt in Swinemünde, war 2 Jahre auf dem Gymnasium und in Prima, will Medizin studieren.

506. Willy Karl Paul Mahlke, geb. den 16. April 1876 in Metz, evang., Sohn des Buchhalters Mahlke in Stettin, war $1^3/_4$ Jahr auf dem Gymnasium und 2 Jahre in Prima, will die Rechte studieren.

507. Isidor Kallmann, geb. den 31. März 1879 in Reetz, Kr. Arnswalde, jüdisch, Sohn des Kaufmanns Kallmann in Berlin, war 9 Jahre auf dem Gymnasium und 2 Jahre in Prima, will jüdische Theologie studieren.

508. Martin Ernst Wilhelm Leitritz, geb. 28. März 1877 in Goldberg, Kr. Goldberg-Haynau, evang., Sohn des verstorbenen Institutvorstehers Leitritz in Goldberg, war $^1/_2$ Jahr auf dem Gymnasium und 3 Jahre in Prima, will Medizin studieren.

V. Sammlungen von Lehrmitteln.

A. Hauptbibliothek.

I. Fortsetzungen und Ergänzungen: Hermes. Bd. 30. — Zeitschrift für physikalischen Unterricht. Jahrgang 10. — Litterarisches Zentralblatt für Deutschland. 1896. — Neue Jahrbücher für Philologie und Pädagogik. 1896. — Zeitschrift für Gymnasialwesen. 1896. — Zentralblatt für die gesamte Unterrichtsverwaltung in Preußen. 1896. — Petermanns Mitteilungen. Bd. 42. — Fries u. Menge, Lehrproben und Lehrgänge. Heft 46—49. — Allgemeine deutsche Biographie. Bd. 41. – Grimm, Deutsches Wörterbuch. — Jahresberichte für Geschichtswissenschaft. 17. — Aus deutschen Lesebüchern. Bd. 5. — Gardthausen, Augustus und seine Zeit. T. 1, Bd. 2; T. 2, Halbband 2. — Müller, Handbuch der klassischen Altertumswissenschaft. Atlas zu Bd. 6 und Bd. 8, T. 3. — Statistisches Jahrbuch der höheren Schulen Deutschlands. Jahrg. 17. – Baumeister, Handbuch der Erziehungs- und Unterrichtslehre. Bd. 1, Abt. 2 und Bd. 3, Abt. 3. — Jahresberichte für neuere deutsche Litteraturgeschichte. Bd. 5, Abt. 1—3. — Goethes Werke. Bd. 8, 37, 47, Abt. IV. Bd. 19, 20, 21. — Jahrbuch der Erfindungen. Jahrgang 32. — Pommersches Urkundenbuch. Bd. 3, Abt. 1 und 2. — Rethwisch, Jahresberichte über das höhere Schulwesen. Jahrg. 10. — Frick, Physikalische Technik. Bd. 2.

II. Neuanschaffungen. Stieler, Handatlas. -- Neumann, Ortslexikon des deutschen Reiches. — Jaeger, Geschichte der neuesten Zeit. 3. Bd. — Delbrück, Das Leben des Feldmarschalls von Gneisenau. — Springer, Handbuch der Kunstgeschichte. 4. Bd. — Plauti comoediae ed. Fr. Leo. 2. Bd. — Langen, Beiträge zur Kritik und Erklärung des Plautus. — Ausgewählte Komödien des Plautus, erklärt von Lorenz. Bd. 2—4. — Baer, Die Politik Pommerns während des dreißigjährigen Krieges. — C. Julii Solini collectaneae rerum memorabilium rec. Th. Mommsen. — Leunis, Synopsis der Pflanzenkunde. 3. T. — Leunis, Synopsis der Tierkunde. 2. T. — Kirchner, Die deutsche Nationallitteratur des 19. Jahrhunderts. — Fliedner, Aufgaben aus der Physik. — Liard, L'enseignement supérieur en France 1789—1893. 2. Bd. — Reye, Geometrie der Lage. 3 Bd. — Brückner, Geschichte Rußlands. Bd. 1. — Lamprecht, Deutsches Wirtschaftsleben im Mittelalter. 4 Bd. — Schultz, Allgemeine Geschichte der bildenden Künste. Bd. 3. – Meyer, Ed., Geschichte des Altertums. Bd. 1 u. 2. — Gréard, Education et institution. 4. Bd. — Lebrun, Militärische Erinnerungen 1866—70.

Als Geschenke gingen ein: Vom Kgl. Provinzial-Schulkollegium: Jahrbuch für Jugend- und Volksspiele. Jahrgang 5. — Marcinowski u. Frommel, Bürgerrecht und Bürgertugend. — Sie sollen ihn nicht haben, den freien deutschen Rhein. — Von der Gesellschaft für Pommersche Geschichte und Altertumskunde: Monatsblätter 1896. — Baltische Studien. Jahrg. 46. — Von der Buchhandlung F. Nagel, Hinrichs, Halbjahrskatalog 1895, zweites Halbjahr. — Rühl, Der Stettiner Turnverein und die Leibesübungen in Stettin. (Vom Verfasser.)

B. Schüler-Bibliothek.

Erste Abteilung, für Prima und Sekunda: 528. Pflug-Hartung, Krieg und Sieg 1870—71. — 529. Kraeplin, Naturstudien. — 530. Knackfuß, Raffael. — 531. Knackfuß, Rubens. — 532. Knackfuß, Rembrandt. — 533. Knackfuß, Michel Angelo. — 534. Knackfuß, Dürer. — 535. Knackfuß, Velasquez. — 536. Knackfuß, Menzel. — 537. Knackfuß, Teniers der jüngere. — 538. Knackfuß, Anton von Werner. — 539. Knackfuß, Murillo. — 540. Knackfuß, Knaus. – 541. Krümel, Der Ozean. — 542. Detleffen, Wie bildet die Pflanze Wurzel, Blatt und Blüte? — 543. Peters, Die Fixsterne. — 544. Wörth, Das Geld. — 545. Löwenberg, Die Entdeckungsreisen in den beiden Polarzonen. — 546. Gerland, Licht und Wärme. — 547. Elsaß, Der Schall. – 548. Valentiner, Die Kometen und Meteore. — 549. Moltke, Briefe aus der Türkei. — 550. Kugler, Deutschlands größter Held. — 551. L. Wallace, Ben-Hur. — 552. Knackfuß, Franz Hals. — 553. Graber, Die äußeren mechanischen Werkzeuge der Tiere. — 554. Lehmann, Die Erde und der Mond. — 555. Kinzel, Gedichte des neunzehnten Jahrhunderts. — 556. Neubauer, Freiherr von Stein. — 557. Jähns, Moltkes Lehr- und Wanderjahre. — 558. Knötel, Bilderatlas zur deutschen Geschichte. — 559. Marcinowski und Frommel, Bürgerrecht und Bürgertugend. — 560. Wislicenus, Deutschlands Seemacht sonst und jetzt. — 561. Knackfuß, Holbein der Jüngere.

Zweite Abteilung, für Tertia: 405. Höcker, Im Zeichen des Bären. — 406. Rey, Himmel u. Erde. — 407. Wolf-Harnier, Gefiederte Baukünstler. – 408. Ohorn, Die Helden der Küste. — 409. Alexis, Die Hosen des Herrn von Bredow. Der Wärwolf. — 410. Baron, Kalifornien in der Heimat. — 411. Noeldechen, Lambert Hadewart. — 412. Sonnenburg, Der Goldschmied von Elbing. — 413. Amerlan, Aus Urväter Tagen. — 414. Löbner, Wintersonnenwende. — 415. Höcker, Seekadett von Helgoland. — 416. Rogge, Friedrich III.

Dritte Abteilung, für Quarta und Quinta: 352. v. Horn, Der Leibhusar. — 353. Clement, Das Rebenhäusel. — 354. Halden, Onkel Fritz. — 355. Lackowitz, Das Buch der Tierwelt. — 356–357. Spyri, Kurze Geschichten I. und II. — 358. Dieselbe, Cornelli wird erzogen. — 359. Dieselbe, Arthur v. Squirrel. — 360. Dieselbe, Keines zu klein Helfer zu sein. — 361. Dieselbe, Aus den Schweizer Bergen. — 362. Dieselbe, Schloß Wildenstein. – 363. und 364. Dieselbe, Gritli I. u. II. — 365. und 366. Dieselbe, Heidi I. u. II. — 367. Wagner, Entdeckungsreisen in Haus und Hof.

C. Naturwissenschaftliche Lehrmittel.

1. Physikalisches Kabinett.

Durch Kauf erworben: Ein Feldwinkelmesser. — Ein verstellbares Stativ. — Vier Fluchtstäbe. — Ein Stahlbandmaß.

2. Naturgeschichtliche Sammlung.

Geschenkt wurden: Zwei Rückenschulpe von Sepia officinalis und Chinarinde (vom Untertertianer Hollatz). — Mehrere Zimmetsorten (vom Untertertianer Kuhk). — Ein Stück Mahagoniholz (vom Untertertianer Ladewig).

Gekauft wurden: Entwicklung von Coccinella sept. punctata, von Cimbex lucorum, von Ophion luteus, von Psilura monacha, von Tachina fera, von Libellula quadrimaculata, von Phrygaena grandis. — Kopf und Kiemen von Esox lucius. — Raja clavata. — Spinachia vulgaris. — Sepia officinalis. — Medusa aurita.

Den freundlichen Gebern sei auch an dieser Stelle der schuldige Dank dafür ausgesprochen.

VI. Stiftungen und Unterstützungen von Schülern.

Das Vermögen der Witwen- und Waisenkasse der Lehrer des Stadtgymnasiums (begründet 4. Jan. 1876), welches in der letzten Nachweisung 18390,60 Mark betrug, hat in dem Jahre 1896 einen Zuwachs gehabt von 957,35 Mark, ist somit gestiegen auf 19347,95 Mark. Aus dieser Kasse erhielten 4 Witwen Unterstützungen von je 150 Mark. Kassenführer war der Professor Dr. Eckert.

Eigentliche Stiftungen zur Unterstützung von Schülern besitzt das Stadtgymnasium leider noch nicht. Dagegen sind dem Direktor mehrfach wie schon seit längerer Zeit von Freunden und Wohlthätern der Jugend Beiträge übergeben worden, aus denen teils früheren Schülern das Studium auf der Universität erleichtert, teils bedürftigen und notleidenden Schülern Zuwendungen gemacht werden konnten, die ihnen den weiteren Besuch der Schule ermöglichten. Der schuldige Dank sei auch an dieser Stelle zum Ausdruck gebracht.

VII. Mitteilungen an die Schüler und deren Eltern.

Das neue Schuljahr beginnt Dienstag, den 27. April. Die Prüfung und Aufnahme neuer Schüler erfolgt Montag, den 26. April, vormittags von 10 Uhr ab, die der Vorschüler von 11 Uhr ab, beides im Konferenzzimmer der Anstalt (Grüne Schanze 8). Vorzulegen ist der Geburts- bezw. Taufschein, der Impfungs- bezw. Wiederimpfungsschein und das Abgangszeugnis der vorherbesuchten Schule.

Prof. Dr. A. Jonas,
stellv. Direktor des Stadtgymnasiums.