Zu der

öffentlichen Redeübung

welche

Freitag den 26. September 1834 Nachmittags um $2\frac{1}{2}$ Uhr

in dem Hörsaale des Gymnasium zu Stettin

veranstaltet werden soll

ladet

die Beschützer Gönner und Freunde

dieser Schulanstalt

ehrerbietigst und ergebenst ein

Karl Friedrich Wilhelm Hasselbach,

Doctor der Theologie und Philos., Director und erster Professor des vereinigten Königl. und Stadt-Gymnasium, Director des mit demselben verbundenen Seminarium für gelehrte Schulen, Mitglied der Lateinischen Gesellschaft zu Jena und der Königl. Gesellschaft für Nordische Alterthumskunde zu Copenhagen.

Inhalt:

Versuch, die Prinzipien der Combinationslehre als einer selbstständigen Wissenschaft festzustellen, nebst einer Bezeichnungsmethode in derselben, von C. G. Scheibert,

und

Nachrichten über das Schuljahr von Michaelis 18³³/₃₄.

Stettin,

gedruckt bei H. G. Effenbart's Erben,

große Wollweberstraße No. 554.

Versuch,

die

Prinzipien der Combinationslehre als einer selbstständigen Wissenschaft festzustellen,

nebst einer Bezeichnungsmethode in derselben.

Von

C. G. Scheibert.

Die Prinzipien der Combinationslehre
nebst einer Bezeichnungsmethode in derselben.

Je mehr es anerkannt wird, daß die Combinations-Lehre als ein wesentlicher Theil der Mathematik zu betrachten sei, je zuversichtlicher man in die Lehrbücher der Analysis einen Theil der C.-L. aufnimmt und je unentbehrlicher derselbe wird, um so dringlicher wird auch der Wunsch, diesen Theil der mathematischen Wissenschaften auf allgemeine Prinzipien zurückgeführt und wissenschaftlich geordnet zu sehen, denn es gewährt dem Leser eines mathematischen Werkes eine unangenehme Unterbrechung, wenn er auf dieser Stelle mit einemmale auf lockern Grund stößt. Daß bei einer wissenschaftlichen Begründung der C.-L. aber nicht von dem Theilchen allein die Rede sein könne, das in der Analysis abgehandelt zu werden pflegt, und was ihr bei genauerer Erwägung kaum als Eigenthümliches zugehören möchte, das liegt in der Natur der Sache. Man wird aber diesen Versuch, die C.-L. zu einer Wissenschaft zu erheben, um so milder beurtheilen, je weniger er eben als der erste dieser Art Ansprüche darauf macht, die Sache erschöpft zu haben, und wird es natürlich finden, daß sich bei der Untersuchung dieser Art eine Wort- und Zeichensprache von selbst darbieten und sich aufdringen mußte, deren Mittheilung daher gar nicht unterbleiben konnte, wenn man auch davon absehen wollte, daß es wohl wünschenswerth wäre, wenn endlich auch hier die Mathematiker zur Uebereinstimmung gelangten. Um bei der Wahl der zur Erläuterung nothwendigen Beispiele nicht in Verlegenheit zu sein, und zugleich auch, um der Arbeit eine bestimmte Grenze anzuweisen, wurden die Hauptsätze gewählt, welche zum elementaren Beweise des binomischen Lehrsatzes für jede Art von Exponenten nothwendig sind. Ferner wurden, um ohne viele Nebenuntersuchungen den Zweck zu erreichen, im Wesentlichen die Ansichten über Mathematik zum Grunde gelegt, welche vom Professor Graßmann in dem Programm des Stettiner Gymnasiums v. J. 1827 entwickelt sind.

§. 1. Grundbegriffe.

Mathematik als die Wissenschaft von der Synthesis nach äußern Beziehungen, d. h. schlechthin als gleich oder ungleich, zerfällt nach dieser Definition in Größen- und Combinations-Lehre (Prgr. p. 6.) Gehen wir nun vom Begriffe einer Zahl aus, um dadurch den Begriff einer Combination zu veranschaulichen, so kommt derselbe in uns dadurch zu Stande, daß das bestimmte Mannigfaltige, als gleich gedachte, in eine Einheit des Bewußtseins verknüpft wird, so entsteht nun das combinatorische Construct, welches schlechthin Gebinde genannt wird, in uns dadurch, daß wir das bestimmte Mannigfaltige in eine Einheit des Bewußtseins dergestalt verknüpfen, daß das Verknüpfte in der Verknüpfung als verschieden festgehalten wird. Wenn demnach die Vorstellungen a, b, c, d auftreten, so müssen sie in der Verknüpfung zur Zahl als gleich, in der Verknüpfung zum Gebinde als verschieden gedacht werden. In Beziehung auf die Zahl heißen sie Einheiten, in Beziehung auf das Gebinde Elemente. Einheit und Element, Zahl und Gebinde, zählen und combiniren stehen daher sich gegenüber und bedingen sich in ihrem Gegensatze als nothwendige, zugleich auftretende, Verknüpfungsformen des Geistes, wie sich Gleich und Ungleich immer zugleich bedingt, und eines ohne das andere nicht gedacht werden kann. Gehen wir nun von diesen genetischen Entwicklungen über zu den Sacherklärungen, so wird das comb. Element eine Vorstellung sein, die abgesondert gedacht wird aus andern von ihr verschiedenen Vorstellungen, wie die Einheit eine solche aus andern ihr gleich gedachten Vorstellungen ausgesonderte ist. Das Gebinde ist der Ausdruck des als verschieden verknüpften, wie die Zahl der Ausdruck des als gleich verknüpften Mannigfaltigen ist. Combiniren wird heißen, aus gesetzten Elementen Verbindungen erzeugen, so daß die im Gebinde verknüpften Elemente als verschieden gedacht werden. Die zur Verknüpfung gegebenen Elemente nennt man den Zeiger. Daß hiebei von jedem Inhalte des Verknüpften wie bei der Zahl so bei dem Gebinde abgesehen werden muß, das liegt schon in obiger Definition, daher kann in einer ungemischten Combinations-Lehre nicht von Verbindungen zu bestimmten Summen die Rede sein, denn dabei hat nicht allein dies Element schon einen bestimmten arithmetischen Inhalt, sondern es ist auch der Verknüpfung selbst eine bestimmte arithmetische Verbindungsweise untergelegt. Noch weniger gehört die Bestimmung der Anzahl der Verbindungen in die C.-L., denn hiebei werden alle Gebinde als gleich gesetzt, so zur Einheit und werden gezählt, so daß man mehr auf dem Felde der Arithmetik als auf dem der C.-L. ist.

§. 2. Folgerungen.

1. Gleiche Elemente können in einem Zeiger nicht vorkommen. Ein Zeiger also wie a, a, a, b, b in welchem das eine a nicht als eins von dem andern a verschiedenes angesehen werden soll, kann nicht als combinatorisches Element gedacht werden.

2. Das einzelne Element gilt auch noch als ein Gebinde, in so fern die einzelnen Elemente a, oder b ausdrücken, wie viel Elemente eben, nehmlich eins, in die Verknüpfung aufgenommen.

3. Auch das Gebinde, was kein Element enthält, gilt noch als Gebinde. Denn es ist der Ausdruck dessen, was verknüpft ist. Hieraus ergiebt sich

4. daß der Zeiger für das Gebinde, welches kein Element enthält, gleichgültig sei, d. h. es ist für das Nullgebinde einerlei, ob der Zeiger abcde oder fg oder sonst wie gewesen sei.

Anm. Die analogen Sätze der Arithmetik, und die analogen Beweise für dieselben sind leicht erkennbar, und ist nur für Nr. 4 zu bemerken, daß der ihm entsprechende Satz $m^0 = 1$ ist, was sich indeß erst weiter unten bestimmter ergeben wird.

§. 3. Bezeichnungen.

Der Zeiger, welchen man gewöhnlich durch die Buchstaben eines Alphabets darstellt, kann ohne alle Zweideutigkeit durch den ersten und letzten Buchstaben vorgestellt werden, so daß man statt c, d, e, f, g kurz bezeichnet c « g, lies: c bis g. Zugleich wird dadurch eine bestimmte Rangordnung unter den Elementen bedingt, die gut ist behufs der Benennung, da sonst die Elemente als inhaltslose keine Merkmale weiter zur nähern Bezeichnung darbieten. Demgemäß wird nun auch ein früheres, als ein im Zeiger vorkommendes Element durch φ, ein späteres durch σ, ein erstes oder die erstern werden durch ε, die letztern durch λ bezeichnet. Daß ein Element zum Zeiger hinzu oder von ihm oder auch vom Gebinde weggenommen werden soll, das wird durch $\frown\!\!\!\!+$ und $\frown\!\!\!\!-$ ausgedrückt, und soll das Häkchen an Combination erinnern und jeden Gedanken an eine arithmetische Addition und Subtraction zurückweisen. Um ein Beispiel zu geben würde durch

$$\mathrm{c} \ll \mathrm{m} \frown\!\!\!\!- 2\varepsilon \frown\!\!\!\!- 3\lambda \frown\!\!\!\!+ 1\varphi \frown\!\!\!\!+ 3\sigma$$

der Zeiger oder auch das Gebinde

$$\mathrm{efghiklm} \frown\!\!\!\!- \mathrm{ef} \frown\!\!\!\!- \mathrm{klm} \frown\!\!\!\!+ \mathrm{d} \frown\!\!\!\!+ \mathrm{nop} \text{ d. i. } \mathrm{dghinop}$$

dargestellt sein. *)

§. 4. Der Inhalt der ersten Combinationsstufe.

Wir verstehen unter dem Inhalt hier die wissenschaftlichen Ergebnisse, oder Wahrheiten, welche sich für die nach §. 1 gewonnenen combinatorischen Constructe ergeben. Dieses Construct ist darnach blos ein Gebinde, in welchem die Elemente als verschiedene gedacht werden. Es kann dafür keine andern als die auch für die Zahl der ersten Stufe vorkommenden Verknüpfungsgesetze geben, nehmlich der Synthesis und Analysis, des Hinzuthuns und Hinwegthuns — in der Arithmetik Addition und Subtraction — d. h. es können nur vorkommen diese logischen Verknüpfungen, welche hier aber zugleich

---

*) Es ist von selbst einleuchtend, daß man nie einen so complicirten Zeiger oder ein solches Gebinde haben wird, und daß hier nur ein Beispiel gegeben werden sollte, welches alle Fälle umfaßte.

auch äußerlich sichtbar werden durch den Gebrauch der Elemente. Welchen ausgedehnten Gebrauch diese combinat. Rechnungen haben, wenn man diese Verknüpfungen so nennen darf, das zeigt sich in Graßmanns physischer Krystallonomie. Stettin 1829. p. 32 sq.

§. 5. Zweite Combinationsstufe.

Wenn auf der ersten Combinationsstufe das Combiniren der Elemente ganz ins Unbestimmbare ging, indem nur die Forderung bestand, Gebinde zu erzeugen, so konnte sich die Wissenschaft mit ihren Betrachtungen nur an die einzelnen zur Anschauung hingestellten Gebinde wenden, wie es auch in der Addition und der Subtraction der Zahlenlehre der Fall ist, wo die Forderung des Zahlenerzeugens ins Unendliche fortgehend erscheint, und nur dadurch für die Wissenschaft bestimmbare Größen gewonnen werden, daß man Glieder dieser Zahlenreihe isolirt festhält und zur Betrachtung, zur Verknüpfung und Trennung, hinstellt. Die zweite Combinationsstufe besteht nun darin, Complexe zu erzeugen. Wenn eine zweite Synthesis immer darin besteht, daß man das durch die erste Synthesis Gewonnene zum Elemente macht und aufs Neue synthesirt; also geometrisch: wenn man die durch die erste Synthesis (d. i. die gerade Bewegung) entstandene gerade Linie wie das Element (wie den Punct) behandelt; also gerade bewegt also das geometrische Product (das Rechteck) erzeugt; und arithmetisch: wenn man die gewonnene Zahl zur Einheit macht und zählt z. B. eine 4, eine 4, eine 4, gezählt 3 Vieren und so das Product 3 . 4 erzeugt, so muß demgemäß die 2te combinatorische Synthesis darin bestehen, daß man das durch die erste Synthesis gewonnene Gebinde wie das Element behandelt und combinirt. Doch ehe die hieraus sich ergebende Folgerung gemacht werden kann, müssen wir noch einmal den Begriff eines Gebindes aufnehmen. Das Gebinde abcd als der Ausdruck dafür, daß in der Vorstellung die 4 Verschiedenheiten geeint gedacht werden sollen, kann und darf nicht so aufgefaßt werden, (wozu die Darstellung des Gebindes in der Linie auch wohl schon denkende Männer verführt hat) *) als wäre das Combiniren die Operation des Geistes, daß er sich diese 4 Verschiedenheiten nebeneinander denkt, indem das Räumliche, in welchem die sichtbar gemachte Combination sich darstellt, durchaus nichts mit der Combination als solcher zu thun hat, und für sie etwas ganz Ungehöriges ist, wie ja auch Niemand daran denken wird, sich für gezwungen zu halten, die Einheiten der Zahl 4 immer und nur nebeneinander zu denken, wenn er sie räumlich auf der Linie durch 1, 1, 1, 1, dargestellt hat. Immerhin mag man das nebeneinander Schreiben von abed als ein Versinnlichungsmittel dafür gebrauchen, daß man gerade diese 4 Elemente in einem Gebinde denken solle, aber man muß es auch für nichts mehr halten, als es eben ist. Kommen wir nun auf die 2te Synthesis wieder zurück, so sollen darnach Gebinde wie Elemente combinirt werden, d. h. man soll diese Gebinde so in dem Bewußtsein verknüpfen, daß die Gebinde in dieser Verknüpfung als verschiedene festgehalten werden (§. 1). Hieraus

*) S. Schweins in der Größenlehre §. 58. Thibaut, Grundriß der Analysis. 2te Aufl. Cap. 2.

geht nun hervor, daß die zu verknüpfenden Gebinde verschiedene sein müssen, wie auch, um den Gegensatz recht scharf zu fassen, die zu zählenden Zahlen gleiche Zahlen sein müssen. Man muß also verschiedene Gebinde erzeugen, und diese verschiedenen Gebinde in eine Einheit des Bewußtseins verknüpfen. Dies kann nun nicht nach dem, was vorhin über das Gebinde gesagt ist, darin bestehen, daß man die verschiedenen Gebinde, z. B. ab, abc, bc, ꝛc. nun nebeneinander in einer linearen Anordnung denken müsse, vielmehr nimmt man viel besser, wie es auch gewöhnlich zu geschehen pflegt, die 2te Dimension des Raums zu Hülfe und stellt alle diese Gebinde untereinander, was aber wiederum nur eine Versinnlichung durch den Raum dafür ist, daß man gerade diese Verbindungen vereint denken wolle, oder combinirt habe, was sonst aber weiter gar keine Bedeutung hat. Diese so vereint gedachten verschiedenen Gebinde nennen wir Complex, und daher die obige Erklärung der 2ten Synthesis. Wenn also Complexe gebildet werden sollen, so müssen schon verschiedene Gebinde als vorher erzeugt gedacht werden, oder doch streng genommen, solche Gebinde, die in der Verknüpfung als verschiedene gedacht werden. Nun ist freilich eine Zahl durch eine ihr gleiche gegebne vollständig bestimmt, so ist es mit den Gebinden keinesweges, denn dadurch, daß blos bestimmt wird, es soll ein Gebinde ein von einem gegebnen Gebinde abc verschiedenes sein, ist es ganz unbestimmt gelassen, ja in das unendliche Gebiet der Möglichkeiten hinausgestoßen, und soll demnach diese 2te Combinationsstufe irgend eine Bestimmbarkeit gewinnen, so muß die Grenze dieser Möglichkeiten gesteckt werden, d. h. es muß eine Sphäre dieser Möglichkeiten gegeben werden, also es muß vor der Bildung des Complexes schon die Sphäre der Verschiedenheiten bestimmt werden, innerhalb welcher sich der Complex bilden soll, und diese Umgrenzung nun nennen wir das Combinationsgesetz. Ein solches Combinationsgesetz läßt sich am bestimmtesten aussprechen, wenn man es in Beziehung auf vorliegende oder doch mögliche Gebinde ausdrückt, und so geschehe es denn auch hier, um nicht durch lauter abstracte Begriffe unverständlich zu werden. Sieht man auf die Gebinde, so kann deren Verschiedenheit entweder in dem Inhalte, oder der Form der Gebinde oder in beiden zugleich gesucht werden. Den Inhalt des Gebindes machen die darin vorkommenden Elemente aus, die Form wird bedingt durch die Folge, wie die Elemente in die Verbindung eingegangen sind. Daraus ergeben sich nun die 3 allgemeinsten Combinationsgesetze:

1. Es gelten nur die Gebinde als verschiedene und in einen Complex gehörige, welche wirklich verschiedene Elemente enthalten, z. B. die Gebinde a, ab, abc, bc. Geschiedsgesetz.

2. Es gelten nur die Gebinde als verschiedene, die sich nur in der Form unterscheiden, d. h. in der Folge der Elemente, oder allgemeiner in der Anordnung, in welcher die Elemente in die Verbindung eingegangen sind, z. B. abc, bac, cba. Diese Gebinde unterscheiden sich dergestalt in der Form, daß man sich vorzustellen hat, im ersten Gebinde habe sich zunächst mit dem ursprünglichen a ein b, und mit ab ein c verbunden, während im Gebinde cba sich mit dem ursprünglichen c ein b und mit cb ein a verbunden habe. Es giebt nun keine bequemere Weise, diese Folge und die dadurch

bedingte Form des Gebindes äußerlich darzustellen, als durch Hülfe der linearen Aufstellung, also durch Hülfe des Raums, obgleich der innere Begriff viel eher der Zeit als dem Raume angehört, aber darum eben auch so bequem durch eine Linie darstellbar ist. *) Gefolgsgesetz.

3. Es gelten nur die Gebinde als verschiedene und in einen Complex gehörige, welche sich entweder im Inhalte, d. h. in den Elementen oder doch in der Folge der Elemente unterscheiden, z. B. a, ab, ba, abc, cab, ꝛc. Geändergesetz. Diese drei Hauptgesetze, nach welchen die im Complex erzeugten, oder doch die in ihm combinirten, zusammengedachten, Gebinde, Geschiede, Gefolge, Geänder heißen, trennen die C.-L. auf der 2ten Stufe in diese drei natürlichen Abtheilungen. Es ist jedem Leser wohl einleuchtend, daß hier diese Combinationsgesetze die Aufstellung der sogenannten Combinationen, Permutationen und Variationen geben, und darf wohl kaum noch eine Rechtfertigung dieser Namenvertauschung beigebracht werden. Die hier gewählten Benennungen, Geschiede, Gefolge, hängen so innig mit der Sache und dem Wesen der C.-L. zusammen, daß nur mit der Zurückweisung der oben entwickelten Ansichten die Zurückweisung dieser Namen erfolgen kann. Die Furcht vor der Sprachverwirrung fällt ganz weg, wenn man bedenkt, daß eine aus diesen Prinzipien heraus entwickelte C.-L. eine andere Wissenschaft wird, als was man bis dahin in einer C.-L. geboten hat, wenngleich, wie natürlich ist, die Schlußsteine dieselben sein werden. Auch ist es für das Gedeihen der Wissenschaft von sehr wesentlicher Bedeutung, wenn die Sprache in ihr ein Weniges von dem Wesen des Benannten ausdrückt, und nicht eine bloße Bezeichnung ist. Wie viel Bequemlichkeiten diese deutschen Wörter vor den lateinischen darbieten, indem sie jede Zusammensetzung, und auch die Abwandlung in Adjectiva zulassen, das wird im Verfolge der Abhandlung sichtbar werden. Ehe wir indeß weiter gehen können, muß die Frage erörtert werden, ob es Gebinde mit Wiederholung der Elemente geben könne.

---

*) Strenge genommen gehört diese Ordnung oder Folge weder der Zeit noch dem Raume an, und sind beides nur Begriffe zur Versinnlichung, denn es hat die C.-L. eben so wenig die Zeitgrößen wie die Raumgrößen zu betrachten, vielmehr hat man sich das so zu denken, daß ein a auf der ersten Stelle (um es äußerlich erkennbar zu machen) auf eine eigenthümliche und zwar auf eine andere Weise in die Verbindung eingegangen sei, als wenn das a auf der 2ten oder 3ten Stelle steht. Man stelle sich vor, um diese Ansicht zu verdeutlichen, man habe 2 Elemente, die obwohl verschieden gedacht, dennoch in der Art und Weise, wie sie in die Verbindung eingingen, sich nicht unterschieden, und so würde man dann, wenn man es räumlich darstellen wollte, auf einer Stelle 2 Elemente etwa übereinander geschrieben haben. Oder auch so, man denke sich, daß ein noch ganz unbestimmtes Element in die Verbindung eingehen solle, so wird man Verbindungen mit einer leeren Stelle erhalten. Hiedurch rechtfertigt sich denn auch ein Gefolgs-Complex aus aaabbc, indem man bei den äußerlich gleichen Elementen zwar immer noch festhält, daß sie in der Verbindung als verschiedene gedacht werden, daß aber die Art und Weise, wie sie in die Verbindung eingehen, sich nicht mehr bei ihnen unterscheide und die sogenannten Vertauschungen untereinander keine neuen Gebinde für den Complex hergeben. Was die vorhin erwähnten Verbindungen mit einer leeren Stelle betrifft, so sind sie von wesentlicher Bedeutung für die Combinations-Lehre, aber selbst auch für die Analysis, in so ferne sich durch sie das Eliminationsproblem lösen läßt, was auch Krampe geahnet hat. Vergl. Sammlung comb. analyt. Abhandlungen v. Hindenburg. Leipz. 1800. pag. 263 seq., woselbst Gebinde aufgestellt werden mit Elementen, über welchen ein Punct gesetzt ist, welche Complexe sich leicht in Gefolge mit einer leeren Stelle umwandeln lassen.

Die Antwort kann nicht anders ausfallen, als nein, wenn man nehmlich sich strenge am Begriffe der Combination hält. Bleibt man indeß beim Begriffe des Complexes stehen, so sind ersichtlich die Gebinde a, aa, aab, aabb, welche aus dem Zeiger ab erzeugt sind, verschiedene und können also im Complexe zusammen gedacht werden, und in so ferne nun der Verstand noch die Verschiedenheit von a u. a festhält im Gebinde, in so ferne kann auch aa noch als ein combinatorisches Gebinde angesehen werden. Aber so viel ist hieraus ersichtlich, daß in der C.-L. die Verbindungen mit W. von denen ohne W. durchaus getrennt bleiben müssen, in so ferne nehmlich die erstern schon nahe an das Gebiet der Arithmetik streifen.

§. 6. Folgerungen.

1. Wie das arithmetische Product bestimmt ist durch die als Einheit gezählte Zahl und den Factor, welcher der Ausdruck dafür ist, wie weit, bis zu welcher Grenze die Zählung gegangen sei, so ist der Complex (das combinator. Product) bestimmt, durch den die Gebinde hergebenden Zeiger und durch das Combinationsgesetz, d. h. durch den Ausdruck, der angiebt, wie weit die Synthesis gegangen sei, in so ferne ja eben durch das Combinationsgesetz die Sphäre der Synthesis bestimmt ist.

2. Im Complex von Geschieden können nie Gebinde vorkommen, welche ganz dieselben, in den Gefolgen nie solche, welche nicht dieselben Elemente enthielten, in den Geändern nie solche, welche nicht entweder verschiedene Elemente, oder dieselben in verschiedener Folge enthielten.

3. Die Geänder lassen sich als Geschiede darstellen, von deren jedem man die Gefolge bilden soll.

§. 7. Bezeichnungen.

Um das Combinationsgesetz auszudrücken, werden die Zeichen (˙) (°) (') über den Zeiger gesetzt, welche an den Hauptlaut i, o, ä in Geschiede, Gefolge und Geänder erinnern, und sollen Verbindungen mit Wiederholungen gemeint sein, so werden diese Zeichen verdoppelt in (¨) ("), z. B.

$(a \ll \dot{d})$ lies: Geschiede o. W. aus a bis d oder a«d.

$(b \ll g'')$ lies: Geänder m. W. aus b bis g.

$(a \ll \overset{\circ}{d})$ lies: Gefolge aus a bis d oder a«d-Gefolge.

Sollen nun engere Complexe erzeugt werden, die man zuweilen Ordnungen nennt, d. h. wird die Combinations-Sphäre enger gesteckt, z. B. sollen blos Gebinde in den Complex aufgenommen werden, die mit gewissen Elementen beginnen oder schließen, oder die ein gewisses Element überhaupt enthalten, so wird dies dadurch ausgedrückt, daß man die Elemente vor, hinter oder unter den Zeiger schreibt, z. B.

$_{ab}(a\,\text{«}\,d)^{\cdot\cdot}$ lies: a«b-Beginne der Geschiede m. W. aus a«d.

$(a\,\text{«}\,c)^{,}_{c}$ lies: c-Schlüsse der Geänder o. W. aus a«c.

$(b\,\underset{c}{\text{«}}\,g)^{\cdot}$ lies: c-haltige Geschiede o. W. aus b«g.

Die Geänder kann man nach §. 6, 3 auch schreiben:

$(a\,\text{«}\,d)^{,}$ oder $(a\,\text{«}\,d)^{\overset{\circ}{\cdot}}$ d. h. die Geschiede und von jedem Geschiede die Gefolge.

Es können hier unmöglich die Bezeichnungen für alle niedern Complexe, welche gedenkbar sind, mitgetheilt werden, und werden diese Grundzüge hinreichen, in vorkommenden Fällen eine Modifikation derselben für diese besondern Fälle aufzufinden. Vielmehr wollen wir übergehen zu den Complexen, welche an der Grenze der C.-L. stehend gewöhnlich in ihr und fast ausschließlich behandelt werden. Stellt man sich nehmlich einen Zeiger a, b, c, d; a′, b′, c′, d′, dergestalt vor, daß die mit einem gleichen Aczente versehenen Elemente nicht untereinander verbunden werden dürfen, so sind nur folgende Verbindungen möglich a; b; c; d; a′; b′; c′; d′; aa′; ab′; ac′; ad′; ba′; bb′ ꝛc., d. h. es soll jedes Element mit jedem verbunden werden, und dies drücken wir aus durch $(a, b, c, d) \overset{\frown}{\times} (a', b', c', d')$, wobei das Häkchen die schon §. 3 angegebne Bedeutung hat, und nennen wir dieses Combinationsgesetz das multiplicative, weshalb auch das Zeichen gewählt ist, aber müssen dringlich darauf hinweisen, daß hier an keine algebraische Multiplication gedacht werden solle und dürfe, und daß nur die zufällige Uebereinstimmung der Verknüpfungsweisen diese Wahl der Bezeichnung und Benennung treffen ließ. Daß diese Verknüpfungsart so nahe der arithmetischen verwandt ist, und darum an die Grenze der C.-L. gestellt werden muß, hat nicht in dem Umstande seinen Grund, daß man hier wie dort sagt, man solle jedes mit jedem verbinden, denn das ist eine bloße Zufälligkeit, sondern darin liegt die Ursache, daß man a, b, c, d als unter sich unverknüpfbare Elemente, d. h. als combinatorisch g l e i c h e angesehen hat. Soll nun dies Combinationsgesetz noch wieder nach den allgemeinen Gesetzen modificirt werden, so wird dies allgemeine Gesetz durch die dafür schon bekannten Zeichen ausgedrückt, z. B.

$$(a\,\text{«}\,d) \dot{\times} (b\,\text{«}\,d)$$

bedeutet: jedes Element von a, b, c, d soll mit jedem der Elemente b, c, d jedoch so verbunden werden, daß nicht gleiche Elemente in einem Gebinde vorkommen, und nicht Gebinde mit denselben Elementen erzeugt werden; man erhält: ab; ac; ad; bc; bd; cd. Diese combinatorische Multiplication heißt so eine geschiedliche, und es wird von selbst verständlich sein, was eine geänderliche Multiplication mit oder ohne Wiederholung nun bedeuten werde und wie sie zu bezeichnen ist. Auch ist ersichtlich, daß die Andeu-

tung

tung des Combinationsgesetzes nach Geschieden und Geändern überflüßig wird, wenn die Elemente der hier sich als zwei Factoren darstellenden Complexe verschiedene Elemente enthalten, in welchem Falle dann auch selbst das Multiplicationszeichen weggelassen werden kann, z. B.

$$(a\text{«}d)^{\cdot}\;(e\text{«}g)^{\cdot}$$

bedeutet, man solle jedes Gebinde der Geschiede aus a«d mit jedem der Geschiede aus e«g verbinden. Eine 2te Art von Complexen, die noch hieher gehören, ist die Darstellung nach Klassen, welche in den gewöhnlichen Darstellungen der C.-L. die Hauptsache auszumachen pflegen, hier aber nur als eine Nebensache erscheinen können, und als eine Annäherung an die Arithmetik betrachtet werden müssen, weil das combinatorische Gesetz zugleich noch eine Zahl in sich enthält, denn in einem Klassen-Complex werden die Gebinde zusammengefaßt, welche der Zahl nach gleich viele Elemente enthalten. Um einen solchen Complex zu bezeichnen wird nun auch die Klassenzahl nothwendig, und wird diese mit einem römischen Zahlzeichen Rechts neben das Combinationszeichen gesetzt, z. B.

$(a\text{«}e)^{\cdot\cdot\,\mathrm{III}}$ lies: Geschiede m. W. aus a«e zur 3ten (nehmlich Klasse) oder Dreigeschiede aus a«e. *)

${}_{b}(b\text{«}e)^{,,\,\mathrm{M}}$ lies: b-Beginne der m-Geänder aus b«e.

Jedes einzelne Gebinde heißt ein Drei-Vier-Geschied oder Geänder nach der Menge der Elemente. **)

§. 8. Inhalt der zweiten Combinationsstufe.

Das Bilden der Complexe wird allerdings die Hauptsache ausmachen, aber die Bildungsregeln müssen als solche erscheinen, welche aus dem Begriffe des zu bildenden Complexes sich als nothwendige ergeben, wenn das Ganze einen wissenschaftlichen Charakter haben soll; zugleich müssen auch diese Complexe selbst in einem innern nothwendigen Zusammenhange dargestellt werden, wie es mit den Sätzen der Geometrie und Arithmetik geschieht. Leider können wir hier auch durch die mitzutheilenden Beispiele nicht einmal diese Behandlungsweise veranschaulichen, da zu den Sätzen, welche schon zu den Schlußsätzen gehören, eine Menge Hülfssätze nöthig sind, deren Bedeutung man wieder nur abschätzen könnte in dem Ueberblicke über das ganze wissenschaftliche Gebäude, was hier zu geben nicht möglich ist. Wir theilen daher nur einige Lehrsätze mit, welche für den Lauf der Untersuchung unentbehrlich sind, deren Beweise aber fast in der gewöhnlichen Art zu beweisen gegeben werden müssen.

---

*) Beide Leseweisen können füglich nebeneinander bestehen, und haben jede ihre wesentlichen Vorzüge, die erstere für den Uebergang zur Analysis, die letztere für die Combinations-Lehre.

**) Daß man auch Complexe mit $\overset{\frown}{+}$ und $\overset{\frown}{-}$ verbinden könne, wie man Producte addirt, und was es für eine Bedeutung habe ist ohne Erörterung aus §. 3 und §. 5 einleuchtend.

§. 9. Lehrsatz.

In wohlgeordneten Geschieden hat man die a-Beginne, wenn man a mit den Geschieden aller höhern Elemente combinirt.

Beweis. Hinter dem a können nach dem Begriffe von wohlgeordneten Geschieden nur höhere, nie niedere Elemente stehen; sollen nun alle Gebinde erzeugt werden, in denen a als niedrigstes Element beginnt, so wird dies offenbar auf so viele verschiedene Weise geschehen können, als eben die höhern Elemente verschiedene Verbindungen d. h. Geschiede geben, also

$$_{a}(a \text{«} x\dot{)} \mathrel{\widehat{=}} a \mathbin{\widehat{\times}} (b \text{«} x\dot{)}$$

§. 10. Lehrsatz.

Wächst der Zeiger um ein früheres Element, so erhält man die Geschiede aus diesem vergrößerten Zeiger, wenn man die Geschiede des erstgedachten Zeigers beibehält, und dann auch noch jedes Gebinde mit dem neu hinzugekommenen Elemente combinirt.

Beweis. Entweder werden die Gebinde das neu hinzugekommene Element enthalten, das werden alle Geschiede des erstgedachten Zeigers sein; die es enthalten, die werden es, weil es das niedrigste Element ist, als Beginne enthalten und die werden nach §. 9, wie im Lehrsatze angegeben ist, erhalten, also

$$(b \text{«} e \mathbin{\widehat{+}} 1\varphi\dot{)} \mathrel{\widehat{=}} (b \text{«} e\dot{)} \mathbin{\widehat{+}} a \mathbin{\widehat{\times}} (b \text{«} e\dot{)}$$

§. 11. Lehrsatz.

Die Gefolge, welche mit gewissen Elementen beginnen, werden erhalten, wenn man diese Elemente mit den Gefolgen der übrigen Elemente combinirt.

Beweis. Jede andere Stellung der Elemente giebt für den Gefolgs-Complex ein neues Gebinde, sollen also nur diejenigen Gebinde aufgenommen werden, welche mit abc etwa beginnen, so werden das eben so viele verschiedene sein, als die übrigen Elemente Gefolge geben.

§. 12. Lehrsatz.

Um alle die möglichen niedern Complexe einer Gefolgsaufstellung zu bestimmen, welche mit m wohlgeordneten Elementen beginnen, darf man nur die m-Geschiede aus dem gegebenen Zeiger entwickeln.

Beweis. In so fern bei den Gefolgen jedes Element auf jede Stelle zu stehen kommt, so werden jede m verschiedene Elemente auf die m ersten Stellen zu stehen kommen.

§. 13. Lehrsatz.

Um Gefolge zu entwickeln, darf man nur m=Geschiede entwickeln, von jedem dieser Geschiede die Gefolge nehmen, und jedes dieser Gebinde mit den Gefolgen der nicht im Gebinde vorkommenden Elemente combiniren.

Beweis. Wenn man die Geschiede entwickelt, so gewinnt man nach §. 12 alle möglichen niedern Complexe mit wohlgeordneten Beginnen, daß man von diesen die Gefolge nehmen muß, geht aus dem Begriffe der Gefolge hervor, daß man sie mit den Gefolgen der übrigen Elemente combiniren muß, folgt aus §. 11.

§. 14. Lehrsatz.

Wenn man in den m=Geschieden o. W. einer bestimmten Klasse jedes Element auf einer xten Stelle mit dem vertauscht, was im Zeiger um x — 1 Stufen niedriger steht, und so mit allen Elementen aller Stellen verfährt, so erhält man die m=Geschiede m. W. aus einem um m — 1 Elemente verringerten Zeiger.

Beweis. Wenn man so in den Viergeschieden o. W. aus a « f, das Element e auf der 3ten Stelle in c, und f auf der 4ten auch in c verwandelt, u. s. f., so soll man die Viergeschiede m. W. aus a « c erhalten. Vergleiche

a b c d	a a a a
a b c e	a a a b
a b c f	a a a c
a b d e	a a b b
a b d f	a a b c
. . . .	. . . .

Zunächst kann kein Gebinde fehlen, denn sollte etwa bbcc fehlen, so müßte auch das fehlen, woraus es abgeleitet ist, nehmlich bcef, was gegen die Annahme ist, und aus demselben Grunde kann auch kein Gebinde doppelt vorkommen. Daß beides dieselben Klassen werden, liegt in der Natur der Sache, daß kein höheres Element als c vorkommen kann, folgt daraus, daß das höchste Element der Geschiede o. W., nehmlich nur auf der letzten Stelle stehen bleiben kann, und dies ist in c verwandelt worden.

§. 15. Bezeichnung.

Ein deutscher Buchstabe a bezeichnet immer nach und nach die Werthe 0, 1, 2 sq. und 𝔄 vertritt eben so die Stelle der römischen Ziffern als Klassenzeichen. Darnach wird $(a \ll c)^{..\mathfrak{A}}$ darstellen

$$(a \ll c)^{..0} \mp (a \ll c)^{..\mathrm{I}} \mp (a \ll c)^{..\mathrm{II}} \mp (a \ll c)^{..\mathrm{III}} \text{ rc.}$$

Drückt man eine Gleichung aus $a + b + c = m$, so heißt das: man solle alle die zusammengehörigen Werthe für a, b und c angeben, deren Summe gleich m ist *) z. B. $a + b + c = 3$ stellt die Werthe dar 300; 210; 201; 120; 111; 102; 030; 021; 012; 003, und so stellt $a + b + c + d = m$ die Viergeänder zur Summe m aus den Elementen 0, 1, 2 sq. vor.

Unter einer arithmetischen Aufstellung der Geschiede m. W. verstehen wir diejenige, in welcher man die im Gebinde vorkommenden gleichen Elemente zählt, das Element nur einmal schreibt, ihm in Form eines Potenzexponenten diesen Wiederholungsexponenten beigiebt, jedem Elemente, das im Gebinde nicht vorkommt, den Wiederholungsexponenten 0 giebt, dann die Elemente wegläßt, den Wiederholungsexponenten des ersten Elements auf die erste, den des zweiten auf die zweite Stelle u. s. w. setzt, z. B.

aaaa	$a^4 b^0 c^0 d^0$	4000
aaab	$a^3 b^1 c^0 d^0$	3100
aaac	$a^3 b^0 c^1 d^0$	3010
aaad	$a^3 b^0 c^0 d^1$	3001
aabb	$a^2 b^2 c^0 d^0$	2200
....	....	....

§. 16. Lehrsatz.

Die arithmetische Aufstellung der m-Geschiede m. W. aus n Elementen giebt die n-Geänder m. W. zur Summe m aus den Elementen 0 « m.

Beweis. Die W.-Exp. zählen die Menge der im Gebinde vorkommenden Elemente, ihre Summe ist daher immer m, und da alle Elemente in dieser Aufstellung durch diese W.-Exp. dargestellt werden in jedem Gebinde, so erhält man lauter n-Gebinde. Geänder sind sie aber darum, denn sollte (s. die Figur §. 15) das Gebinde 1021 fehlen, so müßte das Gebinde accd gefehlt haben, was gegen die Annahme ist.

Anm. Um also die Gleichung $a + b + c + \ldots + n = m$ darzustellen, darf man nur die arithmetische Aufstellung der m-Geschiede m. W. entwickeln.

Mögen diese wenigen abgerißnen Stücke hinreichen, um daran ohngefähr das Wesen und auch zugleich die äußere Gestaltung einer wissenschaftlichen C.-L. zu erkennen.

§. 17. Dritte Combinationsstufe.

Stellt man den Begriff der 3ten Synthesis fest, so wird sie darin bestehen müssen, daß man das durch die 2te Synthesis Gewonnene wie das Element behandelt und aufs

*) S. Ohms Versuch eines consequenten Systems der Mathematik. 2r Theil c. 17.

Neue synthesirt. Die wörtliche Anwendung auf Arithmetik ist, man zähle gleiche Factoren, wodurch man den Exponenten erhält, z. B. 3.3.3.3.1 giebt 4 Factoren 3 d. h. 3^4. In der Geometrie suchen wir diese 3te Synthesis vergebens, denn der Factor der Geometrie (man würde ganz mit Unrecht die Höhe des Rechtecks so nennen, wenn man sich diese Höhe als die Linie dächte, denn diese sogenannte Höhe macht mit der Grundseite keinesweges das Rechteck, sondern diese durch die Linie dargestellte Höhe ist nur der äußerliche bildliche Ausdruck, wie weit die 2te Synthesis, d. h. die Bewegung der Grundseite gegangen sei) stellt sich gar nicht, strenge genommen, isolirt äußerlich dar, sondern der Factor ist der, im Rechteck ausgeprägte, Begriff einer die Ebne construirenden Linienbewegung; man könnte sagen, er ist mehr ein Constructionsgesetz als ein Construct. Es kann also hier in der Geometrie nicht die Rede davon sein, das durch die 2te Synthesis Gewonnene wie das Element zu behandeln, denn daß das Bewegen des Rechtecks, des Products, nach der dritten Dimension zu oder so zu sagen nach der Dicke zu, so daß es einen Körper construirt, daß dies nicht die 3te Synthesis sei, davon überzeugt man sich leicht, wenn man in der Arithmetik den Unterschied sich klar macht zwischen Factorenzählen und Productezählen, z. B. 3.3.3.3.1 giebt eine Factorenzählung 3^4 und das ist die 3te Synthesis, dagegen: eine 3.4, eine 3.4 gezählt zwei 3.4 oder 2.3.4 ist eine Productzählung, so daß man nicht die Zahl der 3ten Stufe, sondern nur die Zahl der 2ten Stufe erzeugt. Man sieht nun auf den ersten Blick, daß die Bewegung des Rechtecks zur Erzeugung eines Parallelepipidums (eines rechtwinkligen) nicht eine 3te sondern nur eine 2te Synthesis genannt werden müsse, und nur eine Erzeugung dreier Factoren ist, denn diese 3te Synthesis müßte nicht im Bewegen des Products sondern im Bewegen des Factors bestehen, was keinen Sinn hat nach dem, was vorhin über den geometr. Factor gesagt ist. *) Gerade so verhält es sich nun auch in der C.-L. Dasjenige, was sich hier als Factor — um es so nennen zu dürfen — ergiebt, ist nicht eine für sich construirte selbstständige combinatorische Größe, sondern ein Combinationsgesetz, das nur (wie in der Geometrie durch das Rechteck) sich durch den äußerlich hingestellten Complex offenbart. Er ist weder das Gebinde, noch der Complex, denn der ist, so zu sagen, das Product, und müßte danach also die 3te Synthesis darin bestehen, daß man combinatorische Gesetze combinirte, was bei näherer Betrachtung keinen Sinn hat. Es bleibt demnach nur noch die Frage übrig, ob man denn nicht zu mehren Factoren gelangen könne, oder genauer gesagt: zu Producten aus mehren Factoren. Dies Erzeugen solcher Producte würde nun nach Obigem darin bestehen, daß man Complexe combinirte **), und zwar aus dem Begriffe der C.-L. müßte

*) Die Geometrie kann nicht einmal über Producte von 3 Factoren hinaus, indem sie mit ihren Constructen an die 3 Dimensionen des Raums gefesselt ist.

**) Daß es keinen andern Sinn als diesen haben könne, ist unbezweifelt, wenn man nur bedenkt, daß das Productezählen zu neuen Factoren führt, so muß also das Complexe-Combiniren zu ähnlichen Constructen der C.-L. führen. Daß man diese Analogie nicht darin zu suchen habe, daß man wie in der Arithmetik hier auch Factoren nachweise, das liegt schon in dem Obigen; eher müßte man diese Analogie darin suchen, daß man sich von einem Combinationsgesetze zum andern erhebt.

man verschiedene Complexe combiniren, also z. B. Geschiede aus a « c mit den Geschieden aus e « g und wie die Combination von a u. b geschrieben wird ab, so hier zu schreiben

$$(a\text{«}c)^{\cdot}\;(e\text{«}g)^{\cdot}$$

Dies soll nun aber ein Ausdruck einer 2ten Synthesis sein, d. h. es sollen hiedurch Gebinde für einen Complex erzeugt werden, also muß dafür ein Combinationsgesetz ausgesprochen sein (§. 5). Dieses Combinationsgesetz wird in der allgemeinsten Bedeutung wieder ein geschiedliches oder geänderliches sein, ein Gefolgsgesetz freilich auch, nur würde damit nichts weiter gewonnen sein, als eben noch

$$(e\text{«}g)^{\cdot}\;(a\text{«}c)^{\cdot}$$

Es fragt sich nun, woher kommen nun zu dem hiedurch gegebnen Complexe die Gebinde? Es bleibt keine andere Antwort übrig als die, daß man die Gebinde des einen Complexes mit den Gebinden des andern Complexes combinirt, und wenn man keine Beschränkung durch ein Combinationsgesetz hinzufügte, so kommt das Gesetz zum Vorschein, daß man jedes Gebinde des einen Complexes mit jedem Gebinde des andern Complexes combinirt (s. §. 7). Daß man so, wenn man sich so ausdrücken darf, zu Producten aus mehren Factoren gelangt, ist von selbst klar, aber müssen wir noch einmal dagegen warnen, dies nicht für eine arithmetische Verknüpfung zu halten, wozu freilich die zufällige Uebereinstimmung der Verknüpfungsgesetze und auch die hier gewählte Benennung so leicht verführt; wir konnten aber mit neuen Benennungen nicht in der Kürze so verständlich werden, und wird eine unbefangene Betrachtung ohne diese Warnung schon den Unterschied zwischen Combination und Arithmetik wahrgenommen und auch erkannt haben, daß diese letzt genannte Verknüpfungsart rein aus dem Begriffe der Combination und keineswegs aus dem Begriffe eines arithmetischen Products abgeleitet ist. Aber so viel ist unmittelbar klar, daß alle die comb. Wahrheiten, die sich aus diesem letzten allgemeinen Combinationsgesetze entwickeln, sich wieder finden müssen in den aus den multiplicativen Verknüpfungen hervorgehenden algebraischen Gesetzen, nur nach jeder Wissenschaft modificirt. Es kann und muß nun allerdings überraschend erscheinen, daß die C.-L. näher der Geometrie als der Arithmetik zu stehen kommt, indem man doch die C.-L. als den Theil der Mathematik auffassen muß, der seine Constructe als discrete festhalten muß, und also das Gegentheil erwartet werden dürfte; bei näherer Betrachtung indessen möchte sich leicht ergeben, daß eben durch das Combinationsgesetz die Gebinde eines Complexes dergestalt in eine Einheit des Bewußtseins verschmelzen, daß die einzelnen Gebinde in demselben nur in so ferne noch als discrete erscheinen, wie etwa 4 Seiten eines Vierecks discret gedacht werden, und dürfen wir hier unsere Ueberzeugung aussprechen, so liegt bei tieferer Erfassung der C.-L. das Realisiren der comb. Constructe durch den stetig erfüllten Raum viel näher als das durch die Zahl; ja durch die Zahl läßt sich das comb. Construct gar nicht äußerlich fixiren, indem eben die Zahl jede Verschiedenheit aufhebt und das Combinatorische vernichtet, und wo die Analysis die Verschiedenheit festhalten will, da wird sie nichts weiter als Combination selbst. Doch gehen wir wieder zu unserer Untersuchung zurück. Die Geometrie gelangt zu einem Exponenten, einem arithmetischen, der geometrische Factoren zählt. Wenn man nehmlich das Quadrat a × a oder den Würfel a × a × a ausdrückt durch a^2 oder a^3, so sagt die 2 oder 3 nichts weiter, als man habe 3 gleiche productive Bewegungen vorgenommen, zählt wie viele gleiche erzeugenden Synthesen man habe, und sie ist eine reine Zahl. Sucht man nun das Analogon in der C.-L., so würde man auch zu einem solchen Exponenten gelangen, wenn man gleiche Complexe nach gleichen Gesetzen combinirt, und man dann zählte, wie oft diese Operation wiederholt sei. Betrachten wir nun den einfachsten Complex a, b, c, d, man nenne ihn, wie man will, auch Eingeschiede aus a « d; man müßte nun einen solchen 2ten Complex bilden, und diese dann nach dem Geschiedsgesetze combiniren. Man könnte auch a, b, c, d als Eingeschiede m. W. oder als Eingeänder o. u. m. W. ansehen, und dann müßte man die Combination beider Complexe nur nach diesen Gesetzen wieder combiniren. Bleiben wir indeß bei den Geschieden o. W. stehen, so erhalten wir

$$(a \ll d)^{\cdot \mathrm{I}} \dot{\times} (a \ll d)^{\cdot \mathrm{I}}$$

Da dies nun nach dem Geschiedsgesetze combinirt werden soll, wie durch den Punct über dem Verbindungszeichen ausgedrückt ist, so sollen also in keiner Verbindung gleiche Elemente und im Complexe keine Gebinde mit denselben Elementen vorkommen und man erhält

$$ab,\ ac,\ ad,\ bc,\ bd,\ cd,\ \text{d. i. } (a \ll d)^{\cdot \mathrm{II}}$$

Nimmt man nun einen dritten Factor hinzu und combinirt immer die gleichen Complexe nach einem gleichen Combinationsgesetze, also

$$(a \ll d)^{\cdot \mathrm{I}} \dot{\times} (a \ll d)^{\cdot \mathrm{I}} \dot{\times} (a \ll d)^{\cdot \mathrm{I}}$$

so erhält man die Gebinde

$$ab\,c,\ ab\,d,\ ac\,d,\ bc\,d,\ \text{d. i. } (a \ll d)^{\cdot \mathrm{III}}$$

Zählt man diese combinatorischen Synthesen so, wie man in der Geometrie zählte, so wird nun

$$(a \ll d)^{\cdot \mathrm{I}} \dot{\times} (a \ll d)^{\cdot \mathrm{I}} \dot{\times} (a \ll d)^{\cdot \mathrm{I}} \widehat{=} \left[(a \ll d)^{\cdot \mathrm{I}}\right]^3 = (a \ll d)^{\cdot \mathrm{III}}$$

Daß bei dieser combinatorischen Productbildung oder Productencombination die Geschiedsklasse zum Vorschein kommen muß, liegt in der doppelten Bedingung der hier gegebnen Combinationsgesetze 1) die Construenten (Factoren) sollen alle aus denselben Elementen nach demselben Gesetze entwickelt sein und 2) sie selbst sollen wiederum nach demselben Gesetze combinirt werden, woraus nothwendig sich ergiebt (für die Geschiede zunächst) daß es ganz einerlei ist, ob man die 3 Elemente, welche in jeder Verbindung auftreten müssen, aus den verschiedenen Construenten oder aus dem einen Zeiger, der sich ja in allen Construenten wieder findet, gewählt habe, d. h. es muß einerlei sein, um uns so auszudrücken, ob man die Eingeschiede aus a « d in die 3te geschiedliche Potenz erhoben habe, oder ob man die Dreigeschiede aus a « d entwickelt habe. Daher kommt es denn nun auch nothwendig, daß eine weitgreifende Analogie zwischen den Potenzexponenten und der Klassenzahl sich ergiebt. Um nur ein Beispiel anzuführen, so ist

$$\overset{\cdot \mathrm{II}}{(a \,«\, g)} \dot{\times} \overset{\cdot \mathrm{IV}}{(a \,«\, g)} \,\widehat{=}\, \overset{\cdot \mathrm{VI}}{(a \,«\, g)}$$

Diese Uebereinstimmung der Klassenzahl mit dem Potenzexponenten ist auch die innere Veranlassung gewesen, dieselbe auf die Stelle zu schreiben, wohin man den Potenzexponenten zu schreiben pflegt, und wird daher auch diese Abänderung der gewöhnlichen Bezeichnung nicht einer unnützen Neuerungssucht zugeschrieben werden können, sondern hängt die hier gewählte Bezeichnungsmethode mit dem innern Wesen der C.-L., wie es sich nun eben uns erschloß, so innig zusammen, daß von einer willkührlichen Abänderung gar nicht mehr die Rede sein kann. *) (S. Anm. zu §. 2 und §. 7.)

§. 18. Analytische Seite der Combinations-Lehre.

Eine jede Verknüpfung trägt die Bedingniß in sich, daß die innere Verknüpfung wieder muß aufgehoben werden können, und so giebt es eine Fortschreitung und eine Rückschreitung, ein Zu- und Abzählen, ein Factoren-Zulegen und Wegnehmen (Multipliciren und Dividiren). Zur analytischen Größe gelangt man immer dann, wenn man die aufhebende Synthesis in demselben Sinne über den Ausgangspunct der Construction fortsetzt. $5 - 7$ giebt $0 - 2$, d. h. man soll die Operation des Wegzählens über Null hinaus in dem aufhebenden Sinne noch um 2 Einheiten fortsetzen. Wenn ferner die gerade Bewegung eines Punctes etwa nach Rechts hin die erzeugende Construction ist, so ist die Bewegung nach Links die aufhebende, und setzt man diese aufhebende Synthesis über den Ausgangspunct in diesem Sinne fort, so stellt sich die analytische Größe hier als eine (vom Ausgangspunct betrachtet) nach Links gehende Linie dar. In der analytischen Geometrie wird sie als eine Größe $-a$ erscheinen müssen. Auf der ersten Combinationsstufe ist es nun wohl klar, was es heiße, einem Gebinde Elemente hinwegthun und hinzuthun, oder Erweiterung und Verengerung des Gebindes, denn es ist nur ein Fort- und Rückschritt von Element zu Element. Nicht mehr so klar ist es, was ein solcher Fort- und Rückschritt auf der 2ten Combinationsstufe für einen Sinn habe. Zunächst wird man wohl darauf verfallen, daß man aus dem Complexe entweder Gebinde oder auch niedere Complexe wegnehmen müsse; aber eine ganz leichte Betrachtung überzeugt

*) Gerade diese zufällige, aber freilich auch wieder innerlich nothwendige Uebereinstimmung in der Verknüpfungsart der Combinations-Lehre und der Arithmetik, ist wohl der Grund gewesen, daß man gerade nur diese eine Seite der C.-L. berücksichtigte, weil hierin unmittelbar die Anwendung auf die Algebra vermittelt war. Wie nun aber in der Geometrie diejenigen Sätze, welche unmittelbar ein Rechnungsgesetz aussprechen, als die Hauptsache nicht gelten können, so wenig kann auch diese hier erwähnte Aufstellung nach Klassen das Eigenthümlichste und Hauptsächlichste der C.-L. sein; sie kann diese Complexe nur wie jeden andern behandeln, ja sie kann nach dem Obigen diese nur an ihre Grenzen verweisen.

zeugt uns, daß dies die Verknüpfungs- und Trennungsgesetze der ersten Stufe sind, die man blos auf die Gebilde der 2ten Stufe anwendet, wie wenn man Producte der Arithmetik addirt und subtrahirt, was aber keineswegs die Synthesis und Analysis der 2ten arithmetischen Zählstufe ist; bevor man also diese Rückschreitung auf der 2ten Combinationsstufe bestimmen kann, muß man erst aufsuchen, worin die Fortschreitung bestehe. Zunächst besteht diese nicht darin, daß man aus einem Gebinde eines Complexes etwa abc nun ein anderes, etwa abd entwickelt, denn mit dem gegebnen Zeiger und dem gegebnen Combinationsgesetze ist zugleich auch jedes Gebinde schon gegeben, und muß innerlich schon erzeugt gedacht werden, und die Vorschrift, die gegebnen Gebinde darzustellen, oder eines aus dem andern zu entwickeln, spricht nur aus, wie man sich diese innerliche zusammengesetzte Vorstellung nach allen ihren einzelnen Theilen mit voller Ueberzeugung der Unfehlbarkeit reconstruiren könne. Diese Gebinde sind ja auch nur die Elemente des Complexes, und die Fortschreitung von Gebinde zu Gebinde ist etwa so wie die Fortschreitung von 1.4, zu 2.4, zu 3.4 rc., nicht aber, wie es doch nach der Analogie sein müßte, eine solche von 3.2 zu 4.3.2, zu 5.4.3.2 u. s. w. Noch weniger kann aber die Fortschreitung gesucht werden in dem Combinationsgesetze, denn das ist ja eben das starr Begrenzende und die Synthesis Bestimmende und darum eben ein Gesetz. Wenn also auf dieser 2ten Combinationsstufe eine Fortschreitung denkbar sein soll, so kann sie nur im Zeiger noch gesucht werden, der ja aber auch wirklich für den Complex die Elemente, wie für ein Product die Einheiten, hergiebt. Demgemäß müßten wir also die Fortschreitung für jedes besondere Combinationsgesetz da zu suchen haben, wo aus einem Zeiger $a \ll d$ sich die Gebinde aus dem Zeiger $a \ll e$ entwickeln. Ein solches Fortschreitungsgesetz ist oben §. 10 gegeben für Geschiede überhaupt, und da wir um des Raumes willen nur das hervorheben können, was am leichtesten verständlich wird, so wollen wir jenes Fortschreitungsgesetz für die Klassen-Complexe aussprechen, und dann auch nur das Rückschreitungsgesetz und so das analytische Construct der C.-L. für diesen Complex aufsuchen. Jenes in §. 10 gegebne Gesetz heißt: „Aus den „m-Geschieden aus $a \ll d$ erhält man die m-Geschiede aus $a \ll d \overset{\frown}{+} e$, wenn man die „m-Geschiede aus $a \ll d$ nimmt, und dann die $m - 1$-Geschiede aus $a \ll d$ und jedes „derselben mit dem hinzugekommenen Elemente combinirt;" oder in Zeichen:

$$(a \ll d \overset{\frown}{+} e)^{.M} \overset{\frown}{=} (a \ll d)^{.M} \overset{\frown}{+} (a \ll d)^{.M-1} e \qquad (A)$$

Sucht man nun das Gesetz für die aufhebende Construction, so besteht es darin, daß es ausspricht, wie man aus den Geschieden aus $a \ll e$ die Geschiede zur selbigen Klasse aus dem Zeiger $a \ll e \overset{\frown}{-} e$ erhalte. Wir wollen nun unserer Betrachtung eine ganz bestimmte Klasse zum Grunde legen, und dann die Resultate in ihrer Allgemeinheit aussprechen. Nehmen wir $M \overset{\frown}{=} III$, so wird man erhalten aus Form *(A)*

$$(a \ll e \overset{\frown}{-} e)^{.III} \overset{\frown}{=} (a \ll e)^{.III} \overset{\frown}{-} (a \ll d)^{.II} e \qquad (B)$$

Hierin ist das Rückschreitungsgesetz noch nicht vollständig, denn der letzte Theil, nehmlich die 2-Geschiede aus $a \ll d$ müssen auch aus dem Zeiger $a \ll e$ entwickelt sein, wenn die

Dreigeschiede aus $a \ll e \overset{\frown}{-} e$ ganz aus dem Zeiger $a \ll e$ entwickelt sein sollen. Man muß also auf dieses Stück der Gleichung dasselbe Gesetz wieder anwenden und man erhält:

$$(a \ll e \overset{\frown}{-} e)^{\cdot III} \overset{\frown}{=} (a \ll e)^{\cdot III} \overset{\frown}{-} \Big[(a \ll e)^{\cdot II} \overset{\frown}{-} (a \ll d)^{\cdot I}\, e \Big]\, e$$

Stellt man nun den Sinn dar, der durch die leicht verständlichen Klammern ausgedrückt ist, so erhält man

$$(a \ll e \overset{\frown}{-} e)^{\cdot III} \overset{\frown}{=} (a \ll e)^{\cdot III} \overset{\frown}{-} (a \ll e)^{\cdot II}\, e \overset{\frown}{+} (a \ll d)^{\cdot I}\, ee$$

Hiebei ist nur zu bemerken, daß das logische Verknüpfungsgesetz, was sich schon auf der ersten Combinationsstufe hat offenbaren müssen, nehmlich daß die verneinte Verneinung eine Bejahung des Verneinten ist, hier vorausgesetzt ist. Wendet man nun auch noch auf das letzte Stück dieser Gleichung, das noch den Zeiger $a \ll d$ hat, dasselbe Gesetz an, so erhält man nun, wenn man mit Rücksicht auf §. 2, 4 bedenkt, daß der Zeiger für die Nullion oder nullte Klasse gleichgültig ist, das Rückschreitungsgesetz in folgender Form:

$$(a \ll e \overset{\frown}{-} e)^{\cdot III} \overset{\frown}{=} (a \ll e)^{\cdot III} \overset{\frown}{-} (a \ll e)^{\cdot II}\, e \overset{\frown}{+} (a \ll e)^{\cdot I}\, ee \overset{\frown}{-} (a \ll e)^{\cdot 0}\, eee \qquad (C)$$

Um dies Gesetz jedoch allgemeiner fassen und in seiner Individualität genauer bestimmen zu können, müssen wir die Rückschreitung auch noch auf ein 2tes Element ausdehnen, so daß wir nun die Geschiede aus $a \ll e \overset{\frown}{-} de \overset{\frown}{=} a \ll c$ ausmitteln. Bestimmt man nun zunächst die Geschiede des Zeigers $a \ll c$ aus dem Zeiger $a \ll d$ vermöge des in (C) gegebnen Gesetzes, so erhält man:

$$(a \ll c)^{\cdot III} \overset{\frown}{=} (a \ll d)^{\cdot III} \overset{\frown}{-} (a \ll d)^{\cdot II}\, d \overset{\frown}{+} (a \ll d)^{\cdot I}\, dd \overset{\frown}{-} (a \ll d)^{\cdot 0}\, ddd$$

Bestimmt man nun die aus dem Zeiger $a \ll d$ gewonnenen Geschiede für die in der Gleichung vorkommenden Klassen eben auch nach dem Gesetze (C) so, daß sie aus dem Zeiger $a \ll e$ entwickelt sind, so erhält man:

$$\begin{aligned}(a \ll c)^{\cdot III} \overset{\frown}{=} (a \ll e)^{\cdot III} \overset{\frown}{-} (a \ll e)^{\cdot II}\, e \overset{\frown}{+} (a \ll e)^{\cdot I}\, ee \overset{\frown}{-} (a \ll e)^{\cdot 0}\, eee \\ \overset{\frown}{-} (a \ll e)^{\cdot II}\, d + (a \ll e)^{\cdot I}\, de \overset{\frown}{-} (a \ll e)^{\cdot 0}\, dee \\ \overset{\frown}{+} (a \ll e)^{\cdot I}\, dd \overset{\frown}{-} (a \ll e)^{\cdot 0}\, dde \\ \overset{\frown}{-} (a \ll e)^{\cdot 0}\, ddd\end{aligned}$$

Betrachtet man dies hier gewonnene Resultat näher, so sieht man leicht, wie die Entwicklung zu mehr aufhebenden Elementen fortschreitet, und daß man folgendes allgemeine Rückschreitungsgesetz erhält, wenn man den Zeiger kurz durch z und die aufhebenden Elemente durch n bezeichnet

$$(z \overset{\frown}{+} n)^{\cdot M} \overset{\frown}{=} \overset{\cdot M}{z}\ \overset{\cdot\cdot 0}{n} \overset{\frown}{-} \overset{\cdot M-1}{z}\ \overset{\cdot\cdot I}{n} \overset{\frown}{+} \overset{\cdot M-2}{z}\ \overset{\cdot\cdot II}{n} \ldots\ldots \overset{\frown}{\underset{-}{+}} \overset{\cdot 0}{z}\ \overset{\cdot\cdot M}{n} \qquad (D)$$

worin das Zeichen $\overset{\frown}{+}$ im letzten Gliede für ein gerades M, $\overset{\frown}{-}$ für ein ungerades M gilt.

Stellte man nun nach diesem Gesetze die Geschiede zur 3ten Klasse aus dem Zeiger $a \ll d \overset{\frown}{-} cd$ auf, so erhält man

$$(a \ll d \overset{\frown}{-} cd)^{\dot{}\,\mathrm{III}} \overset{\frown}{=} (a \ll d)^{\dot{}\,\mathrm{III}} (cd)^{\ddot{}\,0} \overset{\frown}{-} (a \ll d)^{\dot{}\,\mathrm{II}} (c \ll d)^{\ddot{}\,\mathrm{I}} \overset{\frown}{+} (a \ll d)^{\dot{}\,\mathrm{I}} (c \ll d)^{\ddot{}\,\mathrm{II}} \overset{\frown}{-} (a \ll d)^{\dot{}\,\mathrm{III}} (c \ll d)^{\ddot{}\,0}$$

abc	ab c	a cc	ccc
abd	ab d	a cd	ccd
acd	ac c	a dd	cdd
bcd	ac d	b cc	ddd
	ad c	b cd	
	ad d	b dd	
	bc c	c cc	
	bc d	c cd	
	bd c	c dd	
	bd d	d cc	
	cd c	d cd	
	cd d	d dd	

Hebt man nun hier die positiven und negativen Gebinde (es sei der Kürze halber dieser Ausdruck erlaubt) gegenseitig auf, in wiefern sie dieselben Elemente enthalten, so heben sie sich alle auf und es bleibt Null. Mag dies Resultat einerseits als ein äußerer Belag für die Richtigkeit des gefundenen Gesetzes gelten, weil man, wie es in der Natur der Sache liegt, aus den beiden nicht aufgehobenen Elementen ab kein Dreigeschiede mehr bilden kann; andrerseits ist es zugleich ein Beweis dafür, daß die Geschiede zu einer Klasse, die größer ist als die Menge der Elemente im Zeiger, nicht etwa in die Rubrik der imaginären Größen zu stellen sei, sondern daß hierin das combinatorische Null liege. Dasselbe Resultat ergiebt sich so lange, als noch immer positive Elemente im Zeiger übrig sind, die noch nicht aufgehoben sind. Gelangt man aber nur dann erst zur analytischen Größe, wenn man über den Ausgangspunct die aufhebende Synthesis fortsetzt, so wird man nicht eher zu einer analytischen Combination oder hier zum Complex gelangen, als bis man im Zeiger bereits alle Elemente aufgehoben hat, und dann noch aufhebende Elemente übrig hat. Man wird demnach diesen analytischen Complex unmittelbar haben, wenn man in dem allgemeinen Rückschreitungsgesetze (D) das $z \overset{\frown}{=} 0$ setzt. Thut man dies, so wird jedes einzelne Stück der Formel D bis auf das letzte gleich Null, denn der eine Factor in jedem dieser Stücke, nehmlich der, welcher z d. h. nun 0 als Zeiger hat, muß selbst Null werden, weil immer eine größere Klasse dargestellt werden soll, als der Zeiger Elemente hat, und ein solcher Complex ist ja nach vorhin gewonnenem Resultate gleich Null. Mit dem letzten Gliede ist es keinesweges der Fall, denn $\dot{0}^{0}$ ist nach §. 2, 4 nicht gleich Null, obwohl es selbst in der Combination zu dem Gebinde, mit dem es combinirt werden soll, nichts hinzubringt. Man erhält demnach den analytischen Complex

$$(o \overset{\frown}{-} n)^{\cdot M} \text{ oder } (\overset{\frown}{-} n)^{\cdot M} \overset{\frown}{=} \overset{\frown}{\underset{-}{+}}\, n^{\cdot\cdot M} \qquad (E)$$

in welchem, wie schon oben bemerkt worden, das $\overset{\frown}{+}$ für ein gerades M das $\overset{\frown}{-}$ für ein ungerades M gilt. *)

§. 19. Gemischte Combinations-Lehre.

Wenn nun in Obigem das Gebiet der gesonderten Combinations-Lehre entwickelt ist, so mag das Folgende dazu dienen, die Wichtigkeit und Nothwendigkeit einer solchen, sich selber zunächst nur angehörenden, C.-L. auch für andere mathemat. Zweige darzuthun. Was die selbstständige Bearbeitung derselben für die Geometrie und für die Naturwissenschaften insbesondere zu bedeuten habe, das hat Graßmann in seiner Raumlehre Theil I. Berlin 1817, und vornehmlich in seinen Beiträgen zur physischen Krystallonomie, Stettin 1829, dargethan, in welchem letztern Werke er zugleich der Schöpfer einer neuen Wissenschaft geworden ist, die bis dahin in der Gliederkette der mathematischen Disciplinen fehlte. Er hat sie phoronomische Combinations-Lehre genannt, und steht sie so zur C.-L. und Geometrie, wie die analytische Geometrie eine Mischung des Calculs und der Geometrie ist. Es ist freilich a priori klar, daß die einzelnen Zweige Geometrie, Arithmetik und Combination in ihrer Verbindung zu je 2 einen gemischten Zweig der mathematischen Wissenschaften geben müssen, jedoch fehlte bis dahin das Glied, in welchem sich Geometrie und Combinations-Lehre durchdringen sollten. Hier müssen wir uns freilich begnügen mit dem Theile dieser gemischten Wissenschaften, in welchem Arithmetik und C.-L. in einander greifen.

§. 20. Lehrsatz.

Wenn ein Zeiger a«q etwa aus den Stücken a«d; e«g; h«l; m«q bestehend gedacht wird, und wenn man diese Stücke der Kürze halber mit x, y, z, v bezeichnet, dann ist für $\mathfrak{A} + \mathfrak{B} + \mathfrak{C} + \mathfrak{D} = \mathbf{M}$ (vergl. §. 15.)

$$x^{\cdot\mathfrak{A}}\; y^{\cdot\mathfrak{B}}\; z^{\cdot\mathfrak{C}}\; v^{\cdot\mathfrak{D}} \overset{\frown}{=} (x \overset{\frown}{+} y \overset{\frown}{+} z + v)^{\cdot M}$$

Beweis. Ehe wir den Beweis selbst beginnen, wollen wir den Satz, um ihn mehr zu veranschaulichen für diejenigen, denen diese Bezeichnungsweise, aus Ohm ent-

---

*) Man ist hier also selbst zu einer combinatorischen Aufstellung der Geschiede mit aufhebenden Elementen gelangt, und ist es merkwürdig genug, daß die Geschiede mit Wiederholungen sich für solche aufhebenden Elemente in Geschiede o. W. verwandeln. Eine, zunächst nicht hieher gehörige, aber dennoch in den Theil der C.-L., welcher für die comb. Analysis als Hülfswissenschaft auftritt, gehörige und wohl zu beachtende Fortschreitung ist die von Klasse zu Klasse. Offenbar wird die Rückschreitung auf eine negative Klassenzahl führen müssen, und die Frage nach dieser negativen Klassenzahl dringt sich bei erweiterter Anwendung der C.-L. gar zu oft in der Analysis auf.

lehnt, weniger geläufig sein sollte, auf ein bestimmtes Beispiel anwenden. Setzen wir zu dem Ende $\mathbf{M} = \mathbf{II}$, und lassen wir den Zeiger Bequemlichkeitshalber nur aus drei Stücken bestehen, so ist

$$\begin{aligned} x^{.\mathrm{II}}\, y^{.0}\, z^{.0} \mathrel{\widehat{=}} x^{.\mathfrak{A}}\, y^{.\mathfrak{B}}\, z^{.\mathfrak{C}} &\mathrel{\widehat{=}} (x \mathbin{\hat{+}} y \mathbin{\hat{+}} z)^{.\mathrm{II}} \\ &\mathbin{\hat{+}} x^{.\mathrm{I}}\, y^{.\mathrm{I}}\, z^{.0} \\ &\mathbin{\hat{+}} x^{.\mathrm{I}}\, y^{.0}\, z^{.\mathrm{I}} \\ &\mathbin{\hat{+}} x^{.0}\, y^{.\mathrm{II}}\, z^{.0} \\ &\mathbin{\hat{+}} x^{.0}\, y^{.\mathrm{I}}\, z^{.\mathrm{I}} \\ &\mathbin{\hat{+}} x^{.0}\, y^{.0}\, z^{.\mathrm{II}} \end{aligned}$$

Sollen aus den Elementen x, y, z, v die Geschiede zur mten Klasse entwickelt werden, so muß die Menge der in einem Gebinde vorkommenden Elemente immer gleich **M** sein, d. h. die Klassenzahlen $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$, $\mathfrak{D}$ müssen in ihrer Summe **M** betragen. Diese Elemente müssen nun auf alle mögliche Weise, weil eben alle Geschiede zu erzeugen sind, aus den Stücken x, y, z und v gewählt sein, also aus jedem entweder alle m Elemente, oder $m - 1$, oder $m - 2$ u. s. w. bis Null hinab, und somit wird, da diese Elementenmengen eben die Klassenzahlen sind, in diesen Klassenzahlen ein vollständiger Complex von Summengeändern sich darstellen müssen, also $\mathfrak{A} + \mathfrak{B} + \mathfrak{C} + \mathfrak{D} = \mathbf{M}$. Wie viele Elemente die Stücke x, y, z, v enthalten ist für den Satz wie für den Beweis gleichgültig, denn dasjenige Glied, in welchem irgend eine Klassenzahl größer wird als die in dem Stücke vorhandene Elementenmenge beträgt, das wird nach §. 18 Null.

§. 21. Zusätze.

Dieser Satz gilt auch dann noch, wenn man von jedem Stücke des Zeigers einen beliebigen aliquoten Theil nimmt, weil die Menge der Elemente gleichgültig ist.

Er gilt auch noch, wenn einige Stücke nur aufhebende (negative) Elemente enthalten; jedoch würde der Beweis zu umständlich sein, man sieht aber wohl leicht, wie er aus §. 18 *(E)* und §. 14 geführt werden kann.

Anm. 1. Man kann daher auch die Stücke x, y, z, v als $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ ꝛc. haben, in soferne man nehmlich das Stück selbst als 1 setzt, und gilt für diesen Fall der Beweis auch noch vollständig mit, nur ist es nicht möglich, ihn combinatorisch zu realisiren, denn dann muß man die Menge der Elemente in dem Stücke, das nun eben als 1 gesetzt ist, so gedacht werden, daß man davon einen solchen Theil wie $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ ꝛc. nehmen könne.

Anm. 2. Dieser Satz gilt auch für Geschiede m. W. und für Geänder o. und m. W. und es ist klar, daß er für die Geänder m. W. der polynomische Lehrsatz der Analysis ist.

§. 22. Das Zählen der Gebinde.

Es ist das Zählen der Gebinde eine ganz andere Seite der gemischten C.-L. wie die im vorigen Satze berührte, und stellen sich hier ganz eigenthümliche Zahlgrößen dar, welche in der ganzen Analysis eine wichtige Rolle spielen, auf welche sich nothwendig — wenn man den Begriff der Analysis strenge festhält *) — alle Arten von Coeffizienten müssen zurückführen lassen. Freilich muß dazu die C.-L. noch erst mehr durchgearbeitet sein. Für das Zählen der Gebinde ist nur die Menge der Elemente, nicht die Elemente selbst, von Bedeutung, und man zählt daher die Elemente wie wenn sie gleich wären, und so wird der Zeiger zu einer Zahl. Wenn demnach statt $(a \ll \dot{d})$ geschrieben wird $\dot{4}$ so heißt das, man wolle nun nicht die Aufstellung sondern die Anzahl dieser Geschiede. Diese Zahlen haben aber nur eine vorzügliche Bedeutung, wenn sie die Gebinde der Klassen-Complexe zählen, und um nun noch hiefür bestimmter auszudrücken, daß man nicht die comb. Aufstellung sondern nur die Anzahl der Gebinde im Sinne habe, wird die römische Ziffer in eine arabische verwandelt, und blos um dies recht auseinander zu halten, zugleich aber auch einen leichten Uebergang von der Aufstellung zur Zählung zu behalten, nur darum allein wurde oben das allerdings etwas unbequeme Zeichen der römischen Ziffer gewählt. Zugleich sollte das römische Zeichen in seiner Buchstabenform an die Aufstellung der Buchstabenelemente, und die arabische Ziffer ans Zählen erinnern. Mag dies Manchem wohl als eine Spielerei erscheinen, es ist hinter einem solchen Spiele eine große Erholung für den Verstand, der sich ohnehin in comb. Betrachtungen abmüdet, und wird man uns wenigstens darin beistimmen, daß das sonst gebräuchliche n, (numerus combinationis) beim Lesen combinatorisch-analytischer Werke sehr verwirrend ist. Wir bezeichnen demnach:

$\overset{.3}{4}$ lies: aus 4 die Geschiedszahl zur 3ten, oder aus 4 die Dreigeschiedszahl,

so auch $\overset{..m}{n}$; $\overset{,m}{n}$; $\overset{,,m}{n}$

Wir setzen die hiedurch ausgedrückten Producte als bekannt voraus, und wollen nur

---

*) Die Analysis unterscheidet sich dadurch gerade wesentlich von der Arithmetik oder Zahlenlehre, daß sie die zur Verknüpfung gegebnen Größen, z. B. $a + b + c$ oder $(a + b)(c + d)$ oder $(a + b + c)^m$ so setzt, daß sie in der Verknüpfung selbst noch als Verschiedene festgehalten werden können, und die Coeffizienten zählen dann blos die Verbindungen, welche in dieser arithmetischen Verknüpfung dieselben verschiedenen Elemente nach demselben Verknüpfungsgesetze enthalten, wodurch dann nothwendig diese Coeffizienten solche Zähler von Gebinden werden müssen.

noch darauf aufmerksam machen, wie leicht sich mit dem Zeichen das dadurch Bezeichnete vereinigen läßt, z. B.

$$8^{.5} = \frac{8\,.\,7\,.\,6\,.\,5\,.\,4}{1\,.\,2\,.\,3\,.\,4\,.\,5}$$

$$8^{..5} = \frac{8\,.\,9\,.\,10\,.\,11\,.\,12}{1\,.\,2\,.\,3\,.\,4\,.\,5}$$

$$8^{,3} = 8\,.\,7\,.\,6$$

$$8^{,,3} = 8\,.\,8\,.\,8 = 8^{3}$$

Diese Gegenüberstellung der Bezeichnung und des Bezeichneten genügt wohl aufzufinden, was schon durch die Bezeichnung selbst alles ausgedrückt sei. Wir wollen nur noch einige späterhin nothwendige Sätze beibringen. *)

§. 23. Lehrsätze.

1. $x^{.x} = x^{.0} = m^{.0} = n^{..0} = p^{,0} = q^{,,0} = 1$ (§. 2, 4.)

2. $m^{.m+n} = 0$ (§. 18.)

3. $(-m)^{.2n} = +m^{..2n}$; $(-m)^{.2n+1} = -(m)^{..2n+1}$ (§. 18, *E.*)

4. $m^{..n} = (m+n-1)^{.n}$ (§. 14.)

5. $(m+1)^{.n} = m^{.n} + m^{.n-1}$ (§. 18, *A.*)

6. Für $a + b + c + d \ldots\ldots + v = n$ ist:

$$x^{.a}\,.\,y^{.b}\,.\,z^{.c} \ldots\ldots v^{.v} = (x+y+z \ldots\ldots + v)^{.n}$$ (§. 20.)

---

*) Der Unterschied zwischen der Aufstellung von Summengebinden, und dem Auffinden der Verbindungszahlen ist so groß, daß man fast auf die Vermuthung geräth, beides gehöre gar nicht einer und derselben Wissenschaft an. Dies Auffinden der Verbindungszahlen kann in einem zwiefachen Sinne betrachtet werden, zunächst nehmlich so, daß es blos ein concreter Theil der reinen Zahlenlehre ist, indem man nehmlich als die gezählte Einheit das Gebinde setzt, und somit lauter benannte (eigentlich nach einem combinatorischen Gesetze benannte) Zahlen erhält, und in diesem Sinne würde dieser Abschnitt gar nicht zur C.-L., kaum noch zu einer gemischten gehören, vielmehr zur Arithmetik. Man könnte aber vielleicht eine 2te Art der Betrachtung zum Grunde legen, die wir jedoch als noch einer weitern Prüfung bedürftig ansehen. Ob man vielleicht sagen könnte, das Bestimmen der Verbindungszahlen steht so ohngefähr zur C.-L., wie das Berechnen der Flächen und Körper (die arithmetische Berechnung des Inhalts) zur Geometrie sich verhält, wo auch die Operation rein arithmetisch wird?

§. 24. Lehrsatz.

$$n^{\cdot m} = n^{\cdot n-m}$$

Wörtlich: Die Geschiedszahlen der beiden Klassen, deren Summe gleich der Elementenzahl ist, sind gleich.

Beweis: Denn denkt man bei den m-Geschieden aus n Elementen je m verschiedene Elemente aus dem Zeiger herausgenommen, um ein m-Geschiede damit zu bilden, so werden eben so oft n — m verschiedene Elemente übrig bleiben.

§. 25. Lehrsatz.

Wenn α, β, γ Zahlen sind und zwar Wiederholungsexponenten von den in einem Gebinde vorkommenden gleichen Elementen, so ist

$$(\alpha+\beta+\gamma)^{0} = (\alpha+\beta+\gamma)^{\cdot\alpha} \cdot (\beta+\gamma)^{\cdot\beta} \cdot \gamma^{\cdot\gamma}$$

Beweis. Wenn man sich vorstellt, alle $\alpha+\beta+\gamma$ Elemente wären verschieden, und man sonderte die Ordnungen ab, welche mit einer Menge von α Elementen beginnen, so würde man nach §. 13 erhalten

$$(\alpha+\beta+\gamma)^{\cdot\alpha} \times \alpha^{0} \times (\beta+\gamma)^{0}$$

Auf dieselbe Weise verwandelt sich der Factor $(\beta+\gamma)^{0}$ in

$$(\beta+\gamma)^{\cdot\beta} \times \beta^{0} \times \gamma^{0}$$

und darin wieder der Factor γ^{0} in $\gamma^{\cdot\gamma} \times \gamma^{0}$, und somit erhält man

$$(\alpha+\beta+\gamma)^{\cdot\alpha} \times (\beta+\gamma)^{\cdot\beta} \times (\gamma)^{\cdot\gamma} \times \alpha^{0} \times \beta^{0} \times \gamma^{0}$$

welche drei letztern Factoren gleich 1 sind, indem α, β und γ gleiche Elemente sind.

§. 26. Zusatz.

$$(a^{\alpha} + b^{\beta})^{0} = (\alpha+\beta)^{\cdot\alpha} = (\alpha+\beta)^{\cdot\beta} \qquad \text{(cf. §. 25, §. 24 und §. 23, 1.)}$$

§. 27. Lehrsatz.

Wenn von einer Reihe, welche durch ein einziges Glied vermöge der darunter vorkommenden deutschen Buchstaben ausgedrückt ist, $\pm$ gesetzt wird, so bezeichne dies, daß die so vorgestellte Reihe in ihren Gliedern abwechselnd positiv und negativ sein solle. Bei dieser Bezeichnung nun ist:

$$\pm x^{\cdot\mathfrak{a}} \cdot (y-a)^{\cdot\mathfrak{r}} = \pm x^{\cdot x-\mathfrak{a}} \cdot (y-a)^{\cdot\mathfrak{r}} = \pm x^{\cdot\mathfrak{a}} \cdot (y-a)^{\cdot y-\mathfrak{r}-\mathfrak{a}} = \pm x^{\cdot x-\mathfrak{a}} \cdot (y-a)^{\cdot y-\mathfrak{r}-\mathfrak{a}}$$

$$= (y-x)^{\cdot\mathfrak{r}-x} = (y-x)^{\cdot y-\mathfrak{r}}$$

Be-

Beweis: Wählen wir ein bestimmtes Beispiel, wodurch zugleich auch der Sinn des Satzes erläutert werden wird, z. B. $7^{.4}$, so ist

$$7^{.4} = 8^{.5} - 7^{.5} \text{ (§. 23, 5.)} = 1^{.0} \cdot 8^{.5} - 1^{.1} \cdot 7^{.5} \text{ (§. 23, 1.)}$$

Aber aus demselben Grunde ist nun auch

$$8^{.5} = 1^{.0} \cdot 9^{.6} - 1^{.1} \cdot 8^{.6} \text{ und } 7^{.5} = 1^{.0} \cdot 8^{.6} - 1^{.1} \cdot 7^{.6}$$

und folglich ist

$$\begin{aligned} 7^{.4} = 8^{.5} - 7^{.5} &= 1^{.0} \cdot 9^{.6} - 1^{.1} \cdot 8^{.6} \\ &\quad - 1^{.0} \cdot 8^{.6} + 1^{.1} \cdot 7^{.6} \\ &= 2^{.0} \cdot 9^{.6} - 2^{.1} \cdot 8^{.6} + 2^{.2} \cdot 7^{.6} \text{ (§. 23, 1. 4.)} \end{aligned}$$

Wendet man dasselbe Gesetz nun auf $9^{.6}$, $8^{.6}$, $7^{.6}$ an, so erhält man

$$\begin{aligned} 7^{.4} &= 2^{.0} \cdot 10^{.7} - 2^{.0} \cdot 9^{.7} \\ &\quad - 2^{.1} \cdot 9^{.7} + 2^{.1} \cdot 8^{.7} \\ &\quad + 2^{.2} \cdot 8^{.7} - 2^{.2} \cdot 7^{.7} \\ &= 3^{.0} \cdot 10^{.7} - 3^{.1} \cdot 9^{.7} + 3^{.2} \cdot 8^{.7} - 3^{.3} \cdot 7^{.7} \end{aligned}$$

Man sieht nun das Gesetz der Fortschreitung schon bestimmt ausgeprägt, und man wird somit ganz allgemein erhalten

$$\begin{aligned} m^{.n} = m^{.m-n} &= + x^{.0} \cdot (m+x)^{.n+x} - x^{.1} \cdot (m+x-1)^{.n+x} + x^{.2} \cdot (m+x-2)^{.n+x} - \ldots\ldots \\ &= \pm x^{.a} \cdot (m+x-a)^{.n+x} \end{aligned}$$

Setzt man nun statt $m+x$ ein y, so daß $m = y - x$, und statt $n+x$ ein v, so daß $n = v - x$ wird, so erhält man

$$(y-x)^{.v-x} = (y-x)^{.y-v} = \pm x^{.a} \cdot (y-a)^{.v}$$

Hieraus erhält man die übrigen im Lehrsatze ausgesprochenen Gleichungen, wenn man auf den einen oder den andern Factor dieser Reihe, oder auf beide zugleich den Satz in §. 24 in jedem einzelnen Gliede anwendet.

Anm.: Wenn $x > y$ aber $x < v$ wird, dann führt die Formel auf einen negativen Zeiger und das Resultat im Zahlenwerthe ist dann durch §. 23, 3 und §. 23, 4 gegeben. Wenn $x > y$ und auch $x > v$, so führt das auf eine negative Klassenzahl, worüber das Nöthige beizubringen der Raum verbot.

Wenn $y - x < v - x$ d. h. $y < v$, so wird der Ausdruck gleichfalls auf eine solche negative Klassenzahl führen. *)

§. 28. Der Binomische Lehrsatz.

A. Wenn n eine ganze positive Zahl ist, so ist

$$(a+b)^n = \overset{.0}{n} \,.\, a^n + \overset{.1}{n} \,.\, a^{n-1} b + \overset{.2}{n} \,.\, a^{n-2} b^2 + \overset{.3}{n} \,.\, a^{n-3} b^3 + \ldots\ldots$$

oder auch für $a + b = n$

$$= \overset{.a}{n} \,.\, a^b \,.\, b^a$$

Beweis: Um aus den Geändern zur mten die Geänder zur $m+1$ten Klasse zu erhalten, muß man jedes der m-Geänder mit jedem Elemente combiniren (ein bekannter und daher oben nicht beigebrachter combinatorischer Satz). Um aber aus $(a+b)^m$ zu erhalten $(a+b)^{m+1}$ muß man gerade eben so jede der Verbindungen in $(a+b)^m$ verbinden mit a und mit b. Es ist also einerlei, ob man $(a+b)^n$ oder $(a\,b)^{,,N}$ zu entwickeln hat. Dieser Ausdruck ist aber nichts weiter als die $(a\,b)^{..N}$ und von jedem derselben die Gefolge genommen, und in soferne man in der Analysis die Producte gleich setzen darf, welche dieselben Factoren nur in einer verschiedenen Folge haben, so darf man nur die Gefolgszahlen den Geschiedsgebinden vorschreiben. Jedes dieser Geschiedsgebinde ist nun aber für $a + b = n$ von der Form $a^a b^b$ und die Gefolgszahl dazu ist nach §. 26 gleich $(a+b)^0 = (a+b)^{.a} = \overset{.a}{n}$, und somit diese binomische Reihe als richtig bewiesen.

B. Auch wenn n negativ ist, gilt diese Reihe noch.

Beweis: Man darf nur beweisen, daß, wenn man n in obiger Reihe negativ setzt, und diese so gewonnene Reihe mit $(a+b)^n$ multiplicirt, dann 1 erhalten werde, weil $(a+b)^n \,.\, (a+b)^{-n} = 1$ ist. Wenn man nun in obiger Reihe $-n$ statt n setzt, so verwandelt sie sich in

$$(a+b)^{-n} = \overset{.0}{(n-1)} \,.\, a^{-n} - \overset{.1}{n} \,.\, a^{-n\dot{}-1} b + \overset{.2}{(n+1)} \,.\, a^{-n\dot{}-2} b^2 - \overset{.3}{(n+2)} \,.\, a^{-n\dot{}-3} b^3 + \ldots\ldots$$

*) Dieser eben bewiesene Satz gilt auch noch, wenn y negativ ist, und ist der Beweis dafür auch leicht zu führen, und wollen wir hier nur noch bemerken, daß es für diesen Theil der C.-L. eine Reihe solcher sehr intressanter Sätze giebt, die für andere Zweige der Mathematik eine nicht geringere Bedeutung und namentlich für die combinatorische Analysis haben, als der algebr. Satz, daß $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$. Es ist uns leider nicht vergönnt nachzuweisen, wie die ganze Lehre von den arithmetischen Reihen höherer Ordnung hier gewissermaßen vorbereitet, ja in mancher Beziehung schon ganz im Kleinen abgehandelt wird. Es wird eine nur oberflächliche Betrachtung schon auf die Vermuthung führen müssen, daß der Abschnitt von diesen Reihen mehr in diesen Theil der C.-L. als in die Analysis gehören möchte, wie denn in der Bildung solcher Reihen in der That ein combinatorisches Moment vorwaltet. —

in welcher Reihe gleich die Umwandlung von $\overset{.m}{(-n)}$ in $\pm\overset{..m}{(n)}$ in $\pm\overset{.m}{(n+m-1)}$ nach §. 23, 3. 4. vorgenommen ist.

Bezeichnet man nun die Glieder der für $(a+b)^n$ als richtig bewiesenen Reihe mit A, B, C, D u. s. w., und die Glieder der Reihe, welche hypothetisch für $(a+b)^{-n}$ angenommen ist, mit α, β, γ, δ ... so würde nun die Richtigkeit dieser 2ten Reihe erwiesen sein, wenn das Product beider Reihen 1 giebt. Multiplicirt man aber diese beiden Reihen

$$(A+B+C+D+\ldots)\,(\alpha+\beta+\gamma+\delta+\ldots)$$

so ist zunächst das erste Product $A\alpha$ gleich

$$\overset{.0}{n}\,.\,a^n\,.\,\overset{.0}{(n-1)}\,.\,a^{-n}=1$$

Sollte daher die hier gemachte Annahme, d. h. sollte die angenommene Reihe richtig sein, so müßten alle folgenden Producte dieser beiden Reihen gleich Null werden. Es können sich aber nur solche Producte gegenseitig bis zu Null aufheben, in denen a u. b in gleich hoher Potenz vorkommen (als bekannt aus der Arithmetik vorausgesetzt). Solche Producte sind nun, um ein beliebiges Beispiel hervorzuheben

$$A\delta=\overset{.0}{n}\,.\,a^n\,.\,b^0.-\overset{.3}{(n+2)}\,.\,a^{-n-3}\,.\,b^3=-\overset{.0}{n}\,.\,\overset{.3}{(n+2)}\,.\,a^{-3}b^3$$

$$B\gamma=\overset{.1}{n}\,.\,a^{n-1}b^1\,.\,\overset{.2}{(n+1)}\,.\,a^{-n-2}b^2=+\overset{.1}{n}\,.\,\overset{.2}{(n+1)}\,.\,a^{-3}b^3$$

$$C\beta=\overset{.2}{n}\,.\,a^{n-2}b^2\,.-\overset{.1}{(n)}\,.\,a^{-n-1}\,.\,b^1=-\overset{.2}{n}\,.\,\overset{.1}{(n)}\,.\,a^{-3}b^3$$

$$D\alpha=\overset{.3}{n}\,.\,a^{n-3}b^3\,.\,\overset{.0}{(n-1)}\,.\,a^{-n}b^0=+\overset{.3}{n}\,.\,\overset{.0}{(n-1)}\,.\,a^{-3}b^3$$

Die Summe dieser Coeffizienten, welche sich in der Form von

$$\mp\overset{.a}{n}\,.\,\overset{.3-a}{(n+2-a)}$$

darstellen, ist nun nach §. 27 gleich

$$\overset{.3}{(n+2-n)}=\overset{.3}{2}=0\quad(\S.\ 23,\ 2)$$

Gerade eben so verhält es sich mit allen übrigen Producten dieser beiden Reihen, und somit ist bewiesen, daß die für $(a+b)^{-n}$ angenommene Reihe richtig ist.

C. Auch wenn n ein Bruch ist, gilt die Reihe des Binomiums.

Beweis: Man darf nur beweisen, daß, wenn man in der Binomialreihe statt n einen Bruch $\frac{1}{n}$ setzt, und diese so gebildete Reihe in die nte Potenz erhebt, daß man dann $a+b$ erhalte, weil $(a+b)^{\frac{1}{n}}$ zur nten Potenz erhoben gleich $a+b$ sein muß. Um ohne Weitläuftigkeiten zum Ziele zu gelangen, möge $n=\frac{1}{3}$ gesetzt werden, und nachdem man in der Binomialreihe überall statt n dies $\frac{1}{3}$ gesetzt hat, sollen die Glieder wiederum mit α, β, γ, δ u. s. w. bezeichnet werden, und es wird nur nachzuweisen sein, daß $(\alpha+\beta+\gamma+\delta+\ldots)^3 = \mathrm{a}+\mathrm{b}$.

Um nun diese dritte Potenz zu gewinnen, muß man nach dem ersten Theile des Satzes (A) die Geánder m. W. zur dritten Klasse aus dem Zeiger $\alpha\beta\gamma\delta\ldots$ entwickeln, oder man darf nur die Geschiede m. W. entwickeln und jedes Geschiede mit der Gefolgszahl multipliciren. Das erste Gebinde dieser Dreigeánder ist nun

$$\alpha\alpha\alpha = \left[(\tfrac{1}{3})^{\cdot 0} \cdot \mathrm{a}^{\frac{1}{3}}\right]^3 = 1 \cdot \mathrm{a} = \mathrm{a}$$

Das 2te Gebinde ist

$$(\alpha\alpha\beta)^0 = 3\left[(\tfrac{1}{3})^{\cdot 0} \cdot \mathrm{a}^{\frac{1}{3}} \cdot \mathrm{b}^1\right]^2 \cdot (\tfrac{1}{3})^{\cdot 1} \cdot \mathrm{a}^{\frac{1}{3}\cdot -1}\mathrm{b}^1 = \mathrm{b}$$

Diese beiden Glieder geben also zusammen schon $\mathrm{a}+\mathrm{b}$. Sollte die angenommene Reihe also richtig sein, so müßten nun alle übrigen Producte Null geben. Es können sich nur aber die Producte aufheben, welche a u. b in gleich hohen Potenzen enthalten, und das wird, wie man sich leicht überzeugt (es muß im Zusammenhange der combinatorischen Analysis ohne alle Erinnerung schon bekannt geworden sein) nur in denjenigen Producten der Fall sein, welche dieselben Summengebinde geben, wenn $\alpha = 0$; $\beta = 1$; $\gamma = 2$; $\delta = 3$ u. s. w. gedacht wird. Da nun α den Factor $(\frac{1}{3})^{\cdot 0}$, β den Factor $(\frac{1}{3})^{\cdot 1}$, γ den Factor $(\frac{1}{3})^{\cdot 2}$ u. s. w. enthált, so werden also nur diejenigen Producte zusammen Null werden können, in denen diese Klassenzahlen dieser Factoren immer dieselbe Summe geben, und da man von jedem dieser Gebinde die Gefolge nehmen muß, so werden dann in denjenigen Producten, die sich möglicherweise aufheben könnten, diese Klassenzahlen nur von der Form $a+b+c = \mathrm{m}$ sein können. Die Reihe derjenigen Producte, die sich also aufheben könnten, also die a u. b in gleich hohen Potenzen enthalten, stellt sich dar für $a+b+c = \mathrm{m}$ als

$$(\tfrac{1}{3})^{\cdot a} \cdot (\tfrac{1}{3})^{\cdot b} \cdot (\tfrac{1}{3})^{\cdot c} \cdot \mathrm{a}^{\frac{1}{3}-a+\frac{1}{3}-b+\frac{1}{3}-c} \times \mathrm{b}^{a+b+c}$$

Die Summe dieser Coeffizienten ist aber aus §. 23, 6 gleich

$$(\tfrac{1}{3}+\tfrac{1}{3}+\tfrac{1}{3})^{\cdot \mathrm{m}} = 1^{\cdot \mathrm{m}} = 0 \quad (\S.\ 23,\ 2)$$

da m größer als 0 und 1 sein muß, indem es nur im ersten Producte $\alpha\alpha\alpha$ Null ist und im 2ten $\alpha\alpha\beta$ gleich 1 ist. Da sich nun somit alle Producte außer den beiden ersten aufheben und Null werden, so ist damit auch die Richtigkeit der Reihe bewiesen.

Anm. Der Beweis ist so weit ganz vollständig, wie er auch bei gehöriger Vorarbeitung in der C.-L. elementar und leicht ist, nur das ist nicht bewiesen, daß auch keine andere Reihe als diese Statt haben könnte.

Pag. 10. Z. 15 v. O. ist hinter dem Worte „enthalten" einzuschieben: „oder nicht; die es nicht enthalten,"
Pag. 24. Z. 6 v. U. ist statt von zu lesen „vor".

Unsre Lehranstalt darf das verflossene Schuljahr als ein ihrer inneren Wirksamkeit im Ganzen recht günstiges anerkennen. Nur nach außen hin sind die in meiner letzten Einladungsschrift für sie ausgesprochenen Wünsche und Hoffnungen der Mehrzahl nach unerfüllt geblieben. Unser Hörsaal entbehrt noch des Schmuckes an Musterbildern, die wenn auch nur gelungene Abgüsse von ausgezeichneten Antiken dennoch den Kunstsinn anzuregen und zu fördern, sowie an ihrem Theile ein näheres Verständniß des klassischen Alterthums anschaulich zu vermitteln geeignet wären. Indessen sind wir keinesweges gesonnen, so ohne Weiteres auf sie zu verzichten, sondern getrösten uns vielmehr der Zuversicht, daß mit der kommenden Zeit auch Rath für unsre Sache kommen werde. Nur dürfte freilich, da auf dem bisher verfolgten Wege nichts erreicht worden, ein anderer einzuschlagen seyn, und ich gedenke deshalb, nicht ohne Aufforderung von Seiten mehrerer Freunde der Kunst und unsrer Anstalt, eine Privatsubscription zu eröffnen, die uns eine solche Summe verbürgen zu wollen scheint, daß wir für das daran etwa noch Fehlende um so sicherer auf geneigte Behördenunterstützung uns möchten Rechnung machen können.

Auf erfreuliche Förderung einer anderen Angelegenheit hat sich uns leider keine so günstige Aussicht offen erhalten. Nicht bloß aus allgemeinen, von der gegenwärtigen Bestimmung des Marienstiftsfonds hergenommenen Gründen, sondern auch durch eine mir zugegangene amtliche Aeußerung des Königl. Stifts-Curatorium waren wir zu der Voraussetzung berechtigt, daß der auf der Stelle unsers ehemaligen Hörsaales in Ausführung begriffene Neubau zum Theil wenigstens den Zweck habe, die Vereinigung sämmtlicher Lehrerwohnungen um den Gymnasialplatz — eine augenscheinlich eben so zweckmäßige als wünschenswerthe Einrichtung — bewerkstelligen zu helfen. Damit diese Vereinigung jedoch ihren wirklichen Anfang gewönne, bedurfte es zunächst ausgleichender Unterhandlungen, in welche, wie wir uns schmeichelten, das städtische Patronat mit der Stiftsbehörde würde treten wollen. Nun hat aber jenes wiederholter Anträge ungeachtet für jetzt sich nicht bereitwillig finden lassen, auf dergleichen einzugehn, und so mußten wir schon deswegen, ohne sonderlichen Trost daran zu haben, daß ein solcher Schritt wahrscheinlich doch zu keinem befriedigenden Resultate geführt haben würde, vor der Hand einer Hoffnung gänzlich entsagen, deren theilweise Erfüllung, zumal da auch der sonst so gewaltig sich geltend machende Kostenpunkt ihr nicht eben übermäßige Schwierigkeiten in den Weg legen konnte, nicht so gar fern schien.

Auch für die Bibliothek des Gymnasium haben die schon im Laufe des vorigen Jahres gemachten Anträge bis jetzt keinen Erfolg gehabt; und dennoch wird das Bedürfniß einer angemessenen Geldbewilligung immer dringender, wenn nicht schon die mit dem Beginne des ihr zu Leistenden, mit der Revision derselben bisher beschäftigte Thätigkeit, deren schließliches Ziel noch in weitem Felde liegt, allmälig ganz in's Stocken gerathen, und somit eine an sich so schätzbare Büchersammlung fortwährend ein fast todter Schatz bleiben soll.

Die weiteren

Nachrichten über das Schuljahr von Michaelis $18\frac{33}{34}$

folgen in der vorschriftsmäßigen Ordnung:

A.
Lehrverfassung.

I. Prima.
Ordinarius Director und Professor D. Hasselbach.

1. Sprachunterricht.

Lateinisch. Director Hasselbach: Tacitus Annalen von 4, 13 bis 6, 5. Erklär. Lateinisch. 2 Stunden wöchentlich. Horatius Sat. 1, 9 bis A. poet. 135 mit Uebergehung einzelner Satiren und Episteln. 2 St. w. — Prof. D. Schmidt: Cicero's Verrin. Reden Act. 2. lib. 1. ganz und lib. 2. c. 1 — 38, wobei Uebungen im Latein-Sprechen. 2 St. w. Uebungen im schriftlichen Gebrauche der Sprache und Correcturen der schriftlichen Ausarbeitungen. 2 St. w.

Griechisch. Dir. Hasselbach: Plato's Meno c. 10 bis zu Ende, Krito, Alcibiades I bis c. 15 Buttm. 2 St. w. Homer's Ilias B. 4 u. 5 cursorisch und Euripides Iphigenia v. 229 Herm. bis zu Ende, Sophokles Antigone bis v. 380 Herm. Erklärung Lateinisch. 2 St. w. — Prof. Schmidt: Uebungen im schriftlichen Gebrauche der griech. Sprache. 2 St. w.

Deutsch. Dir. Hasselbach: Aufsätze und Uebungen im mündlichen Vortrage. 2 St. w.

Hebräisch. Prof. Jantzen: 1. Sam. c. 11 — 26. Schriftliche Uebungen. 2 St. w.

Französisch. Arithmeticus u. Lector Milleville: P. Corneille's Polyeucte und le Menteur. 1 St. w. Uebungen im mündlichen und schriftlichen Ausdruck nebst Extemporalien. 1 St. w.

Englisch. Lector Anderson: Shakspeare's King Henry IV, part. II, 3ter bis 5ter Act. Julius Caesar ganz. Antony and Cleopatra angefangen. Ins Englische übersetzt und wiederholt Act 3 von Kotzebue's Lustspiel „der Wildfang". 2 St. w.

2. Wissenschaftlicher Unterricht.

Religion. Consistorial-Rath D. Schmidt: die allgemeine und christliche Religionsgeschichte. 2 St. wöchentlich.

Mathematik. Prof. Graßmann: im ersten Semester allgemeine und geometrische Combinationslehre, im zweiten Lehre von den Gleichungen bis zu denen des dritten Grades. 4 St. w.

Physik. Prof. Graßmann: allgemeine Physik und Mechanik. 2 St. w.

Geschichte. Prof. Giesebrecht: neuere Geschichte. 2 St. w.

Naturwissenschaft. Medicinal-Rath D. Rhades: im Winter Anthropologie, im Sommer Vergleichung der unorganischen Körper mit den organischen und der beiden organischen Körperreihen untereinander. 2 St. w.

Metrik. Dir. Hasselbach: Theorie nach Hermann und praktische Uebungen im lateinischen und griechischen Versbau. 1 St. w.

Propädeutik. Dir. Hasselbach: Uebersicht der Logik. 1 St. w.

Hodegetik. Dir. Hasselbach: gegen das Ende jedes Halbjahres einige Stunden für die Abiturienten.

3. Unterricht in Kunstfertigkeiten.

Gesang. Der Musikdirector D. Löwe hat in 2 wöchentlichen Stunden die vierstimmigen Chorübungen wie gewöhnlich geleitet.

Zeichnen. Zeichnenlehrer Tzschirschky, 4 St. w., an denen auch die Mitglieder der 2ten und 3ten Klasse, die Talent und Neigung zum Zeichnen haben, Theil nehmen können.

Tanz. Die Tanzübungen bei dem Tanzlehrer Scholz haben ausgesetzt bleiben müssen.

II. Secunda.

Ordinarius Professor Jantzen.

1. Sprachunterricht.

Lateinisch. Prof. Jantzen: Cicero's Rede pro Milone c. 11 bis zu Ende und die 4 catilinarischen. 2 St. w. Extemporalia und häusliche Exercitia. 2 St. w. — Prof. Schmidt: Virgilius Aen. 2, 403 bis 5, 285. 2 St. w. Livius B. 4, 31 bis 5, 28. 2 St. w. Erklärung der syntaxis ornata in Zumpt's Grammatik mit Uebungen im Latein-Schreiben. 1 St. w. Bei Erklärung der Schriftsteller und Wiederholung der Antiquitäten (s. unt.) Uebungen im Latein-Sprechen.

Griechisch. Prof. Jantzen: Homer's Ilias B. 7 letzte Hälfte, dann 8, 9, 10 u. Anfang des 11ten. 2 St. w. — Prof. Schmidt: Xenophon's Anabasis B. 6, 4 bis zu Ende. 2 St. w. Erklärung der Syntax in Buttmann's Grammatik mit Uebungen im schriftlichen Gebrauche der Sprache. 2 St. w.

Deutsch. Prof. Giesebrecht: deutsche Aufsätze. 2 St. w.

Hebräisch. Prof. Jantzen: Genesis c. 31—44. Schriftliche Uebungen. 2 St. w.

Französisch. Arithm. und Lector Milleville: in dem Handbuch von Ideler und Nolte (poet. Theil) Molière's Avare, Boileau's Art poétique. 1 St. w. Häusliche Exercitien, Extemporal- und Sprechübungen. 1 St. w.

Englisch. Lector Anderson: von Michaelis bis Johannis Poppleton und Bettac's Grammatik ganz, von Johannis bis jetzt dieselbe vom Anfang bis zu den unregelmäßigen Zeitwörtern. Gelesen von the Poems of Ossian die ersten 10. 2 St. w.

2. Wissenschaftlicher Unterricht.

Religion. Prof. Jantzen: die Kirchengeschichte und der Anfang der Dogmatik verbunden mit Lesung des N. T. im Original. 2 St. w.

Mathematik. Prof. Graßmann: im ersten Semester Wiederholung der Geometrie und Anfangsgründe der Trigonometrie, im zweiten geometr. Analysis und Stereometrie. 4 St. w.

Physik. Derselbe, wie in Prima. 2 St. w.

Geschichte. Prof. Giesebrecht: Geschichte des Mittelalters. 2 St. w.

Naturwissenschaft. Medicinal-Rath D. Rhades, 2 St. w. in Verbindung mit Prima.
Römische Antiquitäten. Prof. Schmidt, 1 St. w.

3. Unterricht in Kunstfertigkeiten.

Gesang, Zeichnen, Tanz: wie in Prima.

III. Tertia.

Cötus I.

Ordinarius Oberlehrer Scheibert.

1. Sprachunterricht.

Lateinisch. Prof. D. Böhmer: Cäsar de b. civ. B. 1—3. 2 St. w. Cicero de amic. und de senect. 2 St. w. Ovid's Metam. aus B. 7—13. 2 St. w. Syntaxis, zum Theil nach Zumpt. 2 St. w. Stilübungen. 2 St. w.

Griechisch. Prof. Jantzen: Odyssee B. 8 letzte Hälfte und den größten Theil des 9ten. Schriftliche Uebungen nach Rost (die Syntax durch). 2 St. w. — Prof. Böhmer: Chrestomathie von Schmidt S. 75—154 mit Auswahl. 2 St. w. Nach Buttmann Formenlehre, insbesondere das Verbum. 2 St. w.

Deutsch. Gymnasiallehrer Wellmann: Beurtheilung der Aufsätze. 1 St. w. Uebungen im Lesen und Declamiren. 1 St. w.

Hebräisch. Collaborator D. Friedländer: Grammatik nach Gesenius vom Anfang bis zu den defectiven Verben. Uebersetzung und Analyse einiger Stücke in Gesenius Lesebuch. 2 St. w.

Französisch. Arithmeticus u. Lector Milleville: in dem Handbuch von Ideler und Nolte (pros. Theil) ausgewählte Stücke. Exercitien nach Hirzel, vorzüglich über die unregelmäßigen Zeitwörter. Extemporalien und Memoriren ausgewählter Fabeln von Florian. 2 St. w.

Englisch. Lector Anderson: von Michaelis bis Johannis Poppleton und Bettac's Grammatik von den Nebenwörtern bis zu Ende, von Johannis bis jetzt dieselbe Gramm. vom Anfang bis zur Lehre von den Fürwörtern. Die Uebungsstücke sind übersetzt und memorirt. Gelesen ist the Vicar of Wakefield.

2. Wissenschaftlicher Unterricht.

Religion. Oberlehrer Scheibert: Stellen aus dem Evangelium Matth. 2 St. w.

Mathematik. Derselbe: im Winter Arithmetik, im Sommer Geometrie nach Fischer's Lehrbuch der Elementarmathem. Thl. 1 u. 2. 4 St. w.

Physik. Prof. Graßmann: Vorbereitung und Einleitung für den Unterricht in den beiden obersten Klassen. 1 St. w.

Geschichte. Prof. Giesebrecht: alte Geschichte in Verbind. mit alter Geographie. 3 St. w.

3. Unterricht in Kunstfertigkeiten.

Gesang, Zeichnen: wie in Prima.

Cötus II.

Ordinarius Oberlehrer Hering.

1. Sprachunterricht.

Lateinisch. Oberl. Hering: Ovid's Metam. B. 9, 570 bis B. 13 nach Seidels Auszug, nebst Prosodie u. Lehre vom Hexameter. 2 St. w. Cäsar de b. g. B. 6 u. 7, de b. civ. c. 1—40. 2 St.

2 St. w. Cicero's Briefe, in der Ausgabe von Poppe, B. 1 ep. 11 bis B. 3. 2 St. w. Grammatik nach Zumpt. 2 St. w. Exercitien und Extemporalien. 2 St. w.

Griechisch. Prof. Jantzen: Odyssee B. 23 u. 24. Schriftliche Uebungen nach Rost (die Syntax durch). 2 St. w. — Prof. Böhmer 4 St. w. wie im ersten Cötus.

Deutsch. Gymnasiallehrer Wellmann, 2 St. w.	wie im ersten Cötus.
Hebräisch. Collab. D. Friedländer, 2 St. w.	
Französisch. Arithm. u. Lect. Milleville, 2 St. w.	
Englisch. Lector Anderson, 2 St. w.	

2. Wissenschaftlicher Unterricht.

Religion. Oberl. Hering: ausgewählte Stellen aus den Evangelien. 2 St. w.

Mathematik. Oberl. Scheibert, 4 St. w.	wie im ersten Cötus.
Physik. Prof. Graßmann, 1 St. w.	
Geschichte. Oberl. Hering, 3 St. w.	

3. Unterricht in Kunstfertigkeiten.

Gesang	s. Prima.
Zeichnen	

IV. Quarta.

Ordinarius Gymnasiallehrer Wellmann.

Cötus I.

1. Sprachunterricht.

Lateinisch. Oberl. Hering: Cornel. Nep. Aristides, Pausanias, Cimon, Lysander, Thrasybulus, Conon, Dion, Iphicrates, Timotheus, Datames, Epaminondas. 2 St. w. Exercitien u. Extemporalien. 2 St. w. — Gymnasiall. Wellmann: Phaedri fab. lib. 3, 4, 5 u. 1 nebst den Elementen der Prosodie. 2 St. w. Grammatik nach Zumpt Kap. 69 — 76 u. Kap. 77 — 81. 2 St. w.

Griechisch. Collab. Varges: Formenlehre nach Buttmann bis zu den unregelmäß. Verben. 3 St. w. Uebersetzungen aus Jacobs und Rost. 2 St. w.

Deutsch. Derselbe: deutsche Aufsätze und Declamiren. 2 St. w.

Französisch. Hülfslehrer Glagau: Gramm. nach Hirzel vom Anfang bis zu den unregelmäßigen Verben incl. und das Wesentliche der Lehre von den Adverbien und Präpositionen. Dazu mündliche und schriftliche Uebersetzung der Uebungsstücke, so wie aus Hecker's Lesebuch. 2 St. w.

Englisch. Lector Anderson: Formenlehre nach Fick's Grammatik ganz und wiederholt bis zu den unpersönlichen Verben, nebst schriftlicher Uebersetzung der Aufgaben und Memoriren der Vocabeln. 2 St. w.

2. Wissenschaftlicher Unterricht.

Religion. Gymnasiall. Wellmann: Erklärung des Luther. Katechismus. 2 St. w.

Mathematik. Oberl. Scheibert: im Winter Arithmetik, im Sommer Geometrie nach Fischer's Lehrbuch. 4 St. w.

Geschichte. Prof. Giesebrecht: deutsche Geschichte. 2 St. w.

Geographie. Derselbe: Geographie von Asien, Africa, America u. Australien. 2 St. w.

3. Unterricht in Kunstfertigkeiten.

Gesang. Musikdirektor D. Löwe, nach seiner Gesanglehre, 1 St. w.

Schreiben. Arithm. Milleville, nach Vorschriften, 2 St. w.

Zeichnen. Professor Graßmann, 2 St. w.

Cötus II.

1. Sprachunterricht.

Lateinisch. Gymnasiall. Wellmann: Cornel. Nep. Agesilaus, Eumenes, Phocion, Timoleon, Hamilcar, Hannibal, Cato. 2 St. w. Phaedri fab. lib. 2, 3, 4 nebst den Elementen der Prosodie. 2 St. w. Grammatik nach Zumpt Kap. 69 — 76 u. 77 — 81. 2 St. w. Exercitien und Extemporalien. 2 St. w.

Griechisch. Collab. Varges, 5 St. w. wie im ersten Cötus.

Deutsch. Collab. D. Friedländer: Correctur deutscher Aufsätze, Declamation und Uebung im freien Vortrage. 2 St. w.

Französisch. Arithm. u. Lector Milleville im Winter 2 St. w. wie im ersten Cötus, im Sommer Collab. D. Friedländer.

Englisch. Lector Anderson, 2 St. w. wie im ersten Cötus.

2. Wissenschaftlicher Unterricht.

Religion. Collab. D. Friedländer: Erklärung des Luther. Katechismus. 2 St. w.

Mathematik. Oberlehrer Scheibert, 4 St. w.
Geschichte. Professor Giesebrecht, 2 St. w.
Geographie. Derselbe, 2 St. w.
} wie im ersten Cötus.

3. Unterricht in Kunstfertigkeiten.

Gesang. Musikdirektor D. Löwe, 1 St. w.
Schreiben. Arithm. Milleville, 2 St. w.
} wie im ersten Cötus.

Zeichnen. Professor Graßmann, 2 St. w.

V. Quinta.

Ordinarius Collaborator Varges.

Cötus I.

1. Sprachunterricht.

Lateinisch. Hülfsl. Stahr: in der Formenlehre Wiederholung und theilweise Erweiterung des Pensum von Sexta nach Zumpt's Auszuge; in der Syntax die Lehre von den Casus. Uebersetzung aus Döring's Lesebuch. Exercitien und Extemporalien. 8 St. w.

Deutsch. Im Winter Hülfsl. D. Hennicke: Grammatik, 1 St. w. Orthographie, 1 St. w. Beurtheilung der Aufsätze, 1 St. w. Declamations-Uebungen, 1 St. w. Im Sommer Hülfslehrer Graßmann: die Lehre vom Satze (Cursus halbjährig), 2 St. w. Orthograph. Uebungen und Durchgehen der Aufsätze, 1 St. w. Declamiren und freies Erzählen, 1 St. w.

Französisch. Collab. D. Friedländer: nach Hirzel bis zum regelmäßigen Zeitwort nebst Uebersetzungen aus Hecker's Lesebuch. 2 St. w.

2. Wissenschaftlicher Unterricht.

Religion. Hülfsl. Stahr: Erklärung einzelner Erzählungen aus den Evangelien. 2 St. w.

Raumlehre. Im Winter Hülfsl. Graßmann, im Sommer Hülfsl. D. Hennicke: von der räumlichen Größenlehre bis zum gleichschenklichen Dreieck, nach Graßmann's Raumlehre. 2 St. w.

Praktisches Rechnen. Arithm. u. L. Milleville: einfache und zusammengesetzte Regel de tri in geraden und ungeraden Verhältnissen, einfache und zusammengesetzte Gesellschaftsrechnung, Kettenrechnung, Wechselrechnung, Münz- u. Waarenberechnung, nach Hartung's arithm. Aufg. 2 St. w.

Kopfrechnen. Im Winter Hülfsl. D. Hennicke, im Sommer Hülfsl. Graßmann: Theorie und Einübung der 4 Species in ganzen Zahlen und Brüchen. Cursus jährig. 1 St. w.

Geschichte. Collab. D. Friedländer: biogr. Erzählungen: Wallenstein, Luther, Otto der Große. 2 St. w.

Geographie. Derselbe: politische Geographie von Europa. 2 St. w.

Naturgeschichte. Im Winter Collab. D. Friedländer, im Sommer Hülfsl. Graßmann: Botanik. 2 St. w. In der einen St. Darstellung des Systems, in der andern Zerlegung und Bestimmung gegebner Pflanzen.

3. Unterricht in Kunstfertigkeiten.

Gesang. Musikdirektor D. Löwe: nach seiner Gesanglehre. 1 St. w.

Schreiben. Arithm. und L. Milleville: nach Vorschriften. 2. St. w.

Zeichnen. Professor Graßmann, 2 St. w.

Cötus II.

1. Sprachunterricht.

Lateinisch. Collab. Varges, 8 St. w. wie im ersten Cötus.

Deutsch. Hülfsl. Glagau: Rection der Verben, Gebrauch der Adverbien, Rection der Präpositionen, Lehre vom Satze, 1 St. w.; Einübung orthographischer Regeln, 1 St. w.; Beurtheilung der schriftlichen Ausarbeitungen, 1 St. w.; Declamation und Uebung im freien Vortrage, 1 St. w.

Französisch. Derselbe: Grammatik nach Hirzel bis zu den unregelmäßigen Verben, mündliche Uebersetzung der Uebungsstücke zur Einübung der Regeln. Uebersetzungen in's Deutsche aus Hecker's Lesebuch. Auch wurden französische Stücke memorirt. 2 St. w.

2. Wissenschaftlicher Unterricht.

Religion. Hülfsl. Graßmann: Leben Jesu nach den Evangelien. 2 St. w.

Raumlehre. Im Winter Derselbe, im Sommer Hülfsl. D. Hennicke, 2 St. w. wie im ersten Cötus.

Praktisches Rechnen. Arithm. u. L. Milleville, 2 St. w.
Kopfrechnen. Hülfsl. Graßmann, 1 St. w.
} wie im ersten Cötus.

Geschichte. Im Winter Hülfsl. Hüser: biogr. Erzählungen: Heinrich der Vogelsteller, Friedrich Barbarossa, Maximilian I. Im Sommer Collab. D. Friedländer, wie im ersten Cötus. 2 St. w.

Geographie. Collab. D. Friedländer, 2 St. w. wie im ersten Cötus.

Naturgeschichte. Im Winter Derselbe, im Sommer Hülfsl. Graßmann, 2 St. w. wie im ersten Cötus.

3. Unterricht in Kunstfertigkeiten.

Gesang. Musikdirektor D. Löwe, 1 St. w.
Schreiben. Arithm. und L. Milleville, 2 St. w.
} wie im ersten Cötus.

Zeichnen. Professor Graßmann, 2 St. w.

VI. Sexta.

Ordinarius Gymnasiallehrer Küsell.

Cötus I.

1. Sprachunterricht.

Lateinisch. Hülfsl. Hüser: die Formenlehre nach Zumpt's Auszuge bis zum regelmäßigen Verbum incl., nebst Uebungen im Uebersetzen aus Döring's Lesebuche. Cursus halbjährig. 6 St. w.

Deutsch. Hülfsl. D. Hennicke: Grammatik, 2 St. Orthographie, 1 St. Beurtheilung der Aufsätze, 1 St. Declamations-Uebungen, 1 St. w.

2. Wissenschaftlicher Unterricht.

Religion. Hülfsl. Hüser: Geschichte des jüdischen Volks nach den B. des A. T. 2 St. w.

Raumlehre. Hülfsl. D. Hennicke: Vorübungen und ebene räumliche Verbindungslehre, nach Graßmann's Raumlehre §. 1—48. Cursus halbjährig. 2 St. w.

Praktisches Rechnen. Gymnasiall. Küsell: die 4 Species in gebrochenen Zahlen. 2 St. w.

Kopfrechnen. Arithm. u. L. Milleville: Regel de tri-Exempel und Einübung der 4 Species zu den Bruchrechnungen. 2 St. w.

Geschichte. Im Winter Hülfslehrer Glagau, im Sommer Schulamtscandidat Rhaue: biographische Erzählungen aus der alten Geschichte. 2 St. w.

Geographie. Im Winter Hülfsl. Glagau, im Sommer Schulamtscandidat Rhaue: Beschreibung der ganzen Erdoberfläche. Cursus jährig. 2 St. w.

Naturgeschichte. Gymnasiall. Küsell: die Vögel und Amphibien. 2 St. w.

3. Unterricht in Kunstfertigkeiten.

Gesang. Musikdirektor D. Löwe, nach seiner Gesanglehre, 1 St. w.

Schreiben. Arithm. und L. Milleville: Theorie des Schönschreibens, 1 St. w. — Gymnasiallehrer Küsell: Uebungen im Schreiben, 3 St. w.

Zeichnen. Professor Graßmann, 2 St. w.

Cötus II.

1. Sprachunterricht.

Lateinisch. Hülfsl. D. Knick, 6 St. w. wie im ersten Cötus.

Deutsch. Im Winter Hülfslehrer Graßmann, im Sommer Schulamtscandidat Rhaue, 5 St. w. wie im ersten Cötus.

2. Wissenschaftlicher Unterricht.

Religion. Hülfsl. D. Knick: Erzählungen aus der bibl. Geschichte des A. T. 2 St. w.

Raumlehre. Derselbe, 2 St. w.
Praktisches Rechnen. Gymnasiallehrer Küsell, 2 St. w.
Kopfrechnen. Arithm. und L. Milleville, 2 St. w.
} wie im ersten Cötus.

Geschichte. Hülfsl. Hüser: biogr. Erzählungen: Agesilaus, Epaminondas, Alexander der Große. 2 St. w.

Geographie. Hülfsl. Stahr: im Winter Beschreibung der Erdoberfläche von America und Africa, im Sommer allgemeine Vorkenntnisse und Beschreibung der Erdoberfläche von Europa. 2 St. w.

Naturgeschichte. Gymnasiall. Küsell: die vierfüßigen Thiere. 2 St. w.

3. Unterricht in Kunstfertigkeiten.

Gesang. Musikdirektor D. Löwe, 1 St. w.
Schreiben. Arithm. und L. Milleville, 1 St. w.
Gymnasiallehrer Küsell, 3 St. w.
} wie im ersten Cötus.

Zeichnen. Professor Graßmann, 2 St. w.

B.

Chronik des Gymnasium.

Die Censur über das zuletzt verflossene Quartal eröffnete auch diesmal wie gewöhnlich, und zwar den 7ten October, das neue Schuljahr.

Noch im Spätherbste wurde, was früher ein Gegenstand unserer Wünsche gewesen, der Gymnasialplatz mit Linden bepflanzt, die nach Jahren hoffentlich auch unsere Schüler in der Zwischenzeit der Sommerlectionen durch ihren Schatten erfrischen und erfreuen werden.

Im Laufe des letzten Semesters erhielt unser Lehrgebäude die für dasselbe vorlängst bestellte eiserne Hausuhr. Der geschickte Hofuhrmacher Herr Möllinger in Berlin hat sie nach meinen Vorschlägen durch einen nicht verwickelten Mechanismus so eingerichtet, daß sie von 7 Uhr Morgens bis 7 Uhr Abends außer dem Vollschlage den Ablauf der ersten 10 Minuten jeder Stunde mit einem besondern Signale bezeichnet und darauf noch ein Viertel schlägt. Die zur Uhr gehörige Glocke hat einen so hellen Klang, daß sie nicht bloß in sämmtlichen Zimmern unsers Gebäudes, sondern auch noch in der umgebenden Nachbarschaft deutlich vernommen wird, und das wohlgelungene Zifferblatt aus Gußeisen gereicht unserm schönen und zugleich als sehr nützlich bewährten Treppenhause zu neuer Zierde. So ist denn auf eine zweckmäßige und geschmackvolle Weise einem recht fühlbaren Bedürfnisse des Gymnasium abgeholfen. Wir sind nun im Stande, unsern Stundengang genau zu regeln, mit vollkommener Uebereinstimmung die Lectionen anzufangen und zu schließen, und unsere Schüler werden durch ein gegebenes Zeichen erinnert, sich, was unsere Schulgesetze §. 9 verlangen, bei dem Stundenwechsel nach einer Zwischenzeit von 10 Minuten in den Lehrzimmern wieder einzufinden, damit der Unterricht sofort seinen Anfang nehmen könne. Ich fühle mich gedrungen, dem verehrten Königl. Marien-Stifts-Curatorium, durch dessen alleinige Fürsorge uns diese Befriedigung unsers Bedürfnisses zu Theil geworden, hier meinen schon früher abgestatteten Dank im Namen der Anstalt öffentlich zu wiederholen.

Das Lehrerpersonale hat keine Veränderung erlitten außer einem einstweiligen Zuwachse durch den Schulamts-Candidaten Herrn Rhaue, der bald nach Neujahr bei der Anstalt eingetreten, um sein Lehrprobejahr abzumachen. Der Oberlehrer Herr Scheibert hat sich zum zweiten Male genöthigt gesehen, die Carlsbader Heilquelle zu besuchen und deshalb beinahe für das ganze letzte Quartal seine Lehrstunden aufzugeben. Den beiden Hülfslehrern der Anstalt, Mitgliedern des hiesigen Seminarium für gelehrte Schulen, Herren Hennicke und Knick hat die philosophische Facultät der Universität Kiel das Doctor-Diplom zuerkannt.

Für unsere Bibliothek ist das mühsame Geschäft der Revision bereits so weit vorgeschritten, daß ungefähr 4500 Werke vollständig neu verzeichnet sind. Durch Ankauf ist sie übrigens in diesem Jahre nicht bedeutend vermehrt worden, wenn nicht etwa der Pausanias von Siebelis 5 B. 8. und der Aristophanes von Invernizzi-Dindorf 14 B. 8. hier zu nennen sein möchte. Dagegen hat sie von der Geneigtheit des Königl. Ministerium der Geistlichen ꝛc. Angelegenheiten an Geschenken erhalten den 11ten aus 4 Heften bestehenden Band des Ledebur'schen Allgemeinen Archivs für die Geschichtskunde des Preuß. Staates, eben so den 12ten Band und Heft 1 und 2 des 13ten Bandes; ferner den 6ten Band der Geschichte der Staatsveränderungen in Frankreich, den Index librorum ad celebr. sacra saecul. August. confess., den 1sten Theil von Steiner's Systematischer Entwickelung der Abhängigkeit geometrischer Gestalten von einander, die Monuments inédits publiés par l'Institut de Correspondance archéologique à Rome, 53 Blätter aus den Jahren 1829 — 33 nebst den Annales de l'Institut 5 Vols. und den Bulletins de l'Inst. 5 Hefte aus den nämlichen Jahren (wobei uns zugleich die sehr erfreuliche Zusicherung gegeben, daß die ferner erscheinenden Lieferungen an Text und Kupferblättern zu seiner Zeit nachfolgen sollen), den aus 8 Heften bestehenden 2ten Band des pharmacologisch-zoologischen Werkes von Ratzebuhr und Brandt, Tellkamp's Vorschule der Mathematik, Denkmünzen zur Geschichte Sr. Majestät des Königs v. Pr. Friedrich Wilhelm III. in Abbildungen, Freytag's Arabische Chrestomathie, den 1sten Band der Reise um die Welt von Meyen, Amoenitates Bonnenses Heft 1 und 2, endlich das 2te Heft von Zahn's Ornamenten aller klassischen Kunstepochen. Dazu erwähne ich dankbar eines Geschenkes, das der hiesige Königl. Postfiscal und Justiz-Commissarius Hr. Labes unsrer Bibliothek mit einer Anzahl von Büchern gemacht hat. Der Werth der Gabe wird erhöht durch die achtbare Gesinnung, aus welcher sie hervorgegangen, wie der geehrte Geber sie durch die Versicherung zu erkennen giebt, daß sein Andenken seit beinahe 50 Jahren nicht erloschen sey an unsre Lehranstalt, wo er von 1783 — 5 den Grund zu seiner wissenschaftlichen Ausbildung gelegt habe.

Auch die Musikaliensammlung unsers Gymnasium wurde durch das hiesige Königl. Consistorium beschenkt mit der 16ten Lieferung von Chorstimmen der klassischen Kirchenmusik und dem 6ten Hefte der Rungenhagenschen Motetten.

An Prämien aus dem Hollmannschen Legate erhielten bei dem vorjährigen öffentlichen Redeacte die Abiturienten

Karl Gustav Franck Gottfried's von Straßburg Werke in der Ausg. von v. d. Hagen 2 B.
Otto Friedr. Gebh. von Ramin Joh. v. Müller's Allgem. Geschichten 3 B.
Alex. Robert Wilh. Rehmann Euripidis Dramata ed. Bothe 2 B.

und die Primaner

Hellmuth Oskar Schulz das Ausführl. Lehrb. der höheren Mathem. von Burg 3 B.
Eduard Wilh. Gribel Latein. Synonyme und Etymologieen von L. Döderlein 4 B.

Noch unter dem 21sten September v. J. übersandte mir der verehrte Jugendfreund unsrer Stadt, dem ich schon so manche Wohlthat dieser Art verdanke, 2 St. Fr.d'or für würdige und bedürftige Abiturienten. Die Unterstützung ist ihrem Zwecke gemäß an zwei unsrer abgegangenen Schüler vertheilt worden, und ich sage dem mildthätigen Geber im Namen der Empfänger hiermit auch öffentlich meinen aufrichtigsten Dank.

C.

Verordnungen der Behörden.

1. Zufertigung eines von dem Königl. Ministerium der Geistl. ꝛc. Angelegenheiten vorgeschriebenen Schema's zur Uebersicht der Frequenz der Gymnasien durch das K. Consistorium unter dem 14. Sept. v. J. mit der Aufforderung, die einzureichenden Listen danach anzufertigen.
2. Das K. Consistorium macht im Auftrage des K. Ministerium auf Fenner's Sammlung von Aufgaben aus der Elementar-Mathematik, Leipzig 1833, zur Benutzung für die Schüler aufmerksam unter dem 26. October.

3. Mittheilung der Verhandlungen in den zu Halle veranstalteten Conferenzen der Sächsischen Gymnasial-Directoren, nebst der darauf bezüglichen Verfügung des K. Schul-Collegium zu Magdeburg, durch das K. Consistorium unter dem 15. November.

4. Das K. Consistorium macht unter dem 6. Dez. eine Verordnung des K. Ministerium vom 31. Oct. bekannt, nach welcher ein der Theologie Beflissener, der das Zeugniß der Reife nicht erworben, auch nicht zur Prüfung pro licentia concionandi zugelassen werden solle.

5. Festsetzung des K. Ministerium, daß von Ostern c. ab ein bestimmtes, in den Händen des Schülers befindliches Lehrbuch, und wo möglich ein und dasselbe für alle mathematische Klassen eines Gymnasium bei dem Unterrichte in der Mathematik gebraucht werden solle; mitgetheilt unter dem 21. Jan. d. J. durch das K. Consistorium, das zugleich zu Vorschlägen in Betreff eines solchen Lehrbuches und zur Angabe der für die einzelnen Klassen des Gymnasium in der Mathematik bestimmten Pensa auffordert.

6. Das K. Consistorium macht in Folge höherer Veranlassung unter dem 6. Febr. auf Unger's Arithmetische Unterhaltungen Erfurt 1832 und auf »Die Geometrie des Euklides und das Wesen derselben &c.« von dem nämlichen Verfasser aufmerksam und empfiehlt diese Schriften zur Benutzung bei dem Unterrichte.

7. Mittheilung einer »Nachricht über den an der Universität Greifswald gegründeten Lehrstuhl der Staatswirthschaft und eine damit in Verbindung gesetzte landwirthschaftliche Akademie« durch das K. Consistorium unter dem 26. Februar.

8. Das K. Consistorium genehmigt unter dem 13. März die Benutzung der bisher bei dem mathematischen Unterrichte auf dem hiesigen Gymnasium zum Grunde gelegten Lehrbücher von Fischer und Kries, bis die von den Lehrern der Mathematik an unsrer Anstalt bearbeiteten und dem Erscheinen nahen Grundrisse an das Licht getreten.

9. Das K. Consistorium theilt unter dem 26. März die von dem K. Ministerium mittelst Rescriptes vom 8. desselben M. getroffenen Anordnungen in Hinsicht auf den geschichtlichen Unterricht mit, wonach für diesen in allen Klassen ein bestimmtes Handbuch zum Grunde gelegt werden soll, wenn nicht Eins für alle Klassen, doch in keinem Falle mehr als drei für die drei Gymnasialstufen. Auch soll das Dictiren von Seiten des Lehrers gar nicht, und das Nachschreiben von Seiten der Schüler nur ausnahmsweise in den oberen und mittleren, niemals in den unteren Klassen gestattet sein.

10. Das K. Consistorium berichtet unter dem 13. April das Gymnasium, daß der ehemalige Schüler unsrer Anstalt, Friedr. Wilh. Jordan von der gemischten Prüfungs-Commission zu Greifswald ganz abgewiesen word.n, ein zweiter dagegen, Gottlieb Wilhelm Rohloff, der früher die Sekunda unsers Gymnasium besuchte, von eben derselben das Zeugniß der bedingten Reife erhalten habe.

11. Verfügung des K. Consistorium vom 8. Aug. wonach von den bei dem hiesigen Gymnasium erscheinenden Schulschriften jedesmal 157 Exemplare einzureichen sind.

12. Das K. Consistorium fertigt dem Gymnasium 10 Exemplare des neuen Reglement's vom 4. Junius c. betreffend die Prüfung der zu den Universitäten übergehenden Schüler nebst der dasselbe vollziehenden Allerhöchsten Cabinetsordre vom 25. desselb. M. unter dem 18. Aug. zu mit der Anweisung, unfehlbar schon bei den auf Michaelis d. J. stattfindenden Abiturienten-

prüfungen nach diesem Reglement zu verfahren. — Gleichzeitig theilt die genannte Behörde einen Auszug aus dem Rescripte des K. Ministerium vom 31. Julius mit, wonach aus dem erwähnten Reglement keinesweges zu folgern, daß die Griechische Sprache künftig in den Gymnasien mit geringerem Eifer und in einem kleineren Umfange getrieben, die Lectüre der Griechischen Tragiker ganz wegfallen, und die bisherige Übung im Uebersetzen aus dem Deutschen oder Lateinischen ins Griechische künftig aufhören solle. Vielmehr sollen die desfallsigen Anordnungen des K. Ministerium auch fernerhin in allen Gymnasien aufrecht erhalten werden. Die in den §§. 39 und 41 des Reglement's erwähnten Examinanden haben für ihre Prüfung und die Ausfertigung des Zeugnisses die Summe von zehn Thalern zu erlegen.

D.

Statistische Uebersicht.

Die Zahl unsrer Schüler belief sich in diesem Jahre durchschnittlich auf 432. Für die übrigen statistischen Nachrichten über unsre Anstalt darf ich auf die angehängte Tabelle verweisen.

Zu Ostern wurden folgende Abiturienten vorschriftsmäßig geprüft und mit dem Zeugnisse der Reife zur Universität entlassen:

1. Eduard Wilhelm **Gribel** aus Stettin, evangelischer Confession, $17\frac{3}{4}$ Jahr alt, 8 Jahr im Gymnasium, 2 Jahr in Prima, erhielt das Zeugniß № I. und widmet sich in Bonn der Philologie.
2. Ernst Aug. Traugott **Harnisch** aus Glasow bei Penkun, evang. Conf., $19\frac{3}{4}$ J. alt, $6\frac{1}{2}$ J. im Gymnasium, 2 J. in Prima, erhielt das Zeugniß № II. und studirt in Berlin Theologie.
3. Albert Gustav **Kopp** aus Golchen bei Demmin, evang. Conf., 21 J. alt, $6\frac{1}{2}$ J. im Gymnasium, $2\frac{1}{2}$ J. in Prima, erhielt das Zeugniß № II. und studirt in Berlin Theologie.
4. Herm. Friedr. **Röstel** aus Greifenberg, evang. Conf., $17\frac{3}{4}$ J. alt, 5 J. im Gymnasium, 2 J. in Prima, erhielt das Zeugniß № I. und studirt in Berlin Theologie.
5. Gust. Carl **Dressel** aus Stettin, evang. Conf., 20 J. alt, $8\frac{1}{2}$ J. im Gymnasium, 2 J. in Prima, erhielt das Zeugniß № II. und studirt in Berlin Theologie.
6. Wilh. Alex. **Balke** aus Stettin, evang. Conf., 19 J. alt, $4\frac{1}{2}$ J. im Gymnasium, 2 J. in Prima, erhielt das Zeugniß № II. und studirt in Berlin die Rechte.
7. Karl Aug. **Strecker** aus Morgenitz bei Üsedom, evang. Conf., 21 J. alt, 7 J. im Gymnasium, 2 J. in Prima, erhielt das Zeugniß № II. und studirt in Berlin Theologie.
8. Alb. Leonh. Rud. Theodat **Dreist** aus Massow, evang. Conf., 23 J. alt, $7\frac{3}{4}$ J. im Gymnasium, 2 J. in Prima, erhielt das Zeugniß № II. und studirt in Greifswald Theologie.
9. Eug. Ant. Theod. Amadeus Leop. Leonh. Concordia Ottomar **von Brockhusen** aus Groß-Justin bei Cammin, evang. Conf., $22\frac{1}{2}$ J. alt, 8 J. im Gymnasium, 2 J. in Prima, erhielt das Zeugniß № II. und widmet sich in Berlin der Jurisprudenz.
10. Franz Friedr. Alex. **Hoppe** aus Pyritz, evang. Conf., $6\frac{1}{2}$ J. im Gymnasium, 2 J. in Prima, erhielt das Zeugniß № II. und studirt in Berlin Theologie.

11. Karl

11. Karl Herm. Borck aus Swinemünde, evang. Conf., 21 J. alt, 10 J. im Gymnasium, 2 J. in Prima, erhielt das Zeugniß № II. und studirt in Berlin Theologie.

12. Herm. Adolph Franz aus Stargard, evang. Conf., 20 Jahr alt, 10 J. im Gymnasium, 2 J. in Prima, erhielt das Zeugniß № II. und studirt in Berlin Theologie.

13. Karl Otto Dunker aus Sprengersfelde bei Ueckermünde, evang. Conf., 23 J. alt, $9\frac{1}{2}$ J. im Gymnasium, 2 J. in Prima, erhielt das Zeugniß № II. und bereitet sich zunächst praktisch auf das Forstfach vor.

14. Wilhelm Schultz aus Stettin, evang. Conf., 17 J. alt, 8 J. im Gymnasium, 2 J. in Prima, erhielt das Zeugniß № I. und bereitet sich ebenfalls zunächst praktisch auf das Forstfach vor.

15. Robert Eduard Prutz aus Stettin, evang. Conf., $17\frac{1}{2}$ J. alt, 8 J. im Gymnasium, 2 J. in Prima, erhielt das Zeugniß № I. und studirt in Berlin Philologie.

Vor wenigen Tagen sind nach dem neuen Prüfungs-Reglement vom 4. Junius c. folgende Abiturienten geprüft worden:

1. Georg Adolph Ritschl aus Berlin gebürtig, evang. Conf., $17\frac{3}{4}$ J. alt, $6\frac{1}{2}$ J. im Gymnasium, $2\frac{1}{2}$ J. in Prima, erhielt das Zeugniß der Reife und will in Berlin Philologie studiren.

2. Hellmuth Oswald Schulz aus Stettin geb., evang. Conf., 19 J. alt, 8 J. im Gymnasium, $2\frac{1}{2}$ J. in Prima, erhielt das Zeugniß der Reife und will in Berlin Rechts- und Cameral-Wissenschaft studiren.

3. Adolph Wilh. Magnus Rehfeld aus Prenzlau geb., evang. Conf., $18\frac{3}{4}$ J. alt, $2\frac{1}{4}$ J. im Gymnasium, 2 J. in Prima, erhielt das Zeugniß der Reife und will in Bonn Arzneikunde studiren.

4. Robert Siegfried Ludolph Graßmann aus Stettin geb., evang. Conf., $19\frac{1}{2}$ J. alt, 8 J. im Gymnasium, 2 J. in Prima, erhielt das Zeugniß der Reife und will in Bonn Theologie und Philologie studiren.

5. Herm. Friedr. Wilhelm Pufahl aus Stettin geb., evang. Conf., 19 J. alt, 10 J. im Gymnasium, 2 J. in Prima, erhielt das Zeugniß der Reife und will in Halle Theologie studiren.

6. Herm. Ludw. Gutknecht aus Stettin geb., evang. Conf., 17 J. alt, 4 Jahr im Gymnasium, $1\frac{1}{2}$ J. in Prima, erhielt das Zeugniß der Reife und will in Berlin Philologie studiren.

7. Alex. Jul. Wilh. Leske aus Stettin geb., evang. Conf., 20 J. alt, $10\frac{1}{4}$ J. im Gymnasium, $1\frac{1}{2}$ J. in Prima, erhielt das Zeugniß der Reife und will in Berlin Arzneikunde studiren.

8. Ephraim Herm. Wald aus Deutsch-Crone in Westpreußen geb., jüdischer Religion, 21 J. alt, $3\frac{1}{2}$ J. im Gymnasium, $1\frac{1}{2}$ J. in Prima, erhielt das Zeugniß der Reife und will in Berlin Arzneikunde studiren.

9. Karl Herm. Iffland aus Grüneberg bei Lippehne geb., evang. Conf., 19 J. alt, $1\frac{1}{2}$ J. im Gymnasium, $1\frac{1}{2}$ J. in Prima, erhielt das Zeugniß der Reife und will in Breslau Theologie studiren.

Unser neues Schuljahr nimmt Montag den 6. Octbr. seinen Anfang mit der über das letzte Quartal des verflossenen abzuhaltenden Censur. Zur Aufnahme von Novitien werde ich in der Woche vorher während der Mittagsstunden von 11 — 1 Uhr und Nachmittags von 4 — 6 Uhr bereit sein.

Bei der durch gegenwärtige Schulschrift angekündigten öffentlichen Redeübung werden drei Abiturienten und ein zurückbleibender Primaner über selbstgewählte Gegenstände selbstgearbeitete Reden halten, und zwar:

Georg Adolph Ritschl lateinisch schildern, wie Homer seine Götter dargestellt, und welcher Standpunkt religiöser Entwickelung sich daraus ergebe,

Herm. Friedr. Wilh. Pufahl deutsch, mit Bezug auf Horat. Ep. 2, 2, 81 — 4, zu zeigen versuchen, daß die Beschäftigung mit den Wissenschaften keinesweges untüchtig mache für das praktische Leben,

Herm. Ludw. Gutknecht lateinisch entwickeln, wie der Vater des Horatius sich um die Ausbildung des Sohnes so wohl verdient gemacht,

Gust. Ludw. Adolph Hasselbach endlich deutsch sich bemüher die Frage zu beantworten, woher es komme, daß kein neuerer Dichter in dem Maaße auf seine Nation, wie Homer auf die Griechen, wirkte.

Zum Beschlusse der Feierlichkeit werden die Abiturienten mit einer kurzen Anrede entlassen, und der Hollmannschen Stiftung gemäß einige Prämien vertheilt werden.

Der hier abgedruckte Gesangtext ist zum Behufe musikalischer Ausführung von Hrn. Professor Giesebrecht gedichtet und mit Ausnahme des Chorals von Hrn. Musik-Direktor D. Löwe componirt worden.

Zu dem öffentlichen Redeacte im Gymnasium zu Stettin

Freitag den 26. September 1834.

Choral.

Mächtig Kreuz, das Drang und Toben,
Das die stille Klage schweigt,
Das der Knechtsgestalt enthoben
Sich in Kraft der Thronen zeigt,
Wo du strahlest, Siegesfeld,
Und dein Herold ist die Welt.

Wahn der rohen Völker zügelnd,
Tag, der aus dem Dunkel bricht,
Aber Hellas überflügelnd
Bist du mehr als Tageslicht,
Wie dein Bild dem Constantin
Ueber Sonnenglanz erschien.

Schönster deiner Siege jener,
Als dich Cecrops Stadt empfing,
Als der Erstling der Athener
Aus dem heilgen Wasser ging!
Freude soll auf Erden sein,
Daß der Menschheit Perle dein!

Lebend Zeugniß deines großen
Sieges stehe dieser Ort,
Da der Griechen Wort erschlossen,
Da mit ihm des Kreuzes Wort:
Deine Wunder schütte aus,
Siegend Kreuz, auf dieses Haus!

Solo.

Dionysius Areopagita.

Du hast uns überwunden,
O Kreuz, in Gottesmacht,
Die Bilder sind verschwunden,
Du stehst in Siegespracht
Durch deine Abgesandten
Erhöht auf dem Altar,
Der einst dem Unbekannten
Von uns geweihet war.

Du hast uns überwunden,
Du hast uns frei gemacht.
Hat Hellas nicht gefunden,
Was es gesucht, gedacht?
Was Irrthum war, verzehret
Der Flamme dunkles Roth,
Was göttlich, geht verkläret
Hervor aus heilgem Tod.

Chor.

Gesang der Hierodulen.

Götterbilder, Göttersage,
Im Hellenengeist erwacht,
O wie strahlt ihr gleich dem Tage
Ueber der Barbaren Nacht!
Vor dem Thier und dem Gewilde
Beugt das Knie der Orient,
Wenn in schönem Menschenbilde
Hellas seinen Gott erkennt,
Und aus angebornem Rechte,
Uranidenstammes Reis,
Sich von göttlichem Geschlechte
Und, was menschlich, göttlich weiß.

Gesang der Weisen.

Götterbilder, Göttersage,
Draus der Geist des Sehers spricht,
Wie das Morgenroth vom Tage
Zeuget ihr von hellerm Licht.
Ungestalten sind versunken,
Lautere Gestalt begann,
Die allein Prometheus Funken
Bergen und bewahren kann.
Will das Ew'ge sich verneinen,
Das die Opferflamme preis't,
Kann es nur als Mensch erscheinen:
Gott und Mensch allein sind Geist.

Gesang der Apostel.

Du, erschienen und geboren
Geist vom Geist, Mariens Sohn,
Ausgang aus den ew'gen Thoren,
Eh' du warest, bist du schon!
Dich verkünden die Propheten,
Dich Homer und Phidias,
Dich der Väter stilles Beten,
Dich der Päan vom Parnaß;
Den die Menschheit, die zerstreute,
Aller Orten prophezeit,
Jesus Christus gestern, heute,
Jesus Christ in Ewigkeit.

Solo.

Timotheus.

Dir, Hellas, ward gegeben,
Daß Gott und Menschen Eins,
Das grub dein bildend Streben
Ins harte Korn des Steins;
Daß Gott und Mensch verschieden,
Die Kunde war dein Recht,
Du, einsam und gemieden,
Du Israels Geschlecht.

Christ aber führt zum Frieden
Den Widerspruch des Scheins,
Daß Gott und Mensch verschieden,
Daß Gott und Menschen Eins;
Die beide Völker trennet,
Die Scheidewand zerreißt,
Und alle Welt erkennet
In Christus: Gott ist Geist.

Choral.

O Geist, des Geistes Quelle,
Der in mir lebt und denkt,
Der auf des Wissens Welle
In sich zurücke lenkt,
Du Geist und ew'ge Kraft,
O wahre uns und hüte
Der Menschheit Kranz und Blüthe,
Hochheilge Wissenschaft!

Erleuchte Geist und Sinnen,
Entfaltend uns an ihr,
In dir ist das Beginnen,
Das Ende ist in dir:
O Geist und ew'ge Kraft,
Du wahre uns und hüte
Der Menschheit Kranz und Blüthe,
Hochheilge Wissenschaft!

Die hohen Landescollegien und Militairebehörden, die verehrten Curatoren und Patronen des Gymnasium, die Väter und Angehörigen unsrer Zöglinge, sowie auch alle Gönner und Freunde unsrer Anstalt lade ich hiermit ehrerbietigst und ergebenst ein, bei unsrer Schulfeierlichkeit uns ihre aufmunternde Gegenwart zu gönnen.