



Programm  
für die  
öffentliche Prüfung

im  
Königlichen Gymnasium zu Rastenburg

am 29sten und 30sten September 1829

auf welche die Entlassung der Abiturienten folgt,  
enthaltend

Nachrichten, das Gymnasium betreffend,  
im Schuljahr 1828/9

gegeben

durch den Director Krüger,

welcher im Namen der Anstalt zur Prüfung  
einladet;

diesen folgt

eine Abhandlung des Herrn Oberlehrer Klupsz.

---

Königsberg, 1829.

Gedruckt in der Hartungschen Hof- und Universitäts-Buchdruckerei.



W. G. B. 1871

# W. G. B. 1871

---

W. G. B. 1871

W. G. B. 1871

W. G. B. 1871

---

Bericht über das Königl. Gymnasium zu Rastenburg  
im Schuljahre 18<sup>28</sup>/<sub>29</sub>

Lehrer.

Director Krüger.

Oberlehrer Heinicke, Classen-Lehrer in Prima.

Oberlehrer Dr. Dumas, Classen-Lehrer in Secunda.

Oberlehrer Klupsz.

Herr Weyl ist Classen-Lehrer in Quarta.

Herr Dietrich ist Classen-Lehrer in Tertia.

Herr Fatscheck war nur bis Ostern am hiesigen Gymnasium: er wurde dann bei dem Altstädtischen Gymnasium in Königsberg angestellt. Ihm folgte:

Herr Dr. Brillowsky.

Herr Dopatka, Ordinarius in Quinta und Sexta.

Herr Cantor Küsell.

Herr Thiem, welcher seit Michael v. J. als Schreibe- und Zeichen-Lehrer angestellt ist.

Unterrichtsgegenstände.

Religion.

Prima. Dir. Krüger 2 St. wöchentlich: die Lehre von der christlichen Kirche und ihren Anstalten, als dem Mittel die Offenbarung zu erhalten, zu verbreiten und wirksam zu machen; dann die Geschichte der christlichen Kirche bis zur Trennung der griechischen und lateinischen Kirche.

- Secunda.** Oberl. Heinicke 2 St. die geoffenbarte Lehre des Christenthums, entwickelt aus gelesenen Schriftstellen. — Lectüre mehrerer Parabeln aus den Evangelien.
- Tertia.** Dir. Krüger. 2 St. Die Lehre von den Verheissungen und Hoffnungen, welche die Christl. Religion ihren Bekennern giebt. — Dann die Lehren von den Pflichten gegen Gott. Die Lehre von den Pflichten des Menschen gegen sich selbst wurde nicht beendigt.
- Quarta.** Dr. Brillowski 2 St. die Lehre von dem Daseyn und den Eigenschaften Gottes, nachdem Dir. Krüger die Glaubenslehren beendigt hatte.
- Quinta.** Herr Dopatka 2 St. kurze Einleitung in die Schriften des A. und N. Testaments mit dem kurz angegebenen Inhalte desselben; die Erklärung des 1sten und 2ten Hauptstücks des kleinen Catechismus.
- Sexta.** Herr Cantor Küsell 2 St. die biblische Geschichte des A. und N. Testaments.

### Sprachen.

#### a, die hebräische.

Abtheilung I. Dir. Krüger 2 St. Uebersetzung und Erklärung mehrerer prosaischer Stücke aus Gesenius Lesebuch mit Allen; mit Einigen auch einiger poetischen Stücke.

Abtheilung II. Oberl. Heinicke 2 St. die Formenlehre nach Gesenius Grammatic; auch wurden mehrere Cap. der Genesis übersetzt und erklärt.

#### b, die griechische.

**Prima.** Oberl. Heinicke 7 St. überhaupt, in 2 St. Soph. Ajax v. 854 bis zu Ende, dann Philoctet bis 506. — 3 St. Plato Gorg., das letzte Fünftel wurde der Privat-Lectüre überlassen, und Apolog. Socrat. bis Cap. 14. 1 St. vollständige Syntax. nach Buttmanns grösserer Schul-Grammatic von den Partikeln bis zum letzten Abschnitte, und 1 St. schriftliche Uebungen, verbunden mit mündlichem Retrovertiren.

**Secunda.** Oberl. Heinicke 2 St. 2 davon Hom. II, III. bis V. 3 St. Xenoph.

Memor. Socrat. I. II. 1 — 6. 1 St. Syntax bis zum letzten Abschnitte, 1 St. schriftliche Arbeiten mit besonderer Beziehung auf das Gelesene, sowie auf das in der Grammatic Erlernte, nebst Uebungen im Retrovertiren.

Tertia. Herr Dietrich 6 St. Xenoph. Anab. L. I. und II. und der Anfang des 3ten Buches Hom. Odysse L. I. und II. und der Anfang des dritten, die Formenlehre nach ~~Goosius~~ *Buttmann* und Uebungen im Uebersetzen ins Griechische.

Quarta. Herr Weyl 5 St. Etymologie nach Buttmanns kleiner Schul-Gram. bis an die Verba in  $\mu$  und Jacobs elementarisches Lesebuch Curs / bis auf wenige Stücke, die noch nicht übersetzt sind; die 2te Abtheilung ist nur bis zu den regelmässigen Zeitwörtern auf  $\omega$  gekommen.

c, die lateinische.

Prima. Herr Oberl. Heinicke 1 St. Uebungen im freien Sprechen, Interpretation Homerisch-Virgilischer Parallelen, Relationen aus der Geschichte der griechischen Literatur.

Oberl. Dumas 7 St. Hor. carm. L. IV. Terent. Andria angef.

Tacitus hist. L. IV. 36 ad fin. L. V. und L. I. 1 — 25.

Cic. de orat. L. I. cap. 50 ad f. Tusc. L. I.

Privatim wurde gelesen Cic. de orat. L. II. und III, Terent. Phormio.

Secunda. Oberl. Dumas 6 St. Virg. Aen. L. VI. v. 725 ad fin. L. VII. und VIII.

Cic. pro rege Dejotaro, pro M. Marcello, pro lege Manilia. Privatim wurde gelesen: Cic. pro Archia poëta und pro Ligario-Corn. Nep. vita Dionis und ausgewählte Stellen aus Ovid. Metam.

Director Krüger 2 St. Livius L. III.

Tertia. Herr Dietrich 8 St. Caesar de bello civili L. II. cap. 37 ad f. de bello Gallico L. I. und II. bis cap. 30. Ovid Metam. einzelne Abschnitte nach dem Auszuge v. Seydel. Die Syntax nach Zumpts grösserer Grammatic cap. 76 — 83. nebst Uebungen im Uebersetzen nach Augusts Anleitung, besonders der Stücke, welche auf die erklärten Stücke

der Syntax Bezug haben; ausser diesen wurden auch noch andere Uebungen im Uebersetzen ins Lateinische angestellt.

Quarta. Herr Fatscheck bis Ostern 7 St. Corn. Nepos Miltiades, Themistocles in 3 St. und 2 St. Grammatic nach Zumpt cap. 69. 73. und Stilübungen. 2 St. Uebersetzung aus Augusts Anleitung.

Herr Dr. Brillowski von Ostern 7 St. Corn. N. 3 St. Aristides, Pausanias, Cimon, Lysander, Alcibiades, Epaminondas, 2 St. Grammatic nach der kleinern v. Otto Schulz vom Substantiv und Adjectiv und den 6 Casibus nebst Wiederholung der Etymologie. Uebersetzt wurde aus Augusts Uebersetzung von der 9ten bis zur 19ten Uebung.

Quinta. Herr Dopatka 7 St. Etymologie nach Schulz kleiner Grammatic, besonders die unregelmässige Declination und Conjugation in 4 St., in 3 St. wurde übersetzt aus Bröders elementarischem Lesebuch Stück 121 — 169.

Sexta. Herr Dopatka 6 St. die regelmässige Declination und Conjugation, Erlernung von Vocabeln und Uebersetzen aus Broeders elementarischem Lesebuch. St. 34 — 47 incl.

d, die deutsche.

Prima. Herr Fatscheck bis Ostern 3 St. von Ostern Dir. Krüger, die neuste Litteratur der Deutschen. Einige Werke wurden ganz, von andern nur Bruchstücke gelesen und erklärt, auch Stil-Uebungen angestellt und Anweisung gegeben Aufsätze aller Art zu machen.

Secunda. Herr Fatscheck bis Ostern 3 St. die deutsche Literatur-Geschichte bis auf die Meistersänger mit sorgfältigerem Verweilen bei dem Epos der schwäbischen Zeit, dann Lectüre und freier Vortrag, 1 St. Stil-Uebungen. Von Ostern ertheilte Dr. Brillowski diesen Unterricht über die Literatur im Zeitalter der Meistersänger in 1 St., 1 St. Theorie der Dichtkunst und zwar der erzählenden und beschreibenden, 1 St. wurde benutzt die corrigirten Aufsätze durchzugehen und Uebungen im Declamiren anstellen zu lassen.

Tertia. Herr Fatscheck bis Ostern 3 St. eine Grammatic (die Satzlehre

besonders hervorgehoben) die Bedeutung und der Gebrauch der Conjunctionen und Conjunctions-Adverbien, und die Verkürzung der Nebensätze; eine Stunde Uebung im mündlichen Vortrage (Fabel, Parabel, Erzählung, Romanze und Ballade) 1 St. Stilübungen.

Herr Dietrich von Ostern Grammatic, besonders das Verbum und dessen Gebrauch, die Praepositionen und Adverbia nebst der Lectüre ausgesuchter Stellen aus Classikern.

Quarta. Herr Weyl. 3 St. Grammatic nach Heyse und 1 St. schriftliche Arbeiten und Declamation.

Quinta. Herr Fatscheck bis Ostern 2 St. Wiederholung aus der Etymologie und Uebung im Zerlegen und Bilden einfacher Sätze und

Herr Dietrich 2 St. Orthographie und Uebung im Declamiren.

Seit Ostern Herr Dr. Brillowski 2 St. Orthographie, 1 St. Grammatic und 1 St. im Lesen und Declamiren.

Sexta. Herr Dopatka 3 St. in 2 St. ist die Etymologie nach Heinsius kleiner Sprachlehre vorgetragen, in 1 St. wurden Uebungen im Rechtschreiben angestellt, es wurden auch dictirte Stücke auswendig gelernt und declamirt; die vierte deutsche Stunde wurde zu Lese-Uebungen verwandt, welche Herr Cantor Küssel leitete.

e, die französische.

Der Unterricht in dieser Sprache wird seit Ostern d. J. in drei Abtheilungen gegeben.

Abtheilung 1. Herr Dr. Dumas in 2 St. Grammatic nach Franceson; aus Menzels Handbuch wurde der Abschnitt aus Mad. Staël de l'allétagne übersetzt; auch wurden kleine schriftliche Uebungen im Uebersetzen aus dem Deutschen ins Französische angestellt.

Abtheilung 2. Herr Oberl. Heinicke 2 St. die irregulären Verba und Uebersetzung aus Numa Pompilius von Florian.

Abtheilung 3. Herr Weyl 2 St. Leseübungen und Etymologie nach Franceson.

f, die polnische.

Oberl. Klupsz übersetzt mit denen, die schon einige Kenntniss von dieser Sprache haben, aus dem Polnischen ins Deutsche und stellt auch Uebungen an aus dem Deutschen ins Polnische zu übersetzen.

### Wissenschaften.

#### A. Mathematic.

Prima. Oberlehrer Klupsz 5 St. höhere Arithmetic, Gleichungen des 3ten und 4ten Grades, höhere Gleichungen, den binomischen Lehrsatz ganz allgemein; unendliche Reihen, deren Anwendung auf die Potenz-Logarithmen und Kreis-Functions-Theorie u. a. m. Sphärische Trigonometrie und analytische Geometrie. Grundzüge der Astronomie.

Secunda. Oberl. Klupsz 6 St. Algebra bis zu den Gleichungen des dritten Grades, Combinations- Potenz- und populäre Logarithmen-Theorie, Progressionen, Stereometrie, Kreis-Functions-Lehre und ebene Trigonometrie mit trigonischen und polygonischen Aufgaben. Von Ostern ab wurde eine Stunde zur mathematischen Geographie verwandt.

Tertia. Oberl. Klupsz. 5. St. Planimetrie mit planimetrischen Aufgaben; die niedere Mathematic mit Einschluss der bürgerlichen Rechnungsarten, Gleichungen des 1ten und 2ten Grades mit einer unbekanntten Grösse. Von Ostern ab wurde eine Stunde zur mathematischen Geographie verwandt.

Quarta. Herr Fatscheck bis Ostern 5 St. a) Arithmetic, Brüche, Verhältnisse und Proportionen, Rechnung mit entgegengesetzten Grössen, Buchstaben-Rechnung. b) Geometrie nach Kries Vorerinnerungen und 2 Abschnitte.

Herr Dr. Brillowski seit Ostern 4 St., a) die Lehre von den Brüchen wurde wiederholt, die von den Decimal-Brüchen, von der Ausziehung der Quadrat- und Cubic-Wurzeln, mit Zahlen und Buchstaben-Rechnung b) die beiden ersten Abschnitte aus Kries Lehrbuch der reinen Mathematic.

Quinta. Herr Dopatka 5 St. a) Arithmetic in 4 St. Brüche und Verhältnisse auf die Regel-de-tri angewandt, welche vorzüglich betrieben wurde.  
b) 1 St. Geometrie nach Ohens allererstem geometrischem Unterricht.  
Sexta. Herr Cantor Küsell in 4 St. die Species und die einfachen Brüche.

### B. Naturkunde.

#### 1, Naturlehre.

Prima. Oberl. Klupsz, 2 St. Die Lehre vom Licht und Feuer.  
Secunda. Oberl. Klupsz, 2 St. die Grundlehren der Chemie.  
Tertia. Oberl. Klupsz, 1 St. Grundzüge der Hydrostatic und Meteorologie.

#### 2, Naturgeschichte.

Tertia. Herr Weyl, 2 St. Anthropologie und Mineralogie.  
Quarta. Herr Weyl, 2 St. Botanic.  
Quinta. Herr Weyl, 2 St. systematische Zoologie, Insecten, Würmer, Säugethiere.  
Sexta. Herr Weyl, 2 St. Beschreibung einzelner Säugethiere und Vögel, theils nach Abbildungen, theils nach ausgestopften Exemplaren, wodurch die Schüler zugleich im Beschreiben der Gegenstände geübt werden.

### C. Geographie.

Tertia. Herr Weyl, 2 St. Asien und Europa.  
Quarta. Herr Weyl, 2 St. Ausser-Europaeische Länder.  
Quinta. Dr. Brillowski. Geographie von Preussen und Einleitung in die Geographie überhaupt von Ostern. Bis Ostern Herr Weyl die andern Staaten von Europa in einer kurzen Uebersicht.  
Sexta. Herr Weyl, 3 St. Allgemeine Uebersicht der 5 Erdtheile nach der kleinen Weissischen Geographie.

### D. Geschichte.

Prima. Oberl. Dr. Dumas, 4 St. Russland vor den Kreuzzügen, die Kreuzzüge und die Geschichte aller Staaten von den Kreuzzügen bis auf die neuere Geschichte.

Secunda. Oberl. Dumas, 4 St. von der Gründung Roms bis auf den Sturz des römischen Reiches, auch Geschichte der Poesie der Griechen und Römer.

Tertia. Herr Dietrich, 2 St. Geschichte des römischen Volkes bis auf Octavian, nebst einer kurzen Uebersicht der römischen Geschichte von Octavian bis auf das Jahr 476, dann Geschichte der Deutschen während des Mittelalters.

Quarta. Herr Dietrich, 2 St. Geschichte der Griechen und Römer.

Quinta. Herr Dietrich, 2 St. kurze Darstellung der allgemeinen Weltgeschichte.

Sexta. Herr Dietrich, bis Ostern, von Ostern ab Herr Dr. Brillowski 2 St. Bruchstücke aus der Geschichte von Aegypten, Phönicien, Babylon, Assyrien, Medien, Persien, und Klein - Asien, nebst einer kurzen geographischen Uebersicht dieser Länder.

#### E. Propaedeutic.

Prima. Herr Fatscheck bis Ostern, von Ostern ab Herr Oberl. Heinicke 1 St. Logic.

#### Kunstfertigkeiten.

##### Zeichnen.

Diesen Unterricht hat Herr Thiem in allen Classen in jeder in 2 St. ertheilt. Da es an Fonds gefehlt hat Vorlegeblätter in hinlänglicher Zahl anzuschaffen, so kann der Unterricht auch noch nicht so vollkommen gegeben werden, als es zu wünschen ist, auch hat noch nicht für jede Classe eine besondere Art von Zeichnungen bestimmt werden können, weil die Fortschritte der Schüler in jeder Classe sehr verschieden sind.

##### Schreiben.

Auch darin hat Herr Thiem den Unterricht ertheilt und zwar in Quarta, Quinta und Sexta nach eigenen Vorschriften.

##### Gesang.

Prima mit Secunda combinirt Herr Cantor Küsell 2 St. Männer-Chöre und 4stimmige Choräle für Männerstimmen.

Tertia 2-3- und 4stimmige Chöre und Choräle, auch einstimmige Choräle.

Quarta. eben dasselbe.

Quinta. eben dasselbe.

Sexta. Ausser den nöthigen Vorübungen einstimmige Choräle.

Verordnungen höherer Behörden.

Unterm 11ten Decbr. v. Jahres wurde die Bestimmung E. Königl. Ministerii bekannt gemacht, dass die Directoren der Gymnasien sich nicht weigern sollen Schulamts-Candidaten unter angemessener Beobachtung, ein Jahr in den Unterrichtsgegenständen unterrichten zu lassen, zu denen sie tüchtig befunden sind, um sich, wie es verordnet ist, practisch auszubilden.

Den 6ten April wurde die von dem Königl. Ministerium genehmigte Instruction für die Directoren der gelehrten Schulen der Provinz Ost-Preussen und Litthauen dem Gymnasium zugesandt.

Unterm 13ten April ging eine umständliche Darstellung der Mittel ein, die man anzuwenden habe um den Schülern die nöthige Fertigkeit und Angemessenheit des Ausdrucks im Deutschen zu verschaffen.

Unterm 18ten Mai erging die Bestimmung, wie bei der Abiturienten-Prüfung in Rücksicht auf das Französische verfahren werden soll.

Unterm 22sten Mai wurde die hohe Anweisung eingesandt, wie der Unterricht in den 32 Schulstunden gehörig zu vertheilen sei; wobei besonders darauf aufmerksam gemacht wurde, dass durch häuslichen Fleiss viel erreicht werden müsse; in 5 St. häuslichen Fleisses, die man von Schülern der obern Classe verlangen könne, lasse sich viel thun, und verhältnissmässig von den Schülern unterer Classen, eben so viel, wenn sie zu Hause 3 St. fleissig und anhaltend arbeiteten, was man von ihnen verlangen könne.

Ohne Ueberladung könne mehr geschehen, besonders im Lateinischen, wo eine grössere Fertigkeit im Schreiben und Sprechen wünschenswerth sei.

Auf den deutschen Ausdruck und auf die Fertigkeit seine Gedanken richtig geordnet und fliessend darzulegen, mündlich sowohl als schriftlich, solle beim Unterricht sowohl, als bei der Abiturienten-Prüfung mehr, wie sonst, gesehen werden. Der deutsche Aufsatz bei der letzteren sei es gerade

aus dem sich am besten auf die Gesamtbildung der Schüler schliessen lasse, worauf es hier hauptsächlich ankommt.

den 1sten Juli wurde die Verordnung E. Königl. Ministerii mitgetheilt darauf zu sehen, dass sich die Schüler nicht missbrauchen lassen Subscriptionen auf Nachdrucke zu verbreiten.

Schon früher war dem hiesigen Gymnasium die Verfügung eines Königl. Provinzial-Schul-Collegii zugesandt, welche es der Schul-Deputation in Lyck zur Pflicht macht, die Concession Pensionaire zu halten nur Denen zu ertheilen, welche in moralischer und häuslicher Hinsicht dazu geeignet sind. Da diese Vorsicht durchaus nothwendig ist, so wird man von Seiten des Gymnasii auch diese Concession von Jedem verlangen, der Pensionaire halten will.

Den 12ten Juli wurde ein von Einem Königl. Ministerium genehmigtes Verfahren zur Kenntniss des Gymnasii gebracht, wornach es sich zu richten hat, wenn die Schulgelder nicht gehörig gezahlt würden. Da wir uns darüber bis jetzt nie zu beklagen gehabt haben, so hoffen wir, wir werden auch ferner nicht nöthig haben Zwangsmassregeln zu ergreifen.

#### Chronic des Gymnasii.

Ausser der öffentlichen Prüfung in Michael v. J. und dem Privat-Examen in Ostern d. J., und der Entlassung der Abiturienten fielen folgende Schul-Feierlichkeiten vor:

1. Bei Eröffnung des neuen Schulcursus wurde Herr Thiem öffentlich als Zeichen- und Schreibe-Lehrer vom Director introducirt, welcher diesen Zweig des Unterrichts in seiner Nützlichkeit und Nothwendigkeit darstellte.
2. Nach den Oster-Ferien introducirte Director Krüger den Herrn Doctor Brillowski als ordentlichen Lehrer der Anstalt, nachdem er von den Mängeln gesprochen hatte, mit denen der öffentliche Lehrer zu kämpfen hätte, worauf Hr. D. Brillowski eine Vergleichung des Unterrichtswesens bei den Griechen und Römern mit dem der neueren Zeiten anstellte und die Verdienste unseres Vaterlandes um das Schulwesen schilderte.

3. Am Charfreitage leitete Herr Dietrich den Hippelschen Redeactus ein durch einen Vortrag über den Satz: Jesus fand den herrlichsten Lohn für seine Arbeiten in der Vollendung seines Werkes. Es folgten dann die Vorträge mehrerer Schüler, welche von ihnen selbst ausgearbeitet waren.
4. Den 19ten Mai leitete auch Hr. Dietrich den Hippelschen Redeactus, mehrere Schüler hielten Vorträge, die sie selbst verfertigt hatten.
5. Den 3ten August feierte die Anstalt durch eine Rede, welche der Herr Ober-Lehrer Heinicke im Hörsaal derselben hielt. Er sprach über den Enthusiasmus der Jugend, seiner Natur und seinem würdigsten Gegenstande, mit Hinweisung auf das Geburtsfest des Königes, des grossen Gründers und Beschützers der vaterländischen Bildungsanstalten.

Alle diese Schul-Feierlichkeiten wurden mit Vocal-Music angefangen und beschlossen, welche Herr Cantor Küssel leitete.

#### Statistische Uebersicht.

Am Ende des verflossenen Schuljahres befanden sich im Gymnasium 230 Schüler. Von diesen gingen zur Universität ab  
in Michael 2 die schon im Programm des vorigen Jahres genannt  
sind.

in Ostern d. J. folgende vier:

1. Ernst Julius Goswin Link aus Allenstein.
2. Carl Julius Losch aus Rastenburg.
3. Carl Wilhelm Ludwig Schadebrodt aus Soldau.
4. Franz Eugen Herrmann Reichert aus Rastenburg.

alle mit dem Zeugnisse von Nro. 2.

Vier sind gestorben: die übrigen sind zu allerlei Gewerben übergegangen. Abgegangen sind überhaupt 48, inscribirt 58, so dass sich jetzt 240 Schüler in der Anstalt befinden.

Davon sind in Prima	20
in Secunda	31
in Tertia	42
in Quarta	53
in Quinta	54
in Sexta	40

überhaupt 240 Schüler.

Dieses Jahr ist reich an Geschenken, die die Anstalt durch die Huld Sr. Majestät des Königes und durch die sorgende Gnade Sr. Hohen Behörden erhalten hat, wodurch manchem wesentlichen Mangel abgeholfen ist.

Sie erhielt einen Globus coelestis und terrestris von Kümnen.

2) 115 Bände classische Werke aller Art.

Von der Königl. Civil-Versorgungs-Anstalt zu Potsdam wurde geschenkt: Cosmar: Adam v. Schwarzenberg.

Ferner wurde für das Gymnasium ein Garten gekauft, der an das Gymnasien-Gebäude gränzt, dessen Besitz sehr erfreulich für die Anstalt ist, welche dadurch vollständig und zureichend eingerichtet seyn wird, wenn sie so glücklich seyn sollte den so nothwendigen Anbau zu erhalten.

Aus dem Fonds des Gymnasii ist die Bibliothek gleichfalls zweckmässig vermehrt worden, und ein Telescop ist bereits aus München in Königsberg angekommen, von wo wir es täglich erwarten.

Unterstützt sind folgende Schüler:

1. aus dem Fonds des Collegii Albertini für polnische Gymnasiasten: Schadebrodt, Gorzitza, Rutkowski, Duddeck, Jablonowski, ~~Hahn~~, Hahnrüder, Sadowski, Kiel, v. Oelsnitz.
2. aus dem Verein für Wissenschaft und Kunst: Czwalinna.
3. aus dem Fonds des Gymnasii: Losch, Hofmann, Dietrich, Jonas, Bürth, Skupch, Claussen, Bergau, Bolle, Preuss.

Die öffentliche Jahresprüfung wird den 29sten und 30sten September

gehalten werden. Nach Beendigung derselben werden folgende Primaner zur Universität entlassen:

1. Friedrich Theodor v. Lenski aus Erbien bei Ortelsburg.
2. Simon Albert Kirchberg aus Rastenburg.
3. Carl Ludwig Bandisch aus Rastenburg.
4. George Otto Bodien aus Rastenburg.
5. Gustav Ludwig Becker aus Falkenau bei Schippenbeil, mit dem Zeugnisse von Nro. 2

Dieser Schul-Feierlichkeit gefälligst beizuwohnen werden die Eltern, Verwandte, Vormünder unsrer Schüler, so wie Alle, die sich für diese Anstalt und für den öffentlichen Unterricht interessiren, hiedurch mit der Versicherung eingeladen, dass eine zahlreiche Versammlung bei dieser Feierlichkeit der angelegentliche Wunsch des ganzen Lehrer-Collegii ist.

Den 1sten October Mittags wird geschlossen, nachdem die Censur bekannt gemacht und die Versetzung geschehen seyn wird, die Ferien dauern 8 Tage, vom 2ten bis zum 11ten October, den 12ten nimmt der Unterricht und der neue Cursus wieder seinen Anfang. Diejenigen, die aufgenommen werden wollen, melden sich den 9ten und 10ten October.

---

**Uebersicht der statistischen Verhältnisse des Königlich Gymnasii im Schuljahre 18<sup>28</sup>/<sub>29</sub>.**

1. Lehrer-Collegium.		2. Allgemeiner Lehrplan.										Verhältnisse der				
		Fächer.	Classen und Stunden.						Summe.	1828 waren	Schüler.			Abiturienten.		
			I.	II.	III.	IV.	V.	VI.			abgegangen.	inscribirt.	jetzt.	Univer- sität u. Nummer des Zeug- nisses.	Fach, das sie studiren.	
Director Krüger.	Religion	2	2	2	2	2	2	12	12	48	58	240	Nach Kö- nigs- berg Einer mit No. 1. die übrigen mit No. 2.	2 das Jus die übrigen 5 Theo- logie.		
Oberl. Heinicke.	Hebräisch	2	2	—	—	—	—	4	4							
Oberl. Dr. Dumas.	Griechisch	7	6	6	5	—	—	24	24							
Oberl. Klupsz.	Lateinisch	8	8	8	7	7	6	44	41							
Herr Weyl.	Deutsch	3	3	3	4	4	4	21	21							
Herr Dietrich.	Französisch	2	2	2	—	—	—	6	6							
Herr Fatscheck.	Polnisch	2	—	—	—	—	—	—	2							
Hr. Dr. Brillowski.	Mathematic	5	6	5	5	5	4	30	32							
Herr Dopatka.	Physic	2	2	1	—	—	—	5	5							
Hr. Cantor Küsell.	Naturgesch.	—	—	2	2	2	2	8	8							
Herr Thiem.	Geographie.	—	—	2	2	2	3	9	9							
	Geschichte.	4	4	2	2	2	2	16	16							
	Propaedeutic z. Philosoph.	1	—	—	—	—	—	—	2							
	Zeichnen	—	2	—	2	2	2	10	2							
	Schreiben	—	—	—	—	3	4	7	8							
	Gesang.	2	2	2	2	2	2	10	10							

## Ueber die Bewegung eines elliptischen Cylinders auf geneigter Ebene.

Zwei Principe, das der virtuellen Geschwindigkeit und das d'Alembertsche sind die Grundpfeiler der Mechanik; denn alle Sätze derselben folgen mit grosser Leichtigkeit aus diesen beiden Principien. Ich mache hier nur aufmerksam auf die Bedingungen des Gleichgewichts, auf die Gleichungen des Schwerpunkts — die Grundlehren der Statik — auf die Gleichungen der Bewegung der Punkte, der freien sowohl als der auf vorgeschriebenem Wege, als leichte Folgerungen des ersten Princips und endlich auf die Gleichung aller Bewegungen, die Langrangsche, als unmittelbare Folge beider Principe.

Ihr mathematischer Ausdruck ist bekanntlich:

$$0 = \sum m \left\{ \left( \frac{d^2x}{dt^2} - 2gP \right) \delta x + \left( \frac{d^2y}{dt^2} - 2gQ \right) \delta y + \left( \frac{d^2z}{dt^2} - 2gR \right) \delta z \right\}$$

wo P, Q, R die nach den Richtungen der x, y, z wirkenden Kräfte,  $\delta x$ ,  $\delta y$ ,  $\delta z$  die Projectionen der willkürlichen, unendlich kleinen, Bewegungen auf die Richtungen der Kräfte P, Q, R bedeuten. Für unsern Fall wirkt nur die Schwerkraft; Reibung und Druck wollen wir ausser Betrachtung lassen. Es haben genauere Versuche mit dem Pendel ein Gesetz entdeckt, welches alle Beobachtungen des freien Falls den Körper sehr genau darstellt, nämlich:

$$g = 15,018 + 0,08113 \sin.^2 \varphi.$$

wo  $\varphi$  die Polhöhe des Beobachtungsorts, g die Fallhöhe in der ersten Sekunde in Pariser Fuss bedeutet.

Man denke sich den Cylinder durch eine auf die Axe desselben senkrechte Ebene durchschnitten und man erhält eine der Grundfläche congruente Ellipse; die grosse Axe sei = a, die Excentricität = e; die Axe der x liege in der geneigten Ebene, in der Richtung des einen Schenkels des Neigungswinkels der Ebene gegen den Horizont = A; die Axe der y steht auf der geneigten Ebene senkrecht, und die Axe der z ist der Axe des Cylinders parallel.

Die Gleichungen des Schwerpunkts sind;

$$R = \int dm = \int dx' dy' dz'$$

$$RX = \int x' dm = \int x' dx' dy' dz'$$

$$RY = \int y' dm = \int y' dx' dy' dz'$$

$$RZ = \int z' dm = \int z' dx' dy' dz'$$

wo x', y', z' die Coordination eines Massentheilchens gegen die Axe = a unserer Ellipse; X, Y, Z die entsprechende Coordination des Schwerpunkts bedeuten. Die ganze Länge des Cylinders sei = l, der mit der Grundfläche parallel geführte Schnitt in der Entfernung = d, so wird

$$R = l \int dx' dy'$$

$$RX = \int \frac{x'}{2} dy' dz' \left\{ \begin{array}{l} \text{von } x' = -\sqrt{a^2 - y'^2} \\ \text{bis } x' = +\sqrt{a^2 - y'^2} \end{array} \right\} = 0$$

$$RY = \int \frac{y'}{2} dx' dz' \left\{ \begin{array}{l} \text{von } y' = -\sqrt{(1-ee)(a^2-x'^2)} \\ \text{bis } y' = +\sqrt{(1-ee)(a^2-x'^2)} \end{array} \right\} = 0$$

$$RZ = \int \frac{x'}{2} dx' dy' \left\{ \begin{array}{l} \text{von } z' = -d \\ \text{bis } z' = l-d \end{array} \right\} = \int dx' dy' \cdot \frac{1}{2} (l-2d);$$

folglich X = 0. Y = 0 und Z =  $\frac{l}{2} - d$ . d. h. der Schwerpunkt in der Mitte der

Axe, was zu erwarten war. Die nach der Richtung der x, y, z wirkenden Kräfte P, Q, R sind hier resp. = Sin. A, Cos. A und 0, wenn die Schwerkraft = 1 gesetzt wird, und es ist auch dz = 0 zu setzen.

Es seien die Coordinaten des Schwerpunkts  $= x'', y''$  und die eines Masenthcilchens  $= x, y$  gegen die geneigte Ebene oder gegen die Ebene der  $x, y$ ;  $\varphi$  und  $\varphi'$  seien resp. die Winkel der Axe  $a$  und des excentrischen Radius-rectors am Berührungspunkte der Ellipse mit der Axe der  $y$ ; der Radiusrektor selbst sei  $= r$ , so ist

$$y'' = r \cos. \varphi'$$

also, wenn der Cylinder die geneigte Ebene nie verlässt, eine Function von  $\varphi$ ; denn

$$\frac{dy'}{dx'} = - \text{Tang. } (90^\circ - \varphi) = - (1 - ee) \frac{x'}{y} = (ee - 1) \text{Cotg. } (\varphi - \varphi')$$

oder  $\text{Tang } (\varphi - \varphi') = (1 - ee) \text{Tang } \varphi$  und  $\text{Tang } \varphi' = \frac{ee \text{Tang } \varphi}{\text{Sec.}^2 \varphi - ee \text{Tang}^2 \varphi}$

$$\cos. \varphi' = \frac{1 - ee \sin.^2 \varphi}{\cos. \varphi \sqrt{1 + (1 - ee)^2 \text{Tang}^2 \varphi}}; r = a \frac{\sqrt{1 + (1 - ee) \text{Tang}^2 \varphi} \cos. \varphi}{\sqrt{1 - ee \sin.^2 \varphi}}$$

und  $y'' = r \cos. \varphi' = a \sqrt{1 - ee \sin.^2 \varphi}$ .

Man hat ferner nach vorhergegangener Bezeichnung

$$x = x'' - x' \sin. \varphi - y' \cos. \varphi$$

$$y = y'' - x' \cos. \varphi + y' \sin. \varphi$$

$$dx = dx'' + d\varphi \{ -x' \cos. \varphi + y' \sin. \varphi \}$$

$$dy = dy'' + d\varphi \{ x' \sin. \varphi + y' \cos. \varphi \}$$

$$d^2x = d^2x'' + d^2\varphi (-x' \cos. \varphi + y' \sin. \varphi) + d\varphi^2 (x' \sin. \varphi + y' \cos. \varphi)$$

$$d^2y = d^2y'' + d^2\varphi (x' \sin. \varphi + y' \cos. \varphi) + d\varphi^2 (x' \cos. \varphi + y' \sin. \varphi)$$

und eben so  $\delta x = dx'' + \delta\varphi \{ -x' \cos. \varphi + y' \sin. \varphi \}$

$$\delta y = dy'' + \delta\varphi \{ x' \sin. \varphi + y' \cos. \varphi \}$$

Weil nun  $y'' = f. \varphi$  d. h.  $=$  einer Function von  $\varphi$ , so haben wir nur zwei Variationen  $\delta x''$  und  $\delta\varphi$ , diese  $= 0$  gesetzt, geben zwei Gleichungen zur Bestimmung der Bewegung ( $\int x' dm = X_m = 0$  und  $\int y' dm = Y_m = 0$  gesetzt):

$$1ste \ 0 = \frac{d^2x}{dt^2} - 2g \sin. \Lambda.$$

$$2te \ 0 = \sum m \left\{ \frac{d^2 \varphi}{dt^2} \left\{ x'^2 \text{Cos.}^2 \varphi - 2x' y' \text{Sin.} \varphi \text{Cos.} \varphi + y'^2 \text{Sin.}^2 \varphi \right\} + \frac{d^2 y''}{dt^2} \frac{\delta y''}{\delta \varphi} - 2g \text{Cos.} A. \frac{\delta y''}{\delta \varphi} \right\}$$

$$\text{oder } 0 = \frac{d^2 \varphi}{dt^2} \int (x'^2 + y'^2) \frac{dm}{m} + \frac{d^2 y''}{dt^2} \frac{\delta y''}{\delta \varphi} - 2g \text{Cos.} A. \frac{\delta y''}{\delta \varphi}$$

$$\text{oder } 1, \ C = \left( \frac{dx''}{dt} \right)^2 - 4g \text{Sin.} A. x''$$

und wenn die Geschwindigkeit  $\frac{dx''}{dt}$  für  $x'' = 0$  auch 0, so ist

$$\frac{dx''}{dt} = \sqrt{4g \text{Sin.} A. x''} \text{ und ganz allgemein}$$

$$t - T = \sqrt{\frac{C + 4g \text{Sin.} A. x''}{2g \text{Sin.} A.}} \quad , \dots \dots (\odot)$$

wo T die Zeit für  $x'' = 0$  bedeutet, wenn daselbst die Bewegung begonnen hat und man erhält für  $C = 0$

$(t - T)^2 = \frac{x''}{g \text{Sin.} A.}$  oder  $x'' = g \text{Sin.} A. (t - T)^2$ , das bekannte Gesetz des freien Falls, was auch zu erwarten war, da sich ja der Schwerpunkt, nach dem bekannten Principe der Erhaltung der Bewegung des Schwerpunkts, so bewegt, als wären in ihm alle Kräfte angebracht, und die Bewegung eine freie.

Die 2te Gleichung giebt

$$C = \left( \frac{d\varphi}{dt} \right)^2 \int (x''^2 + y''^2) \frac{dm}{m} + \left( \frac{dy''}{dt} \right)^2 + 4g \text{Cos.} A. y''$$

(für  $y''$ , der Natur der Sache gemäss,  $- y''$  gesetzt.)

Wir wollen zuerst m und  $\int (x'^2 + y'^2) dm$ , die Masse und das Moment der Trägheit, bestimmen. Es sei  $\Delta$  die Dichtigkeit, so ist

$$m = \int \int dx' dy' = 2l \int dx' \sqrt{(1-ee)(a^2 - x'^2)} \text{ und } \frac{x'}{a} = \sin u \text{ gesetzt,}$$

$$m = 2l \int \sqrt{1-ee} a^2 \int \cos^2 u du = 2l \int \sqrt{1-ee} a^2 \left( \frac{u}{2} + \frac{\sin 2u}{4} \right)$$

$$\left( \begin{array}{l} \text{von } u = -\frac{1}{2} \pi \\ \text{bis } u = +\frac{1}{2} \pi \end{array} \right)$$

$$= l \int \sqrt{1-ee} a^2 \cdot \pi$$

$$\text{und } \int (x'^2 + y'^2) dm = l \int (x'^2 + y'^2) dx' dy' = l \int (x'^2 y + \frac{1}{3} y'^3) dx'$$

$$= 2l \Delta \cdot \sqrt{1-ee} \int x' (a^2 - x'^2)^{\frac{1}{2}} dx' + \frac{2}{3} l \int (a^2 - x'^2) dx'$$

$$= 2l \Delta \cdot \sqrt{1-ee} a^4 \int \sin^2 u \cos^2 u du + \frac{2}{3} l \int (1-ee)^{\frac{3}{2}} a^4 \int \cos^4 u du$$

$$\text{wo } \int \sin^2 u \cos^2 u du = \frac{1}{4} \int \sin^2 2u du = \frac{u}{8} - \frac{\sin 4u}{16}$$

$$\text{und } \int \cos^4 u du = \frac{3}{8} + \frac{1}{4} \sin 2u + \frac{1}{5} \sin 4u$$

$$\text{folglich } \int (x'^2 + y'^2) dm = \frac{1}{4} l \Delta a^4 \sqrt{1-ee} \cdot \pi (2 - ee)$$

$$\int (x'^2 + y'^2) \frac{dm}{m} = \frac{1}{4} a^2 (2 - ee)$$

Da nun  $y'' = a \sqrt{1-ee \sin^2 \varphi}$  war, so ist

$$dy'' = -\frac{1}{2} a \cdot ee \frac{\sin 2\varphi \cdot d\varphi}{\sqrt{1-ee \sin^2 \varphi}} \text{ und folglich}$$

$$C = \left( \frac{d\varphi}{dt} \right)^2 \left\{ \frac{1}{4} a^2 \left( 2 - ee + \frac{ee^2 \sin^2 2\varphi}{1-ee \sin^2 \varphi} \right) \right\} + 4ga \cos \Delta \cdot \sqrt{1-ee \sin^2 \varphi}$$

Ist nun die Winkelgeschwindigkeit  $\frac{d\varphi}{dt} = 0$  für  $\varphi = \alpha$  oder wird am Anfange der Bewegung die Axe  $= a$  um  $\varphi = \alpha$  gegen die Axe der  $y$  geneigt, so ist

$$C = 4ga \cos A \sqrt{1 - ee \sin^2 \alpha}$$

$$\text{und } \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 = 4g^2 \cos A \left\{ \frac{\sqrt{1 - ee \sin^2 \alpha} - \sqrt{1 - ee \sin^2 \varphi}}{\frac{1}{4} a \left(2 - ee + \frac{e^4 \sin^2 2\varphi}{1 - ee \sin^2 \varphi}\right)} \right\} \dots (\text{C})$$

Die beiden Gleichungen (C) und (C) geben die Bewegung der Axe und die der Massentheilchen gegen die letztere oder die drehende Bewegung.

Da der Nenner in (C) nie negativ werden kann, so kann nur der Zähler die Unmöglichkeit des  $\frac{d\varphi}{dt}$  nachweisen und es sind zwei Fälle zu unterscheiden 1stens  $\alpha < 90^\circ$  und  $\alpha > 90^\circ$ .

Für  $\alpha < 90^\circ$  ist  $\frac{d\varphi}{dt}$  möglich von  $\varphi = \alpha$  bis  $\varphi = 180^\circ - \alpha$  und von hier rückwärts bis  $\varphi = a$ , d. h. es wird der elliptische Cylinder, während er (nach der Gleichung (C)) den Quadraten der Zeit proportionale Räume hinuntergleitet, zwischen den Grenzen  $\varphi = \alpha$  und  $\varphi = 180^\circ - \alpha$  hin und herschwingen.

Für  $\alpha > 90^\circ$  kann  $\varphi$  nicht wachsen, weil  $\sin. \varphi > \sin. \alpha$  würde, und es wird der Cylinder von  $\varphi = \alpha = 90^\circ + \beta$  bis  $\varphi = 90^\circ - \beta$  rückwärts und von hier bis  $\varphi = 90^\circ + \beta$  wiederum vorwärts schwingen. Wird demnach der Cylinder auf die kleine Axe seines elliptischen Durchschnitts gestellt, so wird er sich gar nicht drehen, sondern den Quadraten der Zeit proportionale Räume hinabgleiten d. h. es befindet sich der Cylinder im sogenannten stetigen Gleichgewicht (aequilibrium stabile). Wird er dagegen auf die hohe Kante, auf die große Axe des elliptischen Durchschnitts, gestellt, so ist  $\frac{d\varphi}{dt}$  möglich von  $\varphi = 0$  bis  $\varphi = \pm 180^\circ$  und es wird ihn jede noch so kleine Kraft

in diese schwingende Bewegung bringen oder er ist im nichtstetigen Gleichgewicht (aequilibrium labile).

Ist  $e = 0$  oder der Cylinder kreisförmig, so ist für jedē Neigung  $\frac{d\varphi}{dt} = 0$  d. h. es kann dieser Cylinder, wenn keine andere Kraft, ausser der Schwerkraft, denselben sollicitirt, sich keinesweges drehen; sondern er wird in allen Massentheilen den Quadraten der Zeit proportionale Räume (parallel mit der geneigten Ebene) hinuntergleiten. Auf gleiche Weise würde eine Kugel, wenn Druck und Reibung aufgehoben werden könnte, nicht rollen, sondern gleiten.

Dass für  $\varphi = 90^\circ$   $\frac{d\varphi}{dt}$  am grössten wird, ist einleuchtend; übrigens entscheidet

$$0 = d \left\{ \frac{\sqrt{1-ee \sin^2 \alpha} - \sqrt{1-ee \sin^2 \varphi}}{2-ee + e^4 \sin^2 2\varphi} \right\} = dV \text{ und } d^2V = 0.$$

ganz allgemein, dass es nicht noch mehrere Maxima oder Minima der Winkelgeschwindigkeit giebt.

Es ist nun noch  $t$  durch  $\varphi$  auszudrücken. Die Integration der Formel

$$dt = \frac{\sqrt{a}}{4\sqrt{g \cos A}} \cdot \frac{\sqrt{2-ee + e^4 \sin^2 2\varphi}}{\sqrt{\sqrt{1-ee \sin^2 \alpha} - \sqrt{1-ee \sin^2 \varphi}}} \cdot d\varphi$$

hat grosse Schwierigkeiten. Diese werden vermieden, wenn man für

$$\begin{aligned} \varphi &= \alpha & V &= A \\ \varphi &= \alpha + 1^\circ & V &= A' \\ \varphi &= \alpha + 2^\circ & V &= A'' \\ & \&c. & \&c. \end{aligned}$$

und nach den Cotesischen Formeln  $t = T = \int V d\varphi$  berechnet, wobei nicht die mindeste theoretische Schwierigkeit obwaltet. Die Entwicklung nach

den Potenzen von  $ee$  führt auf eine weitläufige Rechnung. Es sei der Kürze halber  $\frac{1}{4} \sqrt{\frac{a(2-ee)}{4g \cos A}} = h$ ; so ist

$$t = T + h \int d\varphi \sqrt{\frac{1 + e^4 \sin^2 2\varphi}{(2-ee)(1-ee \sin^2 \varphi)}} \text{ und bis } e^4 \text{ incl.}$$

$$t = T + \frac{\sqrt{2}}{e} h \cdot \alpha'' \int d\varphi P_{-\frac{1}{2}}^1 (-1)^1 P_1^m \cos^{2(1-m)} \frac{\varphi}{\varphi} \sin^{2m} \alpha$$

$$+ \frac{\sqrt{2}}{e} h \cdot \beta'' \int d\varphi P_{-\frac{1}{2}}^1 (-1)^1 P_1^m \cos^{2(1-m+1)} \frac{\varphi}{\varphi} \sin^{2m} \alpha$$

$$+ \frac{\sqrt{2}}{e} h \cdot \gamma'' \int d\varphi P_{-\frac{1}{2}}^1 (-1)^1 P_1^m \cos^{2(1-m+2)} \frac{\varphi}{\varphi} \sin^{2m} \alpha.$$

wo  $P_{-\frac{1}{2}}^1$  jeder Binomialcoefficient der  $(-\frac{1}{2})$ ten Potenz und  $m$  jede ganze Zahl von 0 bis 1 bedeutet und

$$\alpha'' = 1 - \frac{1}{8} ee (1 + \sin^2 \alpha) - \left(\frac{ee}{4}\right)^2 \left\{ \frac{5}{8} - \sin^2 \alpha \right\}$$

$$\beta'' = \beta + \alpha'' \beta'; \quad \beta = \frac{1}{8} ee - \left(\frac{ee}{4}\right)^2 \sin^2 \alpha; \quad \beta' = \frac{2e^4}{2-ee}$$

$$\gamma'' = \gamma + \beta \beta' + \alpha'' \gamma'; \quad \gamma = -\frac{5}{8} \left(\frac{ee}{4}\right)^2; \quad \gamma' = -\frac{2e^4}{2-ee}$$

Die Integration dieser Formel hat keine Schwierigkeit weiter, denn es ist ganz allgemein, wenn  $n$  eine gerade Zahl ist,

$$\int d\varphi \cos^n \varphi = \frac{1}{n} \sin \varphi \cos^{n-1} \varphi + \frac{(n-1)}{n \cdot (n-2)} \sin \varphi \cos^{n-3} \varphi$$

$$+ \frac{(n-1)(n-3)}{n \cdot (n-2)(n-4)} \sin \varphi \cos^{n-5} \varphi \dots$$

$$\text{bis } \frac{(n-1)(n-3)(n-5) \dots 1}{n \cdot (n-2)(n-4) \dots 2} \cdot \varphi$$

Man

Man würde also für jedes Glied der Form:

$$h' \int d\varphi P_{-\frac{1}{2}}^1 (-1)^1 P_1^m \text{Sin.}^{2m} \alpha \text{Cos.}^{2(1-m+r)} \varphi = \Sigma$$

den Ausdruck erhalten:

$$\Sigma = h' P_{-\frac{1}{2}}^1 (-1)^1 P_1^m \text{Sin.}^{2m} \alpha$$

$$\left\{ \begin{aligned} & \frac{\text{Sin.} \varphi \text{Cos.}^{2(1-m+r)-1} \varphi + (2(1-m+r)-1) \text{Sin.} \varphi \text{Cos.}^{2(1-m+r)-3} \varphi}{2(1-m+r) \cdot 2(1-m+r)(2(1-m+r)-2)} \\ & + \frac{(2(1-m+r)-1)(2(1-m+r)-3) \text{Sin.} \varphi \text{Cos.}^{2(1-m+r)-5} \varphi \dots}{2(1-m+r)(2(1-m+r)-2)(2(1-m+r)-4)} \\ & \dots \text{bis } \frac{(2(1-m+r)-1)(2(1-m+r)-3) \dots 1}{2(1-m+r)2(1-m+r-1) \cdot 2(1-m+r-2) \dots 2} \varphi \end{aligned} \right\}$$

wo  $r$  resp.  $= 0, 1, 2$ , jenachdem der erste, zweite, dritte Theilsatz integrirt werden soll. Die Reihe ist ganz allgemein anwendbar, ausser für  $m=1=r=0$  und  $1-m+r=0$ . Für diese Fälle ist, anstatt dieser unbestimmten Form, die bekannte bestimmte  $= \varphi$  d. h. das Integral  $= h' P_{-\frac{1}{2}}^1 (-1)^1 P_1^m \text{Sin.}^{2m} \alpha \cdot \varphi$

zu setzen.

Der vollständige Coefficient von  $\varphi$  wird

$$\left\{ \begin{aligned} & 1 + \left(\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4}\right)^2 + \left(\frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6}\right)^2 + \left(\frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8}\right)^2 \text{ \&c. \&c.} \\ & + \text{Sin.}^2 \alpha \left\{ \frac{1}{2} \cdot 1 + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6} \cdot 3 \cdot \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8} \cdot 4 \cdot \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6} \text{ \&c. \&c.} \right\} \\ & + \text{Sin.}^4 \alpha \left\{ \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} \cdot 1 + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6} \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8} \cdot 6 \cdot \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 10} \cdot 10 \cdot \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6} \text{ \&c.} \right\} \\ & + \text{Sin.}^6 \alpha \left\{ \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6} \cdot 1 + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8} \cdot 4 \cdot \frac{1}{2} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 10} \cdot 10 \cdot \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} + \text{\&c.} \right\} \\ & + \text{\&c. \&c.} \end{aligned} \right\}$$

$$\begin{aligned}
 & \left. \begin{aligned}
 & \frac{1}{2} + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 6} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 10} \quad \&c. \\
 & + \text{Sin.}^2 \alpha \left( \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 3}{2 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 4} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6} \cdot \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8} \cdot \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8} \quad \&c. \right) \\
 & + \text{Sin.}^4 \alpha \left( \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6} \cdot \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8} \cdot \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 10} \cdot \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8} \quad \&c. \right) \\
 & + \text{Sin.}^6 \alpha \left( \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6} \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8} \cdot \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 10} \cdot \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6} \quad \&c. \right) \\
 & + \quad \&c. \quad \&c.
 \end{aligned} \right\} \beta'' \\
 & \left. \begin{aligned}
 & \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 1}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 2} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 1 \cdot 3}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 2 \cdot 4} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 10} \cdot \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6} \quad \&c. \quad \&c. \\
 & + \text{Sin.}^2 \alpha \left( \frac{1}{2} \cdot \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} \cdot \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4 \cdot 6} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6} \cdot \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8} \cdot \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 10} \quad \&c. \right) \\
 & + \text{Sin.}^4 \alpha \left( \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} \cdot 1 \cdot \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6} \cdot \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8} \cdot \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8} \quad \&c. \right) \\
 & + \text{Sin.}^6 \alpha \left( \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} \cdot \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6} \cdot \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8} \cdot \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 10} \quad \&c. \right) \\
 & + \quad \&c. \quad \&c.
 \end{aligned} \right\} \gamma''
 \end{aligned}$$

Das Gesetz der Reihen ist einleuchtend.

Wird der Cylinder auf die hohe Kante gestellt oder  $\alpha = 0$ , so ist nach Mac Laurins Lehrsat bis  $e^6$  incl.

$$\begin{aligned}
 v = T + \frac{2}{e} \cdot h \cdot \int \frac{d\varphi}{\text{Sin.} \varphi} & \left\{ 1 - \frac{ee}{8} \text{Sin.}^2 \varphi - e^4 \left\{ \frac{5}{128} \text{Sin.}^4 \varphi - \frac{\text{Sin.}^2 2\varphi}{2(2-ee)} \right\} \right. \\
 & \left. - e^6 \left\{ \frac{21}{1024} \text{Sin.}^6 \varphi - \frac{7}{16(2-ee)} \text{Sin.}^2 2\varphi \text{Sin.}^2 \varphi \right\} \right\} \\
 & + \quad \&c. \quad \&c.
 \end{aligned}$$

$$\text{wo } h = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{a}{g \text{Cos. } A.}}$$

$$\text{oder } t = T + B \log \text{nat Tang. } \frac{1}{2} \varphi + \frac{B}{8} ee \text{ Cos. } \varphi -$$

$$- \frac{Be^+}{2-ee} \text{Cos. } \varphi \left\{ \frac{59}{96} - \frac{19}{80} ee - \text{Sin.}^2 \varphi \left( \frac{133}{192} - \frac{19 \cdot ee}{160} \right) - \text{Sin.}^4 \varphi \frac{917 \cdot ee}{2560} \right\}$$

$$\text{wo } B = \frac{\sqrt{2}}{e} \cdot \frac{1}{4} \sqrt{\frac{a(2-ee)}{g \text{Cos. } A.}} \text{ ist.}$$

Wo nun die Zeit von  $\varphi = a$  bis  $\varphi = b$  berechnet werden kann.

Für  $\varphi = 0$  bis  $\varphi = \varphi$  wird  $t = \infty$ , wie es der Natur der Sache gemäss sein muss.

Ist  $ee$  so klein, dass es ausserhalb des Wurzelzeichens  $= 0$  gesetzt werden kann, so wird

$$A = T + h \int \frac{d\varphi}{(\text{Sin.}^2 \varphi - \text{Sin.}^2 \alpha)^{\frac{1}{2}}} = T + h \int d\varphi P_{-\frac{1}{2}}^k (-1)^k \frac{\text{Sin.}^{2k} \alpha}{\text{Sin.}^{2k+1} \varphi}, \text{ wo}$$

$$h = \frac{1}{2e} \sqrt{\frac{a}{g \text{Cos. } A.}} \text{ und } k \text{ jede positive Zahl bedeutet, und folglich}$$

$$t = T + h \left\{ \begin{array}{l} \log. \text{Tang. } \frac{1}{2} \varphi + \frac{1}{2} \text{Sin.}^2 \alpha \left\{ -\frac{\text{Cos. } \varphi}{2 \text{Sin.}^2 \varphi} + \frac{1}{2} \log. \text{Tang. } \frac{1}{2} \varphi \right\} \\ + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} \text{Sin.}^4 \alpha \left\{ -\frac{\text{Cos. } \varphi}{4 \text{Sin.}^4 \varphi} - \frac{3 \text{Cos. } \varphi}{4 \cdot 2 \text{Sin.}^2 \varphi} + \frac{3 \cdot 1}{4 \cdot 2} \log. \text{Tang. } \frac{1}{2} \varphi \right\} \\ + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6} \text{Sin.}^6 \alpha \left\{ -\frac{\text{Cos. } \varphi}{6 \cdot \text{Sin.}^6 \varphi} - \frac{5 \text{Cos. } \varphi}{6 \cdot 4 \cdot \text{Sin.}^4 \varphi} - \frac{5 \cdot 3 \text{Cos. } \varphi}{6 \cdot 4 \cdot 1 \text{Sin.}^2 \varphi} + \frac{5 \cdot 3 \cdot 1}{6 \cdot 4 \cdot 2} \text{l. T. } \frac{1}{2} \varphi \right\} \\ \&c. \quad \&c. \quad \&c. \end{array} \right\}$$

Dieses Integral, von  $\varphi = \alpha$  bis  $\varphi = 90^\circ$  genommen, giebt

$$\tau = h \left\{ \begin{aligned} & - \log. \text{Tang. } \frac{1}{2} \alpha + \frac{1}{2} \left\{ \frac{\text{Cos. } \alpha}{2} - \frac{1}{2} \text{Sin.}^2 \alpha \log. \text{Tang. } \frac{1}{2} \alpha \right\} \\ & + \frac{1.3}{1.4} \left\{ \frac{1}{4} \text{Cos. } \alpha + \frac{3}{4.2} \text{Cos. } \alpha \text{Sin.}^2 \alpha - \frac{3.1}{4.2} \text{Sin.}^4 \alpha \log. \text{Tang. } \frac{1}{2} \alpha \right\} \\ & + \frac{1.3.5}{2.4.6} \left\{ \frac{1}{6} \text{Cos. } \alpha + \frac{5}{6.4} \text{Cos. } \alpha \text{Sin.}^2 \alpha + \frac{5.3}{6.4.2} \text{Cos. } \alpha \text{Sin.}^4 \alpha - \right. \\ & \qquad \qquad \qquad \left. \frac{5.3.1.}{6.4.2} \text{Sin.}^6 \alpha \log. \text{Tang. } \frac{1}{2} \alpha \right\} \end{aligned} \right\}$$

Für  $\alpha$  sehr nahe  $= 90^\circ$  wird  $\text{Sin. } \alpha = 1$  und  $\text{Cos. } \alpha = 90^\circ - \alpha$  und  $\text{Tang. } \frac{1}{2} \alpha = \text{nahe Tang. } 45^\circ$  und folglich

$$\tau = h \left\{ \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \left( \frac{\pi}{2} - \alpha \right) \left\{ 1 + \frac{3.1}{4.4} + \frac{3.5.1}{4.6.6} + \frac{3.5.7.1}{4.6.8.8} + \&c. \&c. \right\} \right\}$$

Die Rechnung wird verwickelter, wenn wir auch ausserhalb des Wurzelzeichens ee beibehalten. Man setze  $\text{Sin. } \varphi = \frac{\text{Sin. } \alpha}{\text{Sin. } u}$ , so wird

$$\begin{aligned} t = T + h & \left( 1 - \frac{ee}{8} \text{Sin.}^2 \alpha \right) P_{-\frac{1}{2}}^k (-1)^k \text{Sin.}^{2k} \alpha \int \frac{du}{\text{Cos.}^{2k+1} u} \\ & - \frac{h}{8} ee \text{Sin.}^2 \alpha P_{-\frac{1}{2}}^k (-1)^k \text{Sin.}^{2k} \alpha \int \frac{du}{\text{Cos.}^{2k+3} u} \end{aligned}$$

und die Schwingungsdauer  $= \tau$

von  $\varphi = \alpha$  bis  $\varphi = 90^\circ$  oder von  $u = 0$  bis  $u = \frac{1}{2} \pi - \alpha$  ergibt sich ohne alle theoretische Schwierigkeit.