

Königl. Friedrichs-Gymnasium zu Pr. Stargard.



Die Optik Alhazens

vom

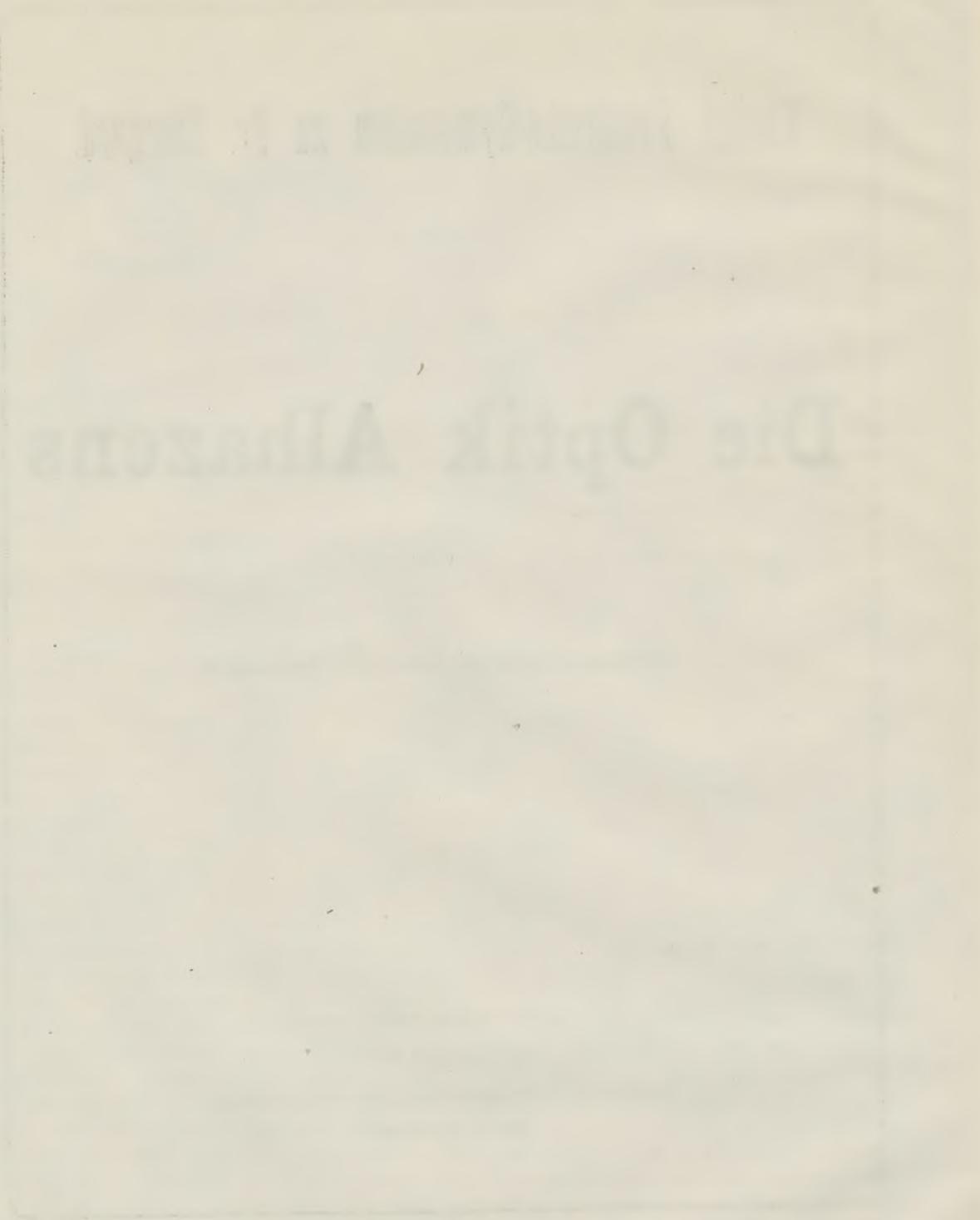
Gymnasiallehrer Leopold Schnaase.

1889. Progr. No. 42.

Pr. Stargard 1889.

Druck der A. Müller vormals Wedelschen Hofbuchdruckerei,

Danzig, Jopengasse 8.



Die Optik Alhazens.

Von den Schriften derjenigen Periode der Physik, welche wir die arabische zu nennen pflegen, sind nur wenige auf uns gekommen. Viele derselben haben ihren Untergang gefunden während der Stürme, welche im zwölften Jahrhundert und später über die Herrschaft des Islam in Europa dahinbrausten, viele auch während der gewaltigen Umwälzungen im Osten des grossen arabischen Reiches, unter deren Folgen die Verschleuderung des reichen Inhaltes umfangreicher Bibliotheken bei weitem nicht die schlimmste war. Als ein günstiger Zufall ist es daher zu betrachten, dass die Erzeugnisse arabischer Gelehrsamkeit sich trotzdem in genügender Anzahl erhalten haben, um uns wenigstens ein allgemeines Bild von dem Zustande der genannten Wissenschaft in jener Periode zu geben.

Nach unserer heutigen Kenntnis zu urteilen, die wesentliche Erweiterungen schwerlich mehr erfahren wird, haben die Araber bei ihrer Vorliebe für die Mathematik ihre Aufmerksamkeit besonders denjenigen Zweigen der Physik zugewandt, welche am leichtesten mathematischer Speculation zugänglich waren, der Mechanik und der Optik. Aus dem Gebiete der ersteren ist nur ein einziges Werk und auch dies erst vor wenigen Jahrzehnten allgemeiner bekannt geworden, nämlich Alhazinis Buch von der Wage der Weisheit, welches im Jahre 1857 von dem russischen Generalkonsul Khanikoff veröffentlicht wurde. Eine Einwirkung auf die Mechanik des Mittelalters scheint dasselbe nicht gehabt zu haben, und von der Persönlichkeit seines Verfassers wissen wir nur das, was dieser uns in seinem Buche selbst mitteilt. Anders verhält es sich mit der Optik. Zwar ist auch von der Litteratur dieser nur wenig auf uns gekommen, aber der Einfluss, den dies wenige auf das Studium der Optik im Mittelalter und selbst noch im Beginne der Neuzeit ausgeübt hat, ist ein sehr tiefgehender gewesen. Namentlich gilt dies von dem Hauptwerke der ganzen Periode, welches noch im Jahre 1572 in lateinischer Übersetzung unter dem Titel „Opticae thesaurus“ herausgegeben wurde, und als dessen Verfasser der Araber Alhazen bezeichnet wird. Wie weit dies Werk die Optik des Mittelalters beeinflusst hat, erhellt zur Genüge aus der Thatsache, dass es die Grundlage der vielgelesenen Schrift des Vitello bildet, welche eigentlich nur eine klarere Darstellung seines Inhaltes bietet, und dass es so auch auf die dioptrischen Untersuchungen Keplers eingewirkt hat. Ausser der genannten sind vor einigen Jahren noch zwei andere Schriften desselben Verfassers in der Bibliothek zu Leyden aufgefunden worden: die Abhandlung „über das Licht“ und diejenige über „die Brennkugel“, welche jedoch im Mittelalter nicht näher bekannt gewesen zu sein scheinen, im übrigen aber auch dem Opticae Thesaurus an Wert nachstehen, teils wegen der Menge, teils wegen der Art des darin behandelten Stoffes.

Ausser Alhazen werden im Mittelalter noch andere arabische Physiker, wie Al Farabi (ca. 900) und Alkindi (?) erwähnt, welche sich mit der Optik beschäftigt haben, doch wissen wir nichts von ihrem Leben und von ihren Leistungen. Erhalten sind uns also nur einige Werke eines und desselben Schriftstellers, eben des Alhazen, so dass für uns dessen Optik gleichbedeutend ist mit der Optik der Araber überhaupt. Der Zweck der folgenden Arbeit ist es, diese in ihren Hauptzügen darzustellen und damit einen kleinen Beitrag zu liefern zur Kenntnis der Physik der Araber. Als Quellen haben mir bei Abfassung derselben gedient: der *Opticae Thesaurus*, dessen Benutzung an meinem Wohnorte mir durch die freundliche Vermittlung des Bibliothekars der Danziger Stadtbibliothek, Herrn Oberlehrer Hoffmann, ermöglicht wurde, wofür ich demselben auch an dieser Stelle meinen Dank ausspreche; ferner die Abhandlungen von Eilhard Wiedemann, welche unter dem Titel „Beiträge zur Geschichte der Naturwissenschaften bei den Arabern“ in Poggendorffs *Annalen der Physik und Chemie* erschienen sind, W. von Bezold „Beiträge zur Geschichte der physiologischen Optik“ (Pogg. *Annal.* VIII, 1878) Sédillot: *Matériaux pour servir à l'histoire comparée des sciences mathématiques chez les Grecs et les Orientaux*, tome I et II; Cantor: *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik*, Bd. I. 1880; sowie die Werke über die Geschichte der Physik von Heller, Rosenberger, Poggendorff und Wildes *Geschichte der Optik*. Baarmanns Übersetzung der Abhandlung über das Licht stand mir leider nicht zur Verfügung; da aber Wiedemann eine Übersetzung der „Darlegung des Inhaltes der Abhandlung über das Licht“ veröffentlicht hat, so habe ich die in Rede stehende Schrift wenigstens in dieser Form berücksichtigen können. Ausgeschlossen von der Behandlung habe ich die rein mathematischen Teile des *Opticae Thesaurus*, besonders in Buch V und VI, soweit sie nicht ein allgemeineres Interesse beanspruchen. Monographien über Alhazen habe ich in der Litteratur nicht gefunden.

Der Optiker, den Risner Alhazen nennt, ist im Mittelalter unter dem Namen Ibn al Haitam bekannt gewesen. Diesen Namen aber führten bei den Arabern zwei Naturforscher: Der Mediciner Abd el Rahman ben Ishak ben el Haitam, welcher Arzt in Cordova war und wahrscheinlich in der zweiten Hälfte des 5. Jahrhunderts der Hegra lebte, und der Mathematiker Abu Ali Muhammed ben el Hasan ibn el Haitam el Basri, welcher im Jahre 1038 gestorben ist. Es ist lange zweifelhaft gewesen, welcher von beiden der Verfasser des *Opticae Thesaurus* gewesen ist, und erst Wiedemann ist es gelungen, bei einem Besuche der Leydener Bibliothek diese Frage endgültig zu lösen. Er fand in dem dort befindlichen Codex 201 der Goliusschen Sammlung arabischer Handschriften das Original eines Commentars von Kamal ed-din Abul Hasan al Farisi zu einem grossen optischen Werke von Abu Ali al Hasan ibn al Haitam al Basi. Wie stets bei den arabischen Commentatoren, waren satz- oder capitelweise die Worte des behandelten Autors eingeführt und dann besprochen. Eine Vergleichung der Worte des Hasan ibn al Haitam mit der Risnerschen Übersetzung ergab Wiedemann, dass diese fast vollkommen übereinstimmten, dass also der berühmte Mathematiker auch der Verfasser des grossen optischen Werkes sei. Von diesem berichtet Cantor, dass er in Al-Basra geboren und erst im Mannesalter in Ägypten eingewandert sei. Hier wurde er nicht wegen seiner theoretisch wissenschaftlichen Leistungen, sondern um practischer Dinge willen von dem Khalifen Al-Hâkim (996—1021) nach Cairo berufen. Er hatte nämlich geäussert, er halte es für leicht, am Nil solche Einrichtungen zu treffen, dass der Fluss jedes Jahr gleichmässig austrete, ohne dass Witterungsverhältnisse einen Einfluss darauf ausüben könnten. Diese Behauptung wahr zu machen,

liess Al-Häkim ihn kommen, ging ihm bis zur Vorstadt von Cairo entgegen und empfing ihn mit der grössten Auszeichnung. Ibn al Haitam zog hierauf mit zahlreichen Gefährten stromaufwärts bis zu den ersten Nilfällen bei Syene. Hier erkannte er, dass er zu voreilig gewesen und die Verwirklichung seines Planes unmöglich sei. Er musste sich bei dem Khalifen zu entschuldigen suchen, so gut es ging, und wurde nun mit der Besorgung anderer Staatsgeschäfte beauftragt. Als er sich auch hier wieder Fehler zu Schulden kommen liess, musste er sich verbergen, um dem Zorne Al-Häkims zu entgehen. Erst nach der Ermordung desselben kam er wieder zum Vorschein und führte ein wesentlich schriftstellerisches Leben. Im Jahre 1038 ist er dann zu Cairo gestorben.¹⁾ Von ihm stammen ausser einer Anzahl mathematischer Werke, von denen die „zwei Bücher gegebener Dinge“ durch Sédillot weiteren Kreisen zugänglich gemacht worden sind (a. a. O. tome I. pag. 379 u. f., vergl. auch Cantor), die drei genannten Schriften optischen Inhaltes: 1) Die Schrift, welche von Risner in das Lateinische übersetzt und im Jahre 1572 herausgegeben ist unter dem Titel: „Opticae Thesaurus Alhazeni Arabis, libri VII, nunc primum editi. Ejusdem liber de crepusculis et nubium ascensionibus. Item Vitellonis libri X, ed. a. F. Risnero. Basileae 1572“, also zusammen mit Vitellos Werk, gewidmet der Mutter Carls IX., Catharina von Medici. Das Werk, vielfach unklar und sehr weitläufig (288 Folioseiten), muss trotz seines Umfanges sehr viel gelesen worden sein, denn es ist bereits im 14. Jahrhundert in das Italienische übersetzt worden. 2) Die Abhandlung über das Licht, übersetzt von Baermann in der Zeitschrift der deutschen morgenländischen Gesellschaft 1882. 3) Die Abhandlung über die Brennkugel, bisher nur durch einen von Wiedemann veröffentlichten Commentar bekannt. Gegen die erste dieser Schriften treten die beiden andern zurück und kommen daher erst in zweiter Linie in Betracht. Nach dem *Opticae Thesaurus* aber können wir Alhazens Lehre in die drei Teile zergliedern, deren Darstellung folgt: die Lehre vom Sehen und Orthoptik (Buch I—III), die Lehre von der Reflexion (Buch IV—VI) und die Lehre von der Brechung (Buch VII), zu welchen das Buch „über die Dämmerung und über die Höhe der Atmosphäre“ einen Anhang bildet.

I. Die Lehre vom Sehen.

Alhazen beginnt seine Optik mit einigen allgemeinen Bemerkungen über die Eigenschaften des Lichtes. Er giebt an, dass starkes Licht die Fähigkeit des Auges, die Gegenstände zu erkennen, je nach seiner Helligkeit in mehr oder minder hohem Grade schwäche, und dass farbiges Licht auf das Auge auch insofern einwirke, als diesem, wenn es einen farbigen Gegenstand längere Zeit betrachtet habe, andere gleich darauf betrachtete Gegenstände in der Farbe des eben betrachteten erscheinen. Auch dass starkes Licht häufig Gegenstände unsichtbar mache, welche bei schwächerem deutlich gesehen werden können und umgekehrt, weist er an mehreren Beispielen nach.

Sehr wichtig für den weiteren Ausbau der Optik ist es, dass er zuerst eine genaue anatomische Beschreibung des Auges geliefert hat, und wenn diese auch der heutigen Kenntnis gegenüber keinen Anspruch auf Vollständigkeit machen kann, so ist doch der Umstand allein, dass überhaupt der Bau des Auges berücksichtigt wurde, von hohem Werte für das Verständnis vieler Erscheinungen auf dem Gebiete der Optik gewesen.

¹⁾ Sédillot sagt von Ibn al Haitam: „il florissait vers 1009“ und führt gelegentlich für das Todesjahr das Jahr 430 der Hegra (1038 n. Chr.) nach dem Codex Bombycinus der Bodleyschen Bibliothek an, als Todesort Cairo.

Nach Alhazen besteht das Auge (Fig. I) aus drei Feuchtigkeiten und vier Häuten (I, 4 und I, 33—36): Die ersteren sind der humor albugineus (h. aqueus der Fig.), der h. crystallinus (h. glacialis des Textes, welche Bezeichnung ursprünglich für h. crystallinus und h. vitreus zusammen gebraucht wird) und der h. vitreus, letztere beiden durch die tela aranea eingeschlossen und von dem vorderen Teile des Auges getrennt. Von den letzteren sind im Texte in Wirklichkeit nur aufgeführt die tunica consolidativa (sclerotica neuerer Bezeichnung), die cornea und die uvea, die vierte ist nicht ausdrücklich genannt, doch soll nach dem Zusammenhange offenbar die tunica retisimilis als solche gelten. Weitläufige Betrachtungen (I, 5—13) über die Lage der Mittelpunkte der einzelnen Teile und die Richtung ihrer Verbindungslinien vervollständigen die gegebene Beschreibung.

Die Darstellung in den Werken über Geschichte der Physik erweckt vielfach den Glauben, Alhazen habe selbst den Bau des Auges entdeckt. Das ist indes nicht der Fall, und er selbst hat diesen Glauben durchaus nicht erregen wollen, wie seine eigenen Worte am Schluss der Beschreibung des Auges (I, 13) beweisen: „Et omne, quod diximus de tunicis oculi et compositione earum, jam declaratum est ab anatomicis in libris anatomiae.“

Wie kommt das Sehen zu Stande? Das ist die nächste Frage, die unser Autor sich verlegt. Bei Beantwortung derselben sehen wir ihn sich mit aller Entschiedenheit gegen die Ansichten der alten Griechen wenden, welche bis dahin allgemein als richtig angesehen worden waren. Die Erfahrung, dass die Zerstörung der Krystalllinse jedesmal die Vernichtung der Sehkraft herbeiführe, während Verletzungen anderer Teile des Auges eine derartige Wirkung häufig nicht haben, veranlasst Alhazen, die Krystalllinse als das eigentlich empfindende Organ des Auges anzusehen, als das praecipuum organum facultatis opticae, ohne das die Thätigkeit des Sehens nicht zustande kommen kann, und gegen welches selbst der Sehnerv an Bedeutung zurücktritt. Die Empfindung selbst verlegt er an die vordere Fläche dieser Linse.

Alhazen spricht es mit voller Bestimmtheit aus, dass deutliches Sehen nur dann möglich ist, wenn jedem Punkte des Objectes ein und nur ein gereizter Punkt des Sehorgans entspricht. Nach seiner Ansicht wird das deutliche Sehen bewirkt durch Strahlen, welche von dem Gegenstande ausgehen, sich geradlinig fortpflanzen und senkrecht zur Oberfläche des Auges stehen, also ungebrochen durch die verschiedenen Häute desselben hindurchgehen bis zum Mittelpunkte des Auges, welcher letztere mit dem Centrum der Cornea und der Krystalllinse zusammenfallend gedacht wird.²⁾ Für jeden Punkt des Gegenstandes existiert nur ein Strahl von der gedachten Beschaffenheit, die vordere Fläche der Krystalllinse wird von diesem natürlich nur in einem Punkte geschnitten werden, und so wird durch jeden Punkt des Objectes nur ein Punkt der Krystalllinse gereizt werden. Die Gesamtheit dieser Strahlen bildet die sogenannte Sehpyramide (pyramis optica), deren Spitze der Mittelpunkt des Auges und deren Grundfläche die Oberfläche des sichtbaren Gegenstandes selbst ist. Bei dieser Annahme werden die einzelnen Punkte des Gegenstandes auf der Oberfläche des Auges ihre Lage gegen einander unverändert beibehalten, und jeder Punkt des Auges wird einen bestimmten Punkt des Gegenstandes erblicken. Dass auch andere Strahlen als diese zum Sehen beitragen, wusste Alhazen, hier hat er aber immer nur die visio distincta im Sinne. Übrigens ist es ihm schwerlich ganz klar geworden, welche Rolle die Brechung im Auge

²⁾ Unter dieser Annahme wird die beigegebene Abbildung verständlich, in welcher die Krystalllinse genau die Mitte des Auges einnimmt. Dennoch bleibt dieselbe auffällig, da sie eine willkürliche Änderung in der Lage der Teile des Auges enthält. Es scheint, als sei diese der im Folgenden gebrachten Theorie wegen vorgenommen worden, denn sicherlich haben die arabischen Anatomen das Auge des Menschen selbst untersucht trotz des Koranverbotes.

spielt, doch führt er im siebenten Buch (VII, 37) den Versuch an, dass man einen feinen Gegenstand, z. B. eine Nadel, dicht vor das Auge zwischen dies und einen andern Gegenstand bringen kann, ohne den letzteren dadurch unsichtbar zu machen, so dass die Nadel gleichsam durchsichtig erscheint, und stellt den Satz auf: „*Visio omnis fit refracte*“, dessen Wichtigkeit er mit den Worten hervorhebt: „*Hoc autem, quod, quidquid comprehenditur a visu, comprehenditur refracte, a nullo antiquorum dictum est.*“

Die Ansicht, dass das Sehen bewirkt werde durch Strahlen, welche vom Auge ausgehen, verwirft Alhazen als vollkommen irrig und bekämpft sie in längerer Auseinandersetzung (I, 23): „*Dicamus ergo, si visio fit ex re exeunte ex visu ad rem visam, ista res est corpus aut non corpus. Si est corpus quando aspexerimus coelum et viderimus stellas, quae sunt in eo, oportet quod in illa hora exeat a visu nostro corpus et impleat illud quod est inter coelum et terram et quod nihil diminuatur a visu et hoc est falsum. Visio ergo non est per corpus exiens a visu ad rem visam. Et si illud quod exit a visu, non est corpus, illud non sentiet rem visam: sensus enim non est nisi in corporibus. Nihil ergo exit a visu ad rem visam sentiens rem illum etc.*“ Er beseitigt damit eine Anschauung der Griechen, die nur zu sehr geeignet war, jeden Fortschritt in der Optik zu hemmen. Nicht unerwähnt mag es bleiben, dass bereits an dieser Stelle die Einheit der Bilder in beiden Augen begründet wird durch die Annahme, dass die entstandenen Bilder sich in dem gemeinsamen Sehnerven vereinigen und daher auf die Seele den Eindruck eines einzigen machen. In den letzten Abschnitten des ersten Buchs werden noch die Bedingungen aufgestellt, deren Erfüllung erst das Sehen ermöglicht: „*Distantia inter visum et visibile, collocatio visibilis ante visum directa, lux, magnitudo rei visibilis, perspicuitas corporis inter visum et visibile interjecti, densitas ac soliditas visibilis.*“

Die beiden folgenden Bücher sind im allgemeinen bisher unterschätzt worden. Freilich müssen wir zugeben, dass sie eine Menge minderwertiger Sätze enthalten, aber wir finden doch gerade in ihnen wiederum Versuche und Definitionen, welche die Aufmerksamkeit der Nachwelt in hohem Grade verdienen. So begegnen wir im zweiten Buche zunächst dem Begriffe der Axe der Sehpyramide. Alhazen versteht unter dieser diejenige Linie, welche die Mittelpunkte der einzelnen Teile des Auges verbindet, so dass sie identisch ist mit der heute sogenannten Augenaxe. Diese Linie steht senkrecht zur gemeinsamen Schnittfläche der Krystalllinse und des Glaskörpers, und deswegen gehen die Strahlen, welche in sie fallen, ungebrochen durch die einzelnen Teile des Auges hindurch. Gegenstände, welche sich in der Richtung der Augenachse befinden, sind daher am deutlichsten sichtbar. Diese Deutlichkeit nimmt ab, je weiter sie von der Augenaxe entfernt sind. Im übrigen ist nach Alhazen das Auge nicht immer allein beim Sehen thätig, sondern Schlussfolgerungen und vorgefasste Meinungen beeinflussen die Beurteilung der Gesichtswahrnehmungen.

Den weitaus grössten Teil des zweiten Buches beansprucht die Untersuchung der 22 Eigenschaften, welche das Auge an den Körpern unterscheidet: „*Lux, color, remotio, situs, corporeitas, figura, magnitudo, continuum, discretio et separatio, numerus, motus, quies, asperitas, levitas, diaphanitas, spissitudo, umbra, obscuritas, pulchritudo, turpitudine, consimilitudo et diversitas in omnibus intentionibus*“ (II, 15). Im allgemeinen sind diese Untersuchungen ohne grossen Wert, doch machen die Abschnitte über Licht und Farbe, soweit sie nicht Wiederholungen früherer sind, eine Ausnahme davon, ja sie sind sogar durch die in ihnen enthaltenen Resultate von besonderer Bedeutung, zumal mehr als ein halbes Jahrtausend verging, ehe die Nachwelt auf andrem Wege ihre Richtigkeit beweisen konnte. Wir finden nämlich in ihnen zum ersten Male die Behauptung, dass Licht und Farbe zu ihrer Fort-

pflanzung Zeit bedürfen: „Essentia coloris percipitur in tempore, itaque essentia eujuslibet visibilis percipitur in tempore“ (II, 20) und: „Lux et color ex sese percipiuntur in tempore (II, 21). Als Beweis führt Alhazen den Versuch an, dass die Farben des Farbenkreisels bei schneller Bewegung nicht mehr vom Auge einzeln unterschieden werden können, sondern als eine einzige erscheinen, die gewissermassen aus allen übrigen gemischt ist.³⁾ Er sieht diese merkwürdige Erscheinung also für eine Folge davon an, dass das Licht Zeit gebrauche, um von den einzelnen Punkten des Kreisels zum Auge zu gelangen. Wir deuten sie heute freilich als eine Folge der Nachwirkung des Lichtes auf das Auge, aber gerade die Auslegung Alhazens ist ein Zeugnis für den Scharfsinn, mit dem er Schlüsse zieht. Noch eine andere Beobachtung dient ihm als Beweis: Es erhalte ein Gemach durch eine Oeffnung Licht; dann wird das Innere desselben dunkel sein, sobald die Oeffnung bedeckt wird. Zieht man die Hülle dann wieder von der Oeffnung fort, so dringt das Licht wieder ein. Der Augenblick aber, in welchem die Hülle gehoben wird, und derjenige, in welchem das Licht wieder in das Zimmer eindringt, sind nicht dieselben. Auch in diesem Falle braucht vielmehr das Licht Zeit, um sich durch die Öffnung weiter fortzupflanzen, doch bleibt diese unsern Sinnen wegen der grossen Schnelligkeit der Bewegung verborgen.⁴⁾

Gegen diesen Satz, dessen Aufstellung um diese Zeit gewiss merkwürdig ist, tritt der übrige Inhalt des zweiten Buches an Bedeutung zurück; doch sind auch die Ansichten über die Beurteilung entfernter Gegenstände nicht ohne Interesse, denn in ihnen wird es klar hervorgehoben, dass nicht der Gesichtswinkel allein für unser Urteil massgebend ist, sondern dass auch die Länge der Sehpyramide in Rechnung gezogen wird, und dass zwischen Auge und Körper befindliche Gegenstände die Schätzung erleichtern.

Das dritte Buch behandelt die optischen Täuschungen. Aus den sieben Capiteln heben wir das zweite hervor mit der Überschrift: „De eis quae debent praeponi sermoni in deceptionibus visus.“ In demselben wird die Frage nach der Einheit der Bilder im Auge (vergl. I, 27) behufs genauerer Erörterung wieder aufgenommen. Trotzdem Alhazen die Krystalllinse als den Hauptteil des Auges ansieht, gelangt er hier auf theoretischem Wege doch zu Resultaten, die denen der Lehre von den identischen Netzhautbildern sehr nahe kommen: In der That, die Linien, welche von jedem Punkte eines Gegenstandes ausgehen, sind nichts anderes als die heute sogenannten Richtungslinien, und Alhazens Augenmittelpunkt entspricht dem Kreuzungspunkte in Listings reduciertem Auge. Die Richtungslinien schneiden aber offenbar jede um den Augenmittelpunkt geschlagene Kugel in einer ähnlichen Figur wie die Netzhaut, und so erklärt es sich, dass Alhazen durch Benutzung eines solchen Schnittes zu ähnlichen Resultaten gelangt, wie wenn er die ihm unbekanntem Netzhautbilder zum Ausgangspunkte seiner Betrachtung gewählt hätte. Dass ein Gegenstand deutlich und einfach nur erblickt werde, wenn beide Augenaxen auf ihn gerichtet werden, ist dann ohne weiteres klar. Con-

³⁾ Specificationem autem manifestam, quod comprehensio quidditatis coloris non est nisi in tempore, praebet illud quod apparet in trocho apud motum ejus: quoniam quando in trocho fuerint tincturae diversae et illae tincturae fuerint lineae extensae ex medio superficiei manifestae et ex parte colli ejus usque ad finem suae circumferentiae et trochus fuerit circumgyratus motu forti et aspexerit ipsum quis, comprehendet omnes colores ejus quasi unum diversum ab omnibus ejus qui sunt in eo quasi esset color compositus ex omnibus coloribus illarum linearum et non comprehendet lineationem nec diversitatem colorum: simul comprehendet ipsum quasi quietum, quando motus ejus fuerit valde fortis quoniam quodlibet punctum non figuratur in eodem loco tempore sensibili, sed in quantum minimo tempore gyrat circumferentiam totam super quam revolvitur. Pervenit ergo forma puncti in visum super circumferentiam circuli in visu et visus non comprehendit colorem illius puncti in minimo tempore nisi ex tota circumferentia circuli pervenientis in visum etc. II, 20.

⁴⁾ — sed id tempus valde latet sensum propter velocitatem receptionis formarum lucis ab aere. II, 21.

vergieren nun die beiden Augenaxen in einem nahe gelegenen Punkte, so ist diese Bedingung für ferner gelegene Punkte nicht mehr vollständig erfüllt, sie können deshalb nicht mehr genau erkannt werden. Von den so gelegenen Objecten sagt Alhazen (III, 5): „Non omnes partes eorum erunt consimilis positionis in remotione a duobus axibus; nec forma erit certificata.“ Im Verfolg dieses Gedankens gelangt er zu dem Satz (III, 11): „Visibile intra axes opticos situm: vel uni visui recte, reliquo oblique oppositum videtur geminum“, dessen Beweis er mit den Worten schliesst: „Et forma hujusmodi visorum instituitur in duobus visibus in duobus locis diversae positionis: et duae formae quae instituuntur in duobus visibus perveniunt ad duo loca diversa concavatum communiis nervi et erunt a duobus lateribus centri. Quapropter erunt duae formae et non superponentur sibi.“

Die Richtigkeit dieser rein theoretischen Auseinandersetzungen wird in dem folgenden Capitel (12, cfr. auch 14) durch Versuche bewiesen. Zu diesen bedient sich Alhazen eines glatten rechteckigen Brettes von einer Elle Länge (a c, bez. b d) und 4 Zoll Breite (a b, resp. c d), welches in der Mitte der kürzeren Seite a b einen Einschnitt n h m für den Nasenrücken besitzt. Die Diagonalen b c und a d, die Mittellinien h z und k t werden der Deutlichkeit halber gefärbt und zwar die Diagonalen gleich. Auf die Punkte k, t, q (Schnittpunkt der Diagonalen) werden dann verschiedenfarbige Säulchen von Wachs aufgesetzt, und das in q so befestigt, dass es unbeweglich bleibt, während die übrigen ihre Stellung ändern können. Bei den Versuchen wird das Brett horizontal vor die Augen gelegt, so dass der Nasenrücken genau in den Einschnitt desselben kommt. Die Art, wie nun die verschiedenen Linien dem Auge erscheinen, wenn der Punkt q genau fixirt wird oder einer der Punkte k und t, wie auch die Erscheinungen, welche sich ergeben, wenn die Säulchen aus k und t nach s (auf z q), l (auf h q), r oder f (beide auf k c) gebracht werden, bestätigen die vorher aufgestellten Sätze über das Sehen mit beiden Augen.

Die folgenden Abschnitte über die optischen Täuschungen bei dem directen Sehen bieten nur wenig des Interessanten, am meisten Beachtung verdienen unter ihnen die Bemerkungen über die Farben (III, 19, 20), durch welche das im Eingange Gesagte zum Teil ergänzt wird: Bunte Körper erscheinen dem Körper in grösserer Entfernung einfarbig, da die eingestreuten kleinen Farbenteile in Folge der Entfernung nicht mehr von ihrer Umgebung unterschieden werden können. Verschiedene Farben, dem Auge schnell nach einander vorgeführt, machen den Eindruck einer einzigen (Begründung wie beim Farbenkreisel). Auch das Auge wird zuweilen Ursache von Täuschungen, denn wenn es von starkem Lichte getroffen wird, erscheinen ihm farbige Gegenstände zunächst dunkel und erst, wenn die „laesio visus“ aufgehört hat, in ihrer eigentlichen Farbe.

II. Die Lehre von der Reflexion.

Im Anfange des vierten Buches stellt Alhazen die Thatsache fest, dass Licht und Farbe von jedem Punkte einer polierten Fläche geradlinig zurückgeworfen werden. Erläuternd fügt er hinzu (IV, 3), dass von jedem Punkte einer farbigen leuchtenden Fläche zu jedem Punkte einer gegenüberliegenden polierten Fläche Strahlen gehen und dort reflectirt werden.

Natürlich bilden sich auf diese Weise unzählige Strahlenpyramiden mit abwechselnden Grundflächen und Scheiteln zwischen Gegenstand und Fläche (IV, 14). Dass auch an rauhen Oberflächen Reflexion stattfindet, diese dem Auge aber meist verborgen bleibe, weiss Alhazen, auch betont er, dass die Reflexion des Lichtes allemal einen Verlust an Intensität nach sich ziehe, dass also reflectirtes Licht geschwächt erscheine nicht nur wegen seiner Entfernung

von der Lichtquelle (propter elongationem) und wegen seiner Verbreitung über eine grössere Fläche (propter disgregationem), was ja auch bei anderem Lichte der Fall ist, sondern auch deswegen, weil es eben reflectiertes Licht ist (IV, 15).

Zur Ermittlung des Reflexionsgesetzes bedient sich Alhazen eines besonderen Apparates, dessen Herstellung ich nach Risners Text (IV, 7—9) abgekürzt, jedoch sonst ohne wesentliche Änderungen angeben will.

Aus einer rechteckigen ehernen Tafel $a c x y$ von 12 Zoll Länge $a c$ und 6 Zoll Breite $a x$ werde ein Halbkreis herausgeschnitten, dessen Mittelpunkt d , dessen Durchmesser $a c$ sei, und welcher durch das in d auf $a c$ errichtete Lot halbiert werden möge. Die Hälften dieses Kreises mögen durch beliebig viele Punkte $h, i, k \dots$ und $l, m, n \dots$ geteilt werden, welche bez. gleich weit von b entfernt sein sollen, so dass $b h = b l, b i = b m$ u. s. w. Dann möge um d noch ein zweiter Kreis $f e g$ geschlagen werden, dessen Durchmesser $d e$ (e auf $d b$) 5 Zoll lang sei. Dieser wird natürlich durch die vorhandenen Linien dem grösseren entsprechend geteilt werden. Durch den Punkt o auf $d e$, dessen Entfernung von d einen Zoll betrage, werde nun eine Parallele $p q$ zu $a c$ gezogen und dann mögen die Stücke $a d r p$ und $d s q c$ (r auf $d x$, s auf $d y$ gelegen) von dem Halbkreise abgetrennt werden, der übrig bleibende Teil aber bei d möglichst genau zugeschärft werden. — Danach (Fig. 2) nehme man ein hölzernes Brett, dessen senkrechter Querschnitt ein Quadrat von 14 Zoll Seitenlänge und dessen Höhe 7 Zoll sei, bestimme den Mittelpunkt der oberen Endfläche desselben, schlage um diesen zwei Kreise von 7 bez. 5 Zoll Halbmesser (letzterer ist also $f e g$ gleich), teile dann den grösseren Kreis entsprechend dem Kreise $a b c$ und ziehe vom Mittelpunkte nach den Teilungspunkten Verbindungslinien. Darauf runde man das Brett äusserlich ab, so dass es die Form eines geraden Cylinders erhalte, dessen Grundfläche ein Kreis von 7 Zoll Halbmesser ist; das Innere schneide man so weit heraus, dass die Grenzfläche des Restkörpers der Mantel eines geraden Cylinders wird, dessen Grundfläche einen Halbmesser von 5 Zoll Länge hat. Man erhält dadurch einen Hohlcyylinder von 7 Zoll Höhe, 2 Zoll Breite, dessen Grundfläche ein Kreisring mit Grensradien von 7, resp. 5 Zoll Länge ist. Auf der oberen Endfläche befinden sich die erwähnten Teilungslinien. Von den Endpunkten dieser ziehe man auf der äusseren und inneren Seite des Hohlcyinders Lote, welche zur unteren Grundfläche gehen. Auf dem inneren Mantel bezeichne man alsdann Punkte, welche von der unteren ungeteilten Grundfläche 2 Zoll entfernt sind, und lege durch dieselben einen Kreis parallel dieser; ein halbes Gerstenkorn⁵⁾ tiefer werde ebenda ein zweiter paralleler Kreis geschlagen und im Cylinder, senkrecht in diesen hineingehend, eine ebenfalls kreisförmige Vertiefung von einem Zoll Breite und solcher Dicke (nach unten gerechnet) angebracht, dass die ehernen Scheibe genau hineinpasst. Diese kann dann bei Versuchen leicht in die Vertiefung eingesetzt und als Gradmesser benutzt werden. Auf der convexen Seite des Hohlcyinders, wiederum in der Höhe von zwei Zoll, möge nun ein Punkt angenommen und um denselben ein Kreis von einem Gerstenkorn Durchmesser geschlagen werden. Mit einem eisernen Instrument werde durch diesen Kreis hindurch eine Öffnung in den Cylinder gebohrt. Wird dann ein hölzerner Stab, der gerade durch die Öffnung hindurchgeht, durch diese gesteckt, so berührt derselbe die in der Vertiefung befindliche ehernen Scheibe und geht auch durch die Axe des Cylinders. Solcher Öffnungen mögen auf der äusseren Seite beliebig viele in gleicher Höhe und Grösse angebracht werden, deren Anordnung der Teilung der Tafel entspreche.

⁵⁾ Eine königliche arabische Elle = 24 Zoll, eine schwarze Elle = 27 Zoll, ein Zoll = 6 Gerstenkörner, 89 Gerstenkörner sollen ungefähr 0,31 m sein. Die Masse müssen keine bestimmte Grösse gehabt haben, denn Alhazen verlangt für die Construction des Apparates die Anwendung eines und desselben gleichen Masses.

Als Fuss des Cylinders werde ein Brett von quadratischem Querschnitt mit 14 Zoll Seitenlänge genommen. Um den Mittelpunkt desselben werde ein Kreis von 5 Zoll Radius geschlagen, ausserdem werde um denselben ein Quadrat E F G H gezeichnet von 4 Zoll Seitenlänge, dessen Lage die Figur andeutet. Unterhalb dieses Quadrats, senkrecht zu demselben, werde das Brett so ausgehöhlt, dass die entstehende Vertiefung ein Parallelepipedon von einem Zoll Höhe mit quadratischer Grundfläche werde. Auf dies Brett wird der Cylinder so aufgesetzt, dass sein innerer Grenzkreis mit dem gezeichneten zusammenfällt, und in dieser Stellung wird er durch Klammern befestigt. — Zur bessern Gestaltung der Versuche bedient sich Alhazen eiserner cylindrischer Hohlsäulen, welche genau in die Öffnungen passen.⁶⁾

Die Versuche werden gemacht an sieben Arten von Spiegeln: dem ebenen, dem sphärischen, dem cylindrischen und dem konischen Convex- und Concavspiegel. Der ebene Spiegel hat die Form eines Kreises von 3 Zoll Durchmesser, die beiden sphärischen sind Segmente einer Kugel von 6 Zoll Durchmesser, deren Grenzkreis 3 Zoll Durchmesser hat; die beiden cylindrischen werden herausgeschnitten aus einem geraden Cylinder von 3 Zoll Länge, dessen Grundkreis 6 Zoll Durchmesser haben soll; die beiden kegelförmigen aus einem Kegel von $4\frac{1}{2}$ Zoll Länge, dessen Grundkreis wie vorher. Indem auf den Grundkreisen Sehnen von 3 Zoll Länge als Grenzen der Kreissegmente genommen werden, ergibt sich bei allen Spiegeln eine Axenhöhe von weniger als einem halben Zoll. Der Stoff, aus dem die Spiegel bestehen, ist Eisen, nur für Versuche, bei denen es auf Erkennung von Farben ankommt, schlägt Alhazen Silber vor.

Zur Handhabung der Spiegel bedient sich Alhazen rechteckiger Bretter von 6 Zoll Länge und 4 Zoll Breite (Fig. 3), welche in die Vertiefung des Fusses genau hineinpassen. Steht ein solches Brett genau über der Mitte dieser Vertiefung, so wird seine Mittellinie p b ein Teil der Axe des Hohlcyinders sein, der Mittelpunkt d der ehernen Scheibe würde Punkt x sein, so dass die Mitte z von p b nur ein halbes Gerstenkorn höher läge als x. Jeder Spiegel wird beim Gebrauche an einem solchen Brette befestigt und zwar die cylindrischen und kegelförmigen derart, dass ihre Seitenlinie mit p b, die kugelförmigen so, dass der Mittelpunkt ihres Grundkreises mit z zusammenfällt — eine Bedingung, die auch für den Mittelpunkt des ebenen Spiegels gilt. Es ist klar, dass man auf diese Weise den Spiegeln jede geeignete Lage geben kann.

Wie die Beobachtungen geschehen, ist leicht ersichtlich. Der ehernen Halbkreis wird in der Vertiefung im Innern des Cylinders angebracht, die Öffnungen werden bis auf eine verstopft und durch diese lässt man nun Licht auf den Spiegel fallen. Dieses wird zurückgeworfen und gelangt durch eine leicht zu ermittelnde andre Öffnung zum Auge des Beobachters. Mit Hilfe der Teilung des Kreises lässt sich die Lage des einfallenden und des reflectierten Strahles vergleichen. So gelangt Alhazen zu folgenden Sätzen (IV, 10—13): „Radius speculo plano obliquus in oppositam partem reflectitur et aequat angulos incidentiae et reflexionis. Radius speculo perpendicularis reflectitur in se ipsum. In speculo convexis, cavis sphaerico, conico, cylindraco anguli incidentiae et reflexionis aequantur, und Superficies

⁶⁾ Die Dimensionen der Figur 2, welche nur die halbe Zeichnung Risners wiedergiebt, sind, wie überhaupt die Zeichnungen Risners, nicht genau. Die feinen Striche zwischen den Kreisen A und C einerseits, B und D andererseits sind zur Ebene des Papiers senkrecht nach unten zu denken. D F G soll Grenzkreis des Fusses, E F G H das Quadrat in demselben andeuten, M N L O den Boden der Vertiefung. Die andern Teile sind danach leicht zu verstehen.

reflexionis est perpendicularis plano speculum in reflexionis puncto tangenti“, dessen Beweis mit den Worten schliesst: „Unde est certum non esse hoc ex proprietate lucis vel figura alicujus speculi, sed ex proprietate quadam communi rei politae et cuilibet luci.“ Zur näheren Bestimmung der Reflexionsebene dient die Angabe (IV, 23), dass in derselben liegen der einfallende, der reflectierte Strahl und das Lot, welches im Reflexionspunkte auf der durch denselben an die reflectierende Fläche gelegten Tangentialebene errichtet ist.

Schon früher wies ich darauf hin, dass Alhazen mit vollem Bewusstsein gegen alte Anschauungen ankämpft, sobald er sie als falsch erkannt hat. Die Entstehung der Spiegelbilder giebt ihm wiederum Anlass dazu; er wendet sich gegen die früher über dieselbe geltenden Ansichten mit den Worten (IV, 20): „Falsa est utraque opinio: et radios a visu ad speculum missos indeque ad visibile reflexos imaginem percipere et imaginem in speculo jam ante impressam inde ad visum manare.“ Die erstere widerspricht seiner Lehre vom Sehen überhaupt, die Unrichtigkeit der letzteren geht daraus hervor, dass bei Bewegung eines Gegenstandes der Ort des Bildes sich ändert, während er nach dieser Theorie immer derselbe sein müsste.

Im fünften Buche untersucht Alhazen den Ort der Bilder für die verschiedenen Spiegel und kommt dabei zu dem allgemeinen Satze (V, 8): „Imago in quocunque speculo videtur in concursu perpendicularis incidentiae et lineae reflexionis.“ Für ebene Spiegel ergibt sich aus demselben sofort, dass Gegenstand und Bild von der Oberfläche des Spiegels nach entgegengesetzten Richtungen gleich weit entfernt sind, nicht so bei den übrigen Spiegeln. Die Untersuchungen über den Ort des Bildes bei diesen zerfallen in eine Reihe mathematischer Einzelaufgaben und haben nur als Lösungen solcher Wert. Zu greifbaren, allgemein anwendbaren Resultaten führen sie nicht. Einer gewissen Berühmtheit hat sich im Mittelalter und noch in späterer Zeit die Aufgabe erfreut, die man als die Alhazensche bezeichnet und deren Lösung ebenfalls im fünften Buche vorkommt: „Wenn die Lage des leuchtenden Punktes und des Auges gegeben ist, soll derjenige Punkt auf der Oberfläche eines concaven oder convexen sphärischen, cylindrischen oder konischen Spiegels gefunden werden, von dem aus die Reflexion zum Auge stattfindet.“ Alhazen kommt bei Behandlung derselben auf die beiden Fälle, den betreffenden Punkt auf einem Kreise oder einer Ellipse zu bestimmen, doch ist die Lösung unvollständig geblieben, weil der benutzte mathematische Apparat nicht ausreichte. Für die Physik hat die ganze Aufgabe wenig Bedeutung, weil schwerlich jemals bei einer praktischen Aufgabe die Lage des Reflexionspunktes gesucht werden dürfte.

Das folgende Buch beschäftigt sich mit den Täuschungen, welche durch die Spiegelung hervorgerufen werden; als solche kommen besonders die Änderungen in der Grösse der Bilder in Frage. Erwähnenswert ist aus den umfangreichen, rein mathematischen Untersuchungen über diesen Gegenstand die Bemerkung, dass im Cylinderspiegel die zur Längsaxe parallelen Geraden zu Spiegelbildern wieder gerade oder wenigstens fast vollkommen gerade Linien haben, dass dazu senkrechte Linien am stärksten gekrümmt erscheinen, während endlich Gerade in anderer Lage mehr oder minder starke Verzerrungen erfahren, je nachdem sie sich dieser oder jener Lage mehr nähern. Danach ist Alhazen der erste gewesen, welcher auf den Einfluss der Lage bei Wirkung dieser Spiegel aufmerksam gemacht hat.

Die Verzerrungen haben noch lange nach Alhazen die Optiker beschäftigt, aber erst im 17. Jahrhundert hat man die Regeln gefunden, welche zur Aufzeichnung derselben führen.

III. Die Lehre von der Brechung des Lichts.

Buch VII behandelt in eingehender Weise die Erscheinungen der Lichtbrechung. Zur Ermittlung ihrer Gesetze bedient sich Alhazen eines Apparates, dessen Beschreibung in der gekürzten Übersetzung von Wiedemann, jedoch mit kleinen Änderungen infolge Benutzung der Risnerschen Figuren (4, 5, 6) folgt (VII, 2).

Man nimmt eine runde, ziemlich starke Scheibe aus Kupfer a b c d (Fig. 4) von wenigstens einer Elle Durchmesser. Sie muss einen Rand haben (in der Figur der Teil mit den Kreisen l, m, n, h), der senkrecht auf ihrer Oberfläche steht und wenigstens zwei Finger breit ist. In der Mitte des Rückens der Scheibe v muss sich eine kleine, runde Säule von wenigstens drei Finger Länge befinden, welche senkrecht auf der Oberfläche der Scheibe steht. Dies Instrument befestigen wir so auf der Drehbank, auf der die Drechsler ihre Kupfergeräte drehen, dass die eine Spitze auf die Mitte der Scheibe, die andere auf die Mitte der kleinen Säule kommt, und drehen den Apparat so lange ab, bis die Ränder innen und aussen völlig kreisrund sind und die kleine Säule ebenfalls. Hierauf ziehen wir auf der innern Oberfläche des Instruments zwei auf einander senkrechte Durchmesser c d und a b, dann bezeichnen wir einen Punkt auf der Basis des Randes des Instrumentes, dessen Abstand vom Ende eines der beiden Durchmesser eines Fingers Breite beträgt. Von diesem Punkt ziehen wir einen dritten Durchmesser durch die Mitte der Scheibe i g. Dann ziehen wir von den beiden Enden dieses Durchmessers aus zwei Linien auf dem Rande senkrecht zur Oberfläche der Scheibe i h und g k. Auf der einen dieser beiden Linien bezeichnen wir von der Scheibe aus drei etwa um die Länge eines halben Gerstenkornes von einander abstehende Punkte l, m, n und ziehen auf der Drehbank durch diese Punkte drei von einander gleich weit abstehende Kreise, die natürlich die gegenüberstehende kurze Linie gleichfalls in drei gleich weit von einander abstehenden Punkten o, p, q schneiden. Dann teilt man den mittleren Kreis in 360° und womöglich noch in Minuten. In den Rand bohrt man ein kreisförmiges Loch, dessen Mittelpunkt der mittlere der obigen drei Punkte ist und dessen Durchmesser gleich dem Abstand der beiden äussersten ist. Nun nehmen wir ein mässig dünnes genau rechteckiges ebenes Stück Blech (Fig. 5) von der Höhe des Randes und etwa gleicher Breite. Von der Mitte u der einen Seite ziehen wir eine zu dieser senkrechte Linie, auf der wir drei gleich weit von einander abstehende Punkte bezeichnen. Ihr Abstand a sei dabei gleich dem Abstände je zweier Kreise auf dem Rande. Wir bohren dann in die Platte ein rundes Loch, dessen Mittelpunkt y dem mittleren der obigen Punkte entspricht und dessen Radius gleich a ist. Wir erhalten so ein Loch, das vollkommen mit dem im Rande des Instruments correspondiert. Darauf sucht man den Mittelpunkt des Radius, welcher den Mittelpunkt der Scheibe v mit der Linie auf dem Rande verbindet, in welcher sich das Loch befindet, und zieht durch ihn r s senkrecht zum Radius. Längs r s befestigt man nun das kleine Blech so, dass die Mitte desselben genau auf den Radius zu liegen kommt, die kleine Öffnung in ihr liegt dann genau derjenigen auf dem Rande gegenüber. Die Verbindungslinie der Mittelpunkte der beiden Öffnungen liegt in der Mitte des mittleren der beiden Kreise auf dem Rande, liegt parallel zu dem Durchmesser auf der Scheibe und verhält sich wie die Absche beim Astrolaben. Hierauf schneidet man aus dem Rande des Instruments dasjenige Viertel aus, welches sich an das Viertel anschliesst, in welchem sich das Loch befindet, und welches durch die beiden ersten Durchmesser bestimmt ist, und glättet den Rand genau ab. Hierauf (Fig. 6) nimmt man ein quadratisches Stück Metall von mehr als einer Elle Länge und feilt die Flächen desselben möglichst senkrecht zu einander ab. In der Mitte derselben bohrt

man ein Loch senkrecht zur Oberfläche, so dass sich der oben erwähnte säulenförmige Teil schwer darin drehen lässt. In dieses Loch setzt man den säulenförmigen Teil ein. Von dem Metallstück schneidet man soviel ab, dass es gleich steht mit dem Rande der Scheibe und legt die abgeschnittenen Enden auf die Enden des Metallstückes und verbindet sie mit denselben. Zweckmässig ist es, durch das Ende der kleinen Säule, welche aus der Öffnung im quadratischen Stück hervorragt, einen kleinen Stift zu treiben. Die Messungen werden so angestellt, dass man das Instrument bis zum Mittelpunkt ins Wasser taucht, der Verbindungslinie der beiden Öffnungen verschiedene Neigungen giebt gegen den Horizont und den Gang der Lichtstrahlen verfolgt.

Die gefundenen Gesetze sind zusammengefasst in VII 8, 9: „Radio medio perpendicularis irrefractus penetrat; obliquus refringitur: in densiore quidem ad perpendicularem, in rariore vero a perpendiculari e refractionis puncto excitata“, und: „Superficies refractionis est perpendicularis superficiei refractivi“.

Alhazen begnügt sich nicht mit der Aufstellung derselben, sondern er versucht es, dieselben auf theoretischem Wege zu begründen und zwar wesentlich durch die Annahme, dass die Änderung in der Richtung der Bewegung des Lichtes hervorgerufen werde durch die Verschiedenheit des Widerstandes, welchen die Bewegung in den verschiedenen Mitteln erleidet.⁷⁾

Mit Hilfe des beschriebenen Apparates werden alsdann genauere Messungen der Brechungswinkel vorgenommen und die Verhältnisse der zusammengehörigen Einfall- und Brechungswinkel mit einander verglichen. Alhazen widerlegt durch seine Beobachtungen die von Ptolemaeus ausgesprochene Ansicht, als sei das Verhältnis immer dasselbe, mit den Worten: „sed anguli refractionum non observant eandem proportionem ad angulos, quos continet prima linea cum perpendiculari, sed differunt hae proportionem in eodem corpore diaphano.“ Eigene

⁷⁾ Nach Alhazens Darstellung in VII, 8 hemmen alle Körper je nach dem Grade ihrer Dichtigkeit (grossities) die Bewegung des Lichtes, auch die durchsichtigen. Beim Übergang aus einem Mittel in ein anderes muss also das Licht jedenfalls eine Änderung der Bewegung erfahren. Wie A. an einer Reihe von Beispielen zeigt, erfährt die senkrecht gegen einen Körper gerichtete Bewegung den geringsten Widerstand, die anderen stärkeren, je weiter sie sich von der Senkrechten entfernen. Dann fährt er fort: „Lux ergo si occurrit corpori diaphano grossiori illo corpore in quo existit, tunc impeditur ab eo ita quod non transibit in partem in quam movebatur. Si ergo motus lucis transiverit super perpendicularem, transibit recte propter fortitudinem motus super perpendicularem et si motus ejus fuerit super lineam obliquam, tunc non poterit transire propter debilitatem motus: accidit ergo ut declinetur ad partem motus in quam facilius movebitur quam in partem in quam movebatur. Sed facilius motuum est super perpendicularem et quod vicinius est perpendiculari est facilius remotiore. Et motus in corpore in quod transit si fuerit obliquus super superficiem illius corporis componitur ex motu in parte perpendicularis transeuntis in corpus in quo est motus et ex motu in parte lineae quae est perpendicularis super perpendicularem quae transit in ipsum. Cum ergo lux fuerit in corpore diaphano grosso super lineam obliquam tunc transitus ejus in illo corpore diaphano erit per motum compositum ex duobus praedictis motibus. Et quia grossities corporis resistit ei ad verticationem quam intendebat et resistentia ejus non est valde fortis: ex quo sequeretur quod declinaret ad partem ad quam facilius transiret: et motus super perpendicularem est facillimus motuum: necesse est ergo ut lux quae extenditur super lineam obliquam, moveatur super perpendicularem, exeuntem a puncto in quo lux occurrit superficiei corporis diaphani grossi. Et quia motus ejus est compositus ex duobus motibus quorum alter est super lineam perpendicularem super superficiem corporis grossi et reliquus super lineam perpendicularem super perpendicularem hanc et motus compositus qui est in ipso non omnino dimittitur sed solummodo impeditur: necesse est ut lux declinet ad partem faciliorem parte ad quam prius movebatur, remanente in ipso motu composito: sed pars facilior parte ad quam movebatur, remanente motu in ipso est illa pars quae est vicinior perpendiculari. Darauf folgt das Gesetz für diesen Fall und entsprechend wird auch der umgekehrte entwickelt. (pag. 242).

Beobachtungsergebnisse hat er uns nicht hinterlassen, nur die Anweisung, dass die Messungen von 10^0 zu 10^0 oder auch in kleineren Abständen vorgenommen werden sollen. Das aber ist bereits von ihm festgestellt worden, dass immer dieselben Einfallswinkel und Brechungswinkel zusammengehören, gleichviel ob man die Brechung beim Übergang vom dichteren zum dünneren Mittel verfolge oder umgekehrt (*experimentator videbit quod quantitates angulorum refractionis de aere ad vitrum et de vitro ad aerem semper erunt aequales VII, 11*, ein Satz, der auch in der Form VII, 34 ausgesprochen wird: „*Si visus et visibile in diversis mediis sua loca inter se permutant, nomina linearum incidentiae et refractionis inter se mutantur.*“). Darüber wie weit sich im ersteren Falle die Brechung überhaupt beobachten lässt, erfahren wir nichts näheres. In VII, 29 wird zwar einmal angedeutet, dass das Verhältnis zwischen Einfallswinkel und Brechungswinkel eine Grenze habe, aber eine Anwendung auf den vorliegenden Fall findet nicht statt, und der ausgesprochene Gedanke wird nicht weiter berührt.

Wie durch Reflexion, so entstehen auch durch Brechung Bilder der Gegenstände, und zwar befinden sich dieselben an anderer Stelle als der Gegenstand selbst, wie aus dem bekannten Versuch mit dem Geldstücke hervorgeht. Ihren Ort versetzt Alhazen in den Schnittpunkt des vom Gegenstand auf die brechende Fläche gefällten Lotes und des gebrochenen Strahles, bez. seiner Verlängerung und zeigt, dass immer nur ein einziges und zwar dem Gegenstande ähnliches Bild entstehe, dessen Lage je nach der des Gegenstandes und des Auges gegen einander verschieden sein müsse.

Mit der Brechung sind wiederum gewisse Täuschungen verbunden: Licht und Farbe verlieren durch sie an Intensität, sodass das Bild etwas undeutlich wird, und die Grösse des Bildes ist von der des Gegenstandes merklich verschieden. Die letztere Thatsache behandelt Alhazen eingehender für den Fall des Überganges aus einem dünnern in ein dichteres Medium. Durch eine einfache Betrachtung der Richtung der gebrochenen Strahlen zeigt er, dass Gegenstände innerhalb eines dichteren Mittels mit horizontaler Grenzfläche dem Auge vergrössert und gehoben erscheinen müssen — beiläufig bemerkt er hier, dass die verringerte Lichtstärke des Bildes ebenfalls dazu beitrage, den Schein der Vergrösserung wachzurufen. Ferner weist er nach (VII 44, 45), dass ein Gegenstand, auf die ebene Seite des kleineren aus einem dichteren Mittel als Luft gebildeten Kugelsegmentes gelegt, vergrössert erscheinen müsse, wenn dem Auge die convexe Seite des Segmentes zugekehrt werde. Indem er die Oberfläche des Wassers als parallel der Erde annimmt, also kugelförmig, versucht er mit Hilfe dieses Satzes die Vergrösserung eines im Wasser befindlichen Gegenstandes zu erklären (VII, 48), z. B. auch warum das untere Ende eines in das Wasser getauchten Stabes dicker erscheine als das obere. In der daran anschliessenden Erörterung finden wir die merkwürdige Stelle VII, 48: „*Sed in assuetis visibilibus non est tale aliquid, quod videatur ultra corpus diaphanum sphaericum grossius aere ultra centrum sphaerae et res visa cum hoc sit intra corpus sphaericum. Hoc enim non fit, nisi corpus sphaericum fuerit vitreum aut lapideum et fuerit totum corpus sphaericum solidum et res visa fuerit intra ipsum, aut ut corpus sphaericum sit portio sphaerae major semisphaera et res visa sit applicata cum basi ejus. Sed hi duo situs raro accidunt.*“ Zum ersten Male wird hier des Umstandes gedacht, dass ein gläsernes Kugelsegment und zwar das grössere dazu dienen könne, einen Gegenstand vergrössert erscheinen zu lassen.

Man sollte glauben, dass Alhazen diese Entdeckung durch den Versuch genauer prüfen und aus ihr weitere Schlüsse ziehen werde. Das hat er aber nicht gethan. Wie hätte er sonst die Forderung aufstellen können, es solle stets die convexe Seite des Segments dem Auge zugewandt und der Gegenstand stets dicht an die ebene Seite desselben gelegt werden,

und wie hätte er weiter behaupten können, dass eine derartige Lage nur selten vorkäme? Dass er die Vergrösserung als eine einfache Thatsache von seinen Vorgängern übernommen habe, möchte ich als unwahrscheinlich bezeichnen. Es scheint mir vielmehr, als hätten wir es hier mit einer rein theoretischen Folgerung zu thun, welche wohl geeignet ist, die Untersuchungen der vorigen Abschnitte abzuschliessen. Da derartige Kugelsegmente zu jener Zeit jedenfalls nicht benutzt wurden, und man die Möglichkeit, sie als Augengläser zu gebrauchen, nicht einmal ahnte, so könnte Alhazen füglich bei Feststellung der Thatsache stehen bleiben.

Vereinzelt steht der Versuch in VII, 49 da: Betrachtet man durch eine Glas- oder Krystallkugel einen kleinen schwarzen runden Körper, mit einem Auge, während man das andere schliesst, so erblickt man bei einer bestimmten Stellung des kleinen Körpers auf der Oberfläche der Kugel einen schwärzlichen Ring (*nigredinem rotundam in figura armillae*).

Am Schlusse seines Werkes wendet Alhazen sich zu der bekannten Wahrnehmung, dass die Gestirne am Horizonte grösser erscheinen als im Zenith. Durch die Brechung lässt sich dieselbe nicht erklären, denn durch diese wird, wie er zeigt, der Durchmesser eines Sternes (wie auch der Abstand zweier) verkleinert, weil die in das Auge gelangenden Lichtstrahlen nach dem Brechungsgesetze immer in denselben Verticalkreisen bleiben, diese aber nach dem Zenith hin immer näher an einander rücken und folglich die Sterne um so kleiner erscheinen müssen, je mehr sie durch die Brechung gehoben werden. Der eigentliche Grund für die Vergrösserung ist vielmehr der, dass das Auge die Grösse der Gegenstände schätzt nach der des Gesichtswinkels und nach der vorausgesetzten Grösse ihrer Entfernung. Wenn die Sterne nun am Horizonte stehen, so können wir ihre Entfernung mit den dazwischen liegenden irdischen Gegenständen vergleichen, daher erscheint uns dieselbe weiter, als wenn wir sie im Zenith oder in der Nähe desselben erblicken. In beiden Fällen ist aber der Gesichtswinkel der gleiche, daher muss das Gestirn am Horizonte grösser erscheinen. Die meistens am Horizonte befindlichen Dünste tragen ebenfalls zu dieser scheinbaren Vergrösserung bei. Alhazen stellt dieselbe im wesentlichen also als eine Sinnestäuschung dar, die ihre Ursache hat in dem Einflusse unsres Urteils auf das Sehen. Demselben Einflusse ist es auch zuzuschreiben, dass das Himmelsgewölbe abgeplattet erscheint (VII, 52—54).

Mit diesen Betrachtungen schliesst der *Opticae Thesaurus*. Der Inhalt des Anhangs⁸⁾ über die Höhe der Atmosphäre, ist in den bekannten Geschichtswerken nicht ganz richtig wiedergegeben. Gestützt auf die Alten, versetzt Alhazen darin Anfang und Ende der Dämmerung in den Zeitpunkt, in welchem die Sonne eine negative Höhe von 19° erreicht, giebt den Teil eines grössten Kreises der Erdoberfläche, welcher von der Sonne beleuchtet wird, auf $180^{\circ} 27' 52''$ an und bestimmt nun die Höhe der Atmosphäre. Die Methode, deren er sich dazu bedient, beruht auf der Annahme, dass die äusserste Luftschicht am Horizonte, welche bei Anfang oder Ende der Dämmerung noch Licht zu reflectieren vermag, zugleich die Grenze der Atmosphäre sei, und dass diese ihr Licht von der 19° unter dem Horizonte befindlichen Sonne empfangt. Bezeichne (Fig. 7) a b c d den Höhenkreis, f g h e die Erde, der Kreis l m um c die Sonne, e den Standpunkt des Beobachters, o p seinen Horizont, a das Zenith, m h den Sonnenstrahl, der die Erde in h berührt, so beginnt für den Punkt e die Dämmerung,

⁸⁾ Risner bezeichnet in der Überschrift den Gerardus von Cremona, welcher bekanntlich viele arabische Werke in das Lateinische übertragen hat, als Übersetzer desselben.

sobald Bogen $b c 19^0$ beträgt, und q wird der äusserste Punkt sein, von dem noch Reflexion stattfindet, also auch die gesuchte Grenze. Zur Bestimmung der Entfernung desselben beachte man, dass

$$\begin{aligned} f g &= g h = \frac{1}{2} (180^0 27' 52'') = 90^0 13' 56'' \\ b k c &= 19^0, \text{ also } h k b = 71^0 13' 56'', \\ e k h &= 18^0 46' 4'', \text{ also } q k e = 9^0 23' 2'' \\ &\text{und } k q e = 80^0 36' 58''. \end{aligned}$$

Wilde hat (a. a. O. pag. 76) direct $h q o = 19^0$ gesetzt, so dass er hierin von Alhazen abweicht. Berechnet man nun $k q = r + x$ und daraus $r q = x$, worin der Erdradius $r = 860$ Meilen gesetzt werde, so ist zunächst

$$\frac{r}{r + x} = \cos. 9^0 23' 2'' = 0,98664$$

folglich $x = 11,6 \dots$ Meilen. Alhazen setzt den Umfang der Erde zu 24000 italienischen, also etwa zu 4800 deutschen Meilen an und erhält infolge dessen einen kleineren Wert, nämlich $x = 52000$ Schritt, d. h. etwa 10 Meilen, den Wert des Milliare italicum etwa als 1,5 km gerechnet.

Es ist dies der erste Versuch einer derartigen Berechnung und verdient als solcher die höchste Beachtung. Selbstverständlich kann aber auf diesem Wege die gestellte Aufgabe nicht gelöst werden, da auch die Brechung Berücksichtigung verlangt.

Die beiden andern am Eingange genannten Schriften sind in gewissem Sinne nur noch Ergänzungen des *Opticae thesaurus*. Die erste derselben hat im wesentlichen folgenden Inhalt: Die Körper werden eingeteilt in „selbstleuchtende“ und „nicht selbstleuchtende“. Von den ersteren sind mit den Sinnen wahrnehmbar die Sterne und das Feuer. Weiter werden die Körper eingeteilt in durchsichtige und in undurchsichtige, je nachdem sich in ihnen das Licht fortpflanzen kann oder nicht. Die durchsichtigen zerfallen wieder in zwei Gruppen, deren erste die ganz durchsichtigen, z. B. Bergkrysal, deren zweite diejenigen umfasst, welche das Licht nur durch einige Teile hindurch gehen lassen. Unter den durchsichtigen Körpern nimmt der Aether insofern eine Sonderstellung ein, als seine Durchsichtigkeit unter allen Umständen die gleiche bleibt. Die übrigen durchsichtigen Körper, die Alhazen als „unterhalb des Aethers“ bezeichnet, und die er in drei Classen, 1. Luft, 2. Wasser und durchsichtige Flüssigkeiten und 3. durchsichtige Steine, wie Glas etc. teilt, zeigen je nach den Verhältnissen erhebliche Verschiedenheiten und besitzen sogar eine gewisse Undurchsichtigkeit, so dass sie, vom Licht getroffen, dies reflectieren und secundäres Licht aussenden können, was bei absolut durchsichtigen Körpern nicht vorkommen kann, denn diese werden vom Lichte vollkommen durchdrungen, ohne etwas davon zurückzubehalten.

Das Licht, welches in durchsichtigen Körpern auf geraden Linien sich fortpflanzt, nennt Alhazen einen Strahl. Bei Besprechung des Sehens kommt er auf die bekannte Theorie der Sehstrahlen, welche vom Auge ausgehen, das Sehen bewirken und den Strahlen der Sonne ähnlich sein sollen, und stellt daneben die Ansicht, dass das Sehen mittelst Lichtstrahlen stattfindet, welche sich vom Gegenstande zum Auge fortpflanzen, ohne, wie im *Opticae Thesaurus*, eine bestimmte Entscheidung über die Richtigkeit der einen oder andern Ansicht zu treffen, ja ohne überhaupt den Gegensatz von Licht- und Sehstrahlen auch nur anzudeuten.

In der ganzen Schrift finden wir eine scharfe Gegenüberstellung der Ansichten der Mathematiker und Naturforscher, die ihren Ausdruck namentlich findet in der Erörterung über die durchsichtigsten Körper wie über die Grenzen gewisser Eigenschaften der Körper, z. B. der Teilbarkeit. Alles in allem genommen möchte ich aus dem Inhalte der in Rede stehenden Schrift schliessen, dass sie früher als der *Opticae Thesaurus* entstanden ist. Erst in diesem Werke ist die Klärung der Ansichten eingetreten, welche es so bedeutend machen.

Die ebenfalls in neuester Zeit aufgefundene Schrift über die Brennkugel dagegen scheint später entstanden zu sein als der *Opticae Thesaurus*; denn in diesem ist von Versuchen mit Kugeln nur an einer einzigen Stelle (VII, 49) die Rede, und doch würde Alhazen schwerlich gezögert haben, andere Entdeckungen über den Gang des Lichtes durch Kugeln gleich in diesem Werke zu veröffentlichen, wenn dieselben nicht die Frucht späterer Arbeiten gewesen wären. Alhazen giebt in ihr folgendes an: „Es hat Ptolemaeus in seinem Werke über Optik im 5. Buche bewiesen, dass wenn der Einfallswinkel 40° beträgt, dann der Brechungswinkel 25° , und dass, wenn ersterer 50° , dann letzterer 30° beträgt. Hieraus geht hervor, dass der Ablenkungswinkel, d. h. der Winkel zwischen dem gebrochenen Strahl und der Verlängerung des einfallenden, von $40^{\circ} 15^{\circ}$ beträgt und der von $50^{\circ} 20^{\circ}$. Daraus folgt weiter, dass die Zunahme des Ablenkungswinkels von 50° gegen den von 40° gleich ist der Hälfte der Zunahme der beiden Einfallswinkel. Weiter hat Ptolemaeus bewiesen, dass die Zunahme der Ablenkungswinkel, welche Einfallswinkeln von mehr als 50° entsprechen, grösser sind als die Hälfte der Zunahmen der Einfallswinkel. Indem Alhazen dann noch voraussetzt, dass der Centriwinkel doppelt so gross ist als der entsprechende Peripheriewinkel, erhält er das Resultat: „Bei jeder glatten und durchsichtigen Kugel von Glas oder ähnlicher Substanz wird die Wärme der Sonnenstrahlen in einer Entfernung von der Kugel vereint, die kleiner ist als ein Viertel des Durchmessers.“ Alhazen wusste auch, dass nicht alle Strahlen in demselben Punkte vereinigt würden. Seine Beweise erläutert er durch genaue Figuren.

Mit dem vorhergehenden ist die Optik Alhazens in ihren Grundzügen erschöpft. Es fragt sich, wie weit dieselbe als Resultat seiner eigenen Forschungen anzusehen, und wie viel darin von andern, besonders griechischen Autoren entlehnt ist. Ein Blick auf die einschlägige Litteratur zeigt sofort, dass es sich hier nur darum handeln kann, festzustellen, bis zu welchem Grade Alhazen von seinem grössten Vorgänger Ptolemaeus abhängig ist, denn von der Zeit dieses bis auf Alhazen ist kein irgend wie bedeutendes Werk über Optik erschienen und, wenn überhaupt einer, so kann nur Ptolemaeus als Quelle gedient haben. In der That ist schon von Roger Baco gegen Alhazen der Vorwurf erhoben, er habe nur den Ptolemaeus ausgeschrieben, und dieser Vorwurf ist von Montucla mit dem Bemerken wiederholt worden, die verloren gegangene Optik des Ptolemaeus sei das vollständigste Werk der Alten, und man vermute von Alhazen mit Recht, obschon er es leugne, dass er fast seine ganze Optik Ptolemaeus entlehnt habe. Beider Behauptungen sind unrichtig. Montucla freilich konnte das nicht wissen, da er des Ptolemaeus Optik nicht kannte, und er musste daher Bacos Angabe in gutem Glauben wiederholen. Dieser hingegen war nicht im mindesten zu seinem Vorwurfe berechtigt, denn er musste diese Optik kennen, da sie erst später verloren gegangen ist. Ein Manuscript derselben ist dann von La Place wieder aufgefunden und von Delambre auf Humboldts Veranlassung einer genaueren Untersuchung unterzogen worden. Das Ergebnis dieser liefert den Beweiss dafür, dass Alhazens Werk ein durchaus selbständiges

ist. Die beiden zuletzt behandelten, allerdings erst kurze Zeit bekannten Schriften, beweisen überdies hinlänglich, dass Alhazen weit entfernt gewesen ist, Untersuchungen des Ptolemaeus oder eines andern als seine eigenen in Anspruch zu nehmen, denn er führt z. B. Ptolemaeus und dessen Sätze, wie wir gesehen, selbst an, desgleichen gedenkt er seiner und des Aristoteles in der Abhandlung über das Licht und citirt dort auch den Mathematiker Abu Said al Alben Sahl, was doch gegen eine unrechtmässige Benutzung andrer spricht.

Dass Alhazen im *Opticae Thesaurus* nirgend eine fremde Autorität erwähnt, scheint mir durch die Thatsache begründet, dass er in dem grössten Teile dieses Werkes eigene neue Untersuchungen bringt, welche solche Citationen überflüssig machen. Dennoch lässt er auch hier an verschiedenen Orten seine Bekanntschaft mit seinen Vorgängern durchblicken, so in den bereits erwähnten Stellen I, 13 und VII, 37 und endlich in VI, 6, wo er die Besprechung der Bilder in den Convexspiegeln mit den Worten schliesst: „*Hujus autem rei explanationem nec scriptam legimus nec aliquem qui dixisset aut intellexisset audivimus.*“

Ein Vergleich der Leistungen Alhazens mit denen des Ptolemaeus⁹⁾ zeigt, wie bedeutende Fortschritte die Optik gerade dem ersteren zu verdanken hat: Alhazen ist der erste Physiker gewesen, der den Bau des Auges berücksichtigt und auf Grund desselben eine ausführliche Theorie des Sehens entwickelt hat, die trotz unrichtiger Voraussetzungen über die Funktionen der Krystalllinse zu Resultaten führt, welche mit denen unserer heutigen Lehren fast übereinstimmen. Die Annahmen und Versuche, durch welche er die Bedingungen des Einfach- und des Doppeltsehens feststellt, sind als von ihm selbst gemachte Entdeckungen zu bezeichnen. Alhazen hat ferner zuerst in bestimmter Weise die Unrichtigkeit der Lehre von den Gesichtsstrahlen nachgewiesen, diese Lehre endgiltig aus der Physik entfernt und die entgegengesetzte eingeführt — eine Änderung in den Grundlagen der Optik von ausserordentlicher Tragweite. Die Behauptung, dass die Fortpflanzung des Lichts Zeit erfordere, finden wir auch schon bei ihm. Eine wie gewaltige Kluft trennt hier Ptolemaeus und Alhazen, die griechische und die arabische Schule!

In der Lehre von der Reflexion überragt Alhazen alle seine Vorgänger durch die Klarheit der Anschauungen und durch die Zahl der behandelten Fälle. Er beweist zuerst mittelst des Apparates die bezüglichen Gesetze gleichzeitig für alle Arten der Spiegel und giebt zuerst eine richtige Erklärung der Spiegelbilder. Die Untersuchungen über den Ort, über die Verzerrungen der Bilder und die Lösung der nach ihm genannten Aufgabe sind neu.

Auch in der Kenntnis der Refraction übertrifft Alhazen den Ptolemaeus. Er weiss, dass das Verhältnis zwischen Brechungs- und Einfallswinkel nicht constant ist, dass der Weg des Lichts durch zwei Mittel vorwärts und rückwärts derselbe bleibt, dass das Bild eines Gegenstandes in einem dichteren Mittel gehoben und vergrössert erscheint, und bestimmt endlich den Ort desselben in noch heute gültiger Weise. Als merkwürdigstes Resultat seiner Untersuchungen erscheint aber die Entdeckung der vergrössernden Kraft gläserner Kugelsegmente, welche auf die erste Anfertigung der Augengläser nicht ohne Einfluss geblieben sein kann. — Der von Alhazen angegebene Grund für die scheinbare Vergrösserung der Gestirne am Horizonte ist der einzige, den wir bisher kennen, und viel richtiger als der des Ptolemaeus, welcher die Verkleinerung im Zenith durch die ungewöhnliche Stellung der Augen beim Sehen zu erklären sucht, während er in andern Punkten der astronomischen Strahlen-

⁹⁾ Näheres über die Optik des Ptolemäus findet man in dem Aufsätze Gilberts: „Die Optik des Ptolemäus, verglichen mit der Euclids, Alhazens und Vitellos von Delambre“, vom Jahre 1812 in Gilberts *Annalen* Bd. 40.

brechung genauer ist als Alhazen. — Dass die Berechnung der Höhe der Atmosphäre so wie die Untersuchungen über die Brennkugel von keinem Physiker vor Alhazen auch nur angedeutet sind, bedarf kaum besonderer Erwähnung.

So ist denn Alhazen in der Optik erfolgreich als Neuerer aufgetreten. Wie weit ihm dazu von Zeitgenossen die Wege geebnet sind, können wir heute nicht mehr ermessen, doch dürften wir kaum fehlgehen, wenn wir annehmen, dass er durch selbständige Entdeckung neuer Wahrheiten zu dem hohen Ansehen gelangt ist, in welchem er als Gelehrter bei Mit- und Nachwelt gestanden, und von dem noch die Worte Risners Zeugnis ablegen: „Diligentiam sane et doctrinam in arabe homine mirabilem deprehendi.“ Mögen hier und da vielleicht in der Lehre vom Sehen Gedanken, den seinigen ähnlich, auch schon früher ausgesprochen worden sein, diese geklärt und zwischen den widerstreitenden Ansichten endgiltig entschieden zu haben, ist unstreitig Alhazens Verdienst, und damit hat er die grossartige Umwälzung in den Grundlehren der Optik bewirkt, welche die glänzenden Entdeckungen der Neuzeit zur Folge gehabt hat.

Fig. 1.

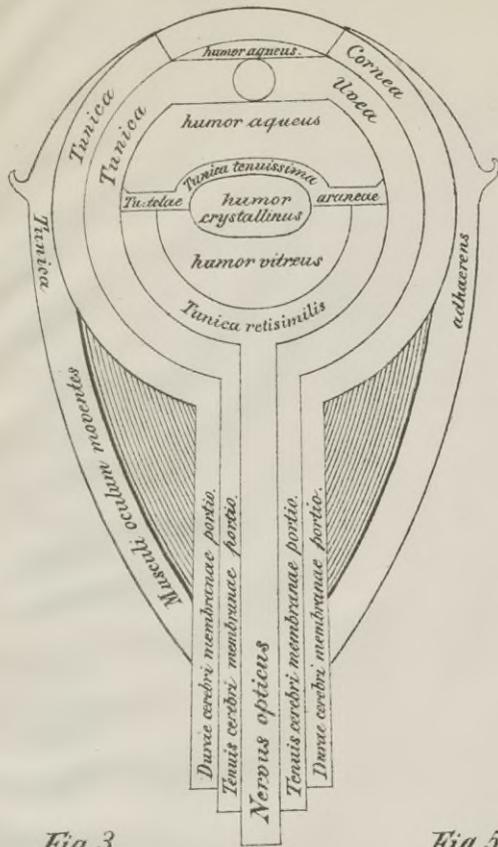


Fig. 7.

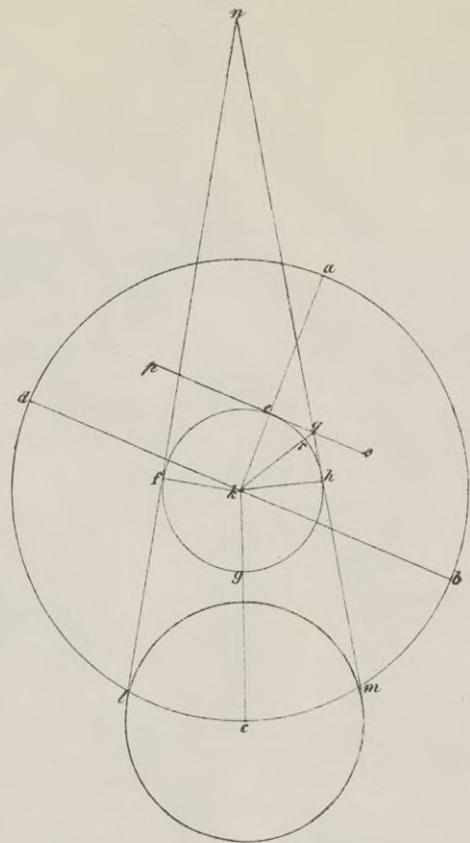


Fig. 3.

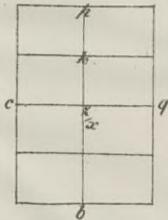


Fig. 5.

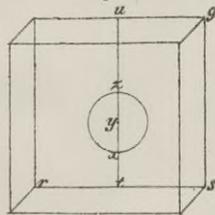


Fig. 6.

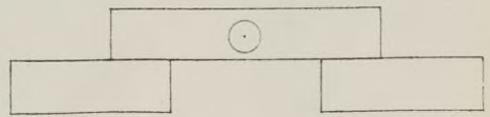


Fig. 4.

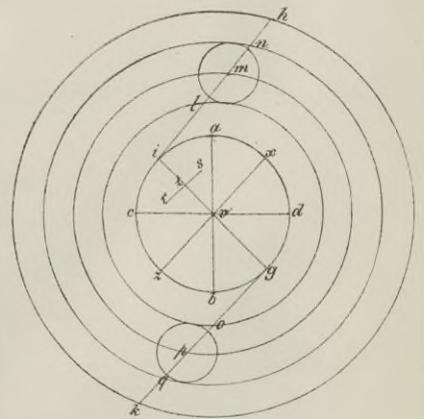


Fig. 2.

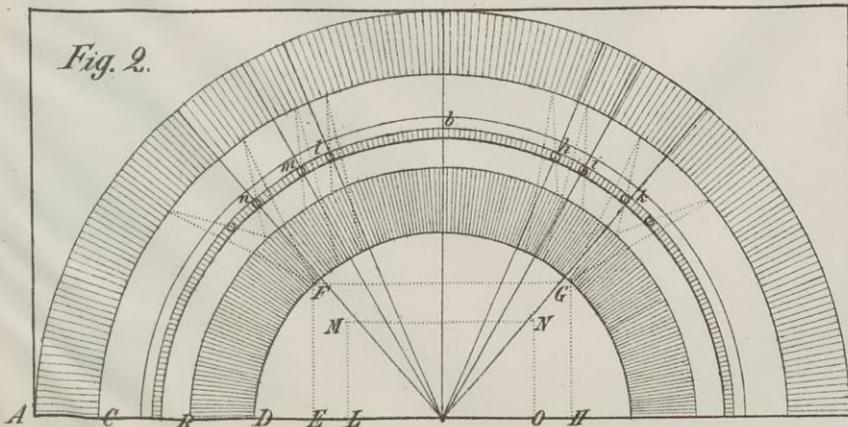


Fig 1



Fig 2

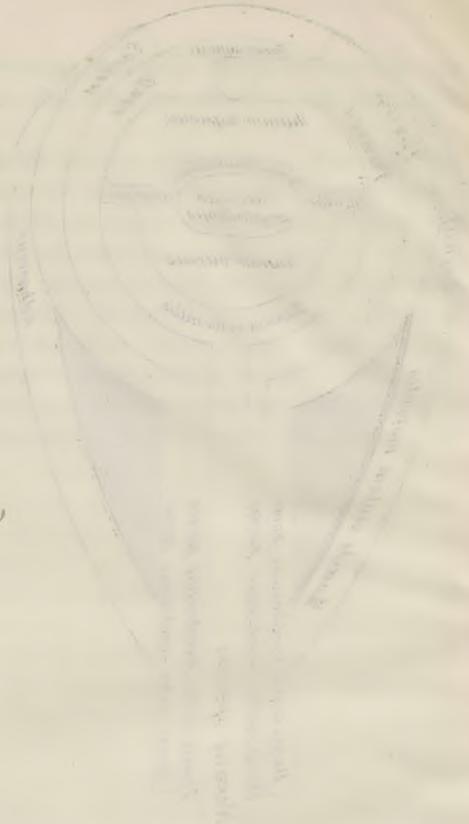


Fig 3



Fig 4



Fig 5



Fig 6



Fig 7

