Programm

des

Königlichen
Gymnasiums zu Hohenstein i. Ostpr.,

womit

zur öffentlichen Prüfung der Schüler aller Classen

am 28. und 29. Juli 1870

ergebenst einladet

E. Trosien,
Director.

Inhalt: 1) Aufgaben und Lehrsätze aus der ebenen Trigonometrie vom Oberlehrer E. Bluemel.
2) Antrittsrede des Directors.
3) Jahresbericht des Directors.

Königsberg i. Pr., 1870.
Gedruckt bei Gruber & Longrien. (Gustav Longrien).

Obgleich die Zahl der trigonometrischen Aufgabensammlungen, die mir bekannt sind, nicht gering ist, habe ich in denselben doch sehr wenige von den hier gelösten Aufgaben gefunden. Freilich sind diese Aufgaben schwierig, aber dennoch lassen sie sich nach meiner Erfahrung in der Prima eines Gymnasiums mit Nutzen behandeln, wenn auch den Schülern die Lösung nicht immer ohne Hülfe des Lehrers gelingt.

Zweck dieser Aufgaben ist, den Schülern Uebung im Rechnen mit trigonometrischen Funktionen und zugleich Kenntniss einer Menge von Relationen zwischen Transversalen des Dreiecks zu verschaffen, und so das zu vervollständigen, was die Schüler auf planimetrischem Wege von den Transversalen kennen gelernt haben.

Bezeichnet man, wie in der beigegebenen Figur, die drei Seiten eines $\triangle$ ABC. mit a, b, c, die Winkel mit α, β, γ, den Radius des dem $\triangle$ ABC. umschriebenen Kreises mit R, den Radius des inneren Berührungskreises mit r, die Radien der drei äusseren Berührungskreise mit r_1, r_2, r_3, so dass r_1 die Seite a selbst (nicht ihre Verlängerung) berührt, r_2 die Seite b und r_3 die Seite c, so ergeben sich die bekannten und in meinem Leitfaden für elementare Mathematik abgeleiteten Formeln:

$$\text{Nro. 1:}\quad \left|\begin{array}{l} a = 2\,R \sin\alpha \\ b = 2\,R \sin\beta \\ c = 2\,R \sin\gamma \end{array}\right. \qquad \text{Nro. 2:}\quad \left|\begin{array}{l} r = 4\,R \sin\frac{\alpha}{2} \sin\frac{\beta}{2} \sin\frac{\gamma}{2} \\ r_1 = 4\,R \sin\frac{\alpha}{2} \cos\frac{\beta}{2} \cos\frac{\gamma}{2} \\ r_2 = 4\,R \cos\frac{\alpha}{2} \sin\frac{\beta}{2} \cos\frac{\gamma}{2} \\ r_3 = 4\,R \cos\frac{\alpha}{2} \cos\frac{\beta}{2} \sin\frac{\gamma}{2} \end{array}\right.$$

Sind $AD = h_1$, $BE = h_2$ und $CF = h_3$ die drei Höhen des $\triangle$ ABC, so erhält man: $AD. = c \sin\beta = 2\,R \sin\beta \sin\gamma$. Bezeichnet man den Schnittpunkt der drei Höhen mit S, so ist $AE = AS. \sin\gamma$, und da $AE = 2\,R \cos\alpha \sin\gamma$ erhält man: $AS = 2\,R \cos\alpha$. Ferner $DS. = h_1 - AS = 2\,R\,[\sin\beta \sin\gamma - \cos\alpha]$ oder $DS = 2\,R\,[\sin\beta \sin\gamma + \cos(\beta+\gamma)] = 2\,R \cos\beta \cos\gamma$. Man erhält so folgende Formelgruppen:

$$\text{Nro. 3:}\ \left|\begin{array}{l} h_1 = 2\,R \sin\beta \sin\gamma \\ h_2 = 2\,R \sin\alpha \sin\gamma \\ h_3 = 2\,R \sin\alpha \sin\beta \end{array}\right| \quad \text{Nro. 4:}\ \left|\begin{array}{l} AS = 2\,R \cos\alpha \\ BS = 2\,R \cos\beta \\ CS = 2\,R \cos\gamma \end{array}\right| \quad \text{Nro. 5:}\ \left|\begin{array}{l} DS = 2\,R \cos\beta \cos\gamma \\ ES = 2\,R \cos\alpha \cos\gamma \\ FS = 2\,R \cos\alpha \cos\beta \end{array}\right.$$

Verbindet man die Fusspunkte D, E und F der drei Höhen, so erhält man, da AS der Durchmesser des um das $\triangle$ AFE beschriebenen Kreises ist, nach Analogie mit Nro. 1:
$EF = AS. \sin\alpha = 2\,R \sin\alpha \cos\alpha$, oder:

$$\text{Nro. 6:)}\ EF = R \sin 2\,\alpha;\ DF = R \sin 2\,\beta;\ DE = R \sin 2\,\gamma.$$

Das $\triangle$ DEF mag Höhendreieck heissen.

Verbindet man die Mittelpunkte m, m_1, m_2, m_3, der 4 Berührungskreise, deren Radien der Reihe nach r, r_1, r_2, r_3, sind, so erhält man:

$$Bm_1 = \frac{r_1}{\cos\frac{\beta}{2}} = 4\,R \sin\frac{\alpha}{2} \cos\frac{\gamma}{2} \text{ und } Bm_3 = \frac{r_3}{\cos\frac{\beta}{2}} = 4\,R \cos\frac{\alpha}{2} \sin\frac{\gamma}{2}$$

und durch Addition: $m_1\,m_3 = 4R\left[\sin\frac{\alpha}{2} \cos\frac{\gamma}{2} + \cos\frac{\alpha}{2} \sin\frac{\gamma}{2}\right\} = 4\,R \sin\left(\frac{\alpha+\gamma}{2}\right)$, oder:

Nro. 7: $m_1, m_3 = 4 R \cos \frac{\beta}{2}; m_1 m_2 = 4 R \cos \frac{\gamma}{2}; m_2 m_3 = 4 R \cos \frac{\alpha}{2}$

Diese sieben Formelgruppen findet man in Wiegand's Sammlung trigon. Aufgaben.

Ferner erhält man, da $Bm = \frac{r}{\sin \frac{\beta}{2}} = 4 R \sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\gamma}{2}$, nach dem pythagoreischen Lehrsatze:

$$mm_1^2 = Bm_1^2 + Bm^2 = 16 R^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \left(\cos^2 \frac{\gamma}{2} + \sin^2 \frac{\gamma}{2}\right) \text{ oder: } mm_1^2 = 16 R^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}, \text{ also:}$$

Nr. 8: $mm_1 = 4 R \sin \frac{\alpha}{2}; mm_2 = 4 R \sin \frac{\beta}{2}; mm_3 = 4 R \sin \frac{\gamma}{2}$.

Im $\triangle$ AmB ist ferner: $Am = \frac{c. \sin \frac{\beta}{2}}{\cos \frac{\gamma}{2}} = \frac{2 R \sin \frac{\beta}{2} \sin \gamma}{\cos \frac{\gamma}{2}}$ oder:

Nro 9: $Am = 4 R \sin \frac{\beta}{2} \sin \frac{\gamma}{2}; Bm = 4 R \sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\gamma}{2}; Cm = 4 R \sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\beta}{2}$

Ebenso ist im $\triangle$ ABm_1 : $Am_1 = \frac{c \sin \left(90 + \frac{\beta}{2}\right)}{\sin \frac{\gamma}{2}} = \frac{4 R \cos \frac{\beta}{2} \sin \frac{\gamma}{2} \cos \frac{\gamma}{2}}{\sin \frac{\gamma}{2}}$ oder:

Nro. 10: $Am_1 = 4 R \cos \frac{\beta}{2} \cos \frac{\gamma}{2}; Bm_2 = 4 R \cos \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\gamma}{2}; Cm_3 = 4 R \cos \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2}$

Ebenso erhält man:

Nro. 11:
$$\left|\begin{array}{l} Am_2 = 4 R \sin \frac{\beta}{2} \cos \frac{\gamma}{2}; Am_3 = 4 R \cos \frac{\beta}{2} \sin \frac{\gamma}{2} \\ Bm_1 = 4 R \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\gamma}{2}; Bm_3 = 4 R \cos \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\gamma}{2} \\ Cm_1 = 4 R \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2}; Cm_2 = 4 R \cos \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\beta}{2} \end{array}\right.$$

In dem gleichschenkligen $\triangle$ AMC ist $\sphericalangle$ AMC $= 2\beta$, folglich $\sphericalangle$ MAC $= 90 - \beta$, also $\sphericalangle$ $MAm = \frac{\alpha}{2} - (90 - \beta) = \frac{\beta - \gamma}{2}$. Im $\triangle$ MAm ist also (Leitfaden § 28)

$$Mm^2 = R^2 + Am^2 - 2 R\, Am \cos \left(\frac{\beta-\gamma}{2}\right) = R^2 + 16 R^2 \sin^2 \frac{\beta}{2} \sin^2 \frac{\gamma}{2} - 8 R^2 \sin \frac{\beta}{2} \sin \frac{\gamma}{2} \cos \left(\frac{\beta-\gamma}{2}\right)$$

$$Mm^2 = R^2 - 8 R^2 \sin \frac{\beta}{2} \sin \frac{\gamma}{2} \left[\cos \left(\frac{\beta-\gamma}{2}\right) - 2 \sin \frac{\beta}{2} \sin \frac{\gamma}{2}\right\} = R^2 - 8R^2 \sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\beta}{2} \sin \frac{\gamma}{2}$$

oder: $Mm^2 = R^2 - 2rR$ (nach Nro. 2).

Ebenso erhält man aus dem $\triangle$ MAm_1:

$$Mm_1^2 = R^2 + Am_1^2 - 2 R\, Am_1 \cos \left(\frac{\beta-\gamma}{2}\right) = R^2 + 16 R^2 \cos^2 \frac{\beta}{2} \cos^2 \frac{\gamma}{2} - 8 R^2 \cos \frac{\beta}{2} \cos \frac{\gamma}{2} \cos \left(\frac{\beta-\gamma}{2}\right) \text{ (Nro.10)}$$

$$Mm_1^2 = R^2 + 8 R^2 \cos \frac{\beta}{2} \cos \frac{\gamma}{2} \left[2 \cos \frac{\beta}{2} \cos \frac{\gamma}{2} - \cos \left(\frac{\beta-\gamma}{2}\right)\right\} = R^2 + 8 R^2 \cos \frac{\beta}{2} \cos \frac{\gamma}{2} \cos \left(\frac{\beta+\gamma}{2}\right)$$

$$Mm_1^2 = R^2 + 8 R^2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2} \cos \frac{\gamma}{2} = R^2 + 2 r_1 R$$

Die gefundenen Werthe für Mm und Mm_1, und die analog zu findenden für Mm_2 und Mm_3 geben folgende Formelgruppe:

Nro. 12: $Mm^2 = R^2 - 2 rR; Mm_1^2 = R^2 + 2 r_1 R; Mm_2^2 = R^2 + 2 r_2 R; Mm_3^2 = R^2 + 2 r_3 R$.

Mit Hülfe dieser zwölf Formelgruppen wollen wir eine Reihe von Aufgaben lösen, in denen die darin vorkommenden Linien als Funktionen von einander dargestellt werden.

Aufgabe 1. Gegeben sind die drei Seiten a, b, c eines Dreiecks, gesucht wird der Radius R des dem $\triangle$ umschriebenen Kreises.

Auflösung. Setzen wir: $(a+b+c)(a+b-c)(a-b+c)(-a+b+c)=P$, so ist (nach Leitf. § 33 u. 34) der Flächeninhalt $\triangle$ des Dreiecks: $\triangle = \frac{1}{4}\sqrt{P}$ und $\triangle = \frac{b\,c \sin\alpha}{2}$, folglich: $2\sin\alpha = \frac{\sqrt{P}}{b\,c}$ und da nach Nro. 1: $R = \frac{a}{2\sin\alpha}$, erhält man: $R = \frac{abc}{\sqrt{P}}$.

Aufgabe 2. Gegeben sind die drei Seiten a, b, c eines $\triangle$, gesucht werden die Radien $r\, r_1\, r_2\, r_3$ der Berührungskreise.

Auflösung. Da $\triangle = \frac{1}{4}\sqrt{P}$ und auch $\triangle = (a+b+c)\frac{r}{2}$, erhält man $r = \frac{\sqrt{P}}{2(a+b+c)}$

Ebenso: $\triangle\, Bm_1C = ABm_1C - \triangle\, ABC$. Da nun: $\triangle\, Bm_1C = \frac{ar_1}{2}$ und $ABm_1C = \frac{(b+c)\,r_1}{2}$, erhält man: $\frac{a\,r_1}{2} = \frac{(b+c)\,r_1}{2} - \frac{1}{4}\sqrt{P}$, woraus: $r_1 = \frac{\sqrt{P}}{2(-a+b+c)}$. Berechnet man analog r_2 und r_3, so ergeben sich folgende vier Formeln:

$$1)\ r = \frac{\sqrt{P}}{2(a+b+c)}\quad 2)\ r_1 = \frac{\sqrt{P}}{2(-a+b+c)}\quad 3)\ r_2 = \frac{\sqrt{P}}{2(a-b+c)}\quad 4)\ r_3 = \frac{\sqrt{P}}{2(a+b-c)}$$

Zusatz 1. $r = \frac{2\triangle}{(a+b+c)}$; $r_1 = \frac{2\triangle}{(-a+b+c)}$; $r_2 = \frac{2\triangle}{(a-b+c)}$; $r_3 = \frac{2\triangle}{(a+b-c)}$

Zusatz 2. $\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3} = \frac{a+b+c}{2\triangle} = \frac{1}{r}$

Zusatz 3. $r : r_1 = (-a+b+c) : (a+b+c)$; $r : r_2 = (a-b+c) : (a+b+c)$; $r : r_3 = (a+b-c) : (a+b+c)\ r_1 : r_2 = (a-b+c) : (-a+b+c)$; $r_2 : r_3 = a+b-c) : (a-b+c)$.

Aufgabe 3. Den Flächeninhalt $\triangle$ eines Dreiecks durch drei von den Radien der vier Berührungskreise auszudrücken.

Auflösung. Die Multiplikation der vier Gleichungen des 1sten Zusatzes zu Aufl. 2 giebt: $\frac{16\triangle^4}{P} = rr_1r_2r_3$, und da $P = 16\triangle^2$, erhält man: $\triangle = \sqrt{rr_1r_2r_3}$. Multiplicirt man nun die Gleichung des Zusatzes 2 zu Aufl. 2 mit dem Produkte der vier Radien, so erhält man: $rr_2r_3 + rr_1r_3 + rr_1r_2 = r_1r_2r_3$, und mit Hülfe dieser Gleichung kann man jeden der vier Radien durch die drei andern ausdrücken. Da nun: $r = \frac{r_1r_2r_3}{r_1r_2 + r_1r_3 + r_2r_3}$, erhält man: 1) $\triangle = \frac{r_1r_2r_3}{\sqrt{r_1r_2 + r_1r_3 + r_2r_3}}$. Ebenso aus: $r_3 = \frac{rr_1r_2}{r_1r_2 - rr_1 - rr_2}$, hat man 2) $\triangle = \frac{rr_1r_2}{\sqrt{r_1r_2 - rr_1 - rr_2}}$. Analog:

3) $\triangle = \frac{rr_1r_3}{\sqrt{r_1r_3 - rr_1 - rr_3}}$ 4) $\triangle = \frac{rr_2r_3}{\sqrt{r_2r_3 - rr_2 - rr_3}}$.

Aufgabe 4. Den Umfang eines $\triangle$ auszudrücken durch die binären Produkte der Radien der drei äusseren Berührungskreise.

Auflösung. Nach Aufl. 2 ist $\triangle = (a+b+c)\frac{r}{2}$ und nach Auflösung 3 $\triangle = \frac{r_1r_2r_3}{\sqrt{r_1r_2 + r_1r_3 + r_2r_3}}$, folglich: $a+b+c = \frac{2\,r_1r_2r_3}{r\sqrt{r_1r_2 + r_1r_3 + r_2r_3}}$, und da $r = \frac{r_1r_2r_3}{r_1r_2 + r_1r_3 + r_2r_3}$, hat man: $a+b+c = 2\sqrt{r_1r_2 + r_1r_3 + r_2r_3}$

An. Aus Nro. 1 u. 2 folgt auch direct nach einigen Umformungen: $(a+b+c)^2 = 64R^2\cos^2\frac{\alpha}{2}\cos^2\frac{\beta}{2}\cos^2\frac{\gamma}{2}$ und $r_2r_3 + r_1r_2 + r_1r_3 = 16R^2\cos^2\frac{\alpha}{2}\cos^2\frac{\beta}{2}\cos^2\frac{\gamma}{2}$. —

Aufgabe 5. Den Ueberschuss der Summe zweier Seiten über die dritte auszudrücken durch die binären Produkte der Radien der vier Berührungskreise.

Auflösung. $\triangle ABC = ABm_1C - \triangle Bm_1C$ oder $\triangle ABC = \frac{(b+c)r_1}{2} - \frac{a}{2}$ und nach Aufl. 3. Gleichung 1; $(b + c - a)\frac{r_1}{2} = \frac{r_1 r_2 r_3}{\sqrt{r_1 r_2 + r_1 r_3 + r_2 r_3}}$, folglich:

$$1)\, b + c - a = \frac{2 r_2 r_3}{\sqrt{r_1 r_2 + r_1 r_3 + r_2 r_3}} \text{ Analog: } 2)\, a + b - c = \frac{2 r_1 r_2}{\sqrt{r_1 r_2 + r_1 r_3 + r_2 r_3}} \quad 3)\, a - b + c = \frac{2 r_1 r_3}{\sqrt{r_1 r_2 + r_1 r_3 + r_2 r_3}}$$

Aufgabe 6. Die Seiten des Dreiecks durch die Radien der drei äussern Berührungskreise auszudrücken.

Auflösung. Die Addition je zweier Gleichungen der Auflösung 5 giebt:

$$a = \frac{r_1 r_2 + r_1 r_3}{\sqrt{r_1 r_2 + r_1 r_3 + r_2 r_3}} \quad b = \frac{r_1 r_2 + r_2 r_3}{\sqrt{r_1 r_2 + r_1 r_3 + r_2 r_3}} \quad c = \frac{r_1 r_3 + r_2 r_3}{\sqrt{r_1 r_2 + r_1 r_3 + r_2 r_3}}$$

Die Seiten des $\triangle ABC$ lassen sich jetzt leicht durch beliebige drei von den vier Radien der Berührungskreise ausdrücken mit Hülfe der Gleichung aus Aufl. 2. Zusatz 2.

Aufgabe 7. Gegeben $r\ r_2$ und r_3 gesucht $b + c - a$.

Auflösung. Da $\triangle ABC = \frac{(b + c - a) r_1}{2}$ und Aufl. 3. Gl. 4: $\triangle = \frac{r r_2 r_3}{\sqrt{r_2 r_3 - r r_2 - r r_3}}$ erhält man: $b + c - a = \frac{2 r r_2 r_3}{r_1 \sqrt{r_2 r_3 - r r_2 - r r_3}}$ und da $r_1 = \frac{r r_2 r_3}{r_2 r_3 - r r_2 - r r_3}$, hat man: $b + c - a = 2\sqrt{r_2 r_3 - r r_2 - r r_3}$. Ebenso: $a + b - c = 2\sqrt{r_1 r_2 - r r_1 - r r_2}$; $a - b + c = 2\sqrt{r_1 r_3 - r r_1 - r r_3}$

Aufgabe 8. Den Radius des umschriebenen Kreises zu finden, wenn die Radien der drei äusseren Berührungskreise gegeben sind.

Auflösung. Nach Aufl. 1 ist: $R = \frac{abc}{\sqrt{P}}$ nach Aufl. 2: $r = \frac{\sqrt{P}}{2(a + b + c)}$, folglich: 1) $R r = \frac{abc}{2(a + b + c)}$

Nach Aufl. 3 ist nun $r = \frac{r_1 r_2 r_3}{r_1 r_2 + r_1 r_3 + r_2 r_3}$ und die Multiplikation der drei Gleichungen in Aufl. 6 giebt: $bc = \frac{r_1 r_2 r_3 (r_1 + r_2)(r_1 + r_3)(r_2 + r_3)}{\sqrt{(r_1 r_2 + r_1 r_3 + r_2 r_3)^3}}$, während nach Aufl. 4: $a + b + c = 2\sqrt{r_1 r_2 + r_1 r_3 + r_2 r_3}$

Setzt man diese Werthe in die Gleichung 1 ein, so hat man:

$$\frac{r_1 r_2 r_3 R}{r_1 r_2 + r_1 r_3 + r_2 r_3} = \frac{r_1 r_2 r_3 (r_1 + r_2)(r_1 + r_3)(r_2 + r_3)}{4 (r_1 r_2 + r_1 r_3 + r_2 r_3)^2} \text{ oder } 2)\ R = \frac{(r_1 + r_2)(r_1 + r_3)(r_2 + r_3)}{4 (r_1 r_2 + r_1 r_3 + r_2 r_3)}$$

Aufgabe 9. Den Radius des umschriebenen Kreises zu finden, wenn gegeben sind die Radien zweier äusseren Berührungskreise und der Radius des inneren Berührungskreises.

Auflösung. Ist $r_1\ r_2$ und r gegeben, so setze man $r_3 = \frac{r r_1 r_2}{r_1 r_2 - r r_1 - r r_2}$ (Aufl. 3) in die Gleichung 2. der Aufl. 8, und man erhält nach einigen Reduktionen:

$$R = \frac{(r_1 + r_2)(r_1 - r)(r_2 - r)}{4 (r_1 r_2 - r r_1 - r r_2)}. \text{ Analog: } R = \frac{(r_1 + r_3)(r_1 - r)(r_3 - r)}{4 (r_1 r_3 - r r_1 - r r_3)};\ R = \frac{(r_2 + r_3)(r_2 - r)(r_3 - r)}{4 (r_2 r_3 - r r_2 - r r_3)}$$

Aufgabe 10. Zu beweisen: die Summe der binären Produkte der drei Seiten eines Dreiecks ist gleich der Summe der binären Produkte der Radien der vier Berührungskreise.

Auflösung. Nach Nro. 1 ist: $ab = 4 R^2 \sin\alpha \sin\beta$ und nach Nro. 2:

$$r r_3 + r_1 r_2 = 16 R^2 \sin\frac{\alpha}{2} \cos\frac{\alpha}{2} \sin\frac{\beta}{2} \cos\frac{\beta}{2} \left(\sin^2\frac{\gamma}{2} + \cos^2\frac{\gamma}{2}\right)$$ oder (Leitf. § 4, 1 u. 17, 5)

$$r r_3 + r_1 r_2 = 4 R^2 \sin\alpha \sin\beta, \text{ folglich:}$$

1) $ab = r r_3 + r_1 r_2$. Analog: 2) $ac = r r_2 + r_1 r_3$. 3) $bc = r r_1 + r_2 r_3$.

Die Addition dieser drei Gleichungen giebt den Satz.

Aufgabe 11. Die Summe der Quadrate der drei Seiten eines Dreiecks durch die binären Produkte der Radien der vier Berührungskreise darzustellen.

Auflösung. Nach Aufl. 4 ist: $(a+b+c)^2 = 4\,(r_1 r_2 + r_1 r_3 + r_2 r_3)$; nach Auflösung 10:

$$2\,ab + 2\,ac + 2\,bc = 2\,[r_1 r_2 + r_1 r_3 + r_2 r_3 + r r_1 + r r_2 + r r_3].$$

Die Subtraktion dieser Gleichungen giebt: $a^2 + b^2 + c^2 = 2\,[r_1 r_2 + r_1 r_3 + r_2 r_3 - r r_1 - r r_2 - r r_3]$.

Aufgabe 12. Das doppelte Produkt der Radien der drei äusseren Berührungskreise ist gleich dem Flächeninhalte multiplicirt mit dem Umfange des Dreiecks.

Auflösung. Nach Aufl. 3. Gleichung 1 ist: $\triangle \sqrt{r_1 r_2 + r_1 r_3 + r_2 r_3} = r_1 r_2 r_3$ und nach Aufl. 4: $a + b + c = 2 \sqrt{r_1 r_2 + r_1 r_3 + r_2 r_3}$, folglich durch Multiplikation: $(a + b + c) \triangle = 2\, r_1 r_2 r_3$.

Aufgabe 13. Zu beweisen: Das doppelte Produkt aus dem Radius des inneren Berührungskreises und den Radien zweier äusseren Berührungskreise ist gleich dem Flächeninhalte des Dreiecks multiplicirt mit dem Ueberschuss der Summe derjenigen beiden Seiten des Dreiecks, die von den beiden Radien der äusseren Berührungskreise selbst (nicht in der Verlängerung) berührt werden, über die dritte Seite.

Auflösung. Nach Aufl. 3 Gleichung 2 ist: $\triangle \sqrt{r_1 r_2 - r r_1 - r r_2} = r r_1 r_2$ und nach Aufl. 7: $a + b - c = 2 \sqrt{r_1 r_2 - r r_1 - r r_2}$, folglich durch Multiplikation:

1) $(a + b - c) \triangle = 2\, r r_1 r_2$. Analog: 2) $(a - b + c) \triangle = 2\, r r_1 r_3$. 3) $(-a + b + c) \triangle = 2\, r r_2 r_3$

Aufgabe 14. Gegeben sind die drei Höhen eines Dreiecks, gesucht werden die drei Seiten und der Flächeninhalt.

Auflösung. In die Gleichung $\triangle = \frac{1}{4} \sqrt{P}$ setze man $b = \frac{a h_1}{h_2}$ $c = \frac{a h_1}{h_3}$ so erhält man:

$$\triangle = \frac{a^2}{4\, h_2^2\, h_3^2} \sqrt{(h_1 h_2 + h_1 h_3 + h_2 h_3)(h_1 h_2 + h_2 h_3 - h_1 h_3)(h_1 h_2 - h_1 h_3 + h_2 h_3)(-h_1 h_2 + h_1 h_3 + h_2 h_3)}$$

und für $\sqrt{Q} = \sqrt{(h_1 h_2 + h_1 h_3 + h_2 h_3)(h_1 h_2 + h_1 h_3 - h_2 h_3)(h_1 h_2 - h_1 h_3 + h_2 h_3)(-h_1 h_2 + h_1 h_3 + h_2 h_3)}$

$\triangle = \frac{a^2}{4\, h_2^2\, h_3^2} \sqrt{Q}$, und da auch $\triangle = \frac{a h_1}{2}$ ergiebt sich durch Division:

$$a = \frac{2\, h_1\, h_2^2\, h_3^2}{\sqrt{Q}} \quad \text{Analog: } b = \frac{2\, h_1^2\, h_2\, h_3^2}{\sqrt{Q}}\,; \quad c = \frac{2\, h_1^2\, h_2^2\, h_3}{\sqrt{Q}} \quad \text{und } \triangle = \frac{h_1^2\, h_2^2\, h_3^2}{\sqrt{Q}}$$

Aufgabe 15. Gegeben sind die drei Höhen, gesucht die Radien der vier Berührungskreise.

Auflösung. Aus Nro. 3 folgt: 1) $h_1 h_2 h_3 = 8\, R^3 \sin^2\alpha \sin^2\beta \sin^2\gamma$ und:

$h_1 h_2 + h_1 h_3 + h_2 h_3 = 4\, R^2 \sin\alpha \sin\beta \sin\gamma\, (\sin\alpha + \sin\beta + \sin\gamma)$ oder (Leitf. § 39, 1)

2) $h_1 h_2 + h_1 h_3 + h_2 h_3 = 16\, R^2 \sin\alpha \sin\beta \sin\gamma \cos\frac{\alpha}{2} \cos\frac{\beta}{2} \cos\frac{\gamma}{2}$. Die Division von 1 u. 2 giebt:

$$\frac{R \sin\alpha \sin\beta \sin\gamma}{2 \cos\frac{\alpha}{2} \cos\frac{\beta}{2} \cos\frac{\gamma}{2}} = \frac{h_1 h_2 h_3}{h_1 h_2 + h_1 h_3 + h_2 h_3}, \text{ oder } 4\, R \sin\frac{\alpha}{2} \sin\frac{\beta}{2} \sin\frac{\gamma}{2} = \frac{h_1 h_2 h_3}{h_1 h_2 + h_1 h_3 + h_2 h_3}$$

also nach Nro. 2: $r = \frac{h_1 h_2 h_3}{h_1 h_2 + h_1 h_3 + h_2 h_3}$

Ferner ist: $h_1 h_2 + h_1 h_3 - h_2 h_3 = 4\, R^2 \sin\alpha \sin\beta \sin\gamma\, (\sin\beta + \sin\gamma - \sin\alpha)$;

oder: $h_1 h_2 + h_1 h_3 - h_2 h_3 = 16\, R^2 \sin\alpha \sin\beta \sin\gamma \cos\frac{\alpha}{2} \sin\frac{\beta}{2} \sin\frac{\gamma}{2}$

Die Division dieser Gleichung und der Gleichung 1 giebt:

$$4\, R \sin\frac{\alpha}{2} \cos\frac{\beta}{2} \cos\frac{\gamma}{2} = \frac{h_1 h_2 h_3}{h_1 h_2 + h_1 h_3 - h_2 h_3} \text{ oder } r_1 = \frac{h_1 h_2 h_3}{h_1 h_2 + h_1 h_3 - h_2 h_3} \text{ Analog erhält man:}$$

$$r_2 = \frac{h_1 h_2 h_3}{h_1 h_2 - h_1 h_3 + h_2 h_3} \qquad r_3 = \frac{h_1 h_2 h_3}{-h_1 h_2 + h_1 h_3 + h_2 h_3}$$

Zusatz. Die Addition der reciproken Werthe von r_1 r_2 und r_3 giebt:

$$\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3} = \frac{1}{h_1} + \frac{1}{h_2} + \frac{1}{h_3} = \frac{1}{r}$$

Aufgabe 16. Gegeben sind die drei Höhen, gesucht der Radius des umschriebenen Kreises.

Auflösung. Nach Aufl. 11 ist $R = \frac{a\,b\,c}{\sqrt{P}}$ und nach Aufl. 14 : $\sqrt{P} = \frac{a^2 \sqrt{Q}}{h_2^2\, h_3^2}$, folglich: $R = \frac{b\,c\,h_2^2\,h_3^2}{a \sqrt{Q}}$ und da $b = \frac{a\,h_1}{h_2}$; $c = \frac{a\,h_1}{h_3}$; $R = \frac{a\,h_1^2\,h_2\,h_3}{\sqrt{Q}}$. Multiplicirt man diese Gleichung mit der Gleichung $a = \frac{2\,h_1\,h_2^2\,h_3^2}{\sqrt{Q}}$ so ist: $R = \frac{2\,h_1^3\,h_2^3\,h_3^3}{Q}$

Aufgabe 17. Die Höhen eines Dreiecks auszudrücken durch die beiden Radien der äusseren Berührungskreise, die die zur Höhe gehörige Seite in der Verlängerung berühren.

Auflösung. Gegeben r_2 und r_3, gesucht h_1. Aus Nro. 2 erhält man: $r_2\,r_3 = 16\,R^2 \cos^2\frac{\alpha}{2} \sin\frac{\beta}{2} \cos\frac{\beta}{2} \sin\frac{\gamma}{2} \cos\frac{\gamma}{2}$, oder: 1) $r_2\,r_3 = 4\,R^2 \cos^2\frac{\alpha}{2} \sin\beta \sin\gamma$. Ebenso erhält man aus Nro. 2) $r_2 + r_3 = 4\,R \cos\frac{\alpha}{2}\left[\sin\frac{\beta}{2}\cos\frac{\gamma}{2} + \cos\frac{\beta}{2}\sin\frac{\gamma}{2}\right]$, oder: 2) $r_2 + r_3 = 4\,R \cos^2\frac{\alpha}{2}$

Die Division der Gleichungen 1 und 2 giebt: $\frac{r_2\,r_3}{r_2 + r_3} = R \sin\beta \sin\gamma$, oder nach Nro. 3: $h_1 = \frac{2\,r_2\,r_3}{r_2 + r_3}$

Analog: $h_2 = \frac{2\,r_1\,r_3}{r_1 + r_3}$; $h_3 = \frac{2\,r_1\,r_2}{r_1 + r_2}$

Aufgabe 18. Die Summe der nach den Ecken hin gelegenen Höhenabschnitte durch den Radius des umschriebenen Kreises und den Radius des inneren Berührungskreises auszudrücken.

Auflösung. Nach Nro. 4 ist: $AS + BS + CS = 2\,R\,(\cos\alpha + \cos\beta + \cos\gamma)$, oder (Leitf. § 39, 3) $AS + BS + CS = 2\,R\left(1 + 4 \sin\frac{\alpha}{2} \sin\frac{\beta}{2} \sin\frac{\gamma}{2}\right)$, oder (Nro. 2) : 1) $AS + BS + CS = 2\,(R + r)$.

Zusatz 1. Analog dieser Auflösung findet man:
2) $AS + BS - CS = 2\,(r_3 - R)$ 3) $AS - BS + CS = 2\,(r_2 - R)$ 4) $- AS + BS + CS = 2\,(r_1 - R)$

Zusatz 2. Die Addition der Gleichungen 2, 3 und 4 in Verbindung mit Gleichung 1 giebt:

5) $r + 4\,R = r_1 + r_2 + r_3$

Aufgabe 19. AS durch R, r_2 und r_3 oder durch R, r_1 und r auszudrücken.

Auflösung. Die Addition der Gleichungen 2, 3 u. 5 von Aufl. 18 geben: $AS = r_2 + r_3 - 2\,R = 2\,R + r - r_1$. Ebenso: $BS = r_1 + r_3 - 2\,R = 2\,R + r - r_2$; $CS = r_1 + r_2 - 2\,R = 2\,R + r - r_3$

Aufgabe 20. Die nach den Ecken hin gelegenen Höhenabschnitte zu finden, wenn die drei Seiten gegeben sind.

Auflösung. Nach Nro. 4 ist: $AS = 2\,R \cos\alpha$ und da $\cos\alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2\,b\,c}$ und nach Aufl. 1 $R = \frac{a\,b\,c}{\sqrt{P}}$ erhält man: $AS = \frac{a\,(b^2 + c^2 - a^2)}{\sqrt{P}}$ Analog: $BS = \frac{b\,(a^2 - b^2 + c^2)}{\sqrt{P}}$; $CS = \frac{c\,(a^2 + b^2 - c^2)}{\sqrt{P}}$

Aufgabe 21. Den Radius des umschriebenen Kreises auszudrücken durch eine Seite und den nach der Ecke hin gelegenen Abschnitt der zugehörigen Höhe.

Auflösung. Aus Nro. 1 und 4 folgt: $a^2 + AS^2 = 4\,R^2\,(\sin^2\alpha + \cos^2\alpha) = 4\,R^2$, folglich: $R = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + AS^2}$ Ebenso: $R = \frac{1}{2}\sqrt{b^2 + BS^2}$; $R = \frac{1}{2}\sqrt{c^2 + CS^2}$

Aufgabe 22. Das Produkt zweier Dreieckseiten auszudrücken durch die nach den Ecken hin gelegenen Abschnitte der Höhen und den Radius des umschriebenen Kreises.

Auflösung. Nach Nro. 1 ist: $ab = 4\,R^2 \sin\alpha \sin\beta$, nach Nro. 4: $AS\,.\,BS = 4\,R^2 \cos\alpha \cos\beta$, folglich: $ab - AS.\,BS = 4\,R^2\,(\sin\alpha \sin\beta - \cos\alpha \cos\beta) = - 4\,R^2 \cos(\alpha + \beta) = 4\,R^2 \cos\gamma = 2\,R.\,CS$, folglich: $ab = AS.\,BS + 2\,R.\,CS$. Ebenso: $ac = AS.\,CS + 2\,R\,BS$; $bc = BS.\,CS + 2\,R.\,AS$.

Aufgabe 23. Die Summe der Quadrate der nach den Ecken hin gelegenen Höhenabschnitte auszudrücken durch die Summe der Quadrate der Radien der vier Berührungskreise und das Quadrat des Radius des umschriebenen Kreises.

Auflösung. Nach Aufl. 19 ist: $AS = r_2 + r_3 - 2R$; $BS = r_1 + r_3 - 2R$; $CS = r - r_3 + 2R$, folglich: $AS^2 + BS^2 + CS^2 = r^2 + r_1^2 + r_2^2 + 3r_3^2 + 12R^2 + 2r_2r_3 + 2r_1r_3 - 2rr_3 - 4R(r_1 + r_2 + 3r_3 - r)$ und da nach Aufl. 18 Zusatz 2: $r_1 + r_2 + r_3 = r + 4R$:

$$AS^2 + BS^2 + CS^2 = r^2 + r_1^2 + r_2^2 + 3r_3^2 + 12R^2 + 2r_2r_3 + 2r_1r_3 - 2rr_3 - 8r_3R - 16R^2$$
$$= r^2 + r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 - 4R^2 + 2r_3(r_3 + r_2 + r_1 - r - 4R).$$

Der Werth der Klammer ist aber gleich 0, folglich: $AS^2 + BS^2 + CS^2 = r^2 + r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 - 4R^2$.

Aufgabe 24. Gegeben sind zwei Höhen und ihre nach den Ecken hin gelegenen Abschnitte; es soll die Seite gefunden werden, zu welcher die Höhen nicht gehören.

Auflösung. Aus Nro 3 und 4 folgt: $AS.h_1 = 4R^2 \cos\alpha \sin\beta \sin\gamma$ und $BS.h_2 = 4R^2 \sin\alpha \cos\beta \sin\gamma$, folglich: $AS.h_1 + BS.h_2 = 4R^2 \sin\gamma(\cos\alpha \sin\beta + \sin\alpha \cos\beta) = 4R^2 \sin^2\gamma = c^2$, folglich: $c^2 = As.h_1 + BS.h_2$; $a^2 = BS.h_2 + CS.h_3$; $b^2 = AS.h_1 + CS.h_3$.

Aufgabe 25. Gegeben sind die drei Seiten, gesucht die nach den Seiten hin gelegenen Höhenabschnitte.

Auflösung. Nach Nro. 5 ist: $DS = 2R \cos\beta \cos\gamma$ und da $\cos\beta = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$; $\cos\gamma = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$ und $R = \frac{abc}{\sqrt{P}}$ erhält man:

$$DS = \frac{(a^2 + c^2 - b^2)(a^2 + b^2 - c^2)}{2a\sqrt{P}}; \quad ES = \frac{(b^2 + c^2 - a^2)(b^2 - c^2 + a^2)}{2b\sqrt{P}}; \quad FS = \frac{(c^2 + a^2 - b^2)(c^2 - a^2 + b^2)}{2c\sqrt{P}}$$

Zusatz. Die Addition von $AS + DS = h_1$ giebt die bekannte Formel: $h_1 = \frac{1}{2a}\sqrt{P}$

Aufgabe 26. Gegeben R r_2 und r_3, gesucht DS.

Auflösung. Da $DS = h_1 - AS$ und (Aufl. 17): $h_1 = \frac{2r_2r_3}{r_2 + r_3}$; $AS = r_2 + r_3 - 2R$ (Aufl. 19), erhält man $DS = 2R - \frac{(r_2^2 + r_3^2)}{r_2 + r_3}$; ebenso: $ES = 2R - \frac{(r_1^2 + r_3^2)}{r_1 + r_3}$; $FS = 2R - \frac{(r_1^2 + r_2^2)}{r_1 + r_2}$

Aufgabe 27. Gegeben sind die nach den Ecken hin gelegenen Abschnitte zweier Höhen und der nach der Seite hin gelegene Abschnitt der dritten Höhe, gesucht der Radius des umchriebenen Kreises.

Auflösung. Aus Nro. 4 folgt: $AS.BS = 4R^2 \cos\alpha \cos\beta$ und nach Nro. 5 ist: $FS = 2R \cos\alpha \cos\beta$, folglich: $R = \frac{AS.BS}{2FS}$ Analog: $R = \frac{AS.CS}{2ES}$; $R = \frac{BS.CS}{2DS}$

Aufgabe 28. Den Umfang des Höhendreiecks zu finden, wenn die drei Seiten des Urdreiecks ($\triangle$ ABC) gegeben sind.

Auflösung. Aus Nro. 6 folgt: $EF + DF + DE = R[\sin 2\alpha + \sin 2\beta + \sin 2\gamma) = 4R \sin\alpha \sin\beta \sin\gamma$. Aus Nro. 1 folgt: $abc = 8R^3 \sin\alpha \sin\beta \sin\gamma$. Die Division dieser Gleichungen giebt: $EF + DF + DE = \frac{abc}{2R^2}$, und da nach Aufl. 1 $R^2 = \frac{a^2b^2c^2}{P}$, hat man: $EF + DF + DE = \frac{P}{2abc}$

Aufgabe 29. Gegeben sind die drei Seiten des Urdreiecks, gesucht wird der Ueberschuss der Summe zweier Seiten des Höhendreiecks über die dritte.

Auflösung. Nach Nro. 6 ist: $EF + DF - DE = R[\sin 2\alpha + \sin 2\beta - \sin 2\gamma) = 4R \cos\alpha \cos\beta \sin\gamma$, und da $c = 2R \sin\gamma$: $EF + DF - DE = 2c \cos\alpha \cos\beta$. Da nun: $\cos\alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$, $\cos\beta = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$ hat man: $EF + DF - DE = \frac{(-a^2 + b^2 + c^2)(a^2 - b^2 + c^2)}{2abc}$ Ebenso: $EF - DF + DE = \frac{(-a^2 + b^2 + c^2)(a^2 + b^2 - c^2)}{2abc}$ und: $-EF + DF + DE = \frac{(a^2 + b^2 - c^2)(a^2 - b^2 + c^2)}{2abc}$

Aufgabe 30. Die Seiten des Höhendreiecks durch die Seiten des Urdreiecks auszudrücken.

Auflösung. Die Addition der Gleichungen in Aufl. 29 giebt:

$$EF = \frac{a(b^2 + c^2 - a^2)}{2bc}; \quad DF = \frac{b(a^2 + c^2 - b^2)}{2ac}; \quad DE = \frac{c(a^2 + b^2 - c^2)}{2ab}$$

Denselben Werth für EF erhält man aus $EF = 2 R \sin\alpha \cos\alpha = a \cos\alpha$, wenn man $\cos\alpha$ durch die Seiten des $\triangle$ ABC ausdrückt.

Aufgabe 31. Den Umfang des Höhendreiecks zu finden, wenn die Radien der äusseren Berührungskreise gegeben sind.

Auflösung. Nach Aufl. 28 ist $EF + DF + DE = \frac{P}{2\,abc}$ und nach Aufl. 3 (weil $P = 16 \triangle^2$) $P = \frac{16\, r_1^2\, r_2^2\, r_3^2}{r_1 r_2 + r_1 r_3 + r_2 r_3}$, nach Aufl. 8 $abc = \frac{r_1\, r_2\, r_3\, (r_1 + r_2)\,(r_1 + r_3)\,(r_2 + r_3)}{\sqrt{(r_1\, r_2 + r_1\, r_3 + r_2\, r_3)^3}}$, folglich durch Division: $EF + DF + DE = \frac{8 r_1\, r_2\, r_3 \sqrt{r_1\, r_2 + r_1\, r_3 + r_2\, r_3}}{(r_1 + r_2)\,(r_1 + r_3)\,(r_2 + r_3)}$

Aufgabe 32. Die Seiten des Höhendreiecks durch die Höhen des $\triangle$ ABC auszudrücken.

Auflösung. Da nach Aufl. 30 $EF = \frac{a\,(b^2 + c^2 - a^2)}{2\,bc}$ und $b = \frac{ah_1}{h_2}$ $c = \frac{ah_1}{h_3}$, erhält man: $EF = \frac{a\,(h_1^2\, h_3^2 + h_1^2\, h_2^2 - h_2^2\, h_3^2)}{2\, h_1^2\, h_2\, h_3}$, und da nach Aufl. 14: $a = \frac{2\, h_1\, h_2^2\, h_3^2}{\sqrt{Q}}$: $EF = \frac{h_2\, h_3\,(h_1^2\, h_3^2 + h_1^2\, h_2^2 - h_2^2\, h_3^2)}{h_1 \sqrt{Q}}$

Ebenso: $DF = \frac{h_1\; h_3\,(h_1^2\, h_2^2 + h_2^2\, h_3^2 - h_1^2\, h_3^2)}{h_2 \sqrt{Q}}$; $DE = \frac{h_1\, h_2\,(h_1^2 h_3^2 + h_2^2\, h_3^2 - h_1^{\,2} h_2^2)}{h_3 \sqrt{Q}}$

Aufgabe 33. Den Radius R des dem Urdreiecke umschriebenen Kreises durch die Seiten des Höhendreiecks auszudrücken.

Auflösung. Der Radius des dem Höhendreiecke umschriebenen Kreises sei $\mathfrak{R}$, so ist, da $c = 2R \sin\gamma$, auch $DE = 2\,\mathfrak{R} \sin 2\,\gamma$, und da (Nro. 6) $DE = R \sin 2\,\gamma$, hat man $R = 2\,\mathfrak{R}$. $\mathfrak{R}$ ist aber von den Seiten des Höhendreiecks dieselbe Funktion, wie R von den Seiten des Urdreiecks, folglich: (Aufl. 1)

$$R = 2\,\mathfrak{R} = \frac{2\, DE \,.\, DF \,.\, EF}{\sqrt{(DE + DF + EF)\,(DE + DF - EF)\,(DE - DF + EF)\,(-DE + DF + EF)}}$$

Aufgabe 34. Die Seiten des Urdreiecks durch die Seiten des Höhendreiecks auszudrücken.

Auflösung. Da $\cos\frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{(b + c + a)\,(b + c - a)}{4\,bc}}$, ist auch im Höhendreiecke: $\cos\frac{EDF}{2} = \sin\alpha = \sqrt{\frac{(DE + DF + EF)\,(DE + DF - EF)}{4\, DE \,.\, DF}}$. Da nun $a = 2\, R \sin\alpha$, erhält man nach Aufl. 33, wenn man reducirt:

$$a = 2\, EF \sqrt{\frac{DE \,.\, DF}{(DE - DF + EF)\,(-DE + DF + EF)}};\ b = 2\, DF \sqrt{\frac{DE \,.\, EF}{(DE + DF - EF)\,(-DE + DF + EF)}}$$

$$c = 2\; DE \sqrt{\frac{DF \,.\, EF}{(DE + DF - EF)\,(DE - DF + EF)}}$$

Aufgabe 35. Die nach den Ecken hin gelegenen Höhenabschnitte durch die Seiten des Höhendreiecks auszudrücken.

Auflösung. Da $\sin\frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{(a + b - c)\,(a - b + c)}{4\,bc}}$, ist auch im Höhendreiecke: $\sin\frac{EDF}{2} = \cos\alpha = \sqrt{\frac{(DE - DF + EF)\,(-DE + DF + EF)}{4\, DE \,.\, DF}}$, und da $AS = 2\, R \cos\alpha$, erhält man mit Hülfe von Aufl. 33 nach einigen Reductionen:

$$AS = 2\, EF \sqrt{\frac{DE \,.\, DF}{(DE + DF + EF)\,(DE + DF - EF)}};\ BS = 2 DF \sqrt{\frac{DE \,.\, EF}{(DE + DF + EF)\,(DE - DF + EF)}}$$

$$CS = 2\; DE \sqrt{\frac{DF \,.\, EF}{(DE + DF + EF)\,(-DE + DF + EF)}}$$

Aufgabe 36. Die nach den Seiten hin gelegenen Höhenabschnitte durch die Seiten des Höhendreiecks auszudrücken.

Auflösung. Drückt man wie in Aufl. 35 $\cos\alpha$ und $\cos\beta$ durch die Seiten des Höhendreiecks aus, so erhält man, da $FS = 2R\cos\alpha\cos\beta$ (Nro. 3), mit Hülfe von Aufl 33. nach einigen Reductionen:

$$FS = \sqrt{\frac{DF.EF(-DE+DF+EF)}{DE+DF+EF}}. \text{ Ebenso: } ES = \sqrt{\frac{DE.EF(DE-DF+EF)}{DE+DF+EF}};\ DS = \sqrt{\frac{DE.DF(DE+DF-EF)}{DE+DF+EF}}$$

Aufgabe 37. Die Höhen des Urdreiecks durch die Seiten des Höhendreiecks auszudrücken.

Auflösung. Nach Aufl. 35 und 36 erhält man:

$$h_1 = AS + DS = \sqrt{\frac{DE.DF}{DE+DF+EF}}\left[\frac{2\,EF}{\sqrt{DE+DF-EF}} + \sqrt{DE+DF-EF}\right\}\text{oder gleichnamig gemacht:}$$

$$h_1 = \frac{(DE+DF+EF)\sqrt{DE.DF}}{\sqrt{(DE+DF+EF)(DE+DF-EF)}} \text{ oder:}$$

$$h_1 = \sqrt{\frac{DE.DF(DE+DF+EF)}{DE+DF-EF}};\ h_2 = \sqrt{\frac{DE.EF(DE+DF+EF)}{DE-DF+EF}};\ h_3 = \sqrt{\frac{DF.EF(DE+DF+EF)}{-DE+DF+EF}}$$

Anm. Diese Gleichungen erhält man auch aus Nro. 3 und Aufl. 33, indem man wie in Aufl. 34 die Sinus der Winkel des Urdreiecks durch die Seiten des Höhendreiecks ausdrückt.

Zusatz. Aus Aufl. 35 und 37 folgt: $AS.h_1 = \frac{2\,DE.DF.EF}{DE+DF-EF}$

Aufgabe 38. Den Flächeninhalt des $\triangle$ ABC durch die Seiten des Höhendreiecks auszudrücken.

Auflösung. $\triangle ABC = \frac{bc\sin\alpha}{2}$ oder nach Nro. 2: $\triangle ABC = 2R^2\sin\alpha\sin\beta\sin\gamma$, und da nach Aufl. 28: $DE + DF + EF = 4R\sin\alpha\sin\beta\sin\gamma$, hat man: $\triangle ABC = \frac{R}{2}(DE+DF+EF)$ oder nach Aufl. 33. $\triangle ABC = \frac{DE.DF.EF\sqrt{(DE+DF+EF)}}{\sqrt{(DE+DF-EF)(DE-DF+EF)(-DE+DF+EF)}}$

Aufgabe 39. Den Radius $\mathfrak{r}$ des dem Höhendreiecke DEF eingeschriebenen Kreises auszudrücken durch die Seiten des Höhendreiecks und durch die Seiten des $\triangle$ ABC.

Auflösung. Analog Aufl. 2 ist: $\mathfrak{r} = \frac{\sqrt{(DE+DF+EF)(DE+DF-EF)(DE-DF+EF)(-DE+DF+EF)}}{2(DE+DF+EF)}$

Da der Schnittpunkt der Höhen zugleich der Mittelpunkt des dem $\triangle$ DEF eingeschriebenen Kreises ist, ist: $\mathfrak{r} = DS\cos\alpha$, oder (Aufl. 25): $\mathfrak{r} = \frac{(a^2-b^2+c^2)(a^2+b^2-c^2)(-a^2+b^2+c^2)}{4abc\sqrt{P}}$.

Aufgabe 40. Den Flächeninhalt des $\triangle$ DEF durch die Seiten des $\triangle$ ABC auszudrücken.

Auflösung. $\triangle DEF = (DE+DF+EF)\frac{\mathfrak{r}}{2}$, oder (Aufl. 28 u. 39):

$$\triangle DEF = \frac{(a^2-b^2+c^2)(a^2+b^2-c^2)(-a^2+b^2+c^2)P}{16\,a^2b^2c^2\sqrt{P}}, \text{ oder:}$$

$$\triangle DEF = \frac{(a^2-b^2+c^2)(a^2+b^2-c^2)(-a^2+b^2+c^2)\sqrt{P}}{16\,a^2b^2c^2}$$

Anm. Dieselbe Formel erhält man aus $\triangle ABC = 2R^2\sin\alpha\sin\beta\sin\gamma$, $\triangle DEF = 2\mathfrak{R}^2\sin 2\alpha\sin 2\beta\sin 2\gamma$ und $\mathfrak{R} = 1/2\,R$. (Aufl. 33). Danach ist: $\triangle DEF = 1/2\cos\alpha\cos\beta\cos\gamma\sqrt{P}$.

Aufgabe 41. Die Entfernungen der Mittelpunkte der äusseren Berührungskreise von einander zu finden, wenn die drei Seiten des Urdreiecks gegeben sind.

Auflösung. Da $\cos\frac{\beta}{2} = \sqrt{\frac{(a+b+c)\,(a-b+c)}{4ac}}$ und (Aufl. 1) $R = \frac{a\,b\,c}{\sqrt{P}}$, hat man, weil nach Nro. 7 $m_1\,m_3 = 4R\,\cos\frac{\beta}{2}$, nach einigen Reductionen: $m_1\,m_3 = 2b\sqrt{\frac{a\,c}{(-a+b+c)\,(a+b-c)}}$.

Ebenso: $m_1 m_2 = 2c\sqrt{\frac{a\,b}{(-a+b+c)\,(a-b+c)}}$; $m_2\,m_3 = 2a\sqrt{\frac{b\,c}{(a+b-c)\,(a-b+c)}}$

Aufgabe 42. Die Entfernungen der Mittelpunkte der äusseren Berührungskreise auszudrücken durch den Radius des dem Urdreiecke umschriebenen Kreises und die Radien der zu den Mittelpunkten gehörigen Berührungskreise.

Auflösung. Gegeben R, r_1 u. r_2, gesucht $m_1 m_3$. Da nach Nro. 7 $m_1 m_3{}^2 = 16\,R^2\cos^2\frac{\beta}{2}$ und nach Nro 2: $r_1 + r_3 = 4\,R\,\cos{}^2\frac{\beta}{2}$, erhält man durch Division: $m_1\,m_3 = \sqrt{4R\,(r_1 + r_3)}$

Ebenso: $m_1 m_2 = \sqrt{4R(r_1 + r_2)}$ und $m_2 m_3 = \sqrt{4R\,(r_2 + r_3)}$.

Zusatz. Eliminirt man R nach Aufl. 8, so hat man:

$$m_1 m_3 = \frac{(r_1+r_3)\sqrt{(r_1+r_2)(r_2+r_3)}}{\sqrt{r_1 r_2 + r_1 r_3 + r_2 r_3}},\quad m_1\,m_2 = \frac{(r_1+r_2)\sqrt{(r_1+r_3)(r_2+r_3)}}{\sqrt{r_1 r_2 + r_1 r_3 + r_2 r_3}},\quad m_2 m_3 = \frac{(r_2+r_3)\sqrt{(r_1+r_2)(r_1+r_3)}}{\sqrt{r_1 r_2 + r_1 r_3 + r_2 r_3}}$$

Aufgabe 43. Gegeben sind die Entfernungen der Mittelpunkte der drei äusseren Berührungskreise, gesucht der Radius des dem $\triangle$ ABC umschriebenen Kreises.

Auflösung. Da $a = 2R\,\sin\alpha$ ist auch im $\triangle\ m_1 m_2 m_3 : m_1 m_2 = 2P\sin\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right) = 2\,P\cos\frac{\gamma}{2}$, wenn P den Radius des dem $\triangle\ m_1\ m_2\ m_3$ umschriebenen Kreises bezeichnet.

Da nun nach Nro. 7: $m_1\,m_2 = 4\,R\,\cos\frac{\gamma}{2}$, folgt: $P = 2R$. Da aber $R = \frac{abc}{\sqrt{P}}$, hat man:

$$R = {}^1/_2 P = \frac{m_1\,m_2\,.\,m_1\,m_3\,.\,m_2\,m_3}{2\sqrt{(m_1 m_2 + m_1 m_3 + m_2 m_3)(m_1 m_2 + m_1 m_3 - m_2 m_3)(m_1 m_2 - m_1 m_3 + m_2 m_3)(-m_1 m_2 + m_1 m_3 + m_2 m_3)}}$$

Aufgabe 44. Die Seiten des $\triangle$ ABC auszudrücken durch die Seiten des $\triangle\ m_1 m_2 m_3$.

Auflösung. Nach Nro. 1 ist $a = 2\,R\,\sin\alpha = 4\,R\,\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}$ und ebenso: $m_2\,m_3 = 2P\,\sin\left(\frac{\beta+\gamma}{2}\right)$, oder $m_2\,m_3 = 4\,R\,\cos\frac{\alpha}{2}$. Durch Division erhält man: $a = m_2\,m_3\,\sin\frac{\alpha}{2}$. Da aber $\cos\alpha = \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$ ist auch im $\triangle\ m_1\ m_2\ m_3$: $\cos\left(\frac{\beta+\gamma}{2}\right) = \sin\frac{\alpha}{2} = \frac{m_1\,m_2{}^2 + m_1\,m_3{}^2 - m_2\,m_3{}^2}{2\,m_1\,m_2\,.\,m_1\,m_3}$, folglich:

$$= \frac{m_2 m_3(m_1 m_2{}^2 + m_1 m_3{}^2 - m_2 m_3{}^2)}{2\ m_1 m_2\,.\,m_1 m_3};\ b = \frac{m_1 m_3(m_1 m_2{}^2 - m_1 m_3{}^2 + m_2 m_3{}^2)}{2\ m_1 m_2\,.\,m_2 m_3};\ c = \frac{m_1 m_2(-m_1 m_2{}^2 + m_1 m_3{}^2 + m_2 m_3{}^2)}{2\ m_1 m_3\,.\,m_2 m_3}$$

Aufgabe 45. Gegeben sind die drei Seiten des $\triangle$ ABC, gesucht die Entfernungen des Mittelpunktes des inneren von den Mittelpunkten der äusseren Berührungskreise.

Auflösung. Da $\sin\frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{(a+b-c)\,(a-b+c)}{4\,b\,c}}$ und $R = \frac{abc}{\sqrt{P}}$, erhält man, weil nach Nro. 8: $mm_1 = 4\,R\,\sin\frac{\alpha}{2}$ nach einigen Reductionen: $mm_1 = 2a\sqrt{\frac{b\,c}{(a+b+c)\,(-a+b+c)}}$.

Ebenso: $mm_2 = 2b\sqrt{\frac{ac}{(a+b+c)\,(a-b+c)}}$; $mm_3 = 2c\sqrt{\frac{ac}{(a+b+c)\,(a+b-c)}}$

Aufgabe 46. Die Entfernungen des Mittelpunktes des innern von dem Mittelpunkte der drei äussern Berührungskreise auszudrücken durch den Radius des dem $\triangle$ ABC umschriebenen und die Radien der zu den Mittelpunkten gehörenden Berührungskreise.

Auflösung. Gegeben R, r und r_1; gesucht mm_1. Da nach Nro. 8 $mm_1 = 4R \sin\frac{\alpha}{2}$, und nach Nro. 2: $r_1 - r = 4R \sin^2\frac{\alpha}{2}$, hat man: $mm_1 = \sqrt{4R(r_1 - r)}$. Ebenso: $mm_2 = \sqrt{4R(r_2 - r)}$; $mm_3 = \sqrt{4R(r_3 - r)}$

Zusatz: Aus Aufl. 9 folgt:

$$mm_1 = \frac{(r_1 - r)\sqrt{(r_1 + r_2)(r_2 - r)}}{\sqrt{r_1 r_2 - rr_1 - rr_2}};\ mm_2 = \frac{(r_2 - r)\sqrt{(r_1 + r_2)(r_1 - r)}}{\sqrt{r_1 r_2 - rr_1 - rr_2}};\ mm_3 = \frac{(r_3 - r)\sqrt{(r_1 + r_3)(r_1 - r)}}{\sqrt{r_1 r_3 - rr_1 - rr_3}}$$

Wie in Aufl. 44 erhält man auch $a = \frac{mm_1\,(mm_2^2 + m_1 m_2^2 - mm_1^2)}{2\,mm_2 \cdot m_1 m_2}$.

Aufgabe 47. Gegeben ist die Entfernung des Mittelpunktes des innern vom Mittelpunkte eines äu sseren Berührungskreises und die Entfernung der Mittelpunkte der beiden andern äusseren Berührungskreise; gesucht wird der Radius des dem △ ABC umschriebenen Kreises und die Seite des △ ABC, die von der ersten Entfernung geschnitten wird.

Auflösung. Gegeben mm_1 und $m_2 m_3$, gesucht R und a. Nach Nro. 8 und Nro. 7 ist: $mm_1^2 = 16R^2 \sin^2\frac{\alpha}{2}$, $m_2 m_3^2 = 16R^2 \cos^2\frac{\alpha}{2}$, folglich durch Addition: $mm_1^2 + m_2 m_3^2 = 16R^2\left(\sin^2\frac{\alpha}{2} + \cos^2\frac{\alpha}{2}\right)$ oder: $R = 1/4\sqrt{mm_1^2 + m_2 m_3^2}$. Ebenso $R = 1/4\sqrt{mm_2^2 + m_1 m_3^2}$; $R = 1/4\sqrt{mm_3^2 + m_1 m_2^2}$.

Aus Nro. 7 und 8 folgt ferner: $mm_1 \cdot m_2 m_3 = 16R^2 \sin\frac{\alpha}{2} \cos\frac{\alpha}{2} = 8R^2 \sin\alpha$ und da $a = 2R \sin\alpha$; $mm_1 \cdot m_2 m_3 = 4aR$, folglich: $a = \frac{mm_1 \cdot m_2 m_3}{4R}$ oder:

$$a = \frac{mm_1 \cdot m_2 m_3}{\sqrt{mm_1^2 + m_2 m_3^2}}.\quad \text{Ebenso } b = \frac{mm_2 \cdot m_1 m_3}{\sqrt{mm_2^2 + m_1 m_3^2}};\quad c = \frac{mm_3 \cdot m_1 m_2}{\sqrt{mm_3^2 + m_1 m_2^2}}.$$

Aufgabe 48. Wiederum gegeben mm_1 und $m_2 m_3$, gesucht die Seite EF des Höhendreiecks.

Auflösung. Nach Nro. 6 ist: $EF = R \sin 2\alpha = 2R \sin\alpha \cos\alpha = a\left(2\cos^2\frac{\alpha}{2} - 1\right)$. Da nun nach Aufl. 47: $a = \frac{mm_1 \cdot m_2 m_3}{\sqrt{mm_1^2 + m_2 m_3^2}}$, und nach Nro. 7: $\cos^2\frac{\alpha}{2} = \frac{m_2 m_3^2}{16R^2}$, hat man: $EF = \frac{mm_1 \cdot m_2 m_3\,(2\,m_2 m_3^2 - 16R^2)}{64R^3}$, oder da nach Aufl. 47: $16R^2 = mm_1^2 + m_2 m_3^2$,

$$EF = \frac{mm_1 \cdot m_2 m_3 (m_2 m_3^2 - mm_1^2)}{\sqrt{(mm_1^2 + m_2 m_3^2)^3}}.\ \text{Ebenso } DE = \frac{mm_3 \cdot m_1 m_2 (m_1 m_2^2 - mm_3^2)}{\sqrt{(m_1 m_2^2 + mm_3^2)^3}},\ DF = \frac{mm_2 \cdot m_1 m_3 (m_1 m_3^2 - mm_2^2)}{\sqrt{(m_1 m_3^2 + mm_2^2)^3}}$$

Zusatz. Aus Aufl. 47 und 48 folgt: $a : EF = (m_2 m_3^2 + mm_1^2) : (m_2 m_3^2 - mm_1^2)$

Aufgabe 49. Wiederum gegeben mm_1 und $m_2 m_3$, gesucht AS.

Auflösung. Nach Nro. 4 ist: $AS = 2R \cos\alpha = \frac{2R\,(2\,m_2 m_3^2 - 16R^2)}{16R^2} = \frac{m_2 m_3^2 - mm_1^2}{2\sqrt{m_2 m_3^2 + mm_1^2}}$

Ebenso: $BS = \frac{m_1 m_3^2 - mm_2^2}{2\sqrt{m_1 m_3^2 + mm_2^2}}$; $CS = \frac{m_1 m_2^2 - mm_3^2}{2\sqrt{m_1 m_2^2 + mm_3^2}}$

Aufgabe 50. Das Produkt der Entfernungen eines Berührungsmittelpunktes von den drei andern auszudrücken durch den Radius des zum ersten Mittelpunkte gehörigen Kreises und den Radius des dem △ ABC umschriebenen Kreises.

Auflösung. Die Multiplikation der Gleichungen von Nro. 8 giebt:

$mm_1 \cdot mm_2 \cdot mm_3 = 64R^3 \sin\frac{\alpha}{2} \sin\frac{\beta}{2} \sin\frac{\gamma}{2} = 16R^2 r$ (Nro. 2). Ebenso:

$m_1 m \cdot m_1 m_2 \cdot m_1 m_3 = 64R^3 \sin\frac{\alpha}{2} \cos\frac{\beta}{2} \cos\frac{\gamma}{2} = 16R^2 r_1$. Ferner:

$m_2 m \cdot m_2 m_1 \cdot m_2 m_3 = 16R^2 r_2$ und $m_3 m \cdot m_3 m_1 \cdot m_3 m_2 = 16R^2 r_3$.

Zusatz. $mm_2 \cdot mm_3 : m_1 m_2 \cdot m_1 m_3 = r : r_1$ und : $m_1 m \cdot m_1 m_3 : m_2 m \cdot m_2 m_3 = r_1 : r_2$

Aufgabe 51. Die Summen der Quadrate der Entfernungen eines Berührungsmittelpunktes von den drei andern auszudrücken durch den Radius des zum ersten Mittelpunkte gehörigen Berührungskreises und den Radius des dem $\triangle$ ABC umschriebenen Kreises.

Auflösung. Aus Aufl. 46 folgt: $mm_1^2 + mm_2^2 + mm_3^2 = 4R(r_1 + r_2 + r_3 - 3r)$ und da nach Aufl. 18 Zusatz 2: $r_1 + r_2 + r_3 = 4R + r$: 1) $mm_1^2 + mm_2^2 + mm_3^2 = 8R(2R - r)$ Ebenso folgt aus Auflösung 46 und 42: 2) $m_1m^2 + m_1m_2^2 + m_1m_3^2 = 8R(2R + r_1)$ 3) $m_2m^2 + m_2m_1^2 + m_2m_3^2 = 8R(2R + r_2)$, 4) $m_3m^2 + m_3m_1^2 + m_3m_2^2 = 8R(2R + r_3)$.

Aufgabe 52. Die Summe der Quadrate der Entfernungen eines Berührungsmittelpunktes von zwei andern, vermindert um das Quadrat der Entfernung des ersten Mittelpunktes vom dritten auszudrücken durch den Radius des dem $\triangle$ ABC umschriebenen Kreises und den Radius des zum dritten Mittelpunkte gehörigen Kreises.

Auflösung. $mm_1^2 + mm_2^2 - mm_3^2 = 4R(r_1 + r_2 - r_3 - r)$ nach Aufl. 46; und da nach Aufl. 18: $r_1 + r_2 - r = 4R - r_3$, hat man: $mm_1^2 + mm_2^2 - mm_3^2 = 8R(2R - r_3)$. Ebenso: $mm_1^2 - mm_2^2 + mm_3^2 = 8R(2R - r_2)$ und $-mm_1^2 + mm_2^2 + mm_3^2 = 8R(2R - r_1)$. Ferner: $m_1m_2^2 + m_1m_3^2 - m_1m^2 = 8R(2R + r)$; aber $m_1m_2^2 - m_1m_3^2 + m_1m^2 = 8R(2R - r_3)$ u. s. w.

Aufgabe 53. Gegeben sind die drei Seiten des $\triangle$ ABC, gesucht die Entfernungen der Ecken desselben vom Mittelpunkte des innern Berührungskreises.

Auflösung. Nach Nro. 8 ist: $Am = 4R \sin\frac{\beta}{2} \sin\frac{\gamma}{2}$, nach Aufl. 6 $R = \frac{abc}{\sqrt{P}}$, nach Leitf. § 28: $\sin\frac{\beta}{2} = \sqrt{\frac{(a+b-c)(-a+b+c)}{4ac}}$ $\sin\frac{\gamma}{2} = \sqrt{\frac{(a-b+c)(-a+b+c)}{4ab}}$, folglich durch Multiplikation: 1) $Am = \sqrt{\frac{bc(-a+b+c)}{a+b+c}}$. Ebenso: 2) $Bm = \sqrt{\frac{ac(a-b+c)}{a+b+c}}$ 3) $Cm = \sqrt{\frac{ab(a+b-c)}{a+b+c}}$

Aufgabe 54. Gegeben sind die drei Seiten des $\triangle$ ABC, gesucht die Entfernungen der Ecken desselben von den Mittelpunkten der äusseren Berührungskreise.

Auflösung. Nach Nro. 10 ist: $Am_1 = 4R \cos\frac{\beta}{2} \cos\frac{\gamma}{2}$, und da $R = \frac{abc}{\sqrt{P}}$, $\cos\frac{\beta}{2} = \sqrt{\frac{(a+b+c)(a-b+c)}{4ac}}$; $\cos\frac{\gamma}{2} = \sqrt{\frac{(a+b+c)(a+b-c)}{4ab}}$, erhält man durch Multiplikation:
1) $Am_1 = \sqrt{\frac{bc(a+b+c)}{-a+b+c}}$. Ebenso: 2) $Bm_2 = \sqrt{\frac{ac(a+b+c)}{a-b+c}}$; 3) $Cm_3 = \sqrt{\frac{ab(a+b+c)}{a+b-c}}$

Ebenso ist: $Bm_1 = 4R \sin\frac{\alpha}{2} \cos\frac{\alpha}{2}$ und $\sin\frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{(a+b-c)(a-b+c)}{4bc}}$, folglich:

4) $Bm_1 = \sqrt{\frac{ac(a+b-c)}{-a+b+c}}$. Ebenso: 5) $Cm_1 = \sqrt{\frac{ab(a-b+c)}{-a+b+c}}$; 6) $Am_2 = \sqrt{\frac{bc(a+b-c)}{a-b+c)}}$

7) $Cm_2 = \sqrt{\frac{ab(-a+b+c)}{a-b+c}}$; 8) $Am_3 = \sqrt{\frac{bc(a-b+c)}{a+b-c}}$; 9) $Bm_3 = \sqrt{\frac{ac(-a+b+c)}{a+b-c}}$

Zusatz 1. Aus Aufl. 53 und 54 folgt: $Am \,.\, Am_1 = bc$; $Bm \,.\, Bm_2 = ac$ und $Cm \,.\, Cm_3 = ab$ folglich: $Am \,.\, Am_1 : Bm \,.\, Bm_2 = b : a$. Ferner: $Am_1 : Am = (a+b+c) : (-a+b+c)$ u. s. w.

Aufgabe 55. Das Produkt der Abstände der drei Ecken des $\triangle$ ABC vom Mittelpunkte des innern Berührungskreises durch R und r auszudrücken.

Auflösung. Die Multiplikation der Gleichungen in Nro. 9 giebt:

$$Am \,.\, Bm \,.\, Cm = 64 R^3 \sin^2\frac{\alpha}{2} \sin^2\frac{\beta}{2} \sin^2\frac{\gamma}{2} \text{ und nach Nro. 2 ist:}$$

$$r^2 = 16R^2 \sin^2\frac{\alpha}{2} \sin^2\frac{\beta}{2} \sin^2\frac{\gamma}{2} \text{ folglich durch Division:}$$

$$Am \,.\, Bm \,.\, Cm = 4Rr^2. \text{ Ebenso: } Am_1 \,.\, Bm_1 \,.\, Cm_1 = 4Rr_1^2.$$

Aufgabe 56. Das Produkt der Abstände der drei Ecken des $\triangle$ ABC vom Mittelpunkte je eines äusseren Berührungskreises auszudrücken durch den Radius des zu diesem Mittelpunkte gehörigen Berührungskreises und R.

Auflösung. Aus Nro. 10 und 11 folgt durch Multiplikation.

$Am_1 . Bm_1 . Cm_1 = 64R^3 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \cos^2 \frac{\beta}{2} \cos^2 \frac{\gamma}{2}$ und da (Nro. 2) $r_1{}^2 = 16\ R^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \cos^2 \frac{\beta}{2} \cos^2 \frac{\gamma}{2}$

$Am_1 . Bm_1 . Cm_1 = 4\ Rr_1{}^2$. Ebenso: $Am_2 . Bm_2 . Cm_2 = 4\ Rr_2{}^2$; $Am_3 . Bm_3 . Cm_3 = 4\ Rr_3{}^2$.

Zusatz: $Am . Bm . Cm : Am_1 . Bm_1 . Cm_1 : Am_2 . Bm_2 . Cm_2 : Am_3 . Bm_3 . Cm_3 = r^2 : r_1{}^2 : r_2{}^2 : r_3{}^2$.

Aufgabe 57. Die Entfernungen der Ecken des $\triangle$ ABC vom Mittelpunkte des innern Berührungskreises zu finden, wenn gegeben sind der Radius des umschriebenen Kreises, der Radius des innern und desjenigen äusseren Berührungskreises, des die Seite selbst (nicht ihre Verlängerung) berührt, die der Ecke gegenüberliegt.

Auflösung. Da $r^2 = Am^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}$ und nach Nro. 2) $r_1 - r = 4\ R \sin^2 \frac{\alpha}{2}$;

hat man: $Am = 2r \sqrt{\frac{R}{r_1 - r}}$. Ebenso: $Bm = 2r \sqrt{\frac{R}{r_2 - r}}$, $Cm = 2r \sqrt{\frac{R}{r_3 - r}}$

Zusatz 1. Da $Am : Am_1 = r : r_1$ ist $Am_1 = 2r_1 \sqrt{\frac{R}{r_1 - r}}$ Ebenso: $Bm_2 = 2r_2 \sqrt{\frac{R}{r_2 - r}}$; $Cm_3 = 2r_3 \sqrt{\frac{R}{r_3 - r}}$

Auch erhält man leicht: $Bm_1 = 2r_1 \sqrt{\frac{R}{r_3 + r_1}}$; $Cm_1 = 2r_1 \sqrt{\frac{R}{r_2 + r_1}}$; $Cm_2 = 2r_2 \sqrt{\frac{R}{r_1 + r_2}}$ $Am_2 = 2r_2 \sqrt{\frac{R}{r_2 + r_3}}$

$Am_3 = 2r_3 \sqrt{\frac{R}{r_2 + r_3}}$; $Bm_3 = 2r_3 \sqrt{\frac{R}{r_1 + r_3}}$. Aus Aufl. 9 folgt auch: $Am = \sqrt{\frac{(r_1 + r_2)\ (r_2 - r)}{r_1 r_2 - rr_1 - rr_2}}$

Aufgabe 58. Gegeben mm_1, mm_2 und R gesucht Cm.

Auflösung. Aus Nro. 8 folgt: $mm_1 . mm_2 = 16\ R^2 \sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\beta}{2}$, nach Nro. 9: $Cm = 4R \sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\beta}{2}$

folglich: $Cm = \frac{mm_1 . mm_2}{4\,R}$. Ebenso: $Am = \frac{mm_2 . mm_3}{4\,R}$, $Bm = \frac{mm_1 . mm_3}{4\,R}$.

Aufgabe 59. Gegeben m_1m_3 m_1m_2 und R, gesucht Am_1.

Auflösung. Nach Nro. 10 ist: $Am_1 = 4R \cos \frac{\beta}{2} \cos \frac{\gamma}{2}$, nach Nro. 7: $m_1m_3 . m_1m_2 = 16\,R^2 \cos^2 \frac{\beta}{2} \cos^2 \frac{\gamma}{2}$

folglich: $Am_1 = \frac{m_1m_3 . m_1m_2}{4\,R}$. Ebenso $Bm_2 = \frac{m_1m_2 . m_2m_3}{4\,R}$ $Cm_3 = \frac{m_1m_3 . m_2m_3}{4\,R}$. Ebenso kann man

Am_2 durch mm_2 und m_1m_2 ausdrücken: $Am_2 = \frac{mm_2 . m_1m_2}{4\,R}$ u. s. w.

Aufgabe 60. Das Produkt der Entfernungen der drei Ecken des $\triangle$ ABC vom innern Berührungsmittelpunkte auszudrücken durch das Produkt der Entfernungen der äusseren Berührungsmittelpunkte vom innern, wenn der Radius R des $\triangle$ ABC gegeben ist:

Auflösung. Nach Nro. 9 ist: $Am . Bm . Cm = 64\,R^3 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \sin^2 \frac{\beta}{2} \sin^2 \frac{\gamma}{2}$ und nach Nro. 8:

$mm_1{}^2 . mm_2{}^2 . mm_3{}^2 = (64\,R^3)^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \sin^2 \frac{\beta}{2} \sin^2 \frac{\gamma}{2}$; folglich: $Am . Bm . Cm = \frac{mm_1{}^2 . mm_2{}^2 . mm_3{}^2}{64\,R^3}$

Zusatz: Ebenso ist: $Am_1 . Bm_1 . Cm_1 = \frac{m_1m^2 . m_1m_2{}^2 . m_1m_3{}^2}{64\,R^3}$ u. s. w.

Aufgabe 61. Gegeben sind die drei Seiten des $\triangle$ ABC, gesucht die Entfernung zwischen den Mittelpunkten des umschriebenen Kreises und des innern Berührungskreises.

Auflösung. Nach Nro. 12 ist: $Mm^2 = R^2 - 2\,rR$ folglich nach Aufl. 1 und 2:

$Mm^2 = \frac{a^2b^2c^2}{P} - \frac{abc}{a+b+c} = \frac{abc\,[abc\,(a+b+c) - P]}{(a+b+c)\ P}$ $Mm = \sqrt{\frac{abc\,[abc - (a+b-c)\,(a-b+c)\,(-a+b+c)]}{(a+b+c)\,(a+b-c)\,(a-b+c)\,(-a+b+c)}}$

Aufgabe 62. Gegeben sind die drei Seiten des $\triangle$ ABC gesucht die Entfernungen zwischen dem Mittelpunkte des umschriebenen Kreises und dem Mittelpunkte der äusseren Berührungskreise.

Auflösung. Nach Nro. 12 ist: $Mm_1{}^2 = R_2 + 2\,r_1 R$, oder nach Aufl. 1 und 2:

$$Mm_1 = \sqrt{\frac{a^2b^2c^2}{P} + \frac{abc}{-a+b+c}} = \sqrt{abc\left[\frac{abc(-a+b+c)+P}{(-a+b+c)\,P}\right\}} = \sqrt{abc\left[\frac{abc+(a+b+c)(a+b-c)(a-b+c)}{(a+b+c)(a+b-c)(a-b+c)(-a+b+c}\right\}}$$

Fbenso $Mm_2 = \sqrt{abc\left[\frac{abc+(a+b+c)(a+b-c)(-a+b+c)}{(a+b+c)(a+b-c)(a-b+c)(-a+b+c}\right\}}$,

$$Mm_3 = \sqrt{abc\left[\frac{abc+(a+b+c)(-a+b+c)(a-b+c)}{(a+b+c)(a+b-c)(a-b+c)(-a+b+c)}\right\}}$$

Aufgabe 63. Zu beweisen: Die Summe der Quadrate der Entfernungen zwischen dem Mittelpunkte des umschriebenen Kreises und den Mittelpunkten der vier Berührungskreise ist gleich dem 12fachen Quadrate des Radius des umschriebenen Kreises.

Auflösung. Nach Nro. 12 ist: $Mm^2 + Mm_1{}^2 + Mm_2{}^2 + Mm_3{}^2 = 4R^2 + 2R\,(r_1 + r_2 + r_3 - r)$, und da $r_1 + r_2 + r_3 - r = 4R$ (Aufl. 18 Zusatz 2) hat man: $Mm^2 + Mm_1{}^2 + Mm_2{}^2 + Mm_3{}^2 = 12R^2$.

Aufgabe 64. Gegeben sind die Seiten des $\triangle$ ABC, gesucht wird die Differenz der Quadrate $Mm_1{}^2 - Mm^2$.

Auflösung. Nach Nro. 12 ist: $Mm_1{}^2 - Mm^2 = 2R\,(r_1 + r)$ und nach Auflösung 2, und 3:

$Mm_1{}^2 - Mm^2 = \frac{2abc\,(b+c)}{(a+b+c)(-a+b+c)}$. Ebenso: $Mm_2{}^2 - Mm^2 = \frac{2abc\,(a+c)}{(a+b+c)(a-b+c)}$

$Mm_3{}^2 - Mm^2 = \frac{2abc\,(a+b)}{(a+b+c)(a+b-c)}$. Ebenso erhält man: $Mm_1{}^2 - Mm_2{}^2 = 2R(r_1 - r_2) = \frac{2abc\,(a-b)}{(a-b+c)(-a+b+c)}$

$Mm_1{}^2 - Mm_3{}^2 = \frac{2abc\,(a-c)}{(a+b-c)(-a+b+c)}$, $Mm_2{}^2 - Mm_3{}^2 = \frac{2abc\,(b-c)}{(a+b-c)(-a+b+c)}$

Aufgabe 65. Gegeben sind die nach den Ecken hin gelegenen Höhenabschnitte und R, gesucht Mm, MM_1, Mm_2 und Mm_3.

Auflösung. Nach Aufl. 18 hat man: $R\,(AS + BS + CS) = 2R^2 + 2rR$, und da nach Nro. 12: $Mm^2 = R^2 - 2rR$, ergiebt sich: 1) $Mm^2 = R\,[3R - (AS + BS + CS)]$. Da nach Aufl. 18, 4: $R\,(-AS + BS + CS) = 2r_1R - 2R^2$ und nach Nro. 12: $Mm_1{}^2 = R^2 + 2r_1R$ erhält man: 2) $Mm_1{}^2 = R\,[3R - AS + BS + CS]$. Ganz analog erhält man ferner: 3) $Mm_2{}^2 = R\,[3R + AS - BS + CS]$ und 4) $Mm_3{}^2 = R\,[3R + AS + BS - CS]$.

Zusatz: Die Addition der vier Gleichungen giebt Aufl. 63, die Addition der letzten Gleichungen: $Mm_1{}^2 + Mm_2{}^2 + Mm_3{}^2 = R\,[9R + AS + BS + CS]$.

Aufgabe 66. Gegeben R, Mm und Mm_1 oder R Mm_1 und Mm_2 gesucht AS; ferner gegeben R, Mm und Mm_2 oder R, Mm_1 und Mm_3 gesucht BS; endlich gegeben R, Mm und Mm_3 oder R, Mm_1 und Mm_2 gesucht CS.

Auflösung. Aus Aufl. 65 folgt: 1) $AS + BS + CS = \frac{3R^2 - Mm^2}{R}$ 2) $-AS + BS + CS = \frac{Mm_1{}^2 - 3R^2}{R}$

3) $AS - BS + CS = \frac{Mm_2{}^2 - 3R^2}{R}$ 4) $AS + BS - CS = \frac{Mm_3{}^2 - 3R^2}{R}$. Die Subtraktion der Gleichungen 1 und 2 giebt: $AS = \frac{6R^2 - (Mm^2 + Mm_1{}^2)}{2R}$, die Addition der Gleichungen 3 und 4:

$AS = \frac{Mm_2{}^2 + Mm_3{}^2 - 6R^2}{2R}$. Ebenso erhält man: $BS = \frac{6R^2 - (Mm^2 + Mm_2{}^2)}{2R} = \frac{Mm_1{}^2 + Mm_3{}^2 - 6R^2}{2R}$

und $CS = \frac{6R^2 - (Mm^2 + Mm_3{}^2)}{2R} = \frac{Mm_1{}^2 + Mm_2{}^2 - 6R^2}{2R}$

Aufgabe 67. Die nach den Ecken hin gelegenen Höhenabschnitte zu finden, wenn die Entfernungen des Mittelpunktes des umschriebenen Kreises von den Mittelpunkten der vier Berührungskreise gegeben sind.

Auflösung. Nach Aufl. 66 ist: $AS = \frac{6R^2 - (Mm^2 + Mm_1^2)}{2R}$, oder nach Aufl. 63:

$$AS = \frac{3[Mm_2^2 + Mm_3^2 - Mm^2 - Mm_1^2]}{2\sqrt{3(Mm^2 + Mm_1^2 + Mm_2^2 + Mm_3^2)}}. \text{ Ebenso } BS = \frac{3[Mm_1^2 + Mm_3^2 - Mm^2 - Mm_2^2]}{2\sqrt{3(Mm^2 + Mm_1^2 + Mm_2^2 + Mm_3^2)}}$$

$$CS = \frac{3[Mm_1^2 + Mm_2^2 - Mm^2 - Mm_3^2]}{2\sqrt{3(Mm^2 + Mm_1^2 + Mm_2^2 + Mm_3^2)}}$$

Aufgabe 68. Gegeben R Mm_2 und Mm_3, gesucht h_1

Auflösung. Nach Aufl. 17 ist: $h_1 = \frac{2 r_2 r_3}{r_2 + r_3}$. Aus Nro. 12 folgt: $r_2 + r_3 = \frac{Mm_2^2 + Mm_3^2 - 2R^2}{2R}$

und $r_2 r_3 = \frac{(Mm_2^2 - R^2)(Mm_3^2 - R^2)}{4R^2}$, folglich: $h_1 = \frac{(Mm_2^2 - R^2)(Mm_3^2 - R^2)}{R(Mm_2^2 + Mm_3^2 - 2R^2)}$. Ebenso:

$$h_2 = \frac{(Mm_1^2 - R^2)(Mm_3^2 - R^2)}{R(Mm_1^2 + Mm_3^2 - 2R^2)}, \quad h_3 = \frac{(Mm_1^2 - R^2)(Mm_2^2 - R^2)}{R(Mm_1^2 + Mm_2^2 - 2R^2)}$$

Anm. Für DS erhält man: $DS = \frac{Mm_2^2(6R^2 - Mm_2^2) + Mm_3^2(6R^2 - Mm_3^2) - 10R^4}{2R(Mm_1^2 + Mm_2^2 - 2R^2)}$

Aufgabe 69. Zu beweisen: $mm_1^2 - mm_2^2 = 2(Mm_1^2 - Mm_2^2)$

Auflösung. Nach Aufl. 46 ist: $mm_1^2 - mm_2^2 = 4R(r_1 - r_2)$ und nach Aufl. 64 $Mm_1^2 - Mm_2^2 = 2R(r_1 - r_2)$ folglich: 1) $mm_1^2 - mm_2^2 = 2(Mm_1^2 - Mm_2^2)$. Ebenso: 2) $mm_1^2 - mm_3^2 = 2(Mm_1^2 - Mm_3^2)$ 3) $mm_2^2 - mm_3^2 = 2(Mm_2^2 - Mm_3^2)$.

Aufgabe 70. Die Summe der Quadrate der Entfernungen eines Berührungsmittelpunktes von den drei andern, ist gleich der Summe der Quadrate der Entfernungen des Mittelpunktes des umschriebenen Kreises von den vier Berührungsmittelpunkten, vermehrt um das vierfache Quadrat der Entfernung zwischen dem ersten Berührungsmittelpunkte und dem Mittelpunkte des umschriebenen Kreises.

Auflösung. Nach Aufl. 51 1. ist: $mm_1^2 + mm_2^2 + mm_3^2 = 16R^2 - 8Rr$, und nach Nro. 12: $4Mm^2 = 4R^2 - 8Rr$, folglich durch Subtraktion:
$mm_1^2 + mm_2^2 + mm_3^2 = 4Mm^2 + 12R^2 = 5Mm^2 + Mm_1^2 + Mm_2^2 + Mm_3^2$ (Aufl. 63). Ebenso ist nach Aufl. 51, 2: $m_1m^2 + m_1m_2^2 + m_1m_3^2 = 16R^2 + 8Rr_1$ und nach Nro. 12: $4Mm_1^2 = 4R^2 + 8r_1R$, folglich durch Subtraktion: $m_1m^2 + m_1m_2^2 + m_1m_3^2 = 4Mm_1^2 + 12R^2 = 5Mm_1^2 + Mm^2 + Mm_2^2 + Mm_3^2$ (Auflösung 63). Ebenso $m_2m^2 + m_2m_1^2 + m_2m_3^2 = 5Mm_2^2 + Mm^2 + Mm_1^2 + Mm_3^2$; $m_3m^2 + m_3m_1^2 + m_3m_2^2 = 5Mm_3^2 + Mm^2 + Mm_1^2 + Mm_2^2$.

Aufgabe 71. Gegeben sind die Entfernungen des Mittelpunktes des umschriebenen Kreises von den Mittelpunkten der vier Berührungskreise; gesucht werden die Entfernungen zwischen den Mittelpunkten der Berührungskreise.

Auflösung. Nach Aufl. 52 ist: $mm_1^2 + mm_2^2 - mm_3^2 = 16R^2 - 8Rr_3$, nach Nro. 12: $4Mm_3^2 = 4R^2 + 8Rr_3$, folglich durch Addition: $mm_1^2 + mm_2^2 - mm_3^2 = 20R^2 - 4Mm_3$; oder (Aufl. 63): 1) $mm_1^2 + mm_2^2 - mm_3^2 = 5/3\,Mm^2 + 5/3\,Mm_1^2 + 5/3\,Mm_2^2 - 7/3\,Mm_3^2$.

Ebenso: 2) $mm_1^2 - mm_2^2 + mm_3^2 = 5/3\,Mm^2 + 5/3\,Mm_1^2 - 7/3\,Mm_2^2 + 5/3\,Mm_3^2$.

3) $-mm_1^2 + mm_2^2 + mm_3^2 = 5/3\,Mm^2 - 7/3\,Mm_1^2 + 5/3\,Mm_2^2 + 5/3\,Mm_3^2$.

Die Addition der Gleichungen 1 und 2 giebt:

4) $mm_1^2 = 5/3(Mm^2 + Mm_1^2) - 1/3(Mm_2^2 + Mm_3^2)$.

Ebenso durch Addition von 1 und 3:

5) $mm_2^2 = 5/3(Mm^2 + Mm_2^2) - 1/3(Mm_1^2 + Mm_3^2)$.

Addition von 2 und 3:

6) $mm_3^2 = 5/3(Mm^2 + Mm_3^2) - 1/3(Mm_1^2 + Mm_2^2)$.

Mit Hilfe von Auflösung 52 und 63 erhält man auf dieselbe Weise:

7) $m_1m_2^2 = 5/3(Mm_1^2 + Mm^2_2) - 1/3(Mm^2 + Mm_3^2)$,

8) $m_1m_3^2 = 5/3(Mm_1^2 + Mm_3^2) - 1/3(Mm^2 + Mm_2^2)$,

9) $m_2m_3^2 = 5/3(Mm_2^2 + Mm_3^2) - 1/3(Mm^2 + Mm_1^2)$.

Aufgabe 72. Die Summe der Quadrate der Seiten eines jeden der vier $\triangle\triangle$, die von den Berührungsmittelpunkten gebildet werden, ist gleich der dreifachen Summe der Quadrate der Entfernungen des Mittelpunktes des umschriebenen Kreises von den Ecken dieses $\triangle$, vermindert um das Quadrat der Entfernungen des Mittelpunktes des umschriebenen Kreises vom vierten Berührungsmittelpunkte.

Auflösung. Nach Aufl. 42 ist: $m_1m_2^2 + m_1m_3^2 + m_2m_3^2 = 8R(r_1 + r_2 + r_3)$, oder da $r_1 + r_2 + r_3 = 4R + r$ $m_1m_2^2 + m_1m_3^2 + m_2m_3^2 = 32R^2 + 8Rr$ und da nach Nro. 12: $4Mm^2 = 4R^2 - 8Rr$ erhält man durch Addition: $m_1m_2^2 + m_1m_3^2 + m_2m_3^2 = 36R^2 - 4Mm^2$ oder da nach Aufl. 63: $12R^2 = Mm^2 + Mm_1^2 + Mm_2^2 + Mm_3^2$, $m_1m_2^2 + m_1m_3^2 + m_2m_3^2 = 3(Mm_1^2 + Mm_2^2 + Mm_3^2) - Mm^2$. Ebenso ist nach Aufl. 42 u. 46: $mm_1^2 + mm_2^2 + m_1m_2^2 = 8R(r_1 + r_2 - r) = 32R^2 - 8Rr_3$ nach Nro. 12: $4Mm_3^2 = 4R^2 + 8Rr_3$ also: $mm_1^2 + mm_2^2 + m_1m_2^2 = 36R^2 - Mm_3^2 = 3(Mm^2 + Mm_1^2 + Mm_2^2) - Mm_3^2$. Ebenso ersält man: $mm_1^2 + mm_3^2 + m_1m_3^2 = 3(Mm^2 + Mm_1^2 + Mm_3^2) - Mm_2^2$ und: $mm_2^2 + mm_3^2 + m_2m_3^2 = 3(Mm^2 + Mm_2^2 + Mm_3^2) - Mm_1^2$.

. **Aufgabe 73.** Gegeben Am, Bm, Cm und R, gesucht Mm.

Auflösung. Nach Aufl. 55 ist: $Am \, . \, Bm \, . \, Cm = 4Rr^2$, oder $r = \sqrt{\frac{Am \, . \, Bm \, . \, Cm}{4R}}$ und da nach Nro. 12: $Mm^2 = R^2 - 2Rr$, erhält man: $Mm^2 = R^2 - \sqrt{Am \, . \, Bm \, . \, Cm \, . \, R}$. Analog: $Mm_1^2 = R^2 + \sqrt{Am_1 \, . \, Bm_1 \, . \, Cm_1 \, . \, R}$; $Mm_2^2 = R^2 + \sqrt{Am_2 \, . \, Bm_2 \, . \, Cm_2 \, . \, R}$; $Mm_3^2 = R^2 + \sqrt{Am_3 \, . \, Bm_3 \, . \, Cm_3 \, . \, R}$.

Aufgabe 74. Gegeben der Radius des umschriebenen Kreises und die beiden Abschnitte einer Höhe, gesucht die Entfernung des Mittelpunktes des umschriebenen Kreises vom Schnittpunkte der drei Höhen.

Auflösung. Gegeben R, AS und DS, gesucht MS. Im $\triangle$ MAS ist: $MS^2 = R^2 + AS^2 - 2R\,AS\cos(\beta - \gamma)$ oder nach Nro. 4: $MS^2 = R^2 + 4R^2\cos^2\alpha - 4R^2\cos\alpha\cos(\beta - \gamma$, oder $MS^2 = R^2 - 4R^2\cos\alpha[\cos(\beta + \gamma) + \cos(\beta - \gamma)]$ d. h. $MS^2 = R^2 - 8R^2\cos\alpha\cos\beta\cos\gamma$ oder nach Nro. 4 und 5 $MS^2 = R^2 - 2\,AS \, . \, DS$.

Zusatz. Da der Radius $\mathfrak{r}$ des dem Höhendreiecke eingeschriebenen Kreises $\mathfrak{r} = DS\cos\alpha$ und $AS = 2R\cos\alpha$ ist $AS \, . \, DS = 2R\mathfrak{r}$, folglich: $MS^2 = R^2 - 4R\mathfrak{r}$.

Aufgabe 75. Gegeben der Radius des innern Berührungskreises und die beiden Abschnitte einer Höhe, gesucht die Entfernung des Mittelpunktes des inneren Berührungskreises vom Schnittpunkte der drei Höhen.

Auflösung. Im $\triangle$ mAS ist: $mS^2 = AS^2 + Am^2 - 2\,AS \, . \, Am\cos(\beta - \gamma)$, oder da nach Nro. 4 $AS = 2R\cos\alpha$ nach Nro. 9 und Nro. 2: $Am = \frac{r}{\sin\frac{\alpha}{2}}$:

$$mS^2 \sin^2\frac{\alpha}{2} = 4R^2\cos^2\alpha\sin^2\frac{\alpha}{2} + r^2 - 4Rr\cos\alpha\sin\frac{\alpha}{2}\cos\left(\frac{\beta - \gamma}{2}\right), \text{ oder:}$$

$$mS^2 \sin^2\frac{\alpha}{2} = 4R^2\cos^2\alpha\sin^2\frac{\alpha}{2} + r^2 - 4Rr\cos\alpha\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\beta}{2}\cos\frac{\gamma}{2} - 4Rr\cos\alpha\sin\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\beta}{2}\sin\frac{\gamma}{2}, \text{ oder (Nro. 2)}$$

$$mS^2 \sin^2\frac{\alpha}{2} = 4R^2\cos^2\alpha\sin^2\frac{\alpha}{2} + r^2 - 16R^2\cos\alpha\sin^2\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\beta}{2}\cos\frac{\beta}{2}\sin\frac{\gamma}{2}\cos\frac{\gamma}{2}\; r^2\cos\alpha \text{ oder:}$$

$$mS^2 \sin^2\frac{\alpha}{2} = 4R^2\cos\alpha\sin^2\frac{\alpha}{2}\left[\cos\alpha - \sin\beta \, . \, \sin\gamma\right\} + r^2(1 - \cos\alpha), \text{ oder:}$$

$$mS^2 \sin^2\frac{\alpha}{2} = -4R^2\cos\alpha\sin^2\frac{\alpha}{2}\left[\cos(\beta + \gamma) + \sin\beta\sin\gamma\right\} + 2r^2\sin^2\frac{\alpha}{2}, \text{ oder:}$$

$$mS^2 = -4R^2\cos\alpha\cos\beta\cos\gamma + 2r^2, \text{ oder (nach Nro. 4 und 5): } mS^2 = 2r^2 - AS \, . \, DS.$$

Aufgabe 76. Gegeben der Radius eines äusseren Berührungskreises und die beiden Abschnitte einer Höhe, gesucht die Entfernung des zu dem Radius gehörigen Mittelpunktes vom Durchschnittspunkte der drei Höhen.

Auflösung. Im $\triangle\ Bm_1\ S$ ist:

$$m_1\ S^2 = BS^2 + Bm_1 - 2\ BS\ .\ Bm_1 \cos\left(90 + \frac{\alpha - \gamma}{2}\right) = BS^2 + Bm_1{}^2 + 2BS\ .\ Bm_1 \sin\left(\frac{\alpha - \gamma}{2}\right)$$

oder da nach Nro. 4: $BS = 2\,R \cos\beta$ und nach Nro. 11 und Nro 2: $Bm_1 = \frac{r_1}{\cos\frac{\beta}{2}}$:

$$m_1 S^2 \cos^2 \frac{\beta}{2} = 4\,R^2 \cos^2\beta \cos^2\frac{\beta}{2} + r_1{}^2 + 4\,Rr_1 \cos\beta \cos\frac{\beta}{2} \sin\left(\frac{\alpha - \gamma}{2}\right) \text{ oder:}$$

$$m_1 S^2 \cos^2\frac{\beta}{2} = 4R^2 \cos^2\beta \cos^2\frac{\beta}{2} + r_1{}^2 + 4Rr_1 \cos\beta \sin\frac{\alpha}{2} \cos\frac{\beta}{2} \cos\frac{\gamma}{2} - 4Rr_1 \cos\beta \cos\frac{\alpha}{2} \cos\frac{\beta}{2} \sin\frac{\gamma}{2}, \text{oder: (Nro. 2)}$$

$$m_1 S^2 \cos^2\frac{\beta}{2} = 4\,R^2 \cos^2\beta \cos^2\frac{\beta}{2} + r_1{}^2 + r_1{}^2 \cos\beta - 16R^2 \cos\beta \cos^2\frac{\beta}{2} \sin\frac{\alpha}{2} \cos\frac{\alpha}{2} \sin\frac{\gamma}{2} \cos\frac{\gamma}{2}$$

$$m_1 S^2 \cos^2\frac{\beta}{2} = 2r_1{}^2 \cos^2\frac{\beta}{2} + 4R^2 \cos\beta \cos^2\frac{\beta}{2}\left[\cos\beta - \sin\alpha \sin\gamma\right\} \text{ oder: } m_1 S^2 = 2\,r_1{}^2 - 4R^2 \cos\alpha \cos\beta \cos\gamma$$

oder nach Nro. 4 und Nro. 5: 1) $m_1 S^2 = 2\,r_1{}^2 - AS\ .\ DS$ Analog findet man:
2) $m_2 S^2 = 2\,r_2{}^2 - AS\ .\ DS$ und 3) $m_3\ S^2 = 2\,r_3{}^2 - AS\ .\ DS$.

Aufgabe 77. Die Summe der Quadrate der drei Seiten eines Dreiecks zu finden, wenn der Radius des umschriebenen Kreises und die Entfernung zwischen dem Mittelpunkte des umschriebenen Kreises und dem Durchschnittspunkte der drei Höhen gegeben sind.

Auflösung. Nach Aufl. 24 ist: $c^2 = AS\ .\ h_1 + BS\ .\ h_2$ oder $c^2 = AS^2 + BS^2 + 2\ AS\ .\ DS$ und nach Aufl. 21: $c^2 = 8\,R^2 - a^2 - b^2 + 2\,AS\ .\ DS$ oder: $a^2 + b^2 + c^2 = 8\,R^2 + 2\,AS\ .\ DS$ folglich nach Aufl. 74: $a^2 + b^2 + c^2 = 9R^2 - MS^2$.

Aufgabe 78. Die Summe der Quadrate der drei Seiten eines Dreiecks zu finden, wenn gegeben sind der Radius des umschriebenen Kreises, der Radius eines Berührungskreises und die Entfernung des zugehörigen Mittelpunktes vom Schnittpunkte der drei Höhen.

Auflösung. Nach Aufl. 77 ist: $a^2 + b^2 + c^2 = 8\,R^2 + 2\ AS\ .\ DS$, folglich nach Auflösung 75: $a^2 + b^2 + c^2 = 8\,R^2 + 4r^2 - 2\,mS^2$ nach Aufl. 76: $a^2 + b^2 + c^2 = 8\,R^2 + 4\,r_1{}^2 - 2\,m_1\,S^2$ oder: $a^2 + b^2 + c^2 = 8\,R^2 + 4\,r_2{}^2 - 2\,m_2 S^2$; $a^2 + b^2 + c^2 = 8\,R^2 + 4\,r_3{}^2 - 2\,m_3 S^2$.

Aufgabe 79. Gegeben die Seiten des $\triangle$ ABC, gesucht die Entfernung zwischen dem Mittelpunkte des umschriebenen Kreises und dem Schnittpunkte der Höhen.

Auflösung. Nach Aufl. 74 ist: $MS^2 = R^2 - 8\,R^2 \cos\alpha \cos\beta \cos\gamma$ nach Nro. 4: $\frac{AS\ .\ BS\ .\ CS}{R} = 8\,R^2 \cos\alpha \cos\beta \cos\gamma$, folglich: $MS^2 = R^2 - \frac{AS\ .\ BS\ .\ CS}{R}$ oder nach Auflösung 20:

$$MS^2 = \frac{a^2 b^2 c^2 - (-a^2 + b^2 + c^2)\,(a^2 - b^2 + c^2)\,(a^2 + b^2 - c^2)}{P}.$$

Aufgabe 80. Gegeben die Seiten des $\triangle$ ABC, gesucht die Entfernungen zwischen je einem Berührungsmittelpunkte und dem Schnittpunkte der Höhen.

Auflösung. Da nach Aufl. 75 $mS^2 = 2r^2 - 4R^2 \cos\alpha \cos\beta \cos\gamma$, erhält man nach Aufl. 2 und Aufl. 20: $mS^2 = \frac{P}{2\,(a + b + c)^2} - \frac{(-a^2 + b^2 + c^2)\,(a^2 - b^2 + c^2)\,(a^2 + b^2 - c^2)}{2\,P}$. Ebenso:

$$m_1 S^2 = \frac{P}{2\,(-a + b + c)^2} - \frac{(-a^2 + b^2 + c^2)\,(a^2 - b^2 + c^2)\,(a^2 + b^2 - c^2)}{2\,P}$$

$$m_2 S^2 = \frac{P}{2\,(a - b + c)^2} - \frac{(-a^2 + b^2 + c^2)\,(a^2 - b^2 + c^2)\,(a^2 + b^2 - c^2)}{2\,P}$$

$$m_3\ S^2 = \frac{P}{2\,(a + b - c)^2} - \frac{(-a^2 + b^2 + c^2)\,(a^2 - b^2 + c^2)\,(a^2 + b^2 - c^2)}{2\,P}$$

Zusatz. Durch Subtraktion der letzten Gleichungen erhält man nach einigen Reductionen:

$$m_1 S^2 - mS^2 = \frac{2\,a\,(b + c)\,(a - b + c\,(a + b - c)}{(a + b + c)\,(-a + b + c)}\ m_1 S^2 - m_2 S^2 = \frac{2\,c\,(a - b)\,(a + b + c)\,(a + b - c)}{(a - b + c)\,(-a + b + c)}$$

Aufgabe 81. Der um das Höhendreieck beschriebene Kreis halbirt die Seiten des $\triangle$ ABC.

Auflösung. Da EFDG ein Viereck im Kreise ist, ist $< EGD = 180 - GFD$ und da $< EFD = 180 - 2\gamma$ ist $< EGD = 2\gamma$. Da dieser Winkel Aussenwinkel vom $\triangle$ DGC, ist, ist auch $< GDC = \gamma$ also $GD = GC$. Da ferner $< GAD = 90 - \gamma$ muss $< ADG = 90 - \gamma$ sein, folglich $GA = GD$, also auch $GA = GC$.

Aufgabe 82. Zu beweisen der Mittelpunkt μ des dem $\triangle$ EDF umschriebenen Kreises liegt im Halbirungspunkte der Linie, welche den Mittelpunkt des dem $\triangle$ ABC umschriebenen Kreises mit dem Schnittpunkte seiner Höhen verbindet.

Auflösung. Sind $\mathfrak{R}$ der Radius des dem $\triangle$ DEF umschriebenen und $\mathfrak{r}$ der Radius des dem $\triangle$ DEF eingeschriebenen Kreises, so ist da nach Nro. 12, $Mm^2 = R^2 - 2\,Rr$, auch $\mu S^2 = \mathfrak{R}^2 - 2\,\mathfrak{R}\mathfrak{r}$ oder (Aufl. 33) $\mu S^2 = \frac{R^2}{4} - Rr$ oder da nach Aufl. 74: $MS^2 = R^2 - 4\,Rr$, $\mu S^2 = {}^1/_4\ MS^2$ oder $\mu S = {}^1/_2\ MS$. Die Normalen aber, die man im Halbirungspunkte von GE und DI auf GE und DI errichtet, müssen durch den Punkt μ gehen und auch (weil $GM \;\#\; H\mu \;\#\; ES$) die Linie MS halbiren, d. h. der Halbirungspunkt von MS muss mit μ zusammenfallen.

Aufgabe 83. Zu beweisen: der um das Höhendreieck beschriebene Kreis berührt den innern Berührungskreis des $\triangle$ ABC einschliessend und die äussern Berührungskreise von aussen.

Auflösung. Da $m\mu$ die Schwerlinie des $\triangle$ MSm ist hat man:

$Mm^2 + mS^2 = 2m\mu^2 + {}^1/_2\ MS^2$ oder nach Nro 12, Aufl. 74 und 75:

$R^2 - 2\,Rr + 2\,r^2 - AS\,.\,DS = 2\,m\mu^2 + {}^1/_2\ R^2 - AS\,.\,DS$ oder: $m\mu^2 = \frac{R^2}{2} - Rr + r^2$ also:

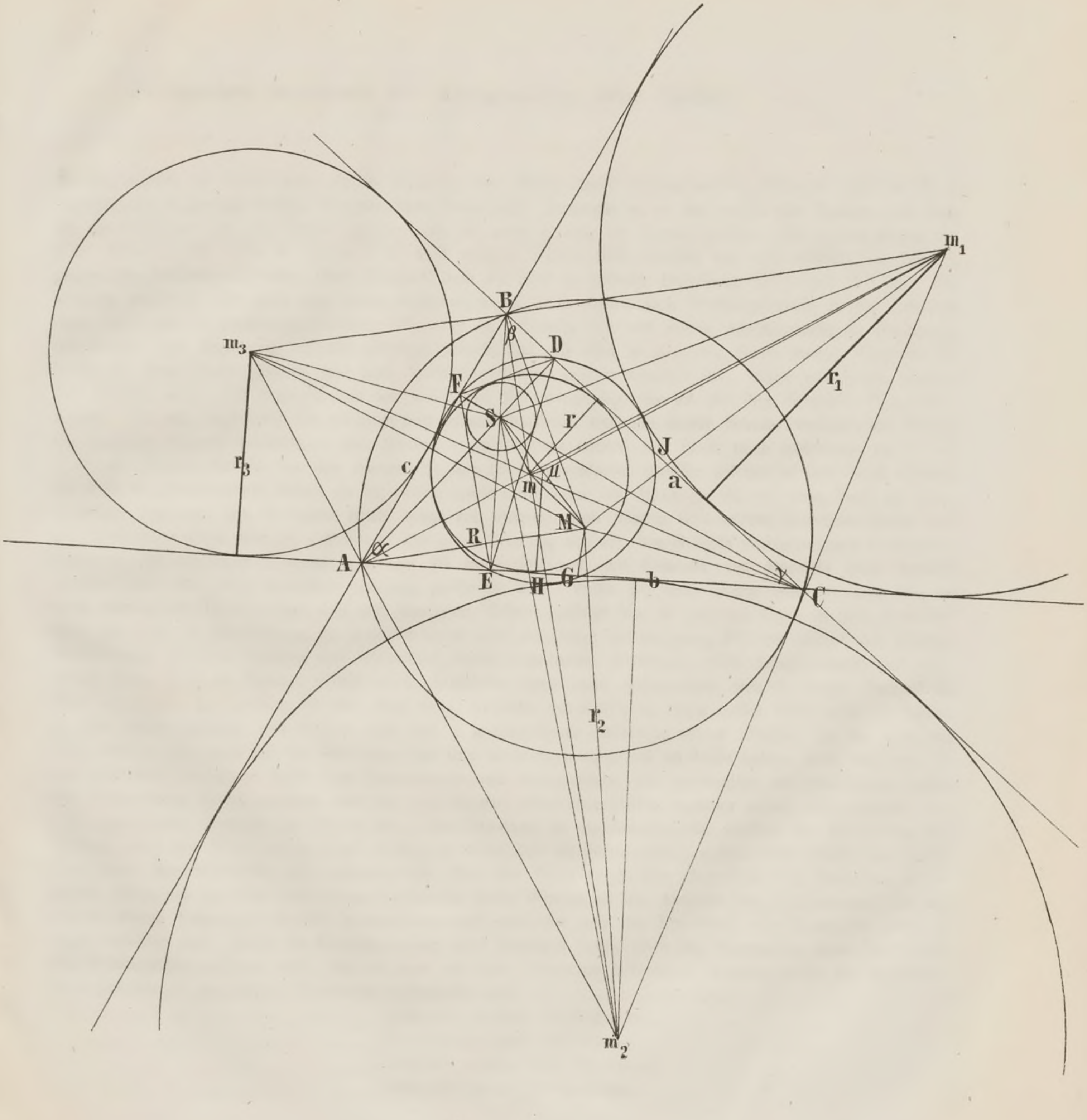
$m\mu = \frac{R}{2} - r$ (Leitf. § 86). Ebenso erhält man:

$Mm_1{}^2 + Sm_1{}^2 = 2m_1\mu^2 + \frac{MS^2}{2}$ oder nach Nro. 12, Aufl. 74 und 76

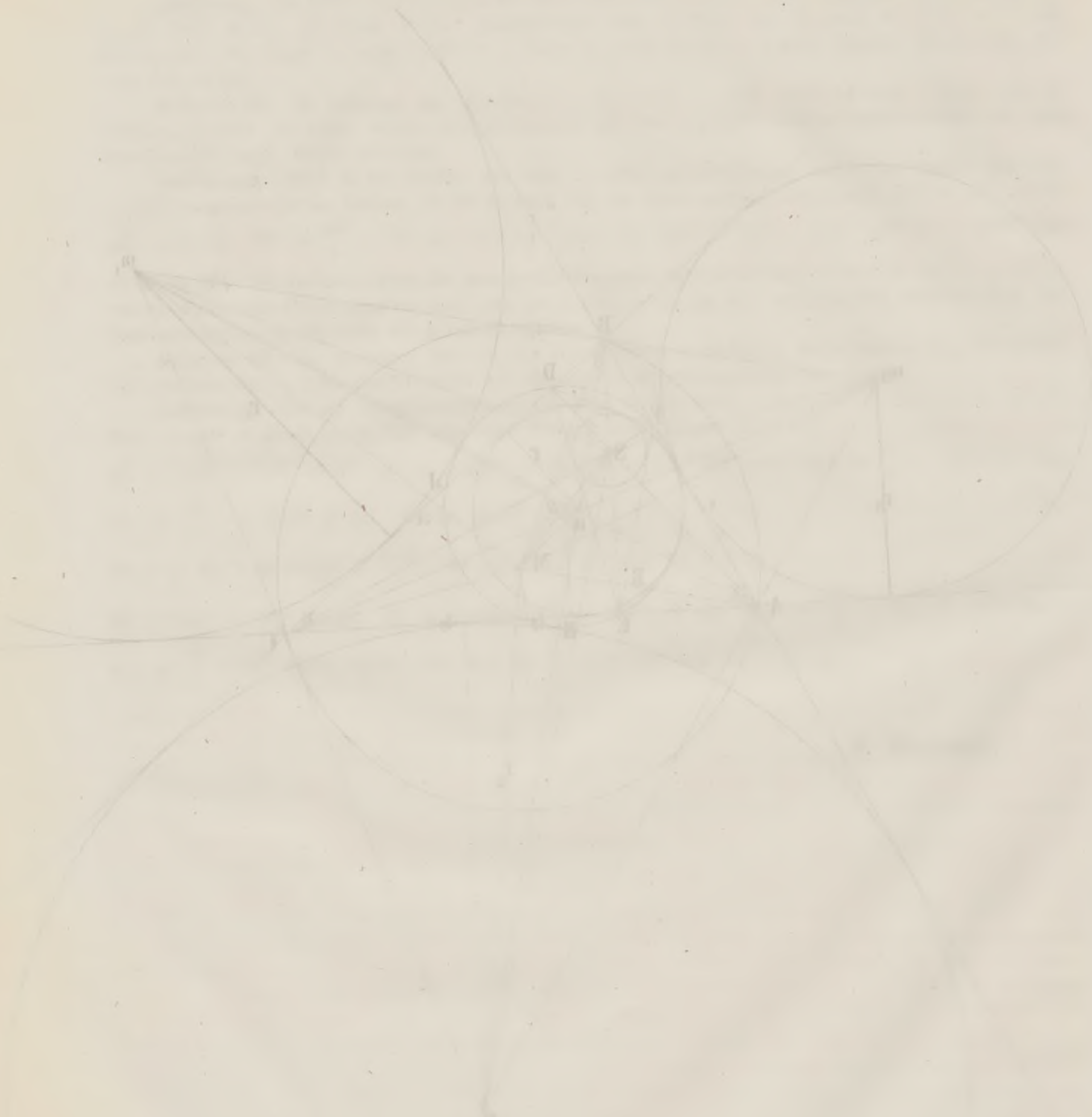
$R^2 + 2Rr_1 + 2r_1{}^2 - AS\,.\,DS = 2\,m_1\mu^2 + \frac{R^2}{2} - AS\,.\,DS$ oder $m_1\mu^2 = \frac{R^2}{4} + Rr_1 + r_1{}^2$ d. h.

$m_1\mu = \frac{R^2}{2} + r_1$. Analog erhält man: $m_2\mu = \frac{R}{2} + r^2$ und $m_3\mu = \frac{R}{2} + r_3$.

E. Bluemel.



m1
B
m3
β
D
F
r1
S
r
J
r3
c
u
m
a
M
R
A
α
γ
E
H
G
b
C
r2
m2



Hochgeehrte anwesende und Amtsgenossen, liebe Schüler!

Es ist, indem ich heute zum ersten Male in der Mitte dieser Schulgemeinde erscheine und das Wort ergreife, ein doppeltes Gefühl, welches mich beherrscht. Zunächst ist es das Gefühl des Dankes, von dem ich durchdrungen bin, des Dankes gegen Gott, der mich gnädig bis hierher geführt, des Dankes gegen die hohe Behörde, die mich in dieses weite Feld reicher Wirksamkeit berufen hat, und speciell des Dankes gegen Sie, hochzuverehrender Herr Schulrat, dem ich noch in anderer Beziehung tief verpflichtet bin. Sie sind es gewesen, der mich aus einem anderen, wenn auch verwandten Wirkungskreise in das Lehramt eingeführt und in demselben erhalten, Sie sind es gewesen, der auf meine Anschauungen in Beziehung auf Schule und Erziehung tief und mächtig gewirkt hat, Sie sind es gewesen, durch dessen Vertraun ich heute an diese Stelle gestellt und zum Vorsteher dieser Anstalt ernannt bin. Aber mit diesem Gefühl des Dankes paart sich zugleich das der schweren Verantwortung, die ich mit dem heutigen Tage übernehme. Ich soll sorgen für das sittliche und wissenschaftliche Gedeihn dieser Schule, welcher die Eltern das teuerste, was sie besitzen, — ihre Kinder, — anvertraut haben; ich fühle mich gebunden durch das Wort des Herrn, der da vor der Aergerniss der Kleinen warnend spricht: solcher ist das Reich Gottes; ich trete zu gemeinsamer Arbeit an die Spitze eines Collegiums von Männern, die mir zum Theil an Alter überlegen sind und ihre bewährte Kraft schon seit längerer Zeit diesem Gymnasium gewidmet haben und ich erscheine endlich hier als der Nachfolger eines Mannes, der auf dem Gebiete vaterländischer Geschichte allgemein als tüchtiger Forscher gilt und 15 Jahre hindurch mit Umsicht und Energie diese Anstalt geleitet und das Wol derselben mächtig gefördert hat. Wenn ich aber nichts desto weniger dem an mich ergangenen Rufe gefolgt und mit freudigem Herzen gefolgt bin, so geschah dieses in dem Bewusstsein, ein Amt zu übernehmen, in welchem nicht eine einmalige Anstrengung Früchte zeitigt und Erfolge hervorbringt, sondern welches nur allmählich durch anhaltende Ausdauer, stille Arbeitsamkeit und sorgfältige Treue auch im Kleinen erfüllt wird. Und wer hätte mehr Gelegenheit sich in dieser Tugend zu üben als gerade der Lehrer, der nur dann seine Aufgabe mit Erfolg zu lösen hoffen darf, wenn er täglich an sich selbst arbeitet und täglich sich übt in geräuschloser Erfüllung seiner Pflicht! Ist das doch das Ziel, welches wir auch bei der Erziehung der uns anvertrauten Jugend im Auge haben, nicht dass wir sie nur ausrüsten mit einer Fülle von Kenntnissen und Fertigkeiten, die unmittelbar im practischen Leben ihre Verwertung finden, sondern dass wir den inneren Menschen bilden, welcher seinen Schwerpunkt und sein eigentliches Centrum im Willen hat. Der Verstand ist die Leuchte, das Gefühl, der Herzschlag des Willens, aber der Wille ist die Kraft beider, er macht erst die Kenntnisse practisch und erhebt das Gefühl über blosse Sentimentalität und Schwärmerei. Erst der Wille macht den Menschen, und Menschen zu erziehen, Menschen in voller und reiner Entfaltung ihres Wesens ist die Aufgabe des Gymnasiums, das von seinem ersten Ursprunge an als Humanitätsanstalt gegolten und die Erziehung zur Humanität stets im Auge behalten hat. Nicht die Ausbildung nur einer geistigen Kraft, etwa des Verstandes, kann der Zweck des Gymnasialunterrichtes sein, und es muss als eine Verirrung bezeichnet werden, wenn ein berühmter Naturforscher es als höchste Forderung aufgestellt hat:

Licht und Schärfe in Gedanken,
Die Gefühle stark und warm;
Zwischen beiden feste Schranken,
Sonst bist krank du oder arm.

Der wahre und ganze Mensch besteht nur in der Totalität und Durchdringung aller geistigen Kräfte, deren Einheitsband der Wille ist, und sie alle zur schönen Harmonie zu bilden ist das Ideal einer Erziehungskunst, welche nicht blos Tagelöhner der Arbeit, sondern freie Menschen bilden will. Man könnte, will man es richtig verstehen, die Aufgabe der Schule und speciell des Gymnasiums als der höchsten Stufe derselben, eine Erziehung zur Freiheit nennen, zur Freiheit von Unwissenheit und Wahn, zur Freiheit von allem unedeln und gemeinen, zur Freiheit von der Herrschaft der rohen Triebe und von der eigenen Sinnlichkeit. Erziehung zur Freiheit ist daher mehr oder weniger, bewusst oder unbewusst, zu allen Zeiten die Aufgabe der Pädagogik gewesen, die ihre Feinde nur in Despoten gehabt hat, welche mit der Bildung auch den Trieb nach Freiheit zu unterdrücken strebten. Freilich trägt die Freiheit, zu welcher wir erziehen wollen, in sich selbst ihre Schranke; denn diese Freiheit ist nicht Zügellosigkeit, sondern höchste Gesetzmässigkeit, nicht Loslösung von allen Schranken, sondern ungehemmte Bewegung innerhalb fester Ordnungen, nicht frevelhafte Nichtachtung aller Autorität, sondern selbstbewusste und selbstgewollte Beugung unter die göttliche Vernunft. Und auch diese Schranke ist nur selten von der Pädagogik verkannt worden und dann nie ohne unheilvolle Folgen für die ganze Gesellschaft.

Freie Männer zu erziehn war das Bildungsideal des klassischen Altertums und zumal des griechischen Volkes, mit dem die Pädagogik erst beginnt. Die Griechen wollten den Menschen bilden, den äusseren und inneren in der Harmonie seiner physischen und geistigen Kraft, und sie schufen Männer, ganze Männer, deren edle Natur noch jetzt mit unwiderstehlichem Zauber auf uns wirkt. Aber die Erziehung der alten ist doch in mehrfacher Hinsicht beschränkt. Einmal bildeten sie nur Bürger, denn der Mensch galt nur als Bürger und als Glied des Staates, welcher bei aller Freiheit der Verfassung in schroffer Despotie die Individualität unterdrückte und das ewige Recht der Subjectivität missachtete. Daher war auch die Bildung beschränkt durch Stand und Geschlecht, weil nur der Mann, und nur der frei geborene dem Staate diente und als Mensch im vollen Sinne galt. Sodann aber fasste man den Menschen nur als endliches, nur als diesseitiges Wesen, wie auch der Staat eine nur diesseitige, eine ausschliesslich irdische Geltung hat und in der ungehemmten Entfaltung nationalen Wesens seine Aufgabe vollendet. Der Begriff des ewigen Lebens war dem Altertum fremd, und von einer Vorbereitung für dasselbe hatte seine Erziehungskunst keine Ahnung. Dazu kam, dass die Sophistik den Begriff der Freiheit verzerrte und, indem sie den einzelnen Menschen zum Mass aller Dinge machte, die Idee des alten Staates und seiner Erziehung zersetzte.

Das Christentum schuf eine neue Pädagogik und ein neues Bildungsideal. Es erhob den Menschen über das diesseits in ein höheres jenseits, es durchbrach die die Völker trennende Schranke des Staates und schuf eine die Menschheit einende Kirche, es setzte an die Stelle der politischen Freiheit, welche factisch bereits untergegangen war, die Freiheit von der Macht der Sünde und des Irrtums. Die Erziehung wurde eine religiöse, aber zunächst eine ausschliesslich religiöse; sie bereitete nicht mehr für die Aufgaben dieses Lebens vor, sondern sie gab eine Anleitung zum ewigen Leben. Das sich in einseitiger Weise geltend machende Bildungsideal wirkte bei tausenden eine Weltflucht, und die die Welt überwindende Kraft des Evangelii wurde zunächst nur eine Verachtung ihrer Freude und ihrer Lust. Somit wurde die Harmonie der antiken Bildung zerstört, das classische, welches ein Ausdruck jener Einheit des sinnlichen und geistigen ist, machte dem romantischen Platz, bei dem das Gefühl des übersinnlichen das allbeherrschende ist, und die Kirche sollte die Rolle übernehmen, welche früher der Staat gehabt hatte. Aber das sinnliche hat eine ewige Berechtigung, es soll nicht verneint und unterdrückt, sondern verklärt und durchgeistet werden, sonst rächt es sich in Auswüchsen der Roheit, die wir im Mittelalter mit innigster Frömmigkeit und Selbstverleugnung gepaart, aber nicht von ihr durchdrungen finden, und auch der Staat ist etwas göttlich gewolltes und muss um seine Existenz kämpfen, kämpfen auf Leben und Tod, wo man ihn nicht gelten lassen, sondern knechten und unterdrücken will. Ich gehöre nicht zu denen, welche das Mittelalter in den schwärzesten Farben als Zeit der Finsterniss und Unwissenheit schildern, aber das, was früher vereint war, trat jetzt gesondert auf, gesondert nach Ständen, die dem Staat und die der Kirche dienen. Dort die Ausbildung der physischen Kraft und die Uebung in allen ritterlichen Künsten: hier die Beschäftigung mit den Resten des Wissens und mit einer Wissenschaft, welche ihren Stoff lediglich aus der Welt des Geistes und des Gemütes entlehnt. Erst das Wiedererwachen der klassischen Studien bahnte eine Versöhnung an, eine Versöhnung, die mit dem Anbruche der neuen Zeit, mit der Reformation der Kirche und mit der Neubegründung der Pädagogik zusammenfällt. Es ist hier nicht der Ort, eine Geschichte der Pädagogik zu geben: ich will nur das Bildungsideal bezeichnen, wie ich es auffasse und zu verwirklichen strebe. Die Schule und speziell das Gymnasium soll Menschen bilden, freie Menschen, fähig nicht blos sich frei auf allen Gebieten des Lebens, des nationalen und des kirchlichen, zu bewegen, sondern auch fähig den Kampf zu kämpfen, der in der Brust des Menschen gestritten wird und gestritten werden muss, das Gymnasium soll nicht nur Bürger dieser, sondern auch jener Welt, es soll nicht nur Glieder des Staates, sondern auch lebenskräftige Glieder der Kirche bilden, die mitwirken können an ihrem Teile in geistiger Freiheit, wohin das Leben sie führt.

Welche Stellung zur Erreichung dieses hohen und erhabenen Zweckes die einzelnen Disciplinen einnehmen, die eben darin ihre innere Einheit finden, dass sie zur Erreichung eines Zieles mitwirken, leuchtet von selbst ein.

Welche Bedeutung die Mathematik nicht blos für den Gymnasial-, sondern für jeden Unterricht hat, bedarf kaum einer Erwähnung, und wie sie vorzugsweise zur Ausbildung des Verstandes und des philosophischen Denkens beiträgt, kaum einer Andeutung. Platos tiefsinniges Wort, sagt ein für die Schule und die Wissenschaft leider zu früh verstorbener Mann, dass keiner, dem mathematische Vorbildung fehlt, in den philosophischen Hörsaal eintreten darf, gilt nicht blos von einzelnen Menschen, sondern von ganzen Perioden und Völkern. Soll ein Volk in seinen theoretischen Ständen nicht in breite empirische Gelehrsamkeit verfallen, sondern soll wirklich eine notwendige und gründliche Erkenntniss in Bezug auf alle Dinge in ihm lebendig werden und lebendig bleiben, so ist dazu auch notwendig, dass in den Gymnasien desselben die Mathematik lebendigen Eingang findet. Will ein Individuum die Fähigkeit und Fertigkeit im systematischen Erkennen erlangen, so muss es Mathematik treiben. Jedes philosophische Volk ist bisher ein mathematisches gewesen und jedes nicht philosophische ein nicht mathematisches." Aber nichts destoweniger liegt der Schwerpunkt des Gymnasialunterrichts nicht in der Mathematik, da sie vorzugsweise eine nur formale Bedeutung hat und ausschliesslich auf Bildung des Verstandes gerichtet ist. Sie wird wesentlich ergänzt durch die Beschäftigung mit dem klassischen Altertum, sowie durch die nationale und christlich-religiöse Ausbildung, welche die Schule ihren Zöglingen gibt. Die verkehrten Urtheile, dass das Studium der alten Sprachen und Literaturen von der Gegenwart und den Interessen des Lebens entfremde, verstummen, Gott sei Dank, mehr und mehr und machen der richtigen Erkenntniss von der dem Altertum beiwohnenden Bildungskraft Platz. Die Gymnasien würden ihre ganze Entstehung verleugnen und mit ihrer Vergangenheit brechen müssen, wollten sie an die Stelle der klassischen Studien den breiten Strom realer Wissenschaften treten lassen, welche das practische Leben beherrschen. Auch ist, wie vorher betont, nicht die Vorbereitung für ein bestimmtes Berufsfach, sondern die allgemeine Ausbildung, welche zu den Universitätsstudien befähigt, das Ziel, welches wir erstreben. Hierfür aber hat das klassische Altertum eine unendliche Bedeutung. Ich will mich nicht in nähere Auslassungen darüber ergehen, welchen Einfluss die leichte Beweglichkeit der griechischen, und welche geistige Zucht der strenge logische Gang der lateinischen Sprache auf das jugendliche Gemüt ausüben: von noch viel grösserer Wichtigkeit sind die in denselben niedergelegten Schriftwerke. In ihnen allen waltet das allbeherrschende Gesetz der Schönheit, welches unter den neueren niemand sehnsüchtiger gefühlt und in seiner Bedeutung für die Erziehung des Menschengeschlechts erkannt hat, als Schiller, der begeisterte Dichter des idealen, durch Mass und Harmonie sind sie unerreichbare Muster geblieben, aus denen die Gesetze der verschiedenen Stilgattungen für alle Zeiten entwickelt sind; in der jedem Gegenstande angemessenen Form überliefern sie einen Reichtum an Ideen, die sich durch die edle Einfachheit ihrer Darstellung tief und unauslöschlich einprägen. Die alten — ich spreche mit den Worten eines geachteten gelehrten —, die alten stehen in allen Stücken der Natur näher und alle ihre Zustände sind einfacher: darum wird es auch ihren Dichtern und Rednern leichter Mass, Verstand und Klarheit zu bewahren, und selbst ihre Sprache, ohne philosophische Verstiegenheit ist schlichter, ich möchte fast sagen vernünftiger. Das ist das bildende, nährende und stärkende in ihren Werken, und es ist eben so unmöglich, dass irgend neuere Autoren dieselben vertreten und ersetzen, wie es unmöglich ist, dass ein Mann oder Greis zu seiner Jugend zurückehre. So rein ausgeprägte Urtypen menschlicher Charactere und Schicksale, wie bei Homer und Sophocles, so schön gezeichnete Bilder menschlicher Zustände und Muster von Fehlern und Tugenden wie bei Horaz, so einfach und verständig vorgetragene Unterweisungen für ein rechtschaffenes, kluges und edles Benehmen wie bei Cicero habe ich wenigstens noch bei keinem der neueren gefunden und wüsste nicht, wo ein Surrogat herzunehmen wäre.“ Eben diesem ihrem Charakter ist es zuzuschreiben, dass die alte Literatur, ja das ganze alte Leben in der Mehrzahl seiner Schöpfungen und Erscheinungen die Grundlage der modernen Cultur geworden ist, und dass nur diejenigen Völker eine bleibende Rolle in der Entwicklung des menschlichen Geistes gespielt haben, welche bei den alten in die Schule gegangen sind. Den Weg aber, den eine ganze Nation in ihrer Bildung im grossen und ganzen geht, wird zu einem Teile wenigstens auch der einzelne im kleinen zu gehen haben, um auf das ganze zurückzuwirken, wie er von ihm empfangen hat. Wem aber wäre es unbekannt, dass gerade die Neugeburt des deutschen Geistes sich durch das tiefere Studium, die innigere Aneignung und liebevollere Erfassung des klassischen Altertums vollzogen hat? Wollen wir unsere Jugend einführen in das Verständniss dessen, was die edelsten Geister unseres Volkes gedacht, geschrieben und getan haben, — wir müssen sie zuerst nähren an den Brüsten der alten. Und das ist doch gewiss unser heiliger Beruf gerade an dieser Anstalt, welche unweit der Grenzen unseres Vaterlandes gelegen, gleichsam als eine Warte deutscher Zunge und deutscher Wissenschaft dasteht, dass wir, fern von allen kosmopolitischen Phantastereien bestrebt sind deutsche Jünglinge zu erziehen, Jünglinge, deren Brust sich höher hebt bei dem Bewusstsein einem Volke anzugehören, welches an Tiefe des Gemüts alle anderen übertrifft und an geistiger Begabung keinem nachsteht, Jünglinge, die das Wort Walthers immer von neuem zur Wahrheit machen, dass deutsche Zucht über alle geht und dass deutsche Männer wol gezogen sind, Jünglinge, die fest gewurzelt in der Liebe zu unserm erhabenen Herrscherhause, welches seinen deutschen Beruf stets im Auge behalten und durch glänzende Taten bewährt hat, und besonders in der Liebe zu dem Könige, der bei greisen Jahren mit jugendlicher Heldenkraft das Werk deutscher Einheit mächtig gefördert hat, bereit sind auf dem Altare des Vaterlandes auch das teuerste zu opfern und ihm Gut und Blut zu weihn. So dient auch der Unterricht in der Geschichte und Literatur unseres Volkes nicht dazu nur Kenntnisse zu vermitteln, welche ausschliesslich Eigenthum des Gedächtnisses sind, sondern auch er will Herz und Gemüt bilden und durch die geistige Anschauung alles des grossen, was unser Volk aufzuweisen hat, Begeisterung und Nacheiferung erwecken.

Noch uumittelbarer aber auf das Centrum der geistigen Kräfte, auf den Willen, wirkt der Religionsunterricht, wenn er in der rechten Weise gehandhabt wird. Ich würde die mir zu Theil gewordene Aufgabe zu verkennen glauben, wenn ich dieselbe nicht zugleich als eine religiöse auffasste. Ich soll dazu mitwirken Menschen zu bilden, freie Menschen, wahre Freiheit aber erlangt der Mensch erst durch das Leben in Gott. Viele dünken sich frei, ohne es wirklich zu sein, uud die schmählichsten Fesseln sind diejenigen, welche die eigene Begierde uns anlegt. Von allen Knechtschaften ist die Knechtschaft der Sünde die schlimmste. Es kann Niemandem in den Sinn kommen, der Schule und speciell dem Gymnasium eine sittliche Aufgabe abzusprechen, denn die Schule ist nicht blos Unterrichts-, sondern sie ist Bildungs- und Erziehungsanstalt. Sie soll, wie gleich anfangs gesagt, den Willen bilden und zur Freiheit erziehn, diese ihre Aufgabe aber kann sie nicht lösen, wenn man ihr den religiösen Charakter raubt. Es ist wahr: das sittliche Gesetz und die moralische Pflicht würde gelten, auch wenn es keine Religion gäbe, aber der Mensch hätte nicht die Kraft dasselbe zu erfüllen. Erst die Erhebung des Geistes zu dem göttlichen gibt ihm die Fähigkeit über das sinnliche zu herrschen. Es wäre ein arger Missverstand, wollte man meinen, das Gymnasium solle besonders Theologen bilden: das Gymnasinm ist keine theologische Bildungsanstalt; die Religion soll sich auf demselben nicht breit machen und in den Vordergrund treten, weil die Gefahr des religiösen Scheins und ungesunder Richtung zu nahe liegt, aber sie soll in keuscher Einfachheit den Hintergrund bilden, auf welchem der sittliche Geist des ganzen sich abhebt. Die Religion gehört zu dem Wesen des Menschen und beruht auf einer natürlichen Anlage: wir würden den Menschen nicht als ganzes erfassen, wollten wir diese Anlage unausgebildet lassen. Es herrscht in unserer Zeit eine religiöse Gleichgiltigkeit, der wir entgegentreten müssen, denn auf dem treuen Festhalten an Gott beruht das Glück eines Volkes, und der Abfall von ihm ist das Verderben desselben. Das ist die grosse Wahrheit, welche die Geschichte des israelitischen Volkes predigt, und das Thema, welches auf das lehrreichste in dem Buch der Richter ausgeführt ist, und in demselben Sinne sagt Socrates in einer Stelle bei Athenaeus, dass diejenigen, welche den Göttern am besten im Chorreihn dienen, auch die besten im Kampfe sind. Die Religion entfremdet den Menschen nicht den Aufgaben des Lebens, sondern macht ihn erst fähig dieselben im rechten Geiste zu erfüllen. Denn bei allem, was wir tun, handelt es sich um den Beweggrund, aus welchem es geschieht, und die Selbstsucht, welche sich so leicht in alle unsere Handlungen einschleicht, wird nur durch die Hingabe des Herzens an Gott gebrochen und überwunden.

Zu dieser Liebe zu allem, was wahr, was gross und was göttlich ist die uns anvertraute Jugend zu erziehen, das, meine Herrn Collegen, sei der Beruf, zu welchem wir uns heute vereinen. Ich bin zu jung und durch meine früheren Leistungen zu wenig dazu berechtigt von Ihnen Vertrauen zu meiner Person zu fordern, welches erst durch Jahre langes Zusammenwirken erworben werden kann, aber lassen sie uns unser Verhältniss einfach auffassen als das, was es ist, als ein Verhältniss gegenseitiger Unterstützung auf dem ernstesten Gebiete des nationalen Lebens. Was ich fordere ist nur, dass wir uns in gegenseitiger Wahrhaftigkeit und Offenheit die Hand reichen und in Einheit des Geistes bei der Verschiedenheit der Gaben bestrebt sind den Platz auszufüllen, der einem jeden von uns zu Teil geworden ist. Dann wird, dann kann uns das Gedeihn und der Segen von oben nicht fehlen.

Euch aber, meine jungen Freunde, die ihr meiner Obhut und Fürsorge anvertraut seid, bitte ich, uns unser Werk durch freudigen Fleiss und willigen Gehorsam zu erleichtern. Ich liebe den fröhlichen Sinn der Jugend und werde bestrebt sein denselben zu pflegen, aber ich darf die Ausschreitungen nicht dulden, zu denen gerade das jugendliche Alter im Vollgefühl übersprudelnder Kraft so sehr geneigt ist. Darum ermahne ich euch: Jagt nicht einer falschen Freiheit nach und lasst euch nicht durch den Reiz des verbotenen verlocken. Das streben nach Wahrheit, zu dem wir uns vereinen, ist eine sittliche Tat und erfordert geistige Zucht, die wir an uns selbst üben müssen. Wer zu früh mit frevelnder Hand den verbotenen Schleier lüftet, beraubt das eigene Leben aller wahren Poesie und alles wahren Genusses. Ihr sollt zur Freiheit erzogen werden, aber wer frei werden will, muss zuerst gehorchen und den eigenen Willen beschränken lernen, damit er nicht sein eigener Knecht und ein Sclave seiner Neigungen und Begierden werde. Auf der sittlichen Tüchtigkeit der Jugend beruht die Zukunft des Volkes: vergesst es nicht, dass ihr Schuldner der Schule seid, die an euch arbeitet, nochmehr aber Schuldner des Vaterlandes, das seine Hoffnungen auf euch setzt. Strebt danach ihm den Zoll des Dankes abzutragen und euch zum Dienst desselben geschickt zu machen. Ich trete heute als Mitarbeiter derer an dieser Anstalt ein, die euch dazu vorbereiten, und als solcher will ich angesehen werden. Trachten wir alle danach das uns gesteckte Ziel zu erreichen: der Herr aber rüste uns aus mit seinem Geiste und segne das Werk unserer Hände, ja das Werk unserer Hände wolle er segnen.

Jahresbericht.

I. Schulchronik.

Das mit dem 30. Juli ablaufende Schuljahr hat mit dem 9. September v. J. begonnen.

Dasselbe brachte bald nach seinem Anfange in sofern eine wichtige Veränderung mit sich, als der bisherige Director Dr. Max Toeppen, der die Anstalt seit Michaeli 1855 in oft schwierigen Verhältnissen mit Energie und Umsicht geleitet, am 6. October v. J. von derselben schied und dem Rufe an das Königliche Gymnasium zu Marienwerder Folge leistete. In seine Stelle trat der unterzeichnete, der durch die Allerhöchste Bestallung vom 27. September 1869 zum Gymnasialdirector ernannt worden war und durch den Herrn Provinzial-Schulrat Dr. Schrader am 12. October v. J. in sein neues Amt eingeführt wurde. Geboren den 13. April 1838 zu Danzig, empfieng er seine Bildung auf dem Gymnasium seiner Vaterstadt und studierte, nachdem er dasselbe Ostern 1856 mit dem Zeugniss der Reife verlassen hatte, zu Halle und Königsberg. Zu Michaeli 1859 wurde er als Lehrer an der Realschule zu Wehlau, ein Jahr darauf an dem neugegründeten Gymnasium zu Insterburg angestellt und daselbst am 20. October 1860 vereidigt. Nach drei Jahren folgte er einem Rufe an das Königliche Gymnasium zu Gumbinnen, wo er bis Michaeli 1869 blieb.

Am 10. November, dem Geburtstage Luthers, nahm die Schule an der auf Allerhöchste Anordnung Seiner Majestät des Königs veranstalteten Feier des ausserordentlichen allgemeinen Bettages Teil, nachdem der Director am Tage zuvor nach der Morgenandacht die Schüler über Inhalt und Zweck derselben, belehrt hatte.

Am 22. Januar c. fand die Vereidigung des bisherigen Schulamtscandidaten Gustav Hennig der bereits seit Ostern 1869 an dem hiesigen Gymnasium tätig, vom 1. Januar als Religions- und wissenschaftlicher Hilfslehrer angestellt war, vor dem versammelten Lehrercollegium statt. (S. im Jahresbericht des vorj. Progr. S. 42).

Am 3. und 4. Februar wurde in Gegenwart des Lehrercollegiums eine Prüfung aller Klassen des Gymnasiums im lateinischen abgehalten und das Ergebniss derselben in der nächsten Conferenz einer näheren Besprechung unterzogen.

Den 22. März, den Geburtstag Sr. Majestät des Königs, begieng die Schule in festlicher Weise mit einer öffentlichen Schulfeier. Die Festrede hielt Prof. Krause, die Gesänge leitete G. L. Baldus

Der 3. April war der fünf und zwanzigjährige Stiftungstag der Anstalt; da derselbe auf einen Sonntag fiel, verband der Director mit der Morgenandacht des folgenden Tages eine kurze Gedächtnissfeier dieses für Hohenstein und die Umgegend so wichtigen Ereignisses. Von mehreren ehemaligen Schülern der Anstalt waren dem Lehrercollegium telegraphische Glückwünsche zugesendet worden, ein geschmackvolles Album mit einer Adresse wurde im Namen früherer Commilitonen, welche in Berlin studieren, von dem stud. med. P. Sperling überreicht. Ein bleibendes Gedächtniss dieses Tages stiftete die hiesige Stadt, indem der Magistrat den Director am 2. Mai davon in Kenntniss setzte, dass derselbe am 26. April dem hiesigen Königlichen Gymnasium, so lange dasselbe am hiesigen Orte bestehen werde, ein Capital von 400 Thlr. legiert habe, dessen Zinsen jedes Jahr am 3. April an bedürftige und fleissige resp. würdige Schüler unter besonderer Berücksichtigung der einheimischen als Prämien verteilt werden sollen. Für alle diese Zeichen des Interesses, der Anerkennung, der Pietät und Liebe spricht der Berichterstatter im Namen der Anstalt hiermit nochmals seinen tiefgefühlten Dank aus.

Unter dem 18. Juni d. J. wurde der unterzeichnete von dem Königlichen Provinzial-Schulcollegium davon in Kenntniss gesetzt, dass der Herr Minister der geistlichen etc. Angelegenheiten mittelst Erlasses vom 11. desselben Mts. an Gehaltsverbesserungen vom 1. Januar 1870 ab der Directorstelle 80 Thlr., der ersten, zweiten und dritten Oberlehrer-, der ersten, dritten und vierten ordentlichen Lehrerstelle je 50 Thlr. jährlich bewilligt und dazu einen neuen Zuschuss von 376 Thlr. aus Centralfonds der Anstalt überwiesen habe. Für diese Fürsorge der hohen Staatsbehörden, durch welche der Normaletat für das hiesige Gymnasium erfüllt ist, fühlt der Berichterstatter sich gedrungen, denselben hier im Namen der Anstalt seinen tiefsten Dank auszusprechen.

Am 23. Juni unternahmen die unteren, am 28. die oberen Klassen einen Spaziergang nach dem Stadtwalde.

Zu wiederholten Malen, bei der Confirmation den 26. September v. J., am Reformationsfeste den 31. October v. J. und zuletzt bei dem Gustav-Adolffeste den 15. Juni d. J. fanden Gesangaufführungen der Schüler in der Kirche unter Leitung des G. L. Baldus statt. Die Sänger der beiden Oberklassen wirkten auch bei zwei Concerten des hiesigen Sängervereins zum Besten des Osteroder Kreis-Waisenhauses mit, an welchen die Comala und Erlkönigs Tochter von Niels W. Gade mit Orchester zur Aufführung gelangten.

Am 11. und am Vormittage des 12. Juli c. unterzog Herr Provinzial-Schulrat Dr. Schrader das Gymnasium einer Revision, am Nachmittage des 12. fand um 3 Uhr die mündliche Prüfung der Abiturienten statt. Von sechs Abiturienten wurden in Folge des guten Ausfalls der schriftlichen Arbeiten drei von der mündlichen Prüfung entbunden, zwei andern nach derselben das Zeugniss der Reife erteilt.

Jetzt werden folgende 5 Abiturienten mit dem Zeugniss der Reife entlassen:

Laufd. No.	Namen.	Geburtsort.	Stand des Vaters.	Confession.	Lebensalter	Aufenthalt in der Anstalt überhaupt	Aufenthalt in der Prima	Studium oder Beruf.	Universität.
120	Richard Lau	Allenstein	Kupferschmiedemstr.†	ev.	19	9	2	Jura	Königsberg
121	Edgar Quast	Wjimseradeel in West-Friesland.	Gutspächter †	ev.	$17^3/_4$	5	2	Medicin	Königsberg
122	Otto Schulz	Elbing	Steuereinnehmer in Lautenburg	ev.	19	$5^1/_2$	2	Steuerfach	
123	Louis Selke	Allenstein	Kreisbote in Allenstein	ev.	$19^1/_4$	$5^1/_2$	2	Theologie	Königsberg
124	Rudulph Zebrowski	Kl. Lensk bei Lautenburg.	Zimmermeister	ev.	$19^3/_4$	6	2	Jura	Breslau

Während des ganzen Schuljahres sind etwa zwei und dreissig Conferenzen gehalten, von denen die Fachconferenzen den Unterricht im deutschen, französischen und in der philosophischen Propädeutik betrafen.

Der Gesundheitszustand der Lehrer ist im Laufe dieses Schuljahres ein im ganzen befriedigender gewesen. Nur Dr. Szelinski erkrankte $1^1/_2$ Woche vor den Weihnachtsferien und musste auch noch nach den Ferien einige Tage den Unterricht aussetzen. Auf die Schüler übte die strenge Witterung einen ungünstigen Einfluss und verursachte mehrfache Schulversäumnisse. Bei dieser Gelegenheit erlaubt sich der unterzeichnete die geehrten Eltern unserer auswärtigen Schüler darauf aufmerksam zu machen, dass sich Herr Dr. Richelot erboten hat gegen ein jährliches Honorar von nur zwei Thalern die Knaben in allen vorkommenden Krankheitsfällen zu behandeln.

II. Lehrverfassung.

Sexta. Ordinarius: G. L. Baldus.

1. Deutsch. 4 St. — Lesen, wiedererzählen, declamieren nach Apel Leseb. 1. T. 1 St. Der Director. Ortographische und grammatische Uebungen, besonders die Bildung des einfachen Satzes betreffend; alle 8 Tage zwei längere Dictate. 3 St. — G. L. Baldus.

2. Latein. 9 St. — Formenlehre nach Scheele Vorschule 1. T. 1. Abt. § 1 — 13. Die erste Reihe der latein. und deutschen Stücke aus Scheele 1 T. 2. Abt. — G. L. Maletius.

3. Religion. 3 St. — Biblische Geschichte des A. T. nach Preuss. Das erste Hauptstück des luther. Katechismus und eine Auswahl hierauf bezüglicher Bibelsprüche; acht Kirchenlieder. — R. L. Hennig.

4. Rechnen. 4 St. — Die vier Species in unbenannten und benannten ganzen Zahlen und Brüchen. Die neuen Maasse und Gewichte. Kopf- und Zifferrechnen. — G. L. Baldus.

5. Geographie. 3 St. — Das allgemeinste aus der physischen und mathematischen Geographie und kurze Uebersicht über die fünf Erdtheile nach Daniel Leitfaden. — O. L. Dr. Gervais.

6. Schreiben. 3 St. — Uebungen nach deutsch. und latein. Vorschriften des Lehrers. — G. L. Baldus.

7. Zeichnen. 2 St. — Uebungen im nachbilden von Conturen, gerad- und krummliniger Figuren mit Schattendruck. — G. L. Baldus.

8. Singen. 2 St. comb. mit V. — Treffübungen; Choräle, Lieder; Notenschreiben. — G. L. Baldus.

Quinta. Ordinarius G. L. Maletius.

1. Deutsch. 4 St. — Uebungen im lesen, erzählen und declamieren nach Apel Leseb. 1. T. Die Lehre vom zusammengesetzten Satz; orthographische Uebungen; alle acht Tage ein längeres Dictat. — G. L. Maletius.

2. Latein. 9 St. — Die Formenlehre mit besonderer Berücksichtigung der verba anomala und die wichtigsten syntactischen Regeln nach Siberti lat. Schulgrammatik. Alle acht Tage ein Exercitium. Uebungen im übersetzen aus Scheele 2. T. 1. Lehrg. und aus dem kleinen Herodot Abschnitt XI—XVI. — Dr. Szelinski.

3. Französisch. 3 St. — Plötz Elementarbuch Lect. 1 — 59. Alle 8 Tage eine schriftliche Uebung. — Dr. Heinicke.

4. Religion. 3 St. — Biblische Geschichte des N. T. nach Preuss. Der erste Artikel nebst einer Auswahl der dazu gehörigen Sprüche; die Reihenfolge der biblischen Bücher; acht Kirchenlieder. — R. L. Hennig.

5. Rechnen. 3 St. — Die 4 Species mit gewöhnlichen und mit Decimalbrüchen. Regel de tri und Zinsrechnung. — G. L. Maletius.

6. Geographie und Geschichte. 3 St. — Die Länder Europas nach Daniel Leitfaden; Versuche im Kartenzeichnen. Heroengeschichte. — O. L. Dr. Gervais.

7. Schreiben. 3 St. — Uebungen nach Vorschriften des Lehrers. — G. L. Baldus.

8. Zeichnen. 2 St. — Conturen und ausgeführte Zeichnungen. — G. L. Baldus.

9. Singen. 2 St. — comb. VI. — G. L. Baldus.

Quarta. Ordinarius: Dr. Siebert.

1. Deutsch. 2 St. — Lectüre aus Apel Lesebuch 2. T. Aufsätze und Uebungen im declamieren; die Lehre von der Interpunction, dem zusammengezogenen und zusammengesetzten Satz. — R. L. Hennig.

2. Lateinisch. 10 St. — Wiederholung und Erweiterung der Formenlehre nebst den wichtigsten Regeln der Syntax, insbesondere der syntaxis casuum nach Siberti cap. 7 — 69, 72 — 80, 82 — 90; Erlernung von Beispielen; alle acht Tage ein Exercitium oder Extemporale. Uebungssätze aus Scheele 2 T. Lectüre aus dem kleinen Livius von Weller pag. 71 — 101 und aus Sibelis tirocinum poeticum pag. 17 — 28. — Dr. Siebert.

3. Griechisch. 6 St. — Formenlehre bis zu den Verbis in μι exclus. nach Krüger Gr. Sprachlehre für Anfänger § 1 — 35; seit Februar wöchentlich Exercitien und Extemporalien; Lectüre aus Jacobs Elementarbuch 1. Cursus. — R. L. Hennig.

4. Französisch. 2 St. — Plötz Elementarbuch Lect. 60 — 90 mündlich und schriftlich. — Dr. Heinicke.

5. Religion. 2 St. — Die Apostelgeschichte nach Preuss. Lectüre ausgewählter Abschnitte aus dem N. T. Der 2. u. 3. Artikel und das 3. Hauptstück des lutherischen Katechismus nebst den dazu gehörigen Bibelsprüchen; acht Kirchenlieder. — R. L. Hennig.

6. Mathematik. 3 St. — 1. Arithmetik: Nach Bluemel Leitfaden die Decimalbrüche §. 1 — 17 Proportionen § 54 — 62, Zinsrechnung, Discontorechnung. — 2. Planimetrie: Einleitung, Linien und Winkel, Dreiecke und Vierecke nach Bluemel § 1 — 50; Constructionsaufgaben. — Oberl. Bluemel.

7. Geschichte und Geographie. 3 St. — Geschichte der Griechen und Römer bis zum Tode Cäsars nach Dietsch Grundriss. — Geographie von Deutschland und Preussen nach Daniel Leitfaden Buch IV. — Dr. Heinicke.

8. Zeichnen. 2 St. — G. L. Baldus.

9. Singen. 2 St. Einübung der Sopran- und Altstimme für den vierstimmigen Chorgesang; Choräle, Volkslieder, Psalmen und Motetten. — G. L. Baldus.

Unter-Tertia. Ordinarius: Dr. Szelinski.

1. Deutsch. 2 St. combiniert mit Ober-Tertia. — Lectüre und Erklärung von Prosastücken und Gedichten aus Apel 3 T.; Uebungen im declamieren; Einführung in die gebräuchlichsten Metren; Aufsätze nach vorheriger Besprechung des Themas. — R. L. Hennig.

2. Latein. 10 St. davon 2 combin. mit Ober-Tertia. — Wiederholung der Formenlehre; Syntax nach Siberti cap. 86 — 103; wöchentliche Exercitien und Extemporalien. Mündliches Uebersetzen aus Suepfle 1. T. Caesar B. G. V. — VIII. 8 St. Dr. Szelinski.

Ovid Metam. in dem Auszuge von Seidel die Hälfte von XIII; Buch XIV, XV. u. I. Grössere Stücke memoriert; Prosodie nach Siberti; metrische Uebungen im Hexameter 2 St. combin. mit Ober-Tertia. — Prof. Dr. Krause.

3. Griechisch. 6 St. — Wiederholung und Erweiterung von Krüger § 1—35; die verba auf μι §. 36—38 und die Tabelle der unregelmässigen Verba §. 39; wöchentliche Exercitien und Extemporalien. Lectüre aus Jacobs Lesebuch. 2 Cursus. — Prof. Dr. Krause.

4. Französisch. 3 St. davon 1 St. combiniert mit Ober-Tertia. — Plötz Formenlehre und Syntax. System. Grammatik pag. 15 — 52; zur Einübung die bezüglichen Beispiele aus der methodischen Stufenfolge; alle 14 Tage ein Exercitium 2 St. — Lectüre aus Plötz Chrestomathie Abschnitt IV., V. u. VII. 1 St. combin. mit Ober-Tertia. — Oberl. Dr. Gervais.

5. Religion. 2 St. comb. mit Ober-Tertia. — Geschichte des Reiches Gottes im A. T. nach Hollenberg § 1 — 46; das christliche Kirchenjahr; Erlernung und Erklärung des vierten und fünften Hauptstückes so wie der zu denselben gehörigen Sprüche. — R. L. Hennig.

6. Mathematik. 3 St. — 1. Arithmetik: Bluemel Leitfaden Lehre von den entgegengesetzten Grössen § 13—16, Potenzrechnung; ausziehn der Quadrat- und Kubikwurzeln § 22—47. — 2. Geometrie: der Flächeninhalt der Figuren und die Lehre vom Kreise § 42 — 97. Constructionsaufgaben. — Oberl. Bluemel.

7. Geschichte 2 St. comb. mit Ober-Tertia. — Deutsche Geschichte von 1268 — 1648; brandenburgisch-preussische Geschichte von 1320 — 1815 mit Berücksichtigung der deutschen. — R. L. Hennig.

8. Geographie 2 St. comb. mit Ober-Tertia. — Die aussereuropäischen Erdteile nach Daniel Leitfaden Buch II. — Oberl. Dr. Gervais.

9. Singen. 2 St., 1 comb. mit Ober-Tertia, 1 comb. mit Ober-Tertia, Secunda und Prima. — Vierstimmiger Chorgesang. — G. L. Baldus.

Religionsunterricht der katholischen Schüler: Zweite Abtheilung, (Sexta bis Unter-Tertia). 2 St. — Das zweite und dritte Hauptstück des Katechismus nach Deharbe; Geschichte des A. T. nach Schuster bis § 50; Geschichte des N. T. von §. 76 bis zu Ende. — Curatus Albrecht.

Ober-Tertia. Ordinarius: Dr. Heinicke.

1. Deutsch. 2 St. comb. mit U.-T. (S. oben). — R. L. Hennig.

2. Latein. 10 St., davon 2 comb. mit U.-T. — Etymologie und Syntax nach Siberti. Caesar B. C. und privatim B. G. V.—VIII.; Sprechübungen; Uebungen im übersetzen aus Süpfle 1. T. 2. Abth.; wöchentliche Exercitien und Extemporalien 8 St. — Dr. Heinicke.

Ovid. 2 St. comb. mit U.-T. S. o. — Prof. Dr. Krause.

3. Griechisch. 6 St. — Krüger Sprachl. § 1—40 und § 68; wöchentliche Exercitien oder Extemporalien; Xenophon Anabasis IV — VI. Homer Odys III. u. IV. — G. L. Maletius.

4. Französisch. 3 St., davon 1 comb. mit U.-T. — Plötz, Method. Gramm. pag. 52 — 76 nebst bezüglichen Uebungsstücken aus der method. Stufenfolge; alle vierzehn Tage ein Exercitium oder Extemporale. 2 St. — Lectüre, 1 St. comb. mit U.-T. — S. o. — Oberl. Dr. Gervais.

5. Religion. 2 St. comb. mit U.-T. — S. o. — R. L. Hennig.

6. Mathematik. 3 St. — 1. Arithmetik: Bluemel Leitfaden, Gebrauch der Parenthese §. 17—22; Gleichungen des ersten Grades mit einer und mit zwei unbekannten § 50 — 66. — 2. Geometrie: Proportionalität der Linien, Aehnlichkeit der Figuren § 97 – 117; Constructionsaufgaben. — Oberl. Bluemel.

7. Geschichte. 2 St. comb. mit U.-T. — S. o. — R. L. Hennig.

8. Geographie. 2 St. comb. mit U.-T. — S. o. — Oberl. Dr. Gervais.

9. Singen. 2 St. comb. mit U.-T. — S. o. — G. L. Baldus.

Secunda. Ordinarius Oberl. Bluemel.

1. Deutsch. 2 St. — Die zweite Blüteperiode der deutschsn Literatur; Theorie der Dichtungsarten. Uebungen im disponieren, declamieren und im freien Vortrage. Aufsätze über folgende Themata:

1. Jeder ist seines Glückes Schmied. Ein Wahlspruch für die Jugend.
2. Wodurch ward es möglich, dass in der deutschen Literatur fünf Jahrhunderte nach einer ersten Blütenperiode eine zweite sich gestaltete?
3. Wie weit ist das Streben nach einem ehrenvollen Namen achtungswert?
4. Haus, Gehöfte und Garten des Gastwirts zum goldenen Löwen in Göthes Hermann und Dorothea.
5. Goetz und Martin, Ritter und Mönch, an der Scheide des Mittelalters und der Neuzeit.
6. Inhalt und Gedankengang des Prometheus von Goethe.
7. Erzählen, beschreiben, schildern. — Klassenarbeit.
8. Warum bedurfte Goethe in seiner Achilleis der Götterwelt?
9. Widerlegung des Schillerschen Ausspruchs: Zwischen Sinnenglück und Seelenfrieden Bleibt dem Menschen nur die bange Wahl.
10. Buttler, die Gräfin Terzky und Max Picolomini in ihren Beziehungen zu Wallenstein. — Oberl. Dr. Gervais.

2. Latein. 10 St. — Wiederholung und Erweiterung der Casuslehre; syntaxis ornata nach Zumpt; wöchentliche Exercitien und Extemporalien; Uebungen im übersetzen aus Süpfle 2. T.; Aufsätze über folgende Themata:

1. Quae Cicero proconsul in provincia Cilicia gesserit et quomodo eam administraverit.
2. Saguntum civitas ab Hannibale opprimitur.
3. De Q. Pleminii legati sceleribus in Locrenses editis ejusque interitu.

Ciceros Briefe in der Auswahl von Süpfle pag. 155 — 207; Livius XXI, cap. 1 — 50, XXX, 23—31; XXVI, 18—20; 41—51; XXVII, 17—30; XXVIII, 1—4, XXIX, 1—38, XXX, 1—10, zum Teil privatim. Freie Vorträge; Memorieren einzelner Stellen. 8 St. — Dr. Siebert.

Vergil Aen. IV. — VI.; einige Eclogen; grössere Stücke memoriert; metrische Uebungen im Distichon. 2 St. — Prof. Dr. Krause.

3. Griechisch. 6 St. — Wiederholung der Etymologie, Casus- und Moduslehre nach Krüger; alle 14 Tage ein Exercitium oder Extemporale. Plato Apologie; Plutarch Philopoemen und Flaminius. Homer Odyss. V — XII, zur Hälfte privatim; Homerische Formenlehre. — Dr. Szelinski.

4. Französisch. 2 St. — Plötz neue franz. Gramm. Casus- und Moduslehre; alle vierzehn Tage ein Exercitium. Lectüre aus Plötz Chrestomathie. — Oberl. Dr. Gervais.

5. Hebräisch. 2 St. — Elementarlehre, Substantivum, Verbum nach Gesenius-Roediger. I Mos. I, III, IV — IX. — Der Director.

6. Religion. 2 St. — Einleitung in die Schriften des A. T. und Besprechung des Inhalts derselben. Lectüre des Ev. Lucae im Grundtext. — Der Director.

7. Mathematik 4 St. — 1. Arithmetik: Gleichungen des ersten Grades mit drei und mehreren unbekannten, Gleichungen des zweiten Grades mit einer unbekannten, Bluemel §. 66—71; Logarithmen, Progressionen, Zinses-Zins und Rentenrechnung §. 73—102. — 2. Geometrie: Beendigung der Planimetrie §. 117—147; Constructionsaufgaben. Das wichtigste aus der ebenen Trigonometrie §. 1—36. — Oberlehrer Bluemel.

8. Physik 1 St. — Einleitung; die allgemeinsten Körperphänomene nach Brettner §. 1—16; von der Wärme §. 180—193. — Oberlehrer Bluemel.

9. Geschichte und Geographie 3 St. — Geschichte der Aegypter, Perser, Griechen und Macedonier nach Dietsch. — Die aussereuropäischen Erdteile nach Daniel Leitf. — Dr. Heinicke.

10. Singen 2 St. combinirt mit I, davon eine gemeinsam mit III. Vierstimmiger Chorgesang; Antigone von Mendelssohn-Bartholdy, Chöre von Abt, Möhring u. a., Psalmen von Klein, Beethoven, Kreutzer u. a. — G. L. Baldus.

Prima. Ordinarius: Prof. Dr. Krause.

1. Deutsch 3 St. — Logik. Uebersicht über die Geschichte der deutschen Literatur bis 1624. Disponierübungen. Freie Vorträge. Aufsätze über folgende Themata:

1. Unter welchen Bedingungen hat das Streben nach irdischen Gütern sittliche Berechtigung?
2. Nicht der ist in der Welt verwaist,
   Dem Vater und Mutter gestorben,
   Der ist es, der für Herz und Geist
   Keine Lieb' und kein Wissen erworben. — Rückert.
3. Characteristik Wilhelm Tells.
4. Qui studet optatam cursu contingere metam,
   Multa tulit fecitque puer, sudavit et alsit. — Horaz. — Chrie.
5. Wie wird die Sühnung des Orestes vom Muttermorde in der antiken Tragödie und wie wird sie von Goethe dargestellt?
6. Uebt die Einsamkeit auf den Menschen einen nützlichen oder einen schädlichen Einfluss?
7. Wie weit hat Ajax recht, wenn er v. 679 sq. sagt:
   ὅ τ' ἐχθρὸς ἡμῖν ἐς τοσόνδ' ἐχθαρτέος
   ὡς καὶ φιλήσων αὖθις, ἔς τε τὸν φίλον
   τοσαῦθ' ὑπουργῶν ὠφελεῖν βουλήσομαι
   ὡς αἰὲν οὐ μενοῦντα. — Klassenarbeit. —
8. Aus welchen Gründen ist der Zweikampf verwerflich?
9. Wie lässt sich der Ausspruch des Chremes bei Terenz: Homo sum, humani nil a me alienum puto verschieden deuten und welche Deutung gibt den schönsten Sinn?
10. Characteristik des Ajax in der gleichnamigen Tragödie des Sophocles. — Der Director.

2. Latein 10. St. — Stilistik; wöchentlich ein Exercitium und ein mündliches oder schriftliches Extemporale aus Süpfle III. T.; schriftliche Uebungen in horazischen Metren nach deutschen Dictaten, Sprechübungen, freie Vorträge, Aufsätze über folgende Themata:

1. Coriolani et Themistoclis exsilia quo jure inter se comparari possint.
2. Tres illae artes apud Romanos honoratissimae, una imperatoris, altera oratoris, tertia juris consulti, quos inter se dignitatis gradus Ciceroni habere videantur.
3. Quibus potissimum viris Athenienses principatum reipublicae acceptum retulerient.
4. Cicero causam Murenae agens qua mente et quo jure doctrinam Stoicorum exagitet.

5. Qualem Mercurium describat Horatius. (C. I. 10.)
6. Quo jure Cicero judicium de oratore non existimatoribus illis doctis, sed multitudini deberi dicat.
7. Parentem virtutum illarum vere Romanarum apud Romanos superioris memoriae paupertatem fuisse ingenuam. (Klassenarbeit.)
8. Beatos puto, quibus deorum munere datum est aut facere scribenda, aut scribere legenda, beatissimos vero, quibus utrumque. Plin. min.
9. Num ingenium moresque ac res gestae Caesaris Germanici sollicitam illam Tiberii suspicionem jure movere et alere potuerint.
10. Quo jure Horatius Caesarem Augustum summis ornaverit laudibus. (Vorher Abiturienten-thema.)

Cicero pro Murena; Orator; Philipp I. und II.; Tacit Ab excessu divi Aug. I. und II.; Horaz Carm. III. und IV., einige Epoden und Satiren. Privatlectüre: Cic. in Verr. act. II. 2 und die grössere Hälfte des zweiten Buchs von Tac. ab exc. divi Aug. — Prof. Dr. Krause.

3. Griechisch 6 St. — Wiederholung und Beendigung der Syntax nach Krüger § 43 — 51, 66—67; alle vierzehn Tage ein Exercitium; Extemporalien. Plato Gorgias; Thucydides I., cap. 1 — 40; Privatlectüre Herodot VII. — 4 St. Dr. Siebert.

Sophocles Aias; Homer Ilias I. — III. Privatim Hom. Il. IV. — XII. 2 St. — Der Director.

4. Französisch 2 St. — Wiederholung der Grammatik; alle vierzehn Tage ein Exercitium oder Extemporale. Lectüre aus Plötz manuel: Corneille, Pascal, Molière und Thiers. — Oberl. Dr. Gervais.

5. Hebräisch 2 St. — Wiederholung der Etymologie und einzelner Abschnitte aus der Syntax nach Gesenius. Psalm I—XXXV. — Der Director.

6. Religion 2 St. — Geschichte der christlichen Kirche; Lectüre der confessio Augustana; Ep. Pauli ad Phil. — Der Director.

7. Mathematik 4 St. — 1. Arithmetik: Wiederholung und Erweiterung der Rentenrechnung; die Combinationslehre und der binomische Lehrsatz nach Bluemel, § 102—122. — 2. Geometrie: Beendigung der ebenen Trigonometrie und Erweiterung derselben durch schwierige Aufgaben, § 36—44. Constructionsaufgaben. — Oberl. Bluemel.

8. Physik 2 St. — Lehre vom Schall und vom Licht nach Brettner, § 137—180. — Oberlehrer Bluemel.

9. Geschichte und Geographie 3 St. — Neuere Geschichte von 1492—1815 mit besonderer Berücksichtigung der vaterländischen. — Europa nach Daniel Leitfaden. — Dr. Heinicke.

10. Singen 2 St. comb. mit II. — S. o. — G. L. Baldus.

Religionsunterricht der katholischen Schüler. Erste Abteilung, Ober-Tertia bis Prima 2 St. — Ausführliche Darlegung der Lehre von der Gnade und der Rechtfertigung; Lectüre des Ev. Joh.; das wichtigste aus der Kirchengeschichte nach Siemers. — Curatus Albrecht.

Der Zeichenunterricht der Schüler von Tertia bis Prima wurde mit dem der Quinta zugleich vom G. L. Baldus erteilt.

Die Turnübungen, von denen Dispensation nur auf Grund eines ärztlichen Attestes stattfindet, wurden seit dem 18. Mai an den Nachmittagen des Mittwoch und Sonnabend vom G. L. Baldus unter Anwesenheit des Directors geleitet.

III. Abiturienten-Aufgaben.

1. Thema zum deutschen Aufsatz: Halt' aus im Leid,
Halt' ein in Freud'.

2. Thema zum lateinischen Aufsatz: Quo jure Horatius Caesarem Augustum summis ornaverit laudibus.

3. Mathematische Aufgaben: 1) Folgende Gleichungen sind aufzulösen:

$$\text{I.}\quad 3\sqrt{5x + 3y + 8} + 143 - 12y = 20x$$

$$\text{II.}\quad 2x^2 y^2 = 7xy + 294$$

2) Gegeben ist der Flächeninhalt eines Dreiecks und das Product der drei Seiten. Es soll durch trigonometrische Rechnung das Quadrat der Entfernung zweier Berührungsmittelpunkte plus dem Quadrate der Entfernung der beiden anderen Berührungsmittelpunkte gefunden werden.

3) Ein Dreieck ABC dreht sich um die Seite AB als Axe und erzeugt dadurch einen Körper, dessen Volumen gleich ist dem Volumen eines regulären Oktaeders, dessen Kante $d = 4{,}754469$. Wie gross ist die Seite AB des Dreiecks, wenn die an ihr liegenden Winkel des Dreiecks sind: $\alpha = 76^0\ 18'\ 52''$, $\beta = 35^0\ 18'\ 0{,}9''$.

4) Einen Kreis zu zeichnen, der eine gegebene gerade und einen gegebenen Kreis berührt und so liegt, dass die Tangente von einem gegebenen Punkte die gegebene Länge a hat.

IV. Verordnungen des Königlichen Provinzial-Schulcollegii von allgemeinerem Interesse.

Vom 26. Aug. pr. und 5. Mai c. In Folge des Hinzutritts der höheren Bürgerschule zu Itzehoe, des Progymnasii zu Rogasen, der Realschule II. Ordnung zu Iserlohn, der höheren Bürgerschulen zu Münden bei Göttingen, zu Harburg, Otterndorf, Gumbinnen und Bartenstein und der Realschule zu Cassel zum Programm-Austausch-Verbande wird die Zahl der jährlich an das Königl. Provinzial-Schulcollegium einzusendenden Programme auf 329 festgesetzt.

Vom 20. September pr. Für die im Jahre 1871 abzuhaltende Directoren-Conferenz sind folgende Beratungsgegenstände ausgewählt:

1. Ueber Ziel und Methode des deutschen Unterrichts nach seinen verschiedenen Seiten
   a) auf dem Gymnasium,
   b) auf den Realschulen.
2. Ueber Beginn, Ziel und Methode des französischen Unterrichts
   a) auf dem Gymnasium,
   b) auf den Realschulen.
3. Ueber die Bedürfnisse und Pflichten der höheren Unterrichtsanstalten rücksichtlich der Gesundheitspflege ihrer Schüler.
4. Ueber die Einrichtung des Unterrichts in der philosophischen Propaedeutik an den Gymnasien.

Vom 23. Nov. pr. Die katholischen Schüler sollen wie bisher an den Morgenandachten Teil nehmen mit Ausnahme derjenigen Tage, an welchen die Andacht einen besonderen Bezug auf die Kirchenreformation oder auf die evangelische Kirche enthält. Auch sollen dieselben mit Ernst und Nachdruck auf die Notwendigkeit des sonntäglichen Kirchenbesuches hingewiesen werden.

Vom 30. Dec. pr. Mitteilung einer Abschrift des von dem Königlichen Staatsministerium erlassenen Regulativs vom 28. November 1869 über die geschäftliche Behandlung der Postsendungen in Staatsangelegenheiten nebst näheren Bestimmungen über die von dem Königl. Provinzial-Schulcollegium ankommenden oder an dasselbe abgehenden Sendungen. Dieselben werden durch die Verfügungen vom 11. Jan., 14. und 28. Febr. c. näher dahin bestimmt, dass alle ausschliesslich das Staatsinteresse betreffenden Dienstsendungen durch Bekleben mit Dienstfreimarken, welche von der Kasse herzugeben und in ein von derselben zu führendes Journal einzutragen sind, frankirt werden sollen. Den zu erstattenden Berichten sind Acten, Hefte etc. nur in so weit beizulegen, als deren Einsicht zur Erledigung der betreffenden Sache notwendig erscheint. Durch pünktliche Berichterstattung aber sind Excitatorien zu vermeiden und werden in der Regel portopflichtig erfolgen.

Vom 11. Jan. c. Uebersendung der für den Schulamtscandidaten Gustav Hennig als Religions- und wissenschaftl. Hilfslehrer vollzogenen Bestallung mit dem Auftrage ihm dieselbe bei seiner Vereidigung und Amtseinführung auszuhändigen.

Vom 3. März c. Nach einer an das Königliche Provinzial-Schulcollegium gerichteten Mitteilung des Herrn Ministers der geistlichen u. s. w. Angelegenheiten beabsichtigt der Verein deutscher Zeichenlehrer im Monat April eine Ausstellung für den Zeichenunterricht in Berlin zu veranstalten. Die Gymnasien, Real- und höhern Bürgerschulen werden unter Uebersendung eines Programms zur Beteiligung an derselben aufgefordert.

Vom 17. März c. Mitteilung der Verfügung des Herrn Ministers der geistl. etc. Angelegenheiten vom 10. März, durch welche als Anschauungsmittel für den Unterricht im Rechnen mit den neuen Maassen und Gewichten Abbildungen derselben, sowie Lineale, enthaltend $1/2$ Meter, in Centimeter und Millimeter eingeteilt, und Blechmodelle eines Kubikdecimeter empfohlen werden.

Vom 13. April c. Den Direktoren wird die genaue Beobachtung der für die Ausstellung von Zeugnissen behufs Meldung zum einjährigen freiwilligen Militairdienst geltenden Bestimmungen, insbesondere der Erlasse vom 28. Oct. 1865 und vom 11. Juni 1868 zur Pflicht gemacht. Namentlich ist darauf zu achten, dass nicht nur die für Secundaner, sondern auch die für Primaner auszustellenden Zeugnisse das bestimmte Urteil enthalten müssen, dass die beteiligten Schüler sich das Pensum ihrer Klasse mit Rücksicht auf ihren Klassenaufenthalt im Sinne des §. 154 der Militairinstruction gut angeeignet haben, nur mit dem Unterschiede, dass die Feststellung dieses Urteils für die Primaner nicht durch die Conferenz zu erfolgen hat.

Vom 27. April c. Bei der im nächsten Jahre bevorstehenden Anfertigung eines neuen Etats pro 1873/75 ist auf Erhöhung des Lehrerbibliothekfonds Bedacht zu nehmen; bis dahin sollen aus den Ersparnissen der Kasse ausserordentliche Bewilligungen zu diesem Zwecke erfolgen. Aus den Ersparnissen des vergangenen Jahres werden für die Vermehrung der Bibliothek 40 Thlr. bewilligt.

Vom 24. Mai c. Die Abiturienten, welche im Lauf des Quartals ausscheiden, haben das Schulgeld für das volle Quartal zu entrichten, dagegen ist von den in der Mitte oder gegen das Ende des Quartals eintretenden Schülern das Schulgeld nur für die Monate zu berechnen, in denen der betreffende Schüler am Unterricht Teil genommen hat. Für das vierte Quartal ist das Schulgeld schon mit Beginn des Wintersemesters, also im September, zu erheben. Falls sich die Vereinnahmung des Schulgeldes in Tertialen empfiehlt, ist seiner Zeit darüber zu berichten.

Vom 25. Mai c. Nach der Entscheidung des Herrn Ministers der geistlichen etc. Angelegenheiten ist im nächsten Etat auf eine Vereinfachung der für die Schülerbibliothek bisher üblich gewesenen besonderen Hebungen von den Schülern dahin einzugehn, dass

1) freiwillige Beiträge für diesen Zweck auch ferner gestattet, jedoch in Einnahme und Ausgabe im Etat nachgewiesen werden, dagegen
2) die unter verschiedenen Benennungen und nach verschiedenen Sätzen bestandenen gebotenen Beiträge für die Schülerbibliothek im nächsten Etat entweder wegfallen oder aus einem entsprechenden Anteile an den event. zu erhöhenden Schulgeldern entspringen sollen.

Vom 9. Juni c. Mitteilung einer Bekanntmachung des Herrn Ministers der geistl. etc. Angelegenheiten bezüglich der Aufnahme von Eleven in die Civilabteilung der Königlichen Central-Turnanstalt.

Vom 24. Juni c. Die Einführung des Lehrbuchs der Geographie von Daniel von Quarta bis Prima und der lateinischen Uebungsbücher nebst den dazu gehörigen Vocabularien von Ostermann für die Klassen Sexta bis Quarta wird genehmigt.

V. Statistik.

A. Lehrer.

Den dermaligen Bestand des Lehrercollegiums ergibt die tabellarische Uebersicht über die gegenwärtige Verteilung der Lehrstunden auf der vorletzten Seite dieses Jahresberichts.

B. Schüler.

Die Schülerzahl betrug am Schlusse des vorigen Schuljahres, den 3. Juli 1869, 221; neu aufgenommen wurden 47, abgegangen sind 48 Schüler. Der gegenwärtige Bestand beträgt demnach 220, die sich auf die einzelnen Classen so verteilen, dass wir 19 Primaner, 21 Secundaner, 21 Ober- und 29 Unter-Tertianer, 44 Quartaner, 43 Quintaner und 43 Sextaner haben. Von diesen Schülern sind 55 einheimische und 165 auswärtige; 195 gehören dem evangelischen, 15 dem katholischen, 10 dem mosaischen Bekenntniss an.

C. Lehrapparat.

Für die Lehrerbibliothek wurden ausser den Fortsetzungen und Ergänzungen früher begonnener Werke neu angeschafft: J. Tyndall, der Schall; Sauppe, Themen zu lat. Aufsätzen; M. Tullii Ciceronis de finibus l. V. ex rec. Jo. N. Madvigii. Ed. II.; Naegelsbach, Anmerkungen zur Ilias, herausg. v. Autenrieth, 3. Aufl.; Dr. J. H. Schmidt, Eurythmie und antike Compositionslehre; M. Fabii Quintiliani institutiones oratoriae l. XII. rec. C. Halm; Aeschyli, Sophoclis, Euripidis, Aristophanis fabulae ex rec. Dindorfii; G. Curtius, Grundzüge der griech. Etymologie; Weidner, Commentar zu Vergils Aeneis Buch I und II; Krebs, Antibarbarus; Petermann, Mittheilungen aus J. Perthes geogr. Anstalt; Euler und Eckler, Verordnungen das Turnwesen betreffend; Fleckeisen und Masius, Neue Jahrbücher; Kühner, Gramm. der griech. Spr. in neuer Bearbeitung, I, 1 und 2.; Brambach, Neugestaltung der lat. Orthographie; Herodoti historiae rec. H. Stein, I.; L. v. Ranke, Gesch. Wallensteins; Toeppen, Gesch. Masurens; Zeller, die Philosophie der Griechen, 3. Aufl. 1. Bd. u. s. w.

Als Geschenk erhielt dieselbe von dem Königl. Ministerium der geistlichen u. s. w. Angelegenheiten: E. v. Leutsch, Philologus Bd. 28 und 29; Hassel, Zeitschrift für preuss. Geschichte und Landeskunde, 6. Jahrg. und Urkunden und Actenstücke zur Geschichte des grossen Kurfürsten, Bd. 5, herausg. von A. v. Haeften, für welche Beweise Hohen Wohlwollens die Anstalt zu ehrerbietigem Danke sich verpflichtet fühlt.

Für die Schülerbibliothek wurden angeschafft: G. Freitag, die verlorene Handschrift; Herder, Ideen zur Geschichte der Menschheit, herausg. von J. Schmidt; Scheffel, Ekkehard; Masius, Naturstudien; Goethe, aus meinem Leben; Walther v. d. Vogelweide, her. v. Willmans; Guhl und Koner, Leben der Griechen und Römer; Immermann, Münchhausen; Baker, der Albert Nyanza; Shakespeares Werke, übersetzt v. Schlegel u. Tieck; Defoe Robinson, übers. v. Altmüller; G. Freitag, Bilder aus der deutschen Vergangenheit, 4 Bde.; Fouqué, Zauberring; Lehrs, populäre Aufsätze; Baumeister, Culturbilder aus Griechenland; A. W. Schlegel, Vorlesungen über dram. Kunst u. Literatur; Simrock, Amelungenlied; Mangold, Bilder aus Frankreich; Stifter, Studien; Pinto's abenteuerliche Reise, bearbeitet v. Külb; W. O. von Horn, Jugendschriften, 60 Bde.; Lessings, Laokoon, bearb. v. Cosack; Kleinschmidt, aus Deutschlands Vergangenheit; Lewald, deutsche Volkssagen; Christmann, Australien; Toepffer, Genfer Novellen; Biernatzki, die Hallig; G. H. v. Schubert, Erzählungen, 4 Bde. u. s. w.

Für den physikalischen Apparat wurden angekauft: ein Apparat zum Faucoultschen Pendelversuch, eine Compressionspumpen-Vorrichtung, ein Apparat von Messing zur Erklärung der verschiedenen Hebel, ein Heronsbrunnen, ein Heronsball und ein Statif mit Capillarröhren.

D. Unterstützungen.

Zur Unterstützung eines Schülers wurden in diesem Jahre 10 Thlr. Zinsen des v. Belianschen Legates verwendet; zur Anschaffung von Schulbüchern, die an arme Schüler verliehen werden, wurden ausser den etatsmässigen Fonds 5 Thlr. des Zieglerschen Legates benutzt.

Tabellarische Uebersicht

über die Verteilung der Lehrstunden im Schuljahre 1869—1870.

<table>
<tr><th>Namen der Lehrer.</th><th>VI.</th><th>V.</th><th>IV.</th><th>III. B.</th><th>III. A.</th><th>II.</th><th>I.</th><th>Sum.</th></tr>
<tr><td>1) E. Trosien,
Director.</td><td>1 Deutsch.</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>2 Religion.
2 Hebräisch.</td><td>3 Deutsch.
2 Griechisch.
2 Religion.
2 Hebräisch.</td><td>14</td></tr>
<tr><td>2) Prof. Dr. Krause,
Ordin. I.</td><td></td><td></td><td></td><td>2 Ovid.
6 Griechisch.</td><td></td><td>2 Vergil.</td><td>8 Latein.</td><td>18</td></tr>
<tr><td>3) Oberl. Blümel,
Ordin. II.</td><td></td><td></td><td>3 Mathematik.</td><td>3 Mathematik.</td><td>3 Mathematik.</td><td>4 Mathematik.
1 Physik.</td><td>4 Mathematik.
2 Physik.</td><td>20</td></tr>
<tr><td rowspan="3">4) Oberl. Dr. Gervais.</td><td rowspan="3">3 Geographie.</td><td rowspan="3">3 Geographie.</td><td rowspan="3"></td><td colspan="2">1 Französisch.</td><td rowspan="3">2 Französisch.
2 Deutsch.</td><td rowspan="3">2 Französisch.</td><td rowspan="3">19</td></tr>
<tr><td>2 Französisch.</td><td>2 Französisch.</td></tr>
<tr><td colspan="2">2 Geographie.</td></tr>
<tr><td>5) Dr. Siebert,
1. ordentl. Lehrer.
Ordin. IV.</td><td></td><td></td><td>10 Latein.</td><td></td><td></td><td>8 Latein.</td><td>4 Griechisch.</td><td>22</td></tr>
<tr><td>6) Dr. Heinicke,
2. ordentl. Lehrer.
Ordin. III. A.</td><td></td><td>3 Französisch.</td><td>2 Französisch.
3 Geographie.</td><td></td><td>8 Latein.</td><td>3 Geschichte & Geographie.</td><td>3 Geschichte & Geographie.</td><td>22</td></tr>
<tr><td>7) Dr. Szelinski,
3. ordentl. Lehrer.
Ordin. III. B.</td><td></td><td>9 Latein.</td><td></td><td>8 Latein.</td><td></td><td>6 Griechisch.</td><td></td><td>23</td></tr>
<tr><td>8) Maletius,
4. ordentl. Lehrer.
Ordin. V.</td><td>9 Latein.</td><td>3 Rechnen.
4 Deutsch.</td><td></td><td></td><td>6 Griechisch.</td><td></td><td></td><td>22</td></tr>
<tr><td rowspan="3">9) Baldus,
5. ordentl. Lehrer.
Ordin. VI.</td><td>3 Deutsch.
4 Rechnen.
3 Schreiben.
2 Zeichnen.</td><td>3 Schreiben.
2 Zeichnen.</td><td>2 Zeichnen.
1 Gesang.</td><td colspan="2">1 Gesang.</td><td colspan="2">1 Gesang.</td><td rowspan="3">25</td></tr>
<tr><td colspan="2" rowspan="2">2 Gesang.</td><td colspan="5">1 Gesang.</td></tr>
<tr><td colspan="5"></td></tr>
<tr><td>10) Cand. th. Hennig,
Religions- und wissenschaftl. Hilfslehrer.</td><td>3 Religion.</td><td>3 Religion.</td><td>6 Griechisch.
2 Religion.
2 Deutsch.</td><td>2 Deutsch.
2 Religion.
2 Geschichte.</td><td></td><td></td><td></td><td>22</td></tr>
<tr><td>11) Curatus Albrecht,
Kathol. Religionslehrer.</td><td colspan="4">2 Religion.</td><td colspan="3">2 Religion.</td><td>4</td></tr>
</table>

Oeffentliche Prüfung.

Die öffentliche Prüfung aller Classen der Anstalt wird **Donnerstag**, den 28., und **Freitag**, den 29. Juli in folgender Ordnung abgehalten werden:

Donnerstag, den 28. Juli.

Vormittags 9 — 12 1/2 Uhr.

Vierstimmiger Choral.

1. 9—10. **Sexta:** Latein. G. L. Maletius.
   Rechnen. G. L. Baldus.
2. 10—11. **Quinta:** Deutsch. G. L. Maletius.
   Geographie. Oberl. Dr. Gervais.
3. 11—12. **Quarta:** Religion. R. L. Hennig.
   Latein. G. L. Dr. Siebert.

Zwischen den einzelnen Lectionen werden Deklamationen eingeschaltet.

12—12 1/2. **Obere Singclasse.** Gesänge unter Leitung des G. L. Baldus.

Nachmittags 3 — 5 Uhr.

4. 3 — 4. **Unter Tertia:** Latein. G. L. Dr. Szelinski.
   Griechisch. Prof. Dr. Krause.
5. 4 — 5. **Ober Tertia:** Deutsch. R. L. Hennig.
   Französisch. Oberl. Dr. Gervais.

Zwischen den einzelnen Lectionen werden Declamationen eingeschaltet.

Freitag, den 29. Juli.

Vormittags 9 — 12 Uhr.

Vierstimmiger Choral.

6. 9—10. **Secunda:** Geschichte. G. L. Dr. Heinicke.
   Mathematik. Oberl. Bluemel.
7. 10—12. **Prima:** Latein. Prof. Dr. Krause.
   Sophocles. Der Director.

Lateinische Rede des Primaners Conrad Lange.
Abschiedsrede des Abiturienten Edgar Quast.
Entlassung der Abiturienten durch den Direktor.
Schlusschoral.

Sonnabend, den 30. Juli um 7 Uhr morgens werden den in der Aula versammelten Schülern die Versetzungen bekannt gemacht und dann den einzelnen Klassen in ihren Localen die Censuren ausgetheilt.

Das neue Schuljahr beginnt Donnerstag, den 8. September um 8 Uhr morgens. Zur Prüfung und Aufnahme neuer Schüler wird der unterzeichnete den 5.—7. September von vormittags 8 Uhr in seinem Geschäftszimmer bereit sein.

E. Trosien, Director.