Jahrgang XLVII. 1887.

Friedrich-Wilhelms-Schule
(Realgymnasium nebst Vorschule)

zu

Stettin.

Programm,

womit zur

Feier des 91. Geburtstages Sr. Majestät des Kaisers und Königs

und zur

Entlassung der Abiturienten

am 22. März, vormittags $8^1/_2$ Uhr,

ehrerbietigst einladet

H. Fritsche,
Direktor.

Inhalt: **Über die Gegenmittellinie und den Grebe'schen Punkt.** (Fortsetzung der vorjährigen Abhandlung.)
Über den Brocardschen Kreis. (Mit einer Tafel.)
Von Professor **Dr. Heinrich Lieber.**
Schulnachrichten vom Direktor.

Stettin 1887.
Druck von R. Grassmann.

Programm No. 136.

Ordnung der Feier.

Choral.

Festrede des Direktors.

Tedeum von Mozart.

Deklamationen.

Heil dir im Siegerkranz.

Abschiedsrede des Abiturienten M e y e r.

Entlassung der Abiturienten.

Choral.

Über die Gegenmittellinie und den Grebe'schen Punkt.

(Fortsetzung der Programmarbeit von Ostern 1886.)

Über den Brocard'schen Kreis.

Von

Professor Dr. Heinrich Lieber.

Zunächst sehe ich mich genötigt einige Berichtigungen und Ergänzungen zu der vorjährigen Programmarbeit zu machen.

a) Berichtigungen.

1. S. 2 Z. 12 von unten muss es heissen Michelbach bei Marburg statt Michebach bei Marbach. 2. S. 2 Z. 5 von unten muss es heissen Hedwigstrasse statt Ludwigstrasse. 3. S. 3 Z. 18 von oben zweier Transversalen statt Gegentransversalen. 4. S. 5 letzte Zeile Gegenmittellinie statt Mittellinie. 5. S. 8 Z. 15 von oben ist statt in. 6. S. 11 Z. 3 von unten sind ähnlich ABC, statt sind ähnlich. 7. S. 3 Z. 5 von oben $GH \parallel AB$ statt $GH = AB$.

b) Ergänzungen.

Zu I. Beispiel zweier Gegentransversalen.

11a. Ist M der Mittelpunkt des Umkreises von $\triangle$ ABC, M_1 der des Kreises BMC, M_2 der von CMA, M_3 der von AMB und Q der des Feuerbach'schen Kreises, so sind CM_3 und CQ Gegentransversalen.

A_1, B_1, C_1 seien die Mittelpunkte der Seiten des Dreiecks ABC. Nun ist $\angle B_1QC_1 = 2B_1A_1C_1 = 2\alpha$; mithin $\angle QC_1B_1 = 90^0 - \alpha$; da auch $\angle MCB = 90^0 - \alpha$ und $C_1B_1 \parallel CB$ ist, so ist $C_1Q \parallel CM$. Fällt man nun $CD \perp AB$, $QN \perp BC$, $QO \perp CA$, $QP \perp AB$, so ist $\angle MCD = \alpha - \beta$, also auch $\angle C_1QP = \alpha - \beta$ und $QP = \frac{1}{2} r \cos(\alpha-\beta)$; analog ist $QN = \frac{1}{2} r \cos(\beta-\gamma)$ und $QO = \frac{1}{2} r \cos(\gamma-\alpha)$ (1). Ferner fälle man $M_3N' \perp BC$ und $M_3O' \perp AC$. Nun ist $\angle AM_3B = 4\gamma$ (oder $360^0-4\gamma$), $\angle M_3BA = 90^0 - 2\gamma$ (oder $2\gamma - 90^0$), daher $\angle M_3BN' = \beta - 90^0 + 2\gamma = 90^0 - (\alpha-\gamma)$. Also $M_3N' = M_3B \cos(\alpha-\gamma) = M_3A \cos(\gamma-\alpha)$; und analog ist $M_3O' = M_3A \cos(\beta-\gamma)$ (2). Aus (1) und (2) folgt $QN : QO = M_3O' : M_3N'$, mithin sind CQ und CM_3 nach § 7 Gegentransversalen.

Da sich AQ, BQ, CQ in einem Punkte schneiden, so schneiden sich nach § 10 auch AM_1, BM_2, CM_3 in einem Punkte, welcher der Winkelgegenpunkt zu Q ist.

Zu 52. Der Kreis, auf welchem die sechs Punkte liegen, in denen die Dreiecksseiten von den durch K gezogenen Antiparallelen geschnitten werden und dessen Mittelpunkt K ist, wird zweiter Lemoine'scher Kreis genannt; sein Radius ist in § 54 berechnet.

52a. 1. Durch K ziehe man Parallelen zu den Seiten des Dreiecks. Die Parallele zu BC treffe AC in B_1 und AB in C_2, die zu AC treffe BC in A_2 und AB in C_1, und die zu AB treffe BC in A_1 und AC in B_2. Dann liegen A_1, A_2, B_1, B_2, C_1, C_2 auf einem Kreise, dem ersten Lemoine'schen Kreise.

$AK_c : BK_c = b^2 : a^2$ (§ 25), also $AK_c = \frac{b^2 c}{a^2 + b^2}$; ferner $CK_c = \frac{2\,abt_c}{a^2 + b^2}$ (§ 31, Aufg. 15, 2. Anal.) und $CK = \frac{2\,abt_c}{a^2 + b^2 + c^2}$ (§ 41). Da nun $KB_2 : AK_c = CK : CK_c$, so ist $KB_2 = \frac{b^2 c}{a^2 + b^2 + c^2}$. Analog $KA_1 = \frac{a^2 c}{a^2 + b^2 + c^2}$; folglich $KB_2 \cdot KA_1 = \frac{a^2 b^2 c^2}{(a^2 + b^2 + c^2)^2}$. Da man für $KC_1 \cdot KA_2$ und $KB_1 \cdot KC_2$ dieselben Werte erhält, so liegen die sechs Punkte auf einem Kreise.

2. $B_1A_2 = A_1C_2 = C_1B_2$; denn $B_1A_2 = \frac{CA_2 \sin\gamma}{\sin\beta} = \frac{KB_1 c}{b} = \frac{b^2 ac}{(a^2 + b^2 + c^2)\,b}$ (vergl. 1) $= \frac{abc}{a^2 + b^2 + c^2}$.

3. $A_1A_2 = \frac{a^3}{a^2 + b^2 + c^2}$; $B_1B_2 = \frac{b^3}{a^2 + b^2 + c^2}$; $C_1C_2 = \frac{c^3}{a^2 + b^2 + c^2}$. Also $A_1A_2 : B_1B_2 : C_1C_2 = a^3 : b^3 : c^3$.

4. $A_1B_1 = A_2C_2$; $B_1C_1 = B_2A_2$; $C_1A_1 = C_2B_2$ als Diagonalen in gleichschenkligen Trapezen. — Ferner $A_2C_2{}^2 = BA_2{}^2 + BC_2{}^2 - 2\,BA_2 \cdot BC_2 \cos\beta$; nun ist $BA_2 = BA_1 + A_1A_2 = \frac{a\,(a^2 + c^2)}{a^2 + b^2 + c^2}$, mithin $A_2C_2{}^2 = \frac{a^2(a^2+c^2)^2 + a^4c^2 - 2\,a^3c\,(a^2+c^2)\cos\beta}{(a^2 + b^2 + c^2)^2} = \frac{a^2(a^2+c^2)^2 + a^4c^2 - a^2(a^2+c^2)(a^2+c^2-b^2)}{(a^2 + b^2 + c^2)^2}$;

$A_2C_2 = \frac{a\sqrt{b^2c^2 + c^2a^2 + a^2b^2}}{a^2 + b^2 + c^2}$ u. s. w.

5. Ist K_1 der Mittelpunkt des ersten Lemoine'schen Kreises, so ist sein Radius $K_1B_1 = \frac{A_2C_2}{2\sin\alpha} = \frac{a\sqrt{b^2c^2 + c^2a^2 + a^2b^2}}{2\sin\alpha\,(a^2 + b^2 + c^2)} = \frac{r\sqrt{b^2c^2 + c^2a^2 + a^2b^2}}{a^2 + b^2 + c^2}$, wo r der Radius des Umkreises von $\triangle$ ABC ist.

IV. Die Beziehungen der Gegenmittellinie und des Grebe'schen Punktes zu den Kegelschnitten.

59. Zieht man von einem Punkt A an eine Parabel, deren Brennpunkt F ist, die Tangenten AB und AC, von A aus den Durchmesser, welcher BC in D trifft, beschreibt um $\triangle$ ABC einen Kreis mit dem Mittelpunkt O und konstruiert den Pol P von BC in Bezug auf den Kreis O, so ist AD Mittellinie und AP Gegenmittellinie im $\triangle$ ABC.

Dass AD Mittellinie ist, ist bekannt. — Da P Pol von BC in Bezug auf den Kreis O ist, so gehen die an den Kreis O in B und C gelegten Tangenten durch P, folglich ist AP nach § 47 Gegenmittellinie.

60. AP geht durch den Brennpunkt F.

$\angle$ BFC wird durch AF halbiert (Salmon, Anal. Geom. Art. 231 und Fuhrmann, Anal. Geom. § 70 S. 50), also $\angle$ AFB $=$ CFA; ferner $AF^2 = BF \cdot CF$ (Fuhrmann § 76 S. 53); mithin $\triangle$ AFC $\backsim$ BFA und $\angle$ CAF $=$ ABF; $\angle$ ABF $=$ BAD, also $\angle$ CAF $=$ BAD; da AD Mittellinie ist, so muss AF Gegenmittellinie sein, also mit AP zusammenfallen.

61. B, P, C, F, O liegen auf einem Kreise und es ist $\angle$ AFO $= 90^0$.

$\angle$ OBP $=$ OCP $= 90^0$; daher ist OBPC ein Sehnenviereck und OP ist Durchmesser des Umkreises. Da $\angle$ BFC $= 2$ BAC (Fuhrmann, Anal. Geom. § 69 S. 49) und $\angle$ BOC $= 2$ BAC, so ist $\angle$ BFC $=$ BOC; daher liegt auch O auf dem Umkreise; mithin $\angle$ OFP $=$ OCP $= 90^0$ und OF $\perp$ AP.

62. Die Entfernungen des Brennpunktes von zwei Tangenten sind proportional den Längen dieser Tangenten von den resp. Berührungspunkten bis zum Durchschnittspunkt gerechnet.

Die Entfernungen sind Höhen der ähnlichen Dreiecke AFC und BFA, verhalten sich also wie AB : AC.

63. Die Entfernungen des Brennpunktes von den Berührungspunkten sind proportional den Quadraten ebenderselben Tangentenlängen.

AP treffe BC in G; da $\angle$ BFG $=$ CFG, so ist BF : CF $=$ BG : CG; und da AG Gegenmittellinie ist, so ist $BG : CG = AB^2 : AC^2$ (§ 25); mithin $BF : CF = AB^2 : AC^2$.

64. Errichtet man auf den Tangenten AB und AC der Parabel in A Senkrechte, so bilden diese mit den Normalen in B und C ein Parallelogramm. Eine Diagonale derselben geht durch A, die andere geht durch den Mittelpunkt O des Umkreises von ABC (§ 43) und steht auf der von A gezogenen Gegenmittellinie AP senkrecht (§ 44, Beweis). Da nach § 61 die von O auf AP gefällte Senkrechte OF ist, so geht die zweite Diagonale durch F.

Hieraus ergiebt sich eine einfache Konstruktion des Brennpunktes einer Parabel, wenn zwei beliebige Punkte der Parabel und die Tangenten in diesen Punkten gegeben sind.

65. Die Brennpunkte O und O′ der in ein Dreieck beschriebenen Ellipse sind Winkelgegenpunkte, und die Fusspunkte der von den Winkelgegenpunkten auf die Seiten gefällten Senkrechten liegen auf einem Kreise, dessen Durchmesser die grosse Achse der Ellipse ist.

Fällt man von den beiden Brennpunkten eines Kegelschnittes auf eine Tangente Senkrechte, so ist das Produkt aus denselben konstant und gleich dem Quadrat der halben kleinen Achse. Werden daher von den Brennpunkten O und O′ auf BC die Senkrechten OM und O′M und auf AC die Senkrechten ON und O′N′ gefällt, so ist $OM \cdot O'M' = ON \cdot O'N'$; mithin sind CO und CO′ nach § 7 Gegentransversalen. — Da BC Tangente an der Ellipse ist, so liegen M und M′ auf dem Hauptkreise; dasselbe gilt für die Fusspunkte der von O und O′ auf die anderen Seiten gefällten Senkrechten.

66. Da der Mittelpunkt M des Umkreises und der Höhenschnittpunkt H Winkelgegenpunkte sind, so sind sie die Brennpunkte einer Ellipse, welche die Seiten des Dreiecks berührt. Da ferner die Fusspunkte der von H und M auf die Seiten gefällten Senkrechten auf dem Feuerbach'schen Kreise liegen, so ist dieser der Hauptkreis der Ellipse; mithin ist der grosse Durchmesser der Ellipse gleich dem Radius r des Umkreises des Dreiecks.

67. Berechnung des kleinen Durchmessers 2 d der Ellipse und der beiden Abschnitte, in welche die Seite AB durch den Berührungspunkt G der Ellipse in § 66 geteilt wird.

Die Höhe von C auf AB sei CHD, die Mittelsenkrechte von AB sei EM und von M sei auf CD die Senkrechte MF gefällt; G muss dann zwischen D und E liegen. Dann ist $ME = r\cos\gamma$; $CH = 2r\cos\gamma$; $CD = 2r\sin\alpha\sin\beta$; $HD = 2r(\sin\alpha\sin\beta + \cos[\alpha+\beta]) = 2r\cos\alpha\cos\beta = r(\cos[\alpha-\beta]-\cos\gamma)$; $HF = HD - ME = r(\cos[\alpha-\beta] - 2\cos\gamma)$; $DE = \frac{1}{2}c - AD = r(\sin\gamma - 2\cos\alpha\sin\beta) = r\sin(\alpha-\beta)$. Die Excentricität der Ellipse ist HM; nun ist $HM^2 = DE^2 + HF^2 = r^2(1 - 8\cos\alpha\cos\beta\cos\gamma)$; also $d^2 = \frac{1}{4}r^2 - \frac{1}{4}HM^2 = 2r^2\cos\alpha\cos\beta\cos\gamma$. — Ferner $\triangle HDG \sim MEG$, also $ME : HD = EG : DG$ und $ME + HD : ME = DE : EG$ oder $r\cos(\alpha-\beta) : r\cos\gamma = r\sin(\alpha-\beta) : EG$, also $EG = r\cos\gamma\,\mathrm{tg}(\alpha-\beta)$. Mithin $BG = \frac{1}{2}c + EG = r(\sin\gamma + \cos\gamma\,\mathrm{tg}[\alpha-\beta])$ und $AG = r(\sin\gamma - \cos\gamma\,\mathrm{tg}[\alpha-\beta])$ Daher ist nach einigen Reduktionen $\frac{BG}{AG} = \frac{\sin 2\beta}{\sin 2\alpha}$, so dass sich die beiden Abschnitte der Seite AB verhalten wie die beiden Seiten des Höhenfusspunktendreiecks, deren gemeinschaftlicher Eckpunkt auf AB liegt.

68. Da der Grebe'sche Punkt K und der Schwerpunkt S Winkelgegenpunkte sind, so sind sie Brennpunkte einer Ellipse, deren Excentricität KS ist. Werden auf AB die Senkrechten KR und SR′ gefällt, so liegen R und R′ auf dem Hauptkreise, dessen Radius $OR = OR'$ ist (O Mittelpunkt von KS). Ist $2d$ die kleine Achse der Ellipse, so ist $d^2 = OR^2 - \frac{1}{4}KS^2 = \frac{1}{4}R'R^2 + \frac{1}{4}(KR + SR')^2 - \frac{1}{4}R'R^2 - \frac{1}{4}(KR - SR')^2 = KR \cdot SR'$. Da nun $KR = z = \frac{2c\triangle}{a^2+b^2+c^2}$ (§ 38) und $SR' = \frac{1}{3}h_c = \frac{1}{3}\cdot\frac{2\triangle}{c}$, so ist $d^2 = \frac{1}{3}\cdot\frac{4\triangle^2}{a^2+b^2+c^2} = \frac{1}{3}(x^2+y^2+z^2)$ (§ 37).

69. Berechnung der beiden Abschnitte, in welche die Seite AB durch den Berührungspunkt G der Ellipse in 68 geteilt wird.

Da $\triangle KRG \sim SR'G$, so ist $RG : R'G = KR : SR'$; mithin $RG \cdot SR' = R'G \cdot KR$; wird hier $RG = AG - AR$ und $R'G = AR' - AG$ gesetzt, so ergiebt sich $AG = \frac{AR' \cdot KR + AR \cdot SR'}{KR + SR'}$. Wie in § 31 werde nun $\angle SAR'$ mit α_1 bezeichnet; dann ist $\angle KAR = \alpha - \alpha_1$, also $AR' = SR'\cot\alpha_1$ und $AR = KR\cot(\alpha-\alpha_1)$; mithin $AG = \frac{KR \cdot SR'(\cot\alpha_1 + \cot[\alpha-\alpha_1])}{KR + SR'}$. Da $\angle SBR'$ mit β_2 bezeichnet ist, so ist analog $BG = \frac{KR \cdot SR'(\cot\beta_2 + \cot[\beta-\beta_2])}{KR + SR'}$; mithin $\frac{AG}{BG} = \frac{\cot\alpha_1 + \cot(\alpha-\alpha_1)}{\cot\beta_2 + \cot(\beta-\beta_2)} = \frac{\sin\alpha\sin\beta_2\sin(\beta-\beta_2)}{\sin\beta\sin\alpha_1\sin(\alpha-\alpha_1)}$. Da nun $\sin(\beta-\beta_2) = \frac{\sin\gamma\sin\beta_2}{\sin\alpha}$ und $\sin(\alpha-\alpha_1) = \frac{\sin\gamma\sin\alpha_1}{\sin\beta}$, so ist $\frac{AG}{BG} = \frac{\sin\beta_2{}^2}{\sin\alpha_1{}^2} = \frac{AS^2}{BS^2}$. Da also im Dreieck ABS die Seite AB durch den Punkt G im Verhältnis der Quadrate der anliegenden Seiten geteilt wird, so ist SG nach der Umkehrung von § 25 Gegenmittellinie.

70. K ist Mittelpunkt eines Kegelschnittes, der die Seiten des Dreiecks in den Fusspunkten H_a, H_b, H_c der Höhen berührt.

Man kann $AH_cBH_aCH_b$ als Brianchon'sches Sechseck ansehen, da sich seine Hauptdiagonalen AH_a, BH_b, CH_c in einem Punkte schneiden. In ein solches Sechseck lässt sich ein Kegelschnitt beschreiben, der seine Seiten berührt; da derselbe nun sowohl BH_a wie CH_a berührt, so muss er BC in H_a, ebenso AC in H_b und AB in H_c berühren. Da H_a, H_b Polare des Kegelschnittes ist, so muss die Gerade, welche C mit der Mitte von H_aH_b verbindet, also die von C ausgehende Gegenmittellinie, durch den Mittelpunkt des Kegelschnittes gehen; letzterer ist daher K.

V. Über den Brocard'schen Kreis.

Wenn auch einige der Sätze, welche Herrn Brocard, capitaine du génie, in Montpellier zur Entdeckung des nach ihm benannten Kreises geführt haben, schon früher vereinzelt behandelt sind, so gebührt ihm doch das unbestreitbare Verdienst, dieselben unter einheitliche Gesichtspunkte vereinigt und mit anderen Eigenschaften des Dreiecks in Zusammenhang gebracht zu haben. Bei der systematischen Zusammenstellung der betreffenden Sätze habe ich benutzt: Henri Brocard. Étude d'un nouveau cercle du plan du triangle. Association pour l'avancement des sciences. Congrès d'Alger. 1881. — J. Neuberg. Sur le centre des médianes antiparallèles. — Auguste Morel. Étude sur le cercle de Brocard; mitgeteilt im Journal de Mathématiques élémentaires. 1883. — John Casey. „A treatise on the analytical geometry. Dublin 1885“ und „A sequel to the first six books of the elements of Euclid. Dublin 1884.“ Die in der von J. C. V. Hoffmann redigierten Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht von Jahrgang XII (1881) an veröffentlichten Sätze deutscher Mathematiker, der Herren Artzt (Recklinghausen), Böklen (Reutlingen), Emmerich (Mülheim a. d. Ruhr), Fuhrmann (Königsberg i. Pr.), Kiehl (Bromberg), Stegemann (Prenzlau), Stoll (Bensheim). Weitere Untersuchungen über den Brocard'schen Kreis sind von Herrn Dr. Artzt in Recklinghausen angestellt und in den dortigen Programmen von Ostern 1884 und 1886 nebst dem Nachtrage zu letzterem (September 1886) veröffentlicht. Eine Angabe der Arbeiten und der Stellen in Zeitschriften, wo die auf den Brocard'schen Kreis sich beziehenden Sätze veröffentlicht sind, findet sich am Schluss einer Arbeit von M. Émile Lemoine. Deux points du plan d'un triangle. Association française pour l'avancement des sciences. Congrès de Grenoble. 1885. Dieselbe ist dem im Mai 1886 erschienenen Heft der Zeitschrift „Mathesis“ in Gent beigegeben. — Die Buchstaben an der dieser Abhandlung beigegebenen Figur sind dieselben wie die in der Figur des Herrn Brocard, welche er auch dem 15. Jahrgang der Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht beigegeben hat.

Bei den Sätzen, welche nicht von Herrn Brocard herrühren, habe ich die Namen der Herren, welche sie zuerst aufgestellt haben, hinzugefügt. Die Beweise sind wie die in der vorjährigen Programmabhandlung möglichst elementar gehalten, um den Schülern das Verständnis derselben zu erleichtern.

71. In jedem Dreieck ABC giebt es zwei Punkte O und O′ der Art, dass $\angle\, OAB = OBC = OCA = O'AC = O'BA = O'CB = \vartheta$ ist, wo ϑ bestimmt ist durch die Gleichung $\cot\vartheta = \cot\alpha + \cot\beta + \cot\gamma$.

Im $\triangle$ AOB ist $\angle\, OBA = \beta - \vartheta$, $\angle\, OAB = \vartheta$ und $\angle\, AOB = 180^\circ - \beta$, also $AO = \frac{c \sin(\beta - \vartheta)}{\sin\beta}$ und im $\triangle$ AOC ist $\angle\, OAC = \alpha - \vartheta$, $OCA = \vartheta$ und $\angle\, AOC = 180^\circ - \alpha$; also $AO = \frac{b \sin\vartheta}{\sin\alpha}$; folglich $\frac{\sin(\beta - \vartheta)}{\sin\beta \sin\vartheta} = \frac{\sin\beta}{\sin\alpha \sin\gamma} = \frac{\sin(\alpha+\gamma)}{\sin\alpha \sin\gamma}$; hieraus $\cot\vartheta - \cot\beta = \cot\alpha + \cot\gamma$.

72. Konstruktion des Winkels ϑ. 1. Da $\angle\, AOB = 180^\circ - \beta$ ist, so liegt O auf einem Kreise, welcher durch A und B geht und BC zur Tangente hat; ferner auf einem Kreise, welcher durch B und C geht und AC zur Tangente hat und endlich auf einem Kreise, welcher durch

A und C geht und AB zur Tangente hat. Ebenso ist O' der Durchschnittspunkt von drei Kreisen; der erste geht durch A und B und hat AC zur Tangente; der zweite geht durch A und C und hat BC zur Tangente; der dritte geht durch C und B und hat AB zur Tangente.

2. Die an den Umkreis von ABC in B gelegte Tangente werde von einer Parallelen durch C zu AB in D getroffen. Fällt man $DE \perp AB$, so ist diese Senkrechte gleich h_c; ferner $\angle CAD = \alpha$ und $DBE = \gamma$. Im $\triangle AED$ ist $AE = h_c \cot DAE$; im $\triangle BED$ ist $BE = h_c \cot\gamma$; und da $AB = h_c \cot\alpha + h_c \cot\beta$, so ist $AE = h_c(\cot\alpha + \cot\beta + \cot\gamma)$; mithin $\cot DAE = \cot\alpha + \cot\beta + \cot\gamma$; also ist $\angle DAE = \vartheta$.

73. Die beiden Punkte O und O', welche Winkelgegenpunkte sind, werden Brocard'sche Punkte genannt (Brocard nannte sie anfangs Segmentärpunkte, weil sie durch den Durchschnitt von je drei Segmenten entstanden sind). Der Winkel ϑ wird Brocard'scher Winkel genannt.

74. Berechnung von OA, OB, OC, O'A, O'B, O'C aus den Seiten.

$OA = \frac{b \sin\vartheta}{\sin\alpha}$; nun ist $\sin\vartheta = \frac{1}{\sqrt{1+\cot\vartheta^2}}$ und $1 + \cot\vartheta^2 = 1 + (\cot\alpha + \cot\beta + \cot\gamma)^2 = 1 + \cot\gamma^2 + (\cot\alpha + \cot\beta)^2 + 2\cot\gamma(\cot\alpha + \cot\beta) = \frac{1}{\sin\gamma^2} + \frac{\sin\gamma^2}{\sin\alpha^2 \sin\beta^2} + \frac{2\cos\gamma}{\sin\alpha \sin\beta} = \frac{4\,r^2}{c^2} + \frac{4\,r^2c^2}{a^2\,b^2} + \frac{4\,r^2\,(a^2+b^2-c^2)}{a^2\,b^2} = \frac{4\,r^2\,(a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2)}{a^2\,b^2\,c^2}$; mithin $\sin\vartheta = \frac{abc}{2\,r\sqrt{a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2}}$. Setzen wir $\sqrt{a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2} = R$, so ist $OA = \frac{b^2c}{R}$; analog $OB = \frac{c^2a}{R}$, $OC = \frac{a^2b}{R}$; und $O'A = \frac{c^2b}{R}$, $O'B = \frac{a^2c}{R}$, $O'C = \frac{b^2a}{R}$.

Hieraus folgt $\frac{OA}{O'A} = \frac{b}{c}$ und $\frac{OC}{O'B} = \frac{b}{c}$; dasselbe ergiebt sich aus der Ähnlichkeit der Dreiecke OAC und O'AB.

75. Schneiden sich BO und CO' in A_1, CO und AO' in B_1, AO und BO' in C_1, so liegen A_1, B_1, C_1 auf einem Kreise, der auch durch O und O' geht.

$\angle OB_1O'$ ist als Aussenwinkel des Dreiecks $AB_1C = 2\vartheta$; und $\angle OC_1O'$ ist als Aussenwinkel des Dreiecks AC_1B auch $= 2\vartheta$; daher liegen B_1, C_1, O, O' auf einem Kreise. Ferner $\angle OA_1O' = BA_1C = 180^0 - 2\vartheta$; mithin $\angle OB_1O' + OA_1O' = 180^0$; also liegt A_1 auf demselben Kreise.

76. $\triangle A_1B_1C_1 \backsim ABC$.

$\angle A_1B_1C_1 = A_1O'C_1 = O'CB + O'BC = \vartheta + \beta - \vartheta = \beta$; $\angle B_1A_1C_1 = B_1O'C_1 = O'BA + O'AB = \vartheta + \alpha - \vartheta = \alpha$.

77. Über den Seiten eines Dreiecks ABC sind nach innen gleichschenklige Dreiecke BCA_1, CAB_1, ABC_1 sämtlich mit dem Basiswinkel φ konstruiert. Wie gross muss $\angle\,\varphi$ sein, damit $\triangle A_1B_1C_1 \backsim ABC$ ist.

Die Seiten des Dreiecks $A_1B_1C_1$ mögen resp. mit a_1, b_1, c_1 bezeichnet werden. Da $AB_1 = \frac{b}{2\cos\varphi}$ und $AC_1 = \frac{c}{2\cos\varphi}$, so ist $a_1{}^2 = \frac{b^2+c^2-2bc\cos(\alpha-2\varphi)}{4\cos\varphi^2}$ u. s. w. Da nun $\frac{a_1{}^2}{a^2} = \frac{b_1{}^2}{b^2}$, so ist $\frac{b^2+c^2-2bc\cos(\alpha-2\varphi)}{a^2} = \frac{c^2+a^2-2\,ca\cos(\beta-2\varphi)}{b^2}$; also $a^4 - b^4 + c^2(a^2-b^2) - 2c(a^3\cos[\beta-2\varphi] - b^3\cos[\alpha-2\varphi]) = 0$ oder $(a^2-b^2)(a^2+b^2+c^2) - 2c[\cos 2\varphi(a^3\cos\beta - b^3\cos\alpha)$

$+\sin 2\varphi(a^3\sin\beta - b^3\sin\alpha)] = 0$. Berücksichtigt man, dass $a\cos\beta = \frac{a^2+c^2-b^2}{2c}$, $b\cos\alpha = \frac{b^2+c^2-a^2}{2c}$ und $b\sin\alpha = a\sin\beta$ ist, so erhält man $(a^2-b^2)(a^2+b^2+c^2) - \cos 2\varphi(a^2+b^2+c^2)(a^2-b^2) - 2ac\sin\beta\sin 2\varphi(a^2-b^2) = 0$, mithin $(a^2+b^2+c^2)(1-\cos 2\varphi) - 4\triangle\sin 2\varphi = 0$ oder $\sin\varphi[(a^2+b^2+c^2)\sin\varphi - 4\triangle\cos\varphi] = 0$. Nun ist entweder $\sin\varphi = 0$, also $\varphi = 0^0$; dann sind A_1, B_1, C_1 die Mittelpunkte der Seiten des Dreiecks ABC, und der Umkreis von $A_1B_1C_1$ ist der Feuerbach'sche Kreis. — Oder es ist $\cot\varphi = \frac{a^2+b^2+c^2}{4\triangle} = \cot\alpha + \cot\beta + \cot\gamma$ (vergl. die Berechnung in § 37). Mithin ist φ der Brocard'sche Winkel ϑ (vergl. § 71).

78. Der Mittelpunkt H des Umkreises von ABC liegt auf dem Umkreise von $A_1B_1C_1$.

Da die Dreiecke AHC und AB_1C gleichschenklige sind, so ist $HB_1 \perp AC$, mithin $\angle B_1HC = \beta$. Da ferner die Dreiecke BHC und BA_1C gleichschenklige sind, so ist $HA_1 \perp BC$, daher $\angle CHA_1 = \alpha$; folglich ist $\angle B_1HA_1 = B_1HC + CHA_1 = \alpha + \beta = 180^0 - \gamma$; und da $\angle B_1C_1A_1 = \gamma$ ist, so liegt H auf dem Kreise $A_1B_1C_1$.

79. Die durch A_1, B_1, C_1 zu resp. BC, CA, AB gezogenen Parallelen schneiden sich in einem Punkte K des Umkreises von $A_1B_1C_1$.

Die Parallele durch A_1 zu BC und die durch B_1 zu AC mögen sich in K schneiden; dann ist $\angle A_1KB_1 = \gamma$, also $= A_1C_1B_1$; mithin liegt K auf dem Kreise $A_1B_1C_1$.

Fällt man von K auf BC, CA, AB resp. die Senkrechten KK'_a, KK'_b, KK'_c, so ist KK'_a gleich der Senkrechten von A_1 auf BC, also gleich $\frac{1}{2}a\,\mathrm{tg}\,\vartheta$; ebenso ist $KK'_b = \frac{1}{2}b\,\mathrm{tg}\,\vartheta$ und $KK'_c = \frac{1}{2}c\,\mathrm{tg}\,\vartheta$; daher ist $KK'_a : KK'_b : KK'_c = a : b : c$ und folglich ist K der Grebe'sche Punkt (vergl. § 24).

80. Auf dem Umkreise von $A_1B_1C_1$ liegen daher die drei Punkte A_1, B_1, C_1; die beiden Brocard'schen Punkte O und O' (§ 75), der Mittelpunkt H des Umkreises von ABC (§ 78) und der Grebe'sche Punkt K (§ 79). M. Henri Brocard nannte ihn daher anfangs den Kreis der sieben Punkte; jetzt wird er jedoch allgemein auf Vorschlag von M. J. Neuberg in Gent **Brocard'scher Kreis** genannt.

81. Es ist 1) $\angle OHO' = 2\vartheta$, 2) $OH = O'H$, 3) $OK = O'K$.

1) $\angle OHO' = OC_1O' = OAB + O'BA = 2\vartheta$. 2) $\angle HOO' = HC_1O' = 90^0 - \vartheta$, da $HC_1 \perp AB$ ist. Im $\triangle HOO'$ ist also $\angle HOO' + OHO' = 90^0 + \vartheta$, mithin $\angle HO'O = 90^0 - \vartheta = HOO'$ und $OH = O'H$. 3) $\angle KOO' = KC_1O' = O'BA = \vartheta$, da $C_1K \parallel AB$; $\angle KO'O = KA_1O = OBC = \vartheta$, da $A_1K \parallel BC$; mithin $\angle KOO' = KO'O$ und $OK = O'K$.

Über OO' sind also zwei gleichschenklige Dreiecke errichtet, mithin ist HK Durchmesser des Brocard'schen Kreises, dessen Mittelpunkt Z heissen möge; HK und OO' mögen sich in S schneiden.

82. Berechnung von $OO' = e$. — Im $\triangle OAC$ ist $OA = \frac{b\sin\vartheta}{\sin\alpha}$ und im $\triangle O'AB$ ist $O'A = \frac{c\sin\vartheta}{\sin\alpha}$; ferner ist $\angle OAO' = 2\vartheta - \alpha$ oder $\alpha - 2\vartheta$; mithin $e^2 = \frac{\sin\vartheta^2}{\sin\alpha^2}(b^2+c^2-2bc\cos[2\vartheta-\alpha]) = \frac{\sin\vartheta^2}{\sin\alpha^2}(a^2+2bc\cos\alpha - 2bc\cos[2\vartheta-\alpha]) = \frac{\sin\vartheta^2}{\sin\alpha^2}(a^2-4bc\sin\vartheta\sin[\alpha-\vartheta])$. Nun ist $\frac{OC}{OA} = \frac{\sin(\alpha-\vartheta)}{\sin\vartheta}$; ferner $OC = \frac{a\sin\vartheta}{\sin\gamma}$ und $OA = \frac{b\sin\vartheta}{\sin\alpha}$, also $\frac{OC}{OA} = \frac{a\sin\alpha}{b\sin\gamma} = \frac{a^2}{bc}$ und $\frac{\sin(\alpha-\vartheta)}{\sin\vartheta} = \frac{a^2}{bc}$ oder

$bc \sin(\alpha - \vartheta) = a^2 \sin\vartheta$; mithin $e^2 = \frac{\sin\vartheta^2}{\sin\alpha^2}(a^2 - 4a^2 \sin\vartheta^2)$ und $e = 2r \sin\vartheta \sqrt{1 - 4\sin\vartheta^2}$, wo r der Radius des Umkreises von ABC ist.

83. Berechnung des Radius ϱ des Brocard'schen Kreises. — Da $\angle$ OHS $= \vartheta$, so ist $HS = \frac{e}{2}\operatorname{tg}\vartheta$. Nun ist $OS^2 = HS \cdot KS$, oder $\frac{e^2}{4} = \frac{e}{2}\operatorname{tg}\vartheta\left(2\varrho - \frac{e}{2}\operatorname{tg}\vartheta\right)$, hieraus $\varrho = \frac{e}{4\sin\vartheta\cos\vartheta} = \frac{r\sqrt{1-4\sin\vartheta^2}}{2\cos\vartheta} = \frac{r}{2}\sqrt{1 - 3\operatorname{tg}\vartheta^2}$. Hieraus folgt, dass für die Dreiecke $A_1B_1C_1$ und ABC das Ähnlichkeitsverhältnis $\frac{\varrho}{r} = \frac{\sqrt{1-4\sin\vartheta^2}}{2\cos\vartheta}$ ist.

84. Errichtet man auf AB in B die Senkrechte $A'B'$, auf BC in C die Senkrechte $B'C'$ und auf CA die Senkrechte $C'A'$ (vergl. § 43), so ist $\cot\vartheta$ das Ähnlichkeitsverhältnis der beiden ähnlichen Dreiecke $A'B'C'$ und ABC.

Es ist $AC' = b\cot\gamma$ und $AA' = \frac{c}{\sin\alpha}$, also $\frac{A'C'}{b} = \cot\gamma + \frac{c}{b\sin\alpha} = \cot\gamma + \frac{\sin(\alpha+\beta)}{\sin\alpha\sin\beta} = \cot\alpha + \cot\beta + \cot\gamma = \cot\vartheta$.

85. Die Dreiecke $A_1B_1C_1$ und ABC haben denselben Schwerpunkt E. (Der Satz gilt nicht nur für $\triangle A_1B_1C_1$, sondern, wie aus den folgenden Beweisen zu ersehen, allgemein für alle Dreiecke, deren Ecken die Spitzen der über den Seiten des gegebenen Dreiecks nach innen konstruierten ähnlichen gleichschenkligen Dreiecke sind.)

Bezeichnen wir die von A_1, B_1, C_1 auf AB gefällten Senkrechten resp. mit y_1, y_2, y_3, so hat der Schwerpunkt des Dreiecks $A_1B_1C_1$ von AB bekanntlich die Entfernung $\frac{1}{3}(y_1 + y_2 + y_3)$. Nun ist $y_1 = A_1B\sin(\beta - \vartheta) = \frac{a\sin(\beta-\vartheta)}{2\cos\vartheta} = \frac{r\sin\alpha\sin(\beta-\vartheta)}{\cos\vartheta}$; $y_2 = AB_1\sin(\alpha - \vartheta) = \frac{b\sin(\alpha - \ )}{2\cos\vartheta} = \frac{r\sin\beta\sin(\alpha-\vartheta)}{\cos\vartheta}$; $y_3 = \frac{1}{2}c\operatorname{tg}\vartheta = r\sin\gamma\operatorname{tg}\vartheta$. Also $y_1 + y_2 + y_3 = \frac{r}{\cos\vartheta}(\sin\alpha\sin(\beta-\vartheta) + \sin\beta\sin(\alpha-\vartheta) + \sin\gamma\sin\vartheta) = 2r\sin\alpha\sin\beta = h_c$; mithin hat der Schwerpunkt des Dreiecks $A_1B_1C_1$ von AB die Entfernung $\frac{1}{3}h_c$; dieselbe Entfernung hat auch der Schwerpunkt des Dreiecks ABC. Da dasselbe für die anderen Seiten gilt, so fallen die Schwerpunkte beider Dreiecke zusammen. — Rein geometrisch lässt sich der Satz nach Fuhrmann auch so beweisen: Man konstruiere den Spiegelpunkt A_2 zu A_1 in Bezug auf CB und den Spiegelpunkt B_2 zu B_1 in Bezug auf AC; dann ist $\triangle C_1BA_2 \backsim ABC$ und $\triangle AC_1B_2 \backsim ABC$; also da $BC_1 = AC_1$, so ist $CA_2 = AB_2 = AB_1$. Ebenso lässt sich beweisen, dass $AC_1 = B_1A_2$; da also $AC_1A_2B_1$ ein Parallelogramm ist, so halbieren sich AA_2 und B_1C_1 und zwar in M_1; A_1M_1 ist daher Mittellinie sowohl im $\triangle A_1B_1C_1$, als auch im $\triangle AA_1A_2$. Ist M der Mittelpunkt von BC, so sind AM und A_1M_1 Mittellinien im $\triangle AA_1A_2$ und teilen sich daher in ihrem Schnittpunkt E im Verhältnis 2 : 1; folglich ist E Schwerpunkt des Dreiecks $A_1B_1C_1$; und da E ebenfalls AM im Verhältnis 2 : 1 teilt, so ist er auch Schwerpunkt des Dreiecks ABC.

86. (Kiehl). Ist S_a der Mittelpunkt von BC, so wird A_1K durch AS_a halbiert.

Die an den Umkreis von ABC in C gelegte Tangente treffe AK in L, so ist $LS_a \perp BC$ (§ 47), also LS_aA_1 eine Gerade. Nun ist C (ABKL) ein harmonisches Büschel [folgt aus § 22 oder kann auch so bewiesen werden: Die von K auf b resp. a gefällten Senkrechten verhalten sich = b : a (§ 24) = $\sin\beta : \sin\alpha$; mithin $\sin ACK : \sin BCK = \sin\beta : \sin\alpha$; und $\sin ACL : \sin BCL = \sin(\alpha + \gamma)$

$:\sin\alpha = \sin\beta : \sin\alpha$]. Daher sind, wenn AK die Seite BC in K_a schneidet, A, K_a, K, L harmonische Punkte; folglich ist auch S_a (AK_aKL) ein harmonisches Büschel; da nun zu dem Strahl S_aK_a die Parallele A_1K gezogen ist (§ 79), so halbiert der zugeordnete Strahl S_aA das zwischen den beiden anderen Strahlen liegende Stück A_1K der Parallele.

87. Die Dreiecke ABC und $A_1B_1C_1$ sind perspektivisch; ihr Projektionscentrum werde mit D bezeichnet; und die Projektionsachse sei G. Dann ist, wie später bewiesen werden wird, HD $\perp$ G.

BC werde von AA_1 in M_a, CA von BB_1 in M_b und AB von CC_1 in M_c getroffen. Da nun AS_a sowohl BC als auch die ihr Parallele A_1K halbiert, so ist $BM_a = CK_a$; ebenso ist $CM_b = AK_b$ und $AM_c = BK_c$. Da sich nun AK, BK, CK in einem Punkte schneiden, so ist $AK_b \cdot CK_a \cdot BK_c = CK_b \cdot BK_a \cdot AK_c$; folglich auch $CM_b \cdot BM_a \cdot AM_c = AM_b \cdot CM_a \cdot BM_c$, so dass sich AA_1, BB_1, CC_1 nach der Umkehrung des Ceva in einem Punkte schneiden.

88. Sind wie früher S_a, S_b, S_c die Mittelpunkte von BC, CA, AB; S'_a, S'_b, S'_c die von B_1C_1, C_1A_1, A_1B_1, so schneiden sich $S_aS'_a$, $S_bS'_b$, $S_cS'_c$ in einem Punkte S, welcher auf DE liegt; und es verhält sich $DE : ES = 2 : 1$.

Da E gemeinsamer Schwerpunkt der Dreiecke ABC und $A_1B_1C_1$ ist (§ 85), so ist $AE : ES_a = 2 : 1 = A_1E : ES'_a$; folglich $\triangle AA_1E \backsim S_aS'_aE$, $S_aS'_a \parallel AA_1$. Da sich nun im $\triangle$ ABC die Geraden AA_1, BB_1, CC_1 in einem Punkte D schneiden, so werden sich auch im $\triangle S_aS_bS_c$, welches sich mit ABC in Ähnlichkeitslage befindet, die mit AA_1, BB_1, CC_1 parallelen Geraden $S_aS'_a$, $S_bS'_b$, $S_cS'_c$ in einem Punkte S schneiden, welcher auf DE liegt; und es muss $DE : ES = 2 : 1$ sein; daher ist E auch Schwerpunkt des Dreiecks DOO'.

89. S ist der bereits in § 81 erwähnte Mittelpunkt von OO'.

Sind A_1M und A_1N die von A_1 auf resp. AC und AB gefällten Senkrechten, so ist $\frac{A_1M}{A_1C} = \sin(\gamma - \vartheta)$, $\frac{A_1S_a}{A_1C} = \sin\vartheta$, also $\frac{A_1M}{A_1S_a} = \frac{\sin(\gamma-\vartheta)}{\sin\vartheta} = \frac{c^2}{ab}$ (vergl. § 82 Beweis) $= \frac{c^3}{abc}$; da man ebenso $\frac{A_1N}{A_1S_a} = \frac{b^3}{abc}$ findet, so ist $\frac{A_1M}{A_1N} = \frac{c^3}{b^3}$. Sind nun d_a, d_b, d_c die von D auf resp. a, b, c gefällten Senkrechten, so ist $\frac{A_1M}{A_1N} = \frac{d_b}{d_c} = \frac{c^3}{b^3}$; analog $\frac{d_b}{d_a} = \frac{a^3}{b^3}$ und $\frac{d_c}{d_a} = \frac{a^3}{c^3}$. Nun ist $ad_a + bd_b + cd_c = 2\triangle$, wo mit $\triangle$ der Inhalt des Dreiecks ABC bezeichnet ist; mithin $d_a = \frac{2\triangle b^2c^2}{a(b^2c^2 + c^2a^2 + a^2b^2)} = \frac{2\triangle b^2c^2}{aR^2}$, wenn wie in § 74 $b^2c^2 + c^2a^2 + a^2b^2$ mit R^2 bezeichnet wird. Sind e_a und s_a die von E resp. S auf BC gefällten Senkrechten, so ist $e_a = \frac{2\triangle}{3a}$; da $DE = 2ES$, so ist $d_a - e_a = 2(e_a - s_a)$, also $2s_a = 3e_a - d_a = \frac{2\triangle}{a} - \frac{2\triangle b^2c^2}{aR^2}$, und $s_a = \frac{\triangle a(b^2+c^2)}{R^2}$. Sind OO_a und $O'O'_a$ die von O resp. O' auf BC gefällten Senkrechten, so ist $OO_a = OB\sin\vartheta$ und $O'O'_a = O'C\sin\vartheta$. Wird $OB = \frac{c^2a}{R}$, $O'C = \frac{b^2a}{R}$, $\sin\vartheta = \frac{abc}{2rR} = \frac{2\triangle}{R}$ (§ 74) gesetzt, so ist $OO_a = \frac{2\triangle c^2a}{R^2}$, $O'O'_a = \frac{2\triangle b^2a}{R^2}$, mithin $OO_a + O'O'_a = \frac{2\triangle a(b^2+c^2)}{R^2}$. Da also $OO_a + O'O'_a = 2s_a$, so ist S Mittelpunkt von OO'.

90. S_aA_1, S_bB_1 und S_cC_1 schneiden sich in H.

S_aA_1 ist die Mittelsenkrechte von BC und diese geht durch H.

91. (Stoll.) AS'_a, BS'_b, CS'_c schneiden sich in einem Punkte S'.

Da $OO'B_1C_1$ ein Sehnenviereck ist, so ist B_1C_1 antiparallel zu OO'. Da AS Mittellinie im $\triangle AOO'$ und AS'_a Mittellinie im $\triangle AB_1C_1$ ist, so sind AS und AS'_a Gegentransversalen. Da dasselbe für BS und BS'_b, CS und CS'_c gilt, und sich AS, BS, CS in einem Punkte schneiden, so müssen sich auch ihre Gegentransversalen AS'_a, BS'_b, CS'_c in einem Punkte schneiden (§ 10).

92. D' sei der Winkelgegenpunkt zu D, so ist D' Pol der Sehne OO' des Brocard'schen Kreises (Mittelpunkt Z).

F sei der vierte harmonische Punkt zu A_1, S'_a, E. Da nun $A_1E:S'_aE = 2:1$, so ist $A_1E:EF = 1:2 = HE:H'E$ nach dem Euler'schen Satz, wenn H' Durchschnittspunkt der Höhen des Dreiecks ABC ist; mithin ist $H'F \parallel HA_1$; und da $HA_1 \perp BC$, so ist auch $H'F \perp BC$, d. h. $H'F$ ist Höhe des Dreiecks ABC und geht durch A. Vertauscht man in dem harmonischen Strahlenbüschel A $(A_1S'_aEH')$ jeden Strahl mit seinem symmetrischen in Bezug auf die Halbierungslinie des Winkels α, d. h. mit seiner Gegentransversale, so erhält man wieder ein harmonisches Strahlenbüschel. Die Gegentransversale von ADA_1 ist AD' nach der Definition, die von AS'_aS' ist AS, die von AE ist AK und die von AH' ist AH (§ 2). Mithin ist A $(D'SKH)$ ein harmonisches Strahlenbüschel und HS wird durch K und den Schnittpunkt mit AD' harmonisch geteilt. Da dieselben Herleitungen für BD' und CD' gelten, so liegt D' auf HK. Mithin wird der Durchmesser HK des Brocard'schen Kreises durch S und D' harmonisch geteilt und D' ist Pol von OO' in Bezug auf denselben.

93. $HD' \parallel H'D$, wenn H' Durchschnittspunkt der Höhen im $\triangle ABC$ ist.

$HE:EH' = 1:2$ (Euler'scher Satz) und $SE:ED = 1:2$ (§ 88); mithin $\triangle HES \sim H'ED$ und demnach $H'D \parallel HS$ oder HD'.

94. (Fuhrmann.) Die von A, B, C auf resp. B_1C_1, C_1A_1, A_1B_1 gefällten Senkrechten schneiden sich in einem Punkt N des Umkreises von ABC, dem T a r r y ' s c h e n P u n k t e, und zwar liegt N zu ABC so, wie H zu $A_1B_1C_1$.

Die Senkrechten von A auf B_1C_1 und von B auf A_1C_1 mögen sich in N schneiden; dann ist, da $AN \perp B_1C_1$ und $BN \perp A_1C_1$, $\angle ANB = 180^0 - A_1C_1B_1$ (oder $= A_1C_1B_1) = 180^0 - ACB$; folglich liegt N auf dem Umkreise von ABC. Ferner ist $\angle BNC = BAC = B_1A_1C_1$; und da $BN \perp A_1C_1$ ist, so muss auch $CN \perp A_1B_1$ sein. — $\angle NAB = B_1C_1H$ (oder $= 180^0 - B_1C_1H$), da ihre Schenkel aufeinander senkrecht stehen; ferner $\angle B_1A_1H = B_1C_1H$, also $\angle NAB = HA_1B_1$. Da ausserdem $\triangle ABC \sim A_1B_1C_1$, so hat N in Bezug auf A, B, C dieselbe Lage wie H in Bezug auf A_1, B_1, C_1.

Da also N und H entsprechende Punkte der perspektivisch liegenden Dreiecke ABC und $A_1B_1C_1$ sind, so muss NH durch das Projektionscentrum D gehen.

95. (Tarry-Algier.) Die durch A, B, C zu den Seiten des Dreiecks $A_1B_1C_1$ gezogenen Parallelen schneiden sich in einem Punkte R des Umkreises von $\triangle ABC$, dem S t e i n e r ' s c h e n P u n k t e; R liegt auf HD.

Da sich die von A, B, C auf resp. B_1C_1, C_1A_1, A_1B_1 gefällten Senkrechten in einem Punkte N des Umkreises von ABC schneiden, so müssen sich auch die durch A, B, C zu resp. B_1C_1, C_1A_1, A_1B_1 gezogenen Parallelen oder die auf AN, BN, CN in resp. A, B, C errichteten Senkrechten in dem N diametral gegenüberliegenden Punkte R des Umkreises von ABC schneiden. Daher liegt R auch auf HD.

96. (Kiehl.) Fällt man von den Mittelpunkten S'_a, S'_b, S'_c der Seiten des Dreiecks $A_1B_1C_1$ Senkrechte auf die Seiten des Dreiecks ABC, so schneiden sich diese im Mittelpunkt F des Feuerbach'schen Kreises.

Da E Schwerpunkt des Dreiecks $A_1B_1C_1$ ist (§ 85), so ist $C_1E : ES'_c = 2:1$; folglich verhalten sich auch ihre Projektionen auf $AB = 2:1$. Da F Mittelpunkt von HH' ist, so ist $HE:EF = 2:1$; mithin verhalten sich auch ihre Projektionen auf $AB = 2:1$. Da nun die Projektionen von C_1E und HE zusammenfallen, denn $C_1H \perp AB$, so müssen sich auch die von ES'_c und EF decken, so dass die Senkrechte von S'_c auf AB durch F geht. Dasselbe gilt für die auf AC und BC gefällten Senkrechten.

97. (Stoll.) Ist M der Mittelpunkt von EK, so ist EZMF ein Parallelogramm.

Da $KM = \frac{1}{2} KE$ und $KZ = \frac{1}{2} KH$, so ist $MZ \parallel EH$ und $MZ = \frac{1}{2} EH = EF$.

98. H'D'N liegen in gerader Linie.

Der von BC und B_1C_1 gebildete Winkel werde mit λ bezeichnet. AH treffe den Brocard'schen Kreis noch in L; da $AH' \perp BC$ und $HA_1 \perp BC$, so ist $\angle H'AH = A_1HL$; nun ist $\angle H'AH$ der von der Höhe AH' und dem Radius des Umkreises AH gebildete Winkel, mithin $= \gamma - \beta$; also auch $\angle A_1HL = \gamma - \beta$. Da $\angle B_1C_1L = B_1C_1A_1 - A_1C_1L = \gamma - A_1HL = \gamma - (\gamma - \beta) = \beta = A_1B_1C_1$ ist, so ist auch $\text{arc}\, B_1L = C_1A_1$, mithin $B_1C_1 \parallel LA_1$; da auch $BC \parallel A_1K$, so ist $\lambda = 180^0 - LA_1K = KHL = 180^0 - KHA$ oder $KHA = 180^0 - \lambda$. Da AH' und AN senkrecht auf resp. BC und B_1C_1 stehen, so ist $\angle H'AN = \lambda$. Wird nun AN von der durch D' zu H'A gezogenen Parallelen in M getroffen, so ist $\angle D'MN = \lambda$, also $\angle D'MA = 180^0 - \lambda = KHA$, so dass D'HMA ein Sehnenviereck ist; daher $\angle HMD' = HAD'$. Da nun H und H', sowie D und D' Winkelgegenpunkte sind, so ist $\angle HAD' = H'AD$, mithin $\angle HMD' = DAH'$. Da ferner $D'M \parallel AH'$ und $HD' \parallel DH'$ (§ 93), so ist $\angle MD'H = AH'D$, also $\triangle MD'H \sim AH'D$ und in Ähnlichkeitslage; folglich geht H'D' durch den Schnittpunkt N von AM und DH.

99. (Fuhrmann.) Berechnung von HD.

Da D' Pol von OO' in Bezug auf den Brocard'schen Kreis ist (§ 92), so ist $HS:KS = HD':KD'$ oder $= HD' : HD' - HK$. Nun ist in dem rechtwinkligen Dreieck HOK $\angle OHK \doteq \vartheta$, also $HS:KS = HO^2 : KO^2 = \cos\vartheta^2 : \sin\vartheta^2$; mithin $HD' = \dfrac{HK \cos\vartheta^2}{\cos\vartheta^2 - \sin\vartheta^2}$. Ferner ist $DH' = 2\,HS$ (§ 93) $= 2 HO \cos\vartheta = 2 HK \cos\vartheta^2$. Da nun N der Ähnlichkeitspunkt der Dreiecke ADH' und MHD' ist (§ 98), so ist $\dfrac{DN}{HN} = \dfrac{DH'}{HD'}$; also $\dfrac{DH}{r} = \dfrac{DH' - HD'}{HD'} = 2(\cos\vartheta^2 - \sin\vartheta^2) - 1 = \cos\vartheta^2 - 3\sin\vartheta^2 = 1 - 4\sin\vartheta^2$; also $DH = r(1 - 4\sin\vartheta^2)$.

100. Die Entfernung des Mittelpunktes H des Umkreises von der Potenzlinie des Umkreises (Mittelpunkt H und Radius r) und des Brocard'schen Kreises (Mittelpunkt Z und Radius ϱ) zu berechnen.

HH_0 sei die Senkrechte von H auf die Potenzlinie. Da der Brocard'sche Kreis durch H geht, so ist $HH_0 = \dfrac{r^2}{2\varrho} = \dfrac{r\cos\vartheta}{\sqrt{1 - 4\sin\vartheta^2}} = \dfrac{r}{\sqrt{1 - 3\,\text{tg}\,\vartheta^2}}$ (§ 83).

101. (Fuhrmann.) Ist $\triangle$ der Inhalt des Dreiecks ABC, $\triangle_1$ der von $A_1B_1C_1$ und $\triangle_2$ der von $K'_aK'_bK'_c$, wo K'_a, K'_b, K'_c die Fusspunkte der von K auf die Seiten von A, B, C gefällten Senkrechten sind, so ist $\triangle_1 + \triangle_2 = \frac{1}{4}\triangle$.

Ist ϱ der Radius des Brocard'schen Kreises, so ist $\dfrac{\triangle_1}{\triangle} = \dfrac{\varrho^2}{r^2} = \dfrac{1 - 4\sin\vartheta^2}{4\cos\vartheta^2}$ (§ 82) $= \dfrac{1}{4\cos\vartheta^2} - \text{tg}\,\vartheta^2 = \frac{1}{4}\text{tg}\,\vartheta^2 + \frac{1}{4} - \text{tg}\,\vartheta^2 = \frac{1}{4}(1 - 3\,\text{tg}\,\vartheta^2)$. — $KK'_a = A_1S_a = \frac{1}{2} a\,\text{tg}\,\vartheta$; $KK'_b = B_1S_b = \frac{1}{2} b\,\text{tg}\,\vartheta$ und

$KK'_c = \frac{1}{2} c \operatorname{tg}\vartheta$; folglich $\triangle K'_aKK'_b = \frac{1}{8} ab \operatorname{tg}\vartheta^2 \sin\gamma = \frac{1}{4} \triangle \operatorname{tg}\vartheta^2 = \triangle K'_bKK'_c = \triangle K'_cKK'_b$; und mithin $\triangle_2 = \frac{3}{4} \triangle \operatorname{tg}\vartheta^2$. — Folglich $\triangle_1 + \triangle_2 = \frac{1}{4} \triangle$.

102. (Neuberg.) O und O′ sind Brennpunkte einer Ellipse, welche die Seiten des Dreiecks ABC in K_a, K_b, K_c, den Durchschnittspunkten von AK, BK, CK mit den entsprechenden Seiten berührt.

Da O und O′ Winkelgegenpunkte des Dreiecks ABC sind, so sind sie nach § 65 Brennpunkte einer in das Dreieck beschriebenen Ellipse; und zwar wird dieselbe z. B. BC in demjenigen Punkt berühren, dessen Verbindungslinien mit O und O′ mit BC gleiche Winkel bilden. Nun ist $\triangle OBK_a \sim O'CK_a$; denn $\angle OBK_a = O'CK_a = \vartheta$; ferner ist $OB = \frac{c \sin\vartheta}{\sin\beta}$ und $O'C = \frac{b \sin\vartheta}{\sin\gamma}$, also $\frac{OB}{O'C} = \frac{c^2}{b^2} = \frac{BK_a}{CK_a}$ (§ 25). Hieraus folgt, dass $\angle OK_aB = O'K_aC$ und K_a Berührungspunkt ist.

103. Berechnung der Halbachsen a_1 und b_1 der Ellipse.

Sind OO_a und $O'O'_a$ die von O und O′ auf BC gefällten Senkrechten, so ist $OO_a \cdot O'O'_a = b_1{}^2$. Da $OO_a = OB \sin\vartheta = \frac{c \sin\vartheta^2}{\sin\beta}$ und $O'O'_a = O'C \sin\vartheta = \frac{b \sin\vartheta^2}{\sin\gamma}$, so ist $OO_a \cdot O'O'_a = \frac{bc \sin\vartheta^4}{\sin\beta \sin\gamma} = 4r^2 \sin\vartheta^4$, also $b_1 = 2r \sin\vartheta^2$. — Ferner ist $a_1{}^2 = b_1{}^2 + \frac{1}{4} OO'^2$; und da $OO' = 2r \sin\vartheta \sqrt{1 - 4 \sin\vartheta^2}$ (§ 82), so ist $a_1{}^2 = r^2 \sin\vartheta^2$, also $a_1 = r \sin\vartheta$.

Die Projektionen der Brocard'schen Punkte O und O′ auf die Seiten des Dreiecks liegen daher auf einem Kreise, dessen Mittelpunkt S, der Mittelpunkt von OO′, ist und dessen Radius $r \sin\vartheta$ ist.

VI. Über die sechs Kreise, welche sich zu je dreien in den Punkten O und O′ schneiden.

104. (Tarry.) Ist C_2 der Durchschnittspunkt des Kreises HAB und des Brocard'schen Kreises, so geht C_1C_2 durch E, also auch durch den Mittelpunkt von A_1B_1.

L sei der Pol von AB in Bezug auf den Umkreis; an diesen müssen LA und LB Tangenten sein; folglich ist HL Durchmesser des Kreises HAB und mithin $\angle HC_2L = 90^0$. Da HK Durchmesser des Brocard'schen Kreises ist, so ist auch $\angle HC_2K = 90^0$; mithin ist LC_2K eine Gerade. Da nun CL als Verbindungslinie von C mit dem Durchschnittspunkte der an den Umkreis in A und B gelegten Tangenten durch K geht (§ 47), so liegen also L, C, K, C_2 in einer Geraden. Ferner ist $\angle C_2KB_1 = C_2C_1B_1$ und auch (da $KB_1 \parallel CA$) $= KCA$. Da K und E Winkelgegenpunkte des Dreiecks ABC sind, so ist $\angle KCA = ECB$, mithin auch $\angle C_2C_1B_1 = ECB$. Da nun $\triangle ABC \sim A_1B_1C_1$ ist und beide denselben Schwerpunkt E haben, so muss $\angle BCE = B_1C_1E$, also auch $\angle B_1C_1E = B_1C_1C_2$ sein, d. h. C_1EC_2 ist eine Gerade.

105. (Tarry.) Sind A_2, B_2, C_2 die Durchschnittspunkte des Brocard'schen Kreises bez. mit den Kreisen HBC, HCA, HAB, so liegen die Dreiecke $A_1B_1C_1$ und $A_2B_2C_2$ perspektivisch; ihr Projektionscentrum ist E und ihre Kollineationsachse ist senkrecht EZ (Z Mittelpunkt des Brocard'schen Kreises).

Da ebenso wie C_1C_2, auch A_1A_2 und B_1B_2 durch E gehen, so ist E das Projektionscentrum der beiden Dreiecke. — Schneiden sich z. B. A_1C_1 und A_2C_2 in V, so geht die Polare von E durch V, da $A_1C_1A_2C_2$ ein Sehnenviereck und E Diagonalenschnittpunkt desselben ist; und schneiden sich A_1B_1 und A_2B_2 in U, so geht die Polare von E aus demselben Grunde auch durch U; mithin ist die Kollineationsachse UV die Polare von E.

106. (Dewulf.) Sind α_1, β_1, γ_1 die Mittelpunkte der in § 71, 1 erhaltenen Kreise AOC, BOA, COB; und α_2, β_2, γ_2 die Mittelpunkte der Kreise AO'B, BO'C, CO'A, so ist $\triangle\ \alpha_1\beta_1\gamma_1 \cong \alpha_2\beta_2\gamma_2$ und beide $\sim$ ABC.

Da $\beta_1\alpha_1 \perp AO$ und $\beta_1\gamma_1 \perp BO$, so ist $\angle\ \beta_1 = 180^0 - AOB = 180^0 - (180^0 - \beta) = \beta$; ebenso wird bewiesen, dass $\gamma_1 = \gamma$ und $\alpha_1 = \alpha$ ist; also $\triangle\ \alpha_1\beta_1\gamma_1 \sim ABC$. Für $\triangle\ \alpha_2\beta_2\gamma_2$ ergiebt sich ebenso $\alpha_2 = \alpha$, $\beta_2 = \beta$ und $\gamma_2 = \gamma$. — Da $\angle\ A\beta_1B = 2\beta$, so ist im $\triangle\ A\beta_1S_c : A\beta_1 = \frac{c}{2\sin\beta}$ und im $\triangle\ A\alpha_1S_b$ ist $A\alpha_1 = \frac{b}{2\sin\alpha}$; weiter ist $BO = \frac{c\sin\vartheta}{\sin\beta}$ und $AO = \frac{b\sin\vartheta}{\sin\alpha}$, also $A\beta_1 : A\alpha_1 = BO : AO$; da ferner $\angle\ \beta_1A\alpha_1 = 90^0 - \beta + \alpha + 90^0 - \alpha = 180^0 - \beta = BOA$, so ist $\triangle\ \beta_1A\alpha_1 \sim BOA$. Mithin $\alpha_1\beta_1 : A\alpha_1 = c : AO$, also $\alpha_1\beta_1 = \frac{c}{2\sin\vartheta}$. Da man auf ähnliche Weise denselben Ausdruck für $\alpha_2\beta_2$ erhält, so ist $\triangle\ \alpha_1\beta_1\gamma_1 \cong \alpha_2\beta_2\gamma_2$. — Das Ähnlichkeitsverhältnis der beiden Dreiecke ABC und $\alpha_1\beta_1\gamma_1$ ist $\sin\vartheta$.

107. (Dewulf und Stoll.) Die Dreiecke $\alpha_1\beta_1\gamma_1$ und $\alpha_2\beta_2\gamma_2$ sind perspektivisch; ihr Projektionscentrum ist H und die Kollineationsachse fällt mit HK zusammen.

Da $\alpha_1\gamma_2$, $\beta_1\alpha_2$, $\gamma_1\beta_2$ Mittelsenkrechte resp. zu AC, AB, BC sind, so gehen sie durch H. — Der Durchschnittspunkt U der entsprechenden Seiten $\gamma_1\alpha_1$ und $\beta_2\gamma_2$ liegt auf der Kollineationsachse. Da $\gamma_1\alpha_1$ und $\beta_2\gamma_2$ Mittelsenkrechte von resp. OC und O'C sind, so ist U Mittelpunkt des Umkreises von $\triangle$ OO'C und liegt daher auf der Mittelsenkrechten von OO', d. h. auf HK, welche Gerade daher Kollineationsachse ist.

108. (Böklen.) Die sechs in § 104 konstruierten Kreise mit den Mittelpunkten α_1, β_1, γ_1 und α_2, β_2, γ_2, welche sich zu je dreien in O und O' schneiden, schneiden sich zu je zweien noch in drei Punkten; nämlich α_1 und α_2 in A_2, β_1 nnd β_2 in B_2, γ_1 und γ_2 in C_2. Dann sind diese Punkte A_2, B_2, C_2 identisch mit den in § 105 als Durchschnittspunkte des Brocard'schen Kreises mit den Kreisen HBC, HCA, HAB gefundenen.

Ist C_2 wie in § 104 Durchschnittspunkt des Brocard'schen Kreises und des Kreises HAB, ferner L Pol von AB in Bezug auf den Umkreis von ABC, so ist HL Durchmesser des Kreises HAB und LCC_2 eine Gerade. Da $AB \perp HL$, so ist Bogen AL = BL, mithin $\angle\ AC_2C = BC_2C$. Nun ist $\angle\ AHB = 360^0 - 2\gamma$, also auch $AC_2B = 360^0 - 2\gamma$ und $AC_2C = BC_2C = 180^0 - \gamma$. Mithin ist C_2 Durchschnittspunkt des Kreises γ_2, welcher durch A und C geht und BC in C berührt, und des Kreises γ_1, welcher durch B und C geht und AC in C berührt, so dass die Identität beider Punkte nachgewiesen ist.

109. (Böklen.) A_2, B_2, C_2 sind die Brennpunkte von drei Parabeln, von denen jede zwei Seiten von ABC in den Endpunkten der dritten Seite berührt.

Für die Parabel, welche AB in B und AC in C berührt, ist AS_a parallel der Achse und ihre Gegentransversale AK geht durch den Brennpunkt F (§ 60). Ferner muss $\angle\ BFC = 2\alpha$ sein (§ 61); nun ist $\angle\ BA_2C = BHC = 2\alpha$; folglich ist der Durchschnittspunkt von AK mit dem Kreise HBC, also A_2, der Brennpunkt der Parabel.

110. (Böklen.) Ist A_3 der Durchschnittspunkt der Kreise β_1 und γ_2, B_3 der von γ_1 und α_2, C_3 der von α_1 und β_2, so schneiden sich AA_3, BB_3, CC_3 in E und A_3, B_3, C_3 liegen auf einem Kreise, dessen Durchmesser EH' ist (H' Durchschnittspunkt der Höhen von ABC).

$\angle\ BB_3A = 180^0 - \alpha$ und $\angle\ BB_3C = 180^0 - \gamma$; mithin $\angle\ AB_3C = 180^0 - \beta$, daher liegt B_3 auf dem Kreise $AH'C$ (Mittelpunkt M). BB_3 treffe den Umkreis von ABC (Mittelpunkt H) in U und den Kreis $AH'C$ in V. Dann ist $\angle\ B_3AC = B_3BA = UBA$, mithin ist UA, welches Sehne im Kreise M ist, gleich B_3C, welches Sehne im Kreise H ist, denn beide Kreise haben gleiche Radien. Ferner $\angle\ B_3CA = B_3BC = UBC$, also $UC = AB_3$. Folglich ist AB_3CU ein Parallelogramm und BB_3 geht durch den Mittelpunkt S_b von AC, also durch E. Dasselbe gilt für AA_3 und CC_3. — Da $S_bM = HS_b = \frac{1}{2}BH'$, $S_bV = \frac{1}{2}BV$ und $S_bM \parallel BH'$, so ist $H'MV$ eine Gerade und Durchmesser des Kreises M; da B_3 auf diesem Kreise liegt, so ist $\angle\ H'B_3V = 90^0$; und da B_3V mit BS_b zusammenfällt, also durch E geht, so ist auch $\angle\ HB_3E = 90^0$; mithin liegt B_3 auf dem über EH' als Durchmesser beschriebenen Kreise.

111. (Artzt, Dewulf und Stoll.) 1) Die Brocard'schen Punkte des Dreiecks $\alpha_1\beta_1\gamma_1$ sind O und H; die des Dreiecks $\alpha_2\beta_2\gamma_2$ sind H und O'. 2) Z ist der Grebe'sche Punkt sowohl für $\alpha_1\beta_1\gamma_1$, als auch für $\alpha_2\beta_2\gamma_2$.

1) $\angle\ O\alpha_1\beta_1 = A\alpha_1\beta_1 = OAB = \vartheta$; ebenso $\angle\ O\beta_1\gamma_1 = O\gamma_1\alpha_1 = \vartheta$; und $\angle\ H\beta_1\alpha_1 = A\alpha_1\beta_1 = \vartheta$; ebenso $\angle\ H\alpha_1\gamma_1 = H\gamma_1\beta_1 = \vartheta$. Ferner $H\alpha_2\beta_2 = B\beta_2\alpha_2 = O'BA = \vartheta$ u. s. w. $\angle\ O'\beta_2\alpha_2 = B\beta_2\alpha_2 = \vartheta$ u. s. w. 2) $\angle\ OKO' = 180^0 - 2\vartheta$; daher ist OKO' ein gleichschenkliges Dreieck mit dem Basiswinkel ϑ. Da $\triangle$ OZH ebenfalls ein gleichschenkliges Dreieck mit dem Basiswinkel ϑ ist, und O und H die Brocard'schen Punkte des Dreiecks $\alpha_1\beta_1\gamma_1 \backsim ABC$ sind, so ist Z der Grebe'sche Punkt für $\triangle\ \alpha_1\beta_1\gamma_1$. Ähnlich für $\triangle\ \alpha_2\beta_2\gamma_2$.

112. (Artzt und Stoll.) Die Mittelpunkte H, H_1, H_2 der Umkreise von ABC, $\alpha_1\beta_1\gamma_1$ und $\alpha_2\beta_2\gamma_2$ liegen auf einer zu OO' parallelen Geraden und es ist $HH_1 = HH_2$.

$\triangle\ HOO' \backsim H_1OH \backsim H_2HO'$, weil ihre Ecken homologe Punkte der ähnlichen Dreiecke ABC, $\alpha_1\beta_1\gamma_1$ und $\alpha_2\beta_2\gamma_2$ sind (§ 106); also $\angle\ H_1HO = HO'O = HOO'$; daher $HH_1 \parallel OO'$; ebenso $HH_2 \parallel OO'$ und deshalb ist H_1HH_2 eine Gerade. Da $\alpha_1\beta_1\gamma_1 \cong \alpha_2\beta_2\gamma_2$ (§ 106), so ist auch $H_1OH \cong H_2HO'$, also $H_1H = HH_2$.

113. H_1O und H_2O' schneiden sich im Pole D' der Sehne OO' des Brocard'schen Kreises.

Den Punkten H, O, K des Dreiecks ABC entsprechen die Punkte H_1, O, K des Dreiecks $\alpha_1\beta_1\gamma_1$; da nun $\triangle\ ABC \backsim \alpha_1\beta_1\gamma_1$ und $\angle\ HOK = 90^0$, so ist auch $\angle\ H_1OZ = 90^0$; ebenso $\angle\ H_2O'Z = 90^0$; folglich sind H_1O und H_2O' Tangenten am Brocard'schen Kreise und schneiden sich daher im Pole D' von OO' (§ 92).

VII. Über den Tucker'schen Kreis.

Zum Schluss will ich die Eigenschaften eines Kreises mitteilen, welcher mit dem Brocard'schen koncentrisch ist und auf den wohl zuerst Mr. R. Tucker in London im Quarterly Journal of pure and applied Mathematics vol. XIX, No. 76 aufmerksam gemacht hat, obwohl fast gleichzeitig mit ihm auch Herr Stoll in Bensheim, ohne von seinen Arbeiten Kenntnis gehabt zu haben, denselben entdeckt hat. Nach dem Vorschlage von Mr. Tucker wird der Kreis mit Rücksicht auf § 111 Triplicate-ratio circle genannt. Vielfach führt er auch namentlich in englischen Büchern den Namen Tucker'scher Kreis.

Die in den folgenden Sätzen eingeführten Bezeichnungen teile ich gleich an dieser Stelle mit; ausserdem noch einige Relationen, welche bei den folgenden Sätzen gebraucht werden.

BC werde von $\beta_1\gamma_1$ und $\beta_2\gamma_2$ resp. in L_1 und L_2, CA von $\gamma_1\alpha_1$ und $\gamma_2\alpha_2$ in M_1 und M_2, AB von $\alpha_1\beta_1$ und $\alpha_2\beta_2$ in N_1 und N_2 getroffen.

a) Da $\alpha_1\beta_1 \perp AO$, so ist $AN_1 = \frac{AO}{2\cos\vartheta} = \frac{b \operatorname{tg}\vartheta}{2\sin\alpha}$ und $AM_2 = \frac{AO'}{2\cos\vartheta} = \frac{c \operatorname{tg}\vartheta}{2\sin\alpha}$; daher $\frac{AN_1}{AM_2} = \frac{b}{c}$.

b) $\triangle AN_1M_2 \backsim ACB$. Ebenso $\triangle L_1N_2B \backsim L_2M_1C \backsim ABC$; mithin N_1M_2 antiparallel zu BC, L_1N_2 antiparallel zu AC und M_1L_2 antiparallel zu AB.

c) $N_1M_2 = \frac{aAN_1}{b} = \frac{a \operatorname{tg}\vartheta}{2\sin\alpha} = r \operatorname{tg}\vartheta$. Ebenso $L_1N_2 = M_1L_2 = r \operatorname{tg}\vartheta$.

d) $AM_2 = \frac{c \operatorname{tg}\vartheta}{2\sin\alpha}$ und $BL_1 = \frac{c \operatorname{tg}\vartheta}{2\sin\beta}$, daher $\frac{AM_2}{BL_1} = \frac{\sin\beta}{\sin\alpha} = \frac{b}{a}$, also $M_2L_1 \parallel AB$; ebenso $N_2M_1 \parallel BC$ und $L_2N_1 \parallel CA$.

e) Die Entfernung der Parallelen M_2L_1 und AB ist $AM_2 \sin\alpha = \frac{c}{2} \operatorname{tg}\vartheta$; da auch die Punkte C_1 und K von AB dieselbe Entfernung haben, so geht L_1M_2 durch C_1 und K. Ebenso geht M_1N_2 durch A_1 und K, N_1L_2 durch B_1 und K.

f) Werden B_1 und N_1 auf AC projiziert, so ist $B_1N_1 = \frac{b}{2} - AN_1 \cos\alpha = \frac{b}{2} - \frac{b}{2} \operatorname{tg}\vartheta \cot\alpha$ $= \frac{b}{2} \operatorname{tg}\vartheta(\cot\vartheta - \cot\alpha) = \frac{b}{2} \operatorname{tg}\vartheta\ (\cot\beta + \cot\gamma) = \frac{a \operatorname{tg}\vartheta}{2\sin\gamma}$; ferner $L_2K = CM_1 = \frac{a \operatorname{tg}\vartheta}{2\sin\gamma}$. Mithin $L_2K = N_1B_1$; ebenso $M_2K = L_1C_1$ und $N_2K = M_1A_1$.

g) Da $L_2K = CM_1$ und $L_2K = N_1B_1$, so ist $CM_1N_1B_1$ ein Parallelogramm; mithin $\angle AM_1N_1 = ACB_1 = \vartheta$. Ebenso ist $\angle BN_1L_1 = CL_1M_1 = AN_2M_2 = BL_2N_2 = CM_2L_2 = \vartheta$.

114. (Stoll und Tucker.) $L_1, L_2, M_1, M_2, N_1, N_2$ liegen auf einem Kreise, der mit dem Brocard'schen koncentrisch ist und dessen Radius $\frac{r}{2\cos\vartheta}$ ist.

Da $M_1N_2 \parallel BC$ und N_1M_2 antiparallel mit BC, so ist auch N_1M_2 antiparallel mit M_1N_2; folglich liegen $M_1M_2N_1N_2$ auf einem Kreise. Da $M_1M_2N_1L_2$ ein gleichschenkliges Trapez ist, so liegt L_2 auch auf dem Kreise $M_1M_2N_1$; ebenso L_1. — Da nach f) $L_2K = N_1B_1$ ist, und K und B_1 auf dem Brocard'schen Kreise liegen, L_2 und N_1 auf dem Tucker'schen, so sind beide Kreise koncentrisch. — Der Radius des letzteren ist $\frac{N_1M_2}{2\sin AM_1N_1} = \frac{r \operatorname{tg}\vartheta}{2\sin\vartheta} = \frac{r}{2\cos\vartheta}$.

115. (Tucker.) L_1L_2, M_1M_2, N_1N_2 zu berechnen.

$L_1L_2 = a - BL_1 - CL_2 = a - \frac{c \operatorname{tg}\vartheta}{2\sin\beta} - \frac{b \operatorname{tg}\vartheta}{2\sin\gamma}$. Da $\operatorname{tg}\vartheta = \frac{4\triangle}{a^2+b^2+c^2}$ (§ 71 und 37), so ist $L_1L_2 = a - \frac{ac^2}{a^2+b^2+c^2} - \frac{ab^2}{a^2+b^2+c^2} = \frac{a^3}{a^2+b^2+c^2}$. Ähnliche Ausdrücke ergeben sich für M_1M_2 und N_1N_2; daher $L_1L_2 : M_1M_2 : N_1N_2 = a^3 : b^3 : c^3$. Da also L_1L_2, M_1M_2, N_1N_2 proportional den dritten Potenzen der Seiten des Dreiecks ABC sind, so nannte Mr. R. Tucker den Kreis Triplicate-ratio circle.

116. (Stoll.) $\triangle N_1L_1M_1 \cong M_2N_2L_2$ und beide $\backsim$ ABC.

Da $M_1M_2N_1L_2$ ein gleichschenkliges Trapez ist, so ist $M_1N_1 = L_2N_2$; ebenso $L_1M_1 = N_2L_2$ und $L_1N_1 = N_2M_2$. — Ferner $\angle AM_1N_1 = \vartheta$, also $\angle AN_1M_1 = 180^\circ - \alpha - \vartheta$ und $\angle BN_1L_1 = \vartheta$; daher

$\angle M_1N_1L_1 = 180^0 - (180^0 - \alpha - \vartheta) - \vartheta = \alpha$. Ebenso wird bewiesen, dass $\angle N_1L_1M_1 = \beta$ und $\angle L_1M_1N_1 = \gamma$ ist.

117. (Stoll.) Die Dreiecke $L_1M_1N_1$ und $L_2M_2N_2$ sind perspektivisch; das Kollineationscentrum ist K und die Kollineationsachse ist senkrecht zu HK.

Da sich L_1M_2, M_1N_2 und N_1L_2 nach e) in K schneiden, so ist K das Kollineationscentrum. Daher entsprechen sich L_1M_1 und M_2N_2, M_1N_1 und N_2L_2, N_1L_1 und L_2M_2; ihre Durchschnittspunkte seien resp. μ, ν, λ. Da $L_1M_1M_2N_2$ ein Sehnenviereck ist und K der Diagonalenschnittpunkt desselben, so liegt μ auf der Polare von K in Bezug auf den Tucker'schen Kreis; da dasselbe von ν und λ gilt, so ist die Kollineationsachse $\mu\nu\lambda$ die Polare von K, steht also senkrecht auf ZK oder HK.

118. (Stoll.) Die Brocard'schen Punkte des Dreiecks $L_1M_1N_1$ sind O und K, die des Dreiecks $L_2M_2N_2$ sind K und O'.

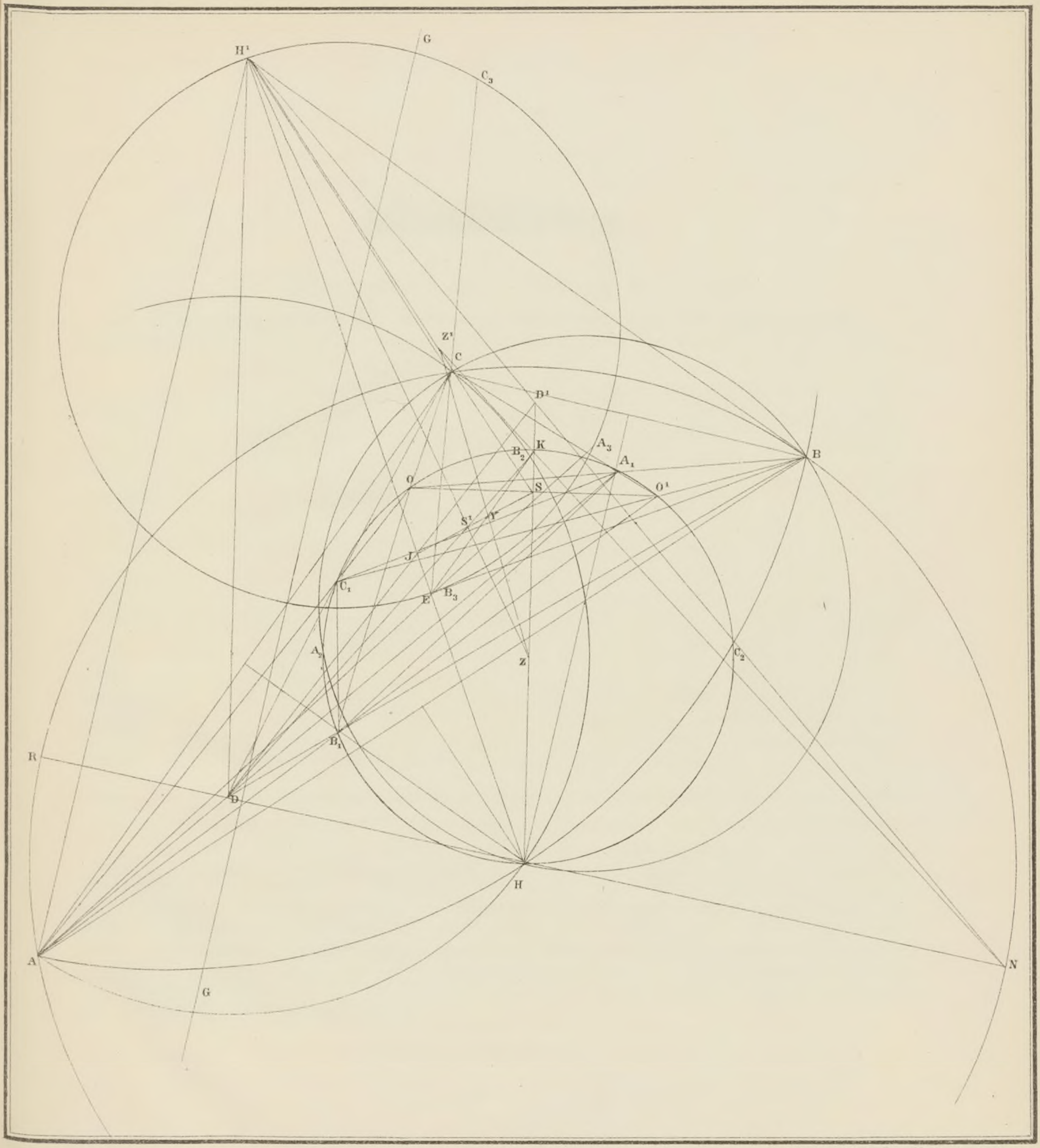
Da $\alpha_1M_1\gamma_1$ Mittelsenkrechte zu CO ist, so ist $\angle M_1OC = OCM_1 = \vartheta$; da ferner $\angle CL_1M_1 = \vartheta$ (g), so ist OM_1CL_1 ein Sehnenviereck, mithin $\angle OL_1M_1 = OCM_1 = \vartheta$. Ebenso wird bewiesen, dass $\angle OM_1N_1 = ON_1L_1 = \vartheta$ ist. — $N_2M_1 \parallel BC$ (d) und geht durch K (e); da nun $\angle CL_1M_1 = \vartheta$ (g), so ist auch $\angle KM_1L_1 = \vartheta$. Ebenso lässt sich zeigen, dass $\angle KN_1M_1 = KL_1N_1 = \vartheta$ ist. Daher sind O und K die Brocard'schen Punkte des Dreiecks $L_1M_1N_1$. Für $L_2M_2N_2$ ähnlich.

119. (Stoll.) Sind K_1 und K_2 die Grebe'schen Punkte der Dreiecke $L_1M_1N_1$ und $L_2M_2N_2$, so ist K_1KK_2 eine Gerade, $HK \perp K_1K_2$, $KK_1 = KK_2$; OK_1 und $O'K_2$ schneiden sich in D', dem Pole der Sehne OO'.

Vom $\triangle$ ABC ist H der Mittelpunkt des Umkreises, O und O' sind die Brocard'schen Punkte; den Grebe'schen Punkt K desselben erhält man als Durchschnittspunkt der Senkrechten auf HO und HO' in O und O'. Da $\triangle L_1M_1N_1 \backsim ABC$, so sind Z, O, K entsprechende Punkte; daher ist K_1 der Durchschnittspunkt der Senkrechten auf ZO und ZK in O und K; K_2 erhält man als Durchschnittspunkt der Senkrechten auf ZK und ZO' in Z und O'; mithin ist K_1KK_2 eine Gerade und $ZK \perp K_1K_2$. Wegen der symmetrischen Lage zu ZK ist $KK_1 = KK_2$. Da $OK_1 \perp ZO$ und $O'K_2 \perp ZO'$, so sind OK_1 und $O'K_2$ Tangenten am Brocard'schen Kreise und scheiden sich daher im Pol D' der Sehne OO' (§ 92).

Da der mir für die Arbeit gewährte Raum erschöpft ist, so muss ich hier abbrechen. Hoffentlich ist es mir möglich, den Schluss, namentlich die Sätze des Herrn Brocard über die gleichseitige Hyperbel der neun Punkte und die Verallgemeinerungen des Herrn Artzt später zu veröffentlichen.

Stettin, im März 1887.



Lith. v. Wilhelm Prutz Nachfgr in Stettin.

FIGUR

ZUM BROCARD'SCHEN KREISE.

Schulnachrichten.

I. Allgemeine Lehrverfassung der Schule.

1. Übersicht über die Lehrgegenstände und Stundenzahlen.

	OI.	UI.	OII.	UII.		OIII.		UIII.		IV.		V.		VI.		Sm.	Vorschulklasse						Sm.
				O.	M.	O.	M.	O.	M.	O.	M.	O.	M.	O.	M.		1 O.	1 M.	2 O.	2 M.	3 O.	3 M.	
Religion	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	3	3	32	2	2	2	2	2	2	12
Deutsch	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	45	8	8	8	8	12	12	56
Latein	5	5	5	5	5	6	6	6	6	7	7	7	7	8	8	93	—	—	—	—	—	—	—
Französisch	4	4	4	4	4	4	4	4	4	5	5	5	5	—	—	56	—	—	—	—	—	—	—
Englisch	3	3	3	3	3	4	4	4	4	—	—	—	—	—	—	31	—	—	—	—	—	—	—
Geschichte	3	3	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	28	—	—	—	—	—	—	—
Geographie	—	—	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	23	1	1	—	—	—	—	2
Mathematik u. Rechnen	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	4	4	5	5	73	6	6	5	5	4	4	30
Physik	3	3	3	3	3	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	15	—	—	—	—	—	—	—
Chemie	2	2	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	6	—	—	—	—	—	—	—
Naturgeschichte	—	—	—	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	24	—	—	—	—	—	—	—
Schreiben	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	2	2	2	2	8	4	4	4	4	mit Deutsch.		16
Zeichnen	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	30	—	—	—	—	—	—	—
Summa	32	32	32	32	32	32	32	32	32	30	30	30	30	28	28	464	21	21	19	19	18	18	116

Ausserdem wurden im Sommer in grösseren Abteilungen 10, im Winter in kleineren 12 Turnstunden erteilt, so dass im Sommer jeder Schüler der Hauptschule $2^1/_2$, im Winter 2 Turnstunden hat. Die 1. und 2. Vorschulklasse hatte je 2 Turnstunden. — Zum Gesang sind die Schüler der Ober- und Mittelklassen und ausgewählte Quartaner zu einem Chore vereinigt; jede Stimme hat 1 St. Einzelübung, alle 4 eine Chorstunde. Die Quarten, Quinten und Sexten haben je 2, die ersten Vorschulklassen je 1 Singstunde. — Für die Schüler beider Primen ist ein facultativer Unterricht von 2 wöchentlichen Stunden zu praktischen Übungen im chemischen Laboratorium eingerichtet. Unter Hinzurechnung aller dieser Stunden werden in der Vorschule wöchentlich 122, in der Hauptschule während des Sommers 487, im Winter 489, in der Gesammtanstalt während des Sommers 609, im Winter 611 Unterrichtsstunden erteilt.

2. a) Übersicht über die Verteilung der Stunden unter die Lehrer im Sommersemester 1886.

	Lehrer.	Ordin.	OI.	UI.	OII.	UIIO.	UIIM.	OIIIO.	OIIIM.	UIIIO.	UIIIM.	IVO.	IVM.	VO.	VM.	VIO.	VIM.	Vorschulklassen: 1. O.	1. M.	2. O.	2. M.	3. O.	3. M.	Summa.
1.	Fritsche, Direktor.	OI.	3 Dtsch. 4 Franz.	3 Dtsch.																				10
2.	Prof. Dr. Claus, 1. Oberl.	UI.	3 Engl.	4 Franz. 3 Engl.	4 Franz.	4 Franz.																		18
3.	Prof. Dr. Lieber, 2. Oberl.		5 Math.	5 Math.	5 Math.		5 Math.																	20
4.	Prof. Dr. Schönn, 3. Oberl.	OII.	3 Phys. 2 Chem.	3 Phys. 2 Chem.	3 Phys. 2 Chem.	2 Natb.																		17
5.	Dr. Reyher, 4. Oberl.	UIIM.					2 Relig. 4 Franz. 3 Engl.		4 Franz. 4 Engl.															17
6.	Sauer, 5. Oberl.					5 Math.		5 Math. 2 Natg.		2 Natg.		5 Math. 2 Natg.												21 +5 Turn.
7.	Dr. Meyer, 6. Oberl.						3 Gesch. u. Geogr.	3 Dtsch. 4 Gesch. u. Geogr.			4 Gesch. u. Geogr			3 Gesch. u. Geogr.		3 Gesch. u. Geogr.								20
8.	Koch, 7. Oberl.	UIIO.	5 Latein.		3 Dtsch. 5 Latein.	3 Dtsch. 5 Latein.																		21
9.	Dr. Schulz, 1. ord. L.	UIIIO.				3 Engl.		4 Engl.		4 Engl. 4 Franz. 5 Math.														20
10.	Schäffer, 2. ord. L.	IVO.									2 Relig.	2 Relig. 3 Dtsch. 5 Franz.			2 Relig. 3 Gesch. u. Geogr.									17 +5 Turn.
11.	Heyse, 3. ord. L.	OIIIO.	2 Relig.	2 Relig.	2 Relig.	2 Relig.		2 Relig. 6 Latein		6 Latein														22
12.	Fischer, 4. ord. L.	IVM.					3 Dtsch. 5 Latein.						7 Latein. 5 Franz.											20
13.	Dr. Wisotzki, 5. ord. L.	OIIIM.	3 Gesch. u. Geogr.	3 Gesch. u. Geogr.	3 Gesch. u. Geogr.	3 Gesch. u. Geogr.			6 Latein. 4 Gesch. u. Geogr.															22
14.	Ulich, 6. ord. L.	UIIIM.		5 Latein.							3 Dtsch. 6 Latein	7 Latein.												21
15.	Thiele, 7. ord. L.	VM.							2 Relig. 3 Dtsch.	3 Dtsch. 4 Gesch. u. Geogr.					3 Dtsch. 7 Latein.									22
16.	Dr. Höfer, 8. ord. L.	VO.												2 Relig. 3 Dtsch. 7 Latein.		8 Latein.								20
17.	Bahlmann, 9. ord. L.	VIM.								2 Relig.			2 Relig. 3 Dtsch.				3 Relig. 3 Dtsch. 8 Latein.							21
18.	Kant, Elementarlehrer.												2 Natb.	2 Natb. 2 Schr.	2 Natb.	3 Relig. 3 Dtsch. 5 Rechn. 2 Schr.	2 Schr.							23
19.	Pahl, W. H. L.							4 Franz.			4 Engl.	4 Gesch. u. Geogr.	4 Gesch. u. Geogr.	5 Franz.										21
20.	Gülzow, W. H. L.		2 chem. Labor.				3 Phys. 2 Natb.		5 Math. 2 Natb.		5 Math. 2 Natb.													21
21.	Köhler, W. H. L.					3 Phys.					4 Franz.													7
22.	Loth, Cand. prob.				3 Engl.										5 Franz.									8
23.	Tank, Cand. prob.												5 Math.	4 Rechn.										9
24.	Maler Geyer, Zeichenlehrer.		2 Zeichn.	2 Zeichn.	2 Zeichn.	2 Zeichn.	2 Zeichn.	2 Zeichn.	2 Zeichn.	2 Zeichn.	2 Zeichn.	2 Zeichn.	2 Zeichn.		2 Zeichn.									24
25.	Lehmann, Gesanglehrer.		5 Gesang. (1 St. Übung jeder Stimme, 1 Gesamtchor.)																					5
26.	Hagewald, 1. Vorsch-L.	V.-Kl. 1 O.													4 Rechn.			21 1 Gesang.						26
27.	Lüdemann, 2. Vorsch.-L.	V.-Kl. 1 M.															5 Rechn.		21					26
28.	Kantzenbach, 3. Vorsch.-L.	V.-Kl. 2 M.												2 Zeichn.		2 Zeichn.	2 Zeichn.				20			26
29.	Bootz I., 4. Vorsch.-L.	V.-Kl. 2 O.										2 Gesang.		2 Gesang.		2 Gesang.				20				26
30.	Bootz II., 5. Vorsch.-L.	V.-Kl. 3 M.													2 Schr.			2 Turn.		2 Turn.			18	24
31.	Backhaus, 6. Vorsch.-L.	V.-K. 3 O.														2 Natb.	3 Gesch. u. Geogr. 2 Natg.					18		25

Bem. Nach dem Abgange des Herrn Köhler wurden seine Stunden von den Herren Schönn und Schäffer erteilt.

b) Übersicht über die Verteilung der Stunden unter die Lehrer im Wintersemester 1886/87.

	Lehrer.	Ordin.	OI.	UI.	OII.	UIIO.	UIIM.	OIIIO.	OIIIM.	UIIIO.	UIIIM.	IVO.	IVM.	VO	VM.	VIO.	VIM.	Vorschulklassen:						Summa.
																		1. O.	1. M.	2. O.	2. M.	3. O.	3. M.	
1.	Fritsche, Direktor.	OI.	3 Dtsch. 4 Franz.	3 Dtsch.																				10
2.	Prof. Dr. Claus, 1. Oberl.	UI.	3 Engl.	4 Franz. 3 Engl.	4 Franz.	4 Franz.																		18
3.	Prof. Dr. Lieber, 2. Oberl.		5 Math.	5 Math.	5 Math.																			15
4.	Prof. Dr. Schönn, 3. Oberl.	OII.	3 Phys. 2 Chem.	3 Phys. 2 Chem.	3 Phys. 2 Chem.	3 Phys. 2 Natb.																		20
5.	Dr. Reyher, 4. Oberl.	UIIM.			3 Engl.		2 Relig. 4 Franz. 3 Engl.		4 Franz. 4 Engl.															20
6.	Sauer, 5. Oberl.		2 chem. Laborat.				3 Phys. 2 Natb.	5 Math. 2 Natb.	2 Natb.	2 Natb.	2 Natb.													20 + 6 Turn.
7.	Dr. Meyer, 6. Oberl.						3 Gesch. u. Geogr.	3 Dtsch. 4 Gesch. u. Geogr.			4 Gesch. u. Geogr.			3 Gesch. u. Geogr.		3 Gesch. u. Geogr.								20
8.	Koch, 7. Oberl.	UIIO.	5 Latein.		3 Dtsch. 5 Latein.	3 Dtsch. 5 Latein.																		21
9.	Dr. Schulz, 1. ord. L.	UIIIO.				3 Engl.		4 Engl.		4 Franz. 4 Engl. 5 Math.														20
10.	Schäffer, 2. ord. L.	IVO.									2 Relig. 4 Franz.	2 Relig. 3 Dtsch. 5 Franz.		2 Relig. 3 Gesch. u. Geogr.										21 + 6 Turn.
11.	Heyse, 3. ord. L.	OIIIO.	2 Relig.	2 Relig.	2 Relig.	2 Relig.		2 Relig. 6 Latein.		6 Latein.														22
12.	Fischer, 4. ord. L.	IVM.					3 Dtsch. 5 Latein.						7 Latein. 5 Franz.											20
13.	Dr. Wisotzki, 5. ord. L.	OIIIM.	3 Gesch.	3 Gesch.	3 Gesch. u. Geogr.	3 Gesch. u. Geogr.			6 Latein. 4 Gesch. u. Geogr.															22
14.	Ulich, 6. ord. L.	UIIIM.		5 Latein.							3 Dtsch. 6 Latein.	7 Latein.												21
15.	Thiele, 7. ord. L.	VM.							2 Relig. 3 Dtsch.	3 Dtsch. 4 Gesch. u. Geogr.					3 Dtsch. 7 Latein.									20
16.	Dr. Höfer, 8. ord. L.	VO.												3 Dtsch. 7 Latein.		3 Dtsch. 8 Latein.								21
17.	Bahlmann, 9. ord. L.	VIM.								2 Relig.			2 Relig. 3 Dtsch.				3 Relig. 3 Dtsch. 8 Latein.							21
18.	Kant, Elementarlehrer.	VIO.											2 Natb.	2 Relig. 2 Natb. 2 Schr.	2 Natb.	3 Relig. 5 Rechn. 2 Natb. 2 Schr.	2 Natb.							24
19.	Pahl, W. H. L.	.						4 Franz.			4 Engl.	4 Gesch. u. Geogr.	4 Gesch. u. Geogr.	5 Franz.										21
20.	Laupert, W. H. L.					5 Math.			5 Math.		5 Math.													15
21.	Tank, Cand. prob.						5 Math.					5 Math. 2 Natb.												12
22.	Fauser, Cand. prob.												5 Math.	4 Rechn.										
23.	Maler Geyer, Zeichenlehrer.		2 Zeichn.	2 Zeichn.	2 Zeichn.	2 Zeichn.	2 Zeichn.	2 Zeichn.	2 Zeichn.	2 Zeichn.	2 Zeichn.	2 Zeichn.	2 Zeichn.	2 Zeichn.										24
4.	Lehmann, Gesanglehrer.		5 Gesang; (1 St. Übung jeder Stimme, 1 Gesammtchor.)																					5
25.	Hagewald, 1. Vorsch.-L.	V.-Kl 1 O.													4 Rechn.			21 1 Gesang.						26
26.	Lüdemann, 2. Vorsch.-L.	V.-Kl. 1 M.															5 Rechn.		21					26
27.	Kantzenbach, 3. Vorsch.-L.	V.-Kl. 2 M.													2 Zeichn.	2 Zeichn.	2 Zeichn.				20			26
28.	Bootz I., 4. Vorsch.-L.	V.-Kl. 2 O.										2 Gesang.		2 Gesang.		2 Gesang.				20				26
29.	Bootz II., 5. Vorsch.-L.	V.-Kl. 3 M.													2 Schr.		2 Schr.	2 Turn.		2 Turn.			18	26
30.	Backhaus, 6. Vorsch.-L.	V.-Kl. 3 O.													5 Franz.		3 Gesch. u. Geogr.					18		26

Bem. Nach dem Abgange des Herrn Laupert wurden seine Stunden an die andern Fachlehrer verteilt.

3. Übersicht über die im Schuljahre 1886/87 erledigten Lehrabschnitte.

Da dieselben bis auf die gelesenen Schriftsteller und die Aufsätze mit der vorjährigen übereinstimmen, und es wünschenswert ist, den Anschlag der Druckkosten nicht zu überschreiten, werden dieses Mal nur die Abweichungen vom vorigen Jahresbericht mitgeteilt. Die Ordinariate und Stundenverteilung sind aus dem Abschnitt I, 2 a und b zu ersehen.

Oberprima.

Deutsch: Einige Begriffe der empirischen Psychologie im Anschluss an Abschnitte aus Kant's Anthropologie. Göthe und Schiller. Die Gattungen und Formen des Dramas im Anschluss an deutsche, französische, englische und antike Muster. Freie Vorträge nach der Privatlektüre. Dispositionsübungen. Aufsätze: *1) Welche Temperamente lassen sich an den Personen des Kaufmanns von Venedig erkennen? 2) Ist König Oedipus eine Schicksalstragödie? 3) Was heisst Charakter? (Klausur.) 4) Vergleich der solonischen und lykurgischen Verfassung (Abiturientenaufsatz). 5) Leichter Sinn und Leichtsinn. 6) Hauptinhalt der ersten 6 Stücke des Laokoon. 7) Ophelia und Chimène nach Schicksal und Charakter verglichen. 8) Welche Zeit nimmt die Handlung des Hamlet in Anspruch? 9) Hermann und Dorothea und Vossens Luise nach Form und Inhalt verglichen. (Abiturienten- und Klausur-Arbeit). 10) In wie weit befolgt Corneille im Cid die Regel von den drei Einheiten?* **Latein:** Gelesen Horaz' Oden, Cic. in Cat. II, Livius (curs.), Tac. Germ. **Französisch:** Gelesen Descartes, Discours de la méthode; Molière, Femmes savantes und Misanthrope. Mirabeau's Reden. Le Cid. Aufsätze: *1) Etant donnés le rayon et l'apothème d'un polygone régulier, calculer le rayon et l'apothème d'un polygone régulier isopérimètre d'un nombre de côtés double. 2) La Poméranie pendant la guerre d'indépendance. 3) Mil huit cent treize. 4) Macbeth, conte d'après Shakespeare. 5a) La circulation du sang de l'homme (Abiturienten-Aufsatz). b) Les cent jours (Klausur). 6) La pragmatique sanction. 7) Le Cid historique. 8) L'expédition d'Égypte. 9) La guerre de sept ans entre la France et l'Angleterre. 10) Henri l'Oiseleur (Abiturienten- und Klausur-Arbeit).* **Englisch:** Gelesen Macbeth, Othello und Macaulay Hist. I. **Mathematik:** Abiturienten-Aufgaben Michaelis 1886: *1) Wie tief sinkt eine Holzkugel, deren Radius 1 und deren specifisches Gewicht 0,5736 ist, in Wasser ein? 2) Am 20. Juli ist die Deklination der Sonne $20^0\ 36'$ nördlich. Wann geht sie in Stettin, dessen geographische Breite $53^0\ 25'$ beträgt, an diesem Tage auf und wie hoch steht sie um Mittag? 3) Ein Trapez ABCD zu konstruieren aus den beiden nicht parallelen Seiten $BC = b$ und $AD = d$, dem Durchnittspunkte G derselben, dem Diagonalenschnittpunkt E und dem Mittelpunkt H von AB. 4) Den geometrischen Ort für die Mittelpunkte der Kreise zu bestimmen, welche zwei gegebene Kreise K und K' mit den Radien r und r', deren Centrale a ist, rechtwinklig schneiden.* Ostern 1887: *1) x, y, z zu berechnen aus $x^3 - 21 = y^3 - 2 = z^3 + 5 = xyz$. 2) Die fehlenden Seiten und Winkel eines Sehnenvierecks zu berechnen aus zwei gegenüberliegenden Seiten a und c, der Summe der Diagonalen $e + f$ und dem den gegebenen Seiten gegenüberliegenden Diagonalenwinkel ε. Zahlenbeispiel: $a = 8{,}6602$; $c = 5$; $e + f = 19{,}245$; $\varepsilon = 90^0$. 3) Auf eine Ebene sind drei gleich grosse Kugeln, deren Radius ϱ ist und welche sich gegenseitig berühren, gelegt; auf denselben liegt eine vierte ebenso grosse Kugel, welche die drei anderen berührt. Um diese vier Kugeln ist nun ein gerader Kegel so konstruiert, dass die drei unteren Kugeln seine Grundfläche und den Mantel berühren, die obere nur den Mantel berührt. Der Radius r der Grundfläche, die Seitenlinien s und die Höhe h des Kegels sind zu berechnen. 4) Gegeben ist die Gerade $L \equiv x = 0$ und der Kreis $K \equiv (x-a)^2 + y^2 = r^2$. Gesucht wird der Ort für die Mittelpunkte der Kreise, welche L und ausserdem K einschliessend berühren.* — **Physik:** Abiturienten-Aufgaben Mich. 1886: *1) Auf einen kleinen Körper, der zu einem bestimmten Zeitpunkte, von dem ab die Zeit gerechnet werden soll, eine horizontale Geschwindigkeit c hat, wirkt von diesem Zeitpunkte an, die Schwerkraft ein. Welches sind die Koordinaten, x, y, des Punktes der Bahn, in welchem sich der Körper nach t Sekunden befindet? Wie gross ist seine Geschwindigkeit und welche Richtung hat er in diesem Punkte? Welche Gleichung besteht zwischen den Koordinaten x und y eines beliebigen Pnnktes der Bahn, und welche Gestalt hat die Bahn? 2) Bei einem Gregoryschen Fernrohre besitze der Spiegel einen Krümmungsradius von 96 cm, der kleinere einen solchen von 3,8 cm; die optischen Mittelpunkte beider Spiegel seien 50 cm von einander entfernt. Wenn nun das Fernrohr nach einem Sterne hin gerichtet wird, in welcher Entfernung vom Mittelpunkte des Spiegels entsteht dann das von dem kleineren Spiegel entworfene Bild des Sternes?* Ostern 1887: *1) Ein Körper wird in einer Richtung geworfen, die mit dem Horizont den Winkel α bildet. Bei welcher Grösse dieses Winkels wird die Wurfweite* *am grössten sein? Wie gross ist die Wurfhöhe für diesen bestimmten Werth von α, und welche einfache Beziehung findet in diesem Falle zwischen Wurfweite und Wurfhöhe statt? 2) Der brechende Winkel eines Glasprismas sei 60^0. In der Ebene eines auf seiner Kante senkrechten Schnittes falle ein Lichtstrahl (Brechungsexponent $n = 1{,}5$) auf dasselbe, der mit dem Einfallslothe einen Winkel von 50^0 bildet. Unter welchem Winkel wird dieser Strahl aus dem Prisma austreten?*

Unterprima.

Deutsch: Übersicht der älteren Literatur, besonders Nibelungen und Walther. Literatur von Luther bis Lessing. Erklärung einzelner Oden Klopstock's und des Nathan. Privatim Ilias, Dramen von Schiller und Göthe. Freie Vorträge, Lernen einzelner Oden. Dispositionsübungen im Anschluss an einige Elemente der Logik. Aufsätze: *1) Das Meer trennt und verbindet die Länder. 2) Das Wesen und die Arten des Handels. 3) Der Einfluss des kaufmännischen Berufs auf Charakter und Neigung. (Klausur.) 4) Wer am Wege baut, hat manchen Meister. 5) Vorgethan und nachbedacht hat manchen in gross Leid gebracht. 6) De mortuis nil nisi bene. 7) Philotas, eine Erzählung nach Lessing. 8) Der Ehrbegriff Tellheim's. 9) Klopstock's Ode Der Zürchersee nach Form und Inhalt. (Klausur.) 10) Hauptinhalt der Abhandlung über die Fabel von Lessing.* **Latein:** Gelesen Virg. Aen. IX und II. Cic. in Verr. IV. Liv. XXIV. **Französisch:** Aufsätze: *1) Cicéron. 2) La mort de César. 3) Charles I d'Angleterre. 4) Les guerres de Louis XIV. 5) La guerre de la succesion de l'Espagne. (Klausur.) 6) André Chenier. 7) Frédéric-Guillaume, le Grand Électeur. 8) Les environs de Stettin. 9) Platon. 10) Vie d' Ésope.* **Englisch:** Gelesen Merchant und Richard II. Dickens' Sketches. **Geschichte:** Neben der römischen Gesch. wurde die französische und englische des Mittelalters erweitert und wiederholt.

Obersekunda.

Deutsch: Ilias. Hermann und Dorothea. Nibelungen. Egmont. Götz. Schillersche und Göthesche Ged. Vorträge. Dispositionen. Aufsätze: *1) Prosa und Poesie. 2) Was können wir über die Vorgeschichte der Ilias aus dem Gedichte selbst entnehmen? 3a) Der Inhalt der Thersites-Episode. b) Weshalb konnte Homer, abweichend von seinem sonstigen Gebrauche, den Thersites körperlich schildern? c) Wie hat Homer es verstanden, uns die Thersites-Episode ergötzlich zu machen? 4a) Homerisches in Hermann und Dorothea in Bezug auf den Inhalt; b) in Bezug auf die Form. 5) (Klausur.) Die Episode zwischen Hector und Andromache. 6) Wo viel Licht ist, ist viel Schatten. 7) Welche Bedeutung hat Oranien in Göthes Egmont für das Stück? 8) Entspricht Göthes Egmont den Anforderungen der Aristotelischen Definition von der Tragödie? 9a) Die Handlung der Odyssee. b) Die Handlung der Ilias. c) Vergleichung zwischen dem Aufbau der Handlungen in Ilias und Odyssee. 10) Die Hauptarten der epischen Dichtung in gebundener Rede. 11) Wie ist das Verhalten des Achilles gegen Hector (Il.) zu beurteilen? 12) Wie ist in den ersten Gesängen des Nibelungenliedes die Ermordung Siegfrieds vorbereitet? (Klausur.)* **Latein:** Gelesen: Virg. Aen. IV.; Liv. XXI. **Französisch:** Aufsätze: *1) Le règne de Charlemagne. 2) Causes de la guerre de Napoléon avec la Russie en 1812. 3) Jean-Christophe-Frédéric Schiller. 4) Othon le Grand.* **Englisch:** Gelesen S. Scott's Quentin Durward. W. Irving's Sketchbook.

Untersekunda O.

Deutsch: Odyssee. Cid. Tell. Jungfrau v. Orl. Gedichte. Vorträge. Dispositionen. Aufsätze: *1) Welche Vorstellung hatten die homerischen Griechen von der Welt? 2) Wie stellen die beiden ersten Gesänge der Odyssee die Zustände in Ithaka dar? 3) Wie schildert Homer im 4. Ges. der Od. den Menelaus und sein Haus? 4a) Nausikaa, eine Charakterschilderung. b) Wie giebt uns Homer eine Anschauung von der körperlichen Erscheinung der Nausikaa? 5) Erzählung nach Ovid (Perseus und Andromeda. Daedalus und Ikarus. Niobe. Orpheus und Eurydice.) 6) Die Kunst des Gesanges im Homer (Odyssee). 7) Johannas Berufung und erstes Auftreten am Königl. Hofe (Schillers Jungfr. v. Orl.) 8a) Darstellung der Schweizer-Handlung; b) der Rudenz-Handlung; c) der Tell-*

Handlung; d) Wie vereinigen sich die drei Handlungen in Wilh. Tell? 9) Der Sturm auf Gergovia (Cäs. b. g. B. 7). 10) Johannas Läuterung und Verklärung (Jungfr. v. Orl.) 11) Walther Tell erzählt seiner Mutter die Vorgänge der Schuss-Scene (Indir. Rede). 12) Der letzte Kampf vor Alesia (nach Cäs. B. G. 7) (Klausur). **Latein:** Lehre vom Infinitiv, Acc. c. Inf., ut, quo quominus, quin, quod. Tempora. Consecutio. Gelesen: Cäs. B. G. VII, Ovid. Met. Perseus und Andromeda. Orpheus und Eurydice. Daedalus und Icarus. Niobe. **Französisch:** Gelesen: Souvestre, au Coin du Feu.

Untersekunda M.

Deutsch: Odyssee (Nostos); Jungfrau; Tell; Minna; Schillersche und Göthische Gedichte. Vorträge; Dispositionsübungen. Aufsätze: *1) Worin gleichen die homerischen Götter den Menschen, worin nicht? 2) Land und Volk der Phäaken (Odyssee VII). 3) Schillers Taucher und Uhlands Blinder König (Vergl.) 4) Wie erklärt sich nach Schillers Darstellung die begeisterte Aufnahme Johanna d'Arcs im Hoflager zu Chinon? 5) Wie kommt es nach Schiller, dass Thibaut d'Arc seine eigne Tochter anklagt und diese auf seine Anklage nichts erwidert? 6) Lage und Stimmung der Eidgenossen nach Tell I. 7) Cäsars Verfahren gegen Dumnorix zu erklären und zu beurteilen. 8) Tells Apfelschuss in seinen Ursachen und Folgen (nach Schiller). 9) Verbindung der drei Scenenreihen in Schillers Tell. 10) Schillers Siegesfest nach Inhalt und Gedankengang. 11) Göthes Sänger, Schillers Graf v. Habsburg und Uhlands Des Sängers Fluch zu vergl. nach Ort, Personen, Wirkung des Gesanges und Grundgedanken. 12) Das Verfahren der Legaten Cotta und Sabinus bei dem Überfall ihres Winterlagers durch Ambiorix (nach B. G. V., 26—37) (Klausur).* **Latein:** Gelesen: Cäsars B. G. IV—VI. Ovid. Metam. (Ceres und Proserpina; lycische Bauern; Jason und Medea).

II. Mitteilungen aus den Verfügungen der Behörden.

1886, 17. Juni. Kgl. Provinzial-Schul-Kollegium teilt einen Ministerial-Erlass mit, welcher Anweisungen über Schülerausflüge enthält. Hiernach ist, abgesehen von solchen Ausflügen, welche dem lehrplanmässigen Unterricht dienen, wie z. B. dem in der Pflanzenkunde, die Teilnahme der Schüler daran eine freiwillige. Sonn- und Feiertage sind nicht dazu zu verwenden, es kann aber ein ganzer Schultag oder zwei Nachmittage dazu im Jahre freigegeben werden. Für längere Ausflüge ist die vorherige Genehmigung des Kgl. Prov.-Schul-Kollegii erforderlich.

26. Juni. Dasselbe genehmigt die unter dem 25. März eingereichte neue Schulordnung. Diese wird im nächsten Etatsjahre zum Abdrucke gelangen.

30. Juni. Magistrat hat beschlossen, die beiden Primen wegen verringerter Schülerzahl zu vereinigen und dem Wiss. Hilfslehrer Gülzow seine Beschäftigung an der Friedrich-Wilhelms-Schule gekündigt, um ihn in gleicher Eigenschaft an das andere städtische Realgymnasium zu versetzen.

12. November. Kgl. Prov.-Schul-Kollegium setzt die Ferien für 1887 wie folgt fest: Ostern: 30. März bis 14. April, Pfingsten: 27. Mai bis 2. Juni, Sommer: 5. Juli bis 3. August, Herbst: 28. September bis 13. Oktober, Weihnachten: 21. Dezember bis 5. Januar. Der erstgenannte Tag ist immer der des Schulschlusses, der zweite der des Schulanfangs, beide also von den Ferien ausgeschlossen.

13. November. Dasselbe ordnet an, dass in den fünf höheren Lehranstalten Stettins die vorgeschriebenen Maximalzahlen von 50 Schülern für die Vorschulklassen, Sexta und Quinta, von 40 für Quarta und Tertia, von 30 für Sekunda und Prima durch Neuaufnahmen nicht zu überschreiten sind, da durch 5 Anstalten, von denen 4 mit Wechselcöten ausgestattet sind, für das Bedürfnis hinreichend gesorgt ist.

1887, 24. Januar. Magistrat hat beschlossen, die beiden untersten Vorschulklassen wieder zu vereinigen und den Lehrer Backhaus an eine andere Schule zu versetzen.

III. Chronik der Schule.

Zur Chronik des Vorjahres ist in Folge des lange nach Druck des Programms XLVI erfolgten Schlusses noch Einiges nachzuholen.

Am 31. März wurden die Abiturienten in öffentlicher Feier entlassen, wobei der Abiturient Behne über Schuld und Strafe, Oberprimaner Thunig über Verdienst und Lohn, der Unterzeichnete über Arbeit und Genuss sprach.

Am 9. April führte der Schülerchor unter Leitung des Herrn Lehmann ein Konzert aus, das eine Auswahl aus Händel's Messias brachte. Die Soli waren von Frl. Below, Frau Gardeike, den Herren Franz Mützell und Schröder gütigst übernommen. Zur Begleitung (Flügel und Streichquartett) vereinigten sich mit dem uns von jeher freundlich gesinnten Herrn Rust die Herren Lehrer Rohde und Polizeisekretair Höhne, sowie der Primaner Höhne und zwei Regimentsmusiker. Die Männerstimmen wurden durch einige Kollegen und Herren vom Nicolai-Kirchenchor verstärkt. Das Konzert errang den Beifall des Publikums und eine willkommene Beisteuer zu unserer Unterstützungskasse. S. Abschnitt VI, 5.

Am 10. April schloss das lange Semester, dessen Unterricht durch den Abgang vieler Schüler, die am 1. April die Schule verliessen, um in einen Beruf einzutreten, schliesslich sehr gestört wurde.

Das neue Schuljahr begann am 29. April mit der Vorstellung der neuaufgenommenen Schüler und des neueintretenden Probandus Herrn Friedrich Tank, der, am 29. Juli 1860 zu Grabow geboren, Abiturient unserer Schule von Ostern 1880, in Halle das Zeugnis pro fac. doc. am 20. Dezember 1884 erworben, darauf aber zunächst seiner Militärpflicht genügt hatte. An Stelle des freiwilligen Hilfslehrers Herrn Tamss, der eine wissenschaftliche Hilfslehrerstelle am Realprogymnasium zu Stargard i. Pom. übernahm, trat Herr Köhler, der Ostern sein Probejahr vollendet hatte. Herr Köhler blieb jedoch nur bis Mitte August, wo er zur Übung einberufen wurde. An seine Stelle trat Michaelis als freiwilliger Hilfslehrer Herr Laupert, der am 30. Okt. 1860 zu Neustadt a. Orla geboren, vom Realgymnasium zu Gera Ostern 1880 entlassen, am 22. November 1884 das Zeugnis pro fac. doc. erworben und seit Ostern 1885 am Realgymnasium zu Greifswald gewirkt hatte. Zu derselben Zeit verliess uns zu allseitigem Bedauern nach 2½jähriger Thätigkeit an unserer Schule der Wiss. Hilfslehrer Herr Gülzow, der sich die Zuneigung der Kollegen und Schüler in hohem Grade erworben hatte, um eine gleiche Stellung am andern städtischen Realgymnasium einzunehmen. Zu gleicher Zeit ging nach Beendigung seines Probejahres Herr Loth ab, der ebenfalls an genannter Anstalt Beschäftigung fand. Dagegen trat Herr Wilh. Fauser als Probandus ein; derselbe am 28. November 1860 zu Barth geboren, Mich. 1880 vom Realgymnasium zu Stralsund mit dem Zeugnis der Reife entlassen, hat am 1. Mai 1886 das Zeugnis pro fac. doc. zu Göttingen erworben. Im Wintersemester erteilte auch Herr Platz, der an unserer Schule sein Probejahr abgelegt hatte, nach Erledigung seiner Militärpflicht unentgeltlich einige Stunden. Abgesehen von diesen Veränderungen unter den jüngsten unserer Kollegen, ist der Lehrkörper der Schule in seinem alten Bestande verblieben.

Dagegen hat auch in diesem Jahre in der Schaar der Veteranen unseres Kollegiums der Tod eine Lücke gerissen. Am 21. Januar verschied fast 70 Jahre alt in Berlin der Landtagsabgeordnete, Oberlehrer a. D. Herr Theodor Schmidt, der uns 41 Jahre lang, von 1843 bis 1884 angehört hatte und wegen seiner Biederkeit und menschenfreundlichen Gesinnung bei Lehrern und Schülern gleiche Verehrung genoss. Am 25. gaben wir ihm mit einer unzählbaren Menge, die dem volkstümlichen Manne die letzte Ehre erwies, unser Geleit zum Pommerensdorfer Kirchhofe, wo Herr Prediger Dr. Scipio in geistvoller, fesselnder Rede ein Charakterbild des Verewigten entrollte.

Auch unter den Schülern hat der Tod Ernte gehalten. Drei gutartige, strebsame und liebe Kinder, der Sextaner Paul Walter, die Vorschüler Bernhard Krohn und Otto Krause erlagen der erste am 12. September, der zweite am 4. November, der dritte am 31. Januar der Diphtheritis. Da diese schreckliche Krankheit diesen Winter unter unseren Schülern so heftig wütete, dass von den Kleinen manchmal ein volles Drittel fehlte, konnte der Unterzeichnete es nicht gutheissen, dass den Gestorbenen ihre Kameraden das Grabgeleit gaben; in dem nasskalten Wetter, auf zugiger Strasse hätten die Kinder ihrer Gesundheit zu grossen Schaden thun können. Wollen die Eltern aber überzeugt sein, dass wir ihren tiefen Schmerz würdigen und teilen!

Auch das Lehrer-Kollegium war von Krankheiten nicht verschont. Seit November fehlte ihm bis Ende Februar der Vorschullehrer Bootz I, der an einem schmerzlichen Fussleiden danieder lag. Seine Klasse musste mit der des Herrn Kantzenbach kombiniert werden; im Gesangunterricht wurde er durch Herrn Lehmann vertreten, der je zwei Abteilungen der Sänger vereinigte, wodurch die gründliche Einübung einer grösseren Musik zum Zwecke eines Schülerkonzerts diesen Winter vereitelt wurde.

Schriftliche Abiturientenprüfungen fanden statt vom 23. bis 28. August und vom 14. bis 19. Februar. Die mündlichen wurden am 28. September und 17. März, die erstere unter Vorsitz des Herrn Geheimen Rats Dr. Wehrmann, die letztere unter dem des Unterzeichneten abgehalten.

Das Klassensystem der Anstalt konnte trotz der Verminderung des Kollegiums um einen wissenschaftlichen Hilfslehrer diesen Winter in Folge der oben bezeichneten freiwilligen Hilfe aufrecht erhalten werden. Dass dies aber auch künftig ausführbar sein werde, ist zu bezweifeln; vermutlich werden die Primen ganz, oder doch wie früher zum Teile, vereinigt werden müssen, um so mehr, da auch die Zahl der Vorschullehrer sich um einen vermindern wird.

Den Tag, an welchem unser teurer Kaiser in sein 91. Lebensjahr tritt, gedenken wir durch Rede, Deklamation und Festmusik (das C-dur Tedeum von Mozart) besonders feierlich zu begehen. Daran soll sich gleich die Entlassung der Abiturienten knüpfen.

Ob es möglich wird, ein Winterfest, wie sonst meistens, zu feiern, und wann, lässt sich in dem Augenblick, wo dies Programm in die Presse geht, noch nicht endgültig feststellen.

Am 30. März schliesst das Semester mit der Censur und mit der Versetzung der Osterklassen.

IV. Statistische Mitteilungen.

A. Frequenz-Tabelle für das Schuljahr 1886/87.

	A. Realgymnasium.																B. Vorschule.						
	Ia	Ib	IIa	IIb O.	IIb M.	IIIa O.	IIIa M.	IIIb O.	IIIb M.	IV O.	IV M.	V O.	V M.	VI O.	VI M.	Sm.	1 O.	1 M.	2 O.	2 M.	3 O.	3 M.	Sm.
1. Bestand am 1. Febr. 1886	14	6	27	23	21	33	21	30	25	29	32	50	20	53	29	413	36	31	30	23	21	25	166
2. Abgang bis Schluss des Schuljahres 1885/86	5	2	14	23	1	33	3	30	—	29	2	50	2	53	1	248	36	2	30	2	21	—	91
3a. Zugang durch Versetzung zu Ostern	2	6	10	33	—	19	—	13	—	30	—	38	—	—	—	151	29	—	21	—	—	—	50
Zugang durch Übergang in den Cötus M.	—	—	—	—	1	—	—	—	8	2	14	1	15	—	12	53	—	1	—	—	—	—	1
3b. Zugang durch Aufnahme zu Ostern	—	—	—	1	—	—	1	3	1	1	1	2	—	36*)	4	50	2	—	—	—	18	—	20
4. Frequenz am Anfange des Schuljahres 1886/87	11	10	23	34	21	1	19	16	34	33	45	41	33	36	44	419	31	30	21	21	18	25	146
5. Zugang im Sommer-Semester	—	—	—	—	—	—	1	1	—	1	—	1	—	—	—	4	2	—	—	—	—	—	2
6. Abgang im Sommer-Semester	7	4	18	4	21	—	20	1	34	4	45	2	33	3	43	239	—	30	2	21	3	25	81
7a. Zugang durch Versetzung zu Michaelis	3	8	8	—	19	—	22	—	26	—	19	—	27	—	—	132	—	19	—	25	—	—	44
Zugang durch Übergang aus dem Wechselcötus	—	—	—	2	3	1	—	9	1	13	4	10	2	13	2	60	5	—	1	1	—	—	7
7b. Zugang durch Aufnahme zu Michaelis	—	—	3	—	1	—	1	1	—	3	1	—	—	—	22*)	32	—	3	1	—	—	18	22
8. Frequenz am Anfange des Wintersemesters	7	14	16	32	23	20	23	26	27	46	24	50	29	46	25	408	38	22	21	26	15	18	140
9. Zugang im Winter-Semester	—	—	2	—	—	—	1	1	1	—	—	—	—	—	—	5	—	2	—	—	—	—	2
10. Abgang im Winter-Semester	—	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	3	2	1	—	—	2	1	6
11. Frequenz am 1. Februar 1887	7	12	18	32	23	20	24	27	28	46	24	50	29	46	24	410	36	23	21	26	13	17	136
12. Durchschnitts-Alter am 1. Februar 1887	19,10	18,3	17,1	16,5	16,0	15,1	14,1	14,6	14,1	13,3	12,9	12,2	11,4	10,9	10,3	—	9,7	9,0	8,5	7,10	7,2	6,11	—

*) Aus der Vorschule.

B. Religions- und Heimatsverhältnisse der Schüler.

	A. Realgymnasium.							B. Vorschule.						
	Evang.	Kath.	Diss.	Jud.	Einh.	Ausw.	Ausl.	Evang.	Kath.	Diss.	Jud.	Einh.	Ausw.	Ausl.
1. Am Anfang des Sommer-Semesters	374	3	1	41	359	58	2	128	—	—	18	135	10	1
2. Am Anfang des Winter-Semesters	361	5	1	41	349	58	1	126	—	—	14	133	6	1
3. Am 1. Februar 1887	363	5	1	41	350	59	1	120	—	—	16	128	7	1

Das Zeugnis für den einjährigen Militärdienst erhielten Ostern 1886 25 Schüler, Michaeli 19 Schüler; von diesen sind zu einem praktischen Berufe abgegangen Ostern 15, Michaeli 11 Schüler.

C. Abiturienten.

Zu Michaelis 1886 erhielten das Reifezeugnis:

307. Oscar Bandtlow, geb. den 3. Januar 1867 zu Stettin, evangelisch, Sohn des Konditors Herrn Bandtlow hier, 10 Jahre auf der Schule, $2^1/_2$ in Prima, studiert in Berlin das Baufach.

308. Max Götsch, geb. den 2. April 1864 zu Stettin, evangelisch, Sohn des Bürgermeisters a. D. Herrn Götsch hier, $10^1/_2$ Jahre auf der Schule, $2^1/_2$ in Prima, studiert in Berlin neuere Sprachen und Geschichte.

309. Edmund Köbke, geb. den 18. April 1870 zu Swinemünde, evangelisch, Sohn des Bezirksfeldwebels Herrn Köbke hier, $2^1/_2$ Jahre auf der Schule, 2 in Prima, studiert in Berlin Mathematik und Naturwissenschaften. Ihm wurde die mündliche Prüfung erlassen.

310. Hans Plath, geb. den 8. März 1867 zu Stettin, evangelisch, Sohn des Friseurs Herrn Plath hier, $9^1/_2$ Jahre auf der Schule, $2^1/_2$ in Prima, studiert in Berlin das Maschinenbaufach.

311. Karl Rutkowski, geb. den 1. November 1865 zu Stettin, evangelisch, Sohn des Kaufmanns Herrn Rutkowski hier, $9^1/_2$ Jahre auf der Schule, 2 in Prima, studiert in Berlin das Maschinenbaufach.

312. Anton Thunig, geb. den 19. November 1864 zu Bahn, evangelisch, Sohn des verstorbenen Kaufmanns Herrn Thunig zu Bahn, 7 Jahre auf der Schule, 3 in Prima, studiert in Berlin das Baufach.

313. Julius Zapp, geb. den 14. September 1866 zu Gross-Christinenberg bei Alt-Damm, evangelisch, Sohn des Gastwirths Herrn Zapp daselbst, 10 Jahre auf der Schule, $2^1/_2$ in Prima, will nach zurückgelegtem Militärjahr in den Postdienst treten.

Zu Ostern 1887 erhielten das Reifezeugnis:

314. Carl Beerbaum, geb. den 12. November 1867 zu Stettin, evangelisch, Sohn des Buchhalters Herrn Beerbaum hier, 10 Jahre auf der Schule, 2 in Prima, will Naturwissenschaften und Mathematik studieren.

315. Alfred Bruder, geb. den 2. April 1864 zu Stettin, evangelisch, Sohn des verstorbenen Konsulatsbeamten Herrn Bruder, $12^3/_4$ Jahr auf der Schule, 3 in Prima, will Regierungsbeamter werden.

316. Martin Meyer, geb. den 17. April 1869 in Stettin, evangelisch, Sohn des Obertelegraphen-Assistenten Herrn Meyer hier, $9^1/_2$ Jahre auf der Schule, 2 in Prima, will das Baufach studieren.

317. Hugo Schmeling, geb. den 3. April 1866 zu Völzkow, Kreis Schievelbein, evangelisch, Sohn des verstorbenen Rittergutsbesitzers Herrn Schmeling, $4^1/_4$ Jahre auf der Schule, $2^1/_2$ in Prima, will das Forstfach studieren.

Meyer wurde die mündliche Prüfung erlassen.

V. Sammlungen von Lehrmitteln.

1. Die **Lehrerbibliothek**, verwaltet von Oberlehrer Dr. Reyher, vermehrte sich:

a) durch folgende **Geschenke:** Von dem Königl. Provinzial-Schul-Kollegium: Berndt, Dr. G. Die bisherigen Aufschlüsse des märkisch-pommerschen Tertiärs. — Von der Gesellschaft für pommersche Geschichte und Altertümer: Jahrgang 26 der Baltischen Studien. — Von dem Lehrer-Kollegium des Realgymnasiums am Zwinger zu Breslau: Dessen Festschrift zur fünfzigjährigen Jubiläumsfeier des Realgymnasiums. — Von dem Lehrer-Kollegium des Königl. Pädagogiums zu Putbus: Dessen Festschrift zur Feier des fünfzigjährigen Jubiläums des Königl. Pädagogiums. — Von dem Lehrer-Kollegium des Luisenstädtischen Realgymnasiums zu Berlin: Lasson, 1836. 1861. 1886. Ein Festspiel in drei Bildern zur fünfzigjährigen Jubelfeier des Luisenstädtischen Realgymnasiums. Fleischmann, Lehrplan des Turnunterrichts des Luisenstädtischen Realgymnasiums. — Vom Direktor H. Fritsche: L'Avare von Molière, erklärt von H. Fritsche. — Vom Professor Langbein: Gäde, Beiträge zur Kenntniss von Gauss' prakt.-geodätischen Arbeiten. Hirsch, Mitteilungen aus der histor. Litteratur, Jahrg. XIV, 1866. Kolbe, Evangel. Monatsblatt, Jahrg. 1866. — Vom Oberlehrer Th. Schmidt: Vorläufige Ergebnisse der Volkszählung im Königreich Preussen, herausgegeben vom statistischen Büreau zu Berlin. Verhandlungen der Generalversammlung des Centralvereins für Hebung der deutschen Fluss- und Kanalschifffahrt zu Berlin. — b) durch **Ankauf:** α) der **Zeitschriften:** Centralblatt für das gesammte Unterrichtswesen; Zarncke, Centralblatt; Strack, Centralorgan für die Interessen des Realschulwesens; Langbein (Krumme), Pädag. Archiv; Hoffmann, Zeitschrift für mathemat. und naturwissenschaftl. Unterricht; Petermann, Geogr. Mitteilungen; Herrig, Archiv für neuere Sprachen; Wiedemann (Poggendorff), Annalen; v. Treitschke, Preussische Jahrbücher; Frick und Richter, Lehrproben und Lehrgänge; Schumann, der Naturforscher, Fr. Aly, Blätter für höheres Schulwesen; Rödiger, Deutsche Litteraturzeitung; Steinmeyer, Zeitschrift für deutsches Altertum; Kern und Müller, Zeitschrift für das Gymnasialwesen; Sybel, Historische Zeitschrift. — Zu den Kosten des Journal-Zirkels steuerte jeder wissenschaftliche Lehrer der Anstalt 6 Mark bei. — β) der **Fortsetzungen:** L. Geiger, Göthe-Jahrbuch; Allgemeine deutsche Biographie; Grimm, Deutsches Wörterbuch; Du Cange, Glossarium; Roscher, Lexikon der griechischen und römischen Mythologie; Fehling, Neues Handwörterbuch der Chemie; Goedeke, Grundriss zur Geschichte der deutschen Dichtung; Hallier, Flora von Deutschland; K. Höhlbaum, Hansisches Urkundenbuch, III. Bd. 2. Abthl.; Statistisches Jahrbuch für das deutsche Reich; Monumenta Germaniae historica; Suphan, Herders Werke; Ranke, Weltgeschichte; Maurenbrecher, Historisches Taschenbuch; — γ) **Neu:** L. Wiese, Lebenserinnerungen und Amtserfahrungen; Gröber, Grundriss der romanischen Philologie; Lübke, Geschichte der Architektur; Anthologia lyrica ed. Bergk; Hesiod, ed. Flach; Pindar, ed. Mommsen; Herodot, erklärt von Stein; Plutarch, ed. Sintenis; Ueberweg, Geschichte der Philosophie; Demosthenis Orationes, ed. Dindorf; Aristophanis Comoediae, ed. Bergk; Arriani Anabasis, ed. Abicht; Kübler, Dr. L. Wiese's Verordnungen und Gesetze; Reidt, Anleitung zum mathemat. Unterricht an höheren Schulen; Shakespeare, First folio edition 1623; Fournel, Les Contemporains de Molière; Meyer, Stettin zur Schwedenzeit; Stälin; Geschichte Württembergs; Matthiessen; Schlüssel zur Sammlung von Beispielen und Aufgaben von Heis; Verhandlungen der Elften Direktoren-Versammlung in Ost- und Westpreussen; John Lily, Euphues; Freytag's gesammelte Werke.

2. Die **Schülerbibliothek:** a) der Primen und der Obersekunda, wurde durch Anschaffung von Petrich, Herm., Pommersche Lebens- und Landesbilder. 2 Teile. Hamburg 1880; J. G. Kohl, Reisen in Südrussland. 2 Teile. Leipzig 1847; Schellbach, Sammlung und Auflösung mathem. Aufgaben, hrsg. von Fischer. Berlin 1863; Grillparzers sämmtliche Werke. 3. Ausgabe. Stuttgart 1878; Lessing's Werke. Berlin (Hempel); Lessing's Laokoon, hrsg. u. erl. von Dr. W. Cosack, Berlin 1882, vermehrt; (Bibliothekar Oberlehrer Koch); b) für Untersekunda (Bibliothekar Fischer) wurde nichts Neues angeschafft; c) für Obertertia (Bibliothekar Wisotzki) wurde angeschafft: W. Bauer, Heinrich Friedrich Carl Freiherr von und zum Stein. 4. Aufl. Barmen; Ulrich Jahn, Volkssagen aus Rügen und Pommern. Stettin 1886. — d) für Untertertia wurde angeschafft: Dr. Ulrich Jahn, Volkssagen aus Rügen und Pommern. Stettin 1886. (Bibliothekar Ulich). e) für Quarta, Quinta und Sexta wurde nichts Neues angeschafft.

3. Die **naturwissenschaftlichen Sammlungen,** unter Aufsicht des Prof. Dr. Schönn (a) und Oberlehrer Sauer (b und c):

a) Der mathematisch-physikalische Apparat: Zwei Mikroskope und ein Apparat zur Darstellung der Complementärfarben. b) Für das chemische Laboratorium wurde der Bestand an Retorten, Kochflaschen und Abdampfschalen ergänzt, ebenso die Sammlung der Stoffe. c) Die Naturalien-Sammlung erhielt geschenkt: vom Tertianer Selchow eine Rauchschwalbe, vom Tertianer Fischer einen Seefisch. Von Herrn Kaufmann Höfer einen Ibis. Angekauft wurden eine Wildkatze, ein Malbrukaffe, ein Marmosettaffe, ein Nurz, eine Wasserratte, eine Hausratte, ein Lemming, ein Blindmoll, ein Siebenschläfer, eine Haselmaus, ein Tupfelbeutelmarder, ein Ichneumon, ein Flamingo, ein Gänsesäger.

5. Der **Zeichenapparat,** unter Aufsicht des Zeichenlehrers Geyer, erhielt als Geschenke von Herrn Kaufmann Grunow eine Anzahl landschaftlicher Studien nach verschiedenen Meistern lithographirt, von Herrn Geyer: Ornamentik von Bogler und Architektonische Entwürfe (Aquarelle) von Holz. — Das Gestell für Reissbretter wurde erweitert.

6. Die **Kartensammlung,** unter Aufsicht des Dr. Wisotzki, erhielt durch Ankauf Chavanne, Afrika; Kiepert, Italia; Kiepert, Europa; von Haardt, Amerika.

7. Der **Notenschatz,** verwaltet vom Gesanglehrer Lehmann, wurde vermehrt durch Te deum von Mozart für 4-stimm. Chor mit Klavierauszug; „Abendglocken" von Lehmann für 3-stimm. Knabenchor mit Klavierbegleitung, Judas Maccabäus, Oratorium von Händel; Stimmen und 2 Klavierauszüge. Motetten von Grell für 4-stimm. Chor.

VI. Stiftungen und Unterstützungen von Schülern.

Von den Wohllöblichen Städtischen Behörden wurden 3249 M. Schulgelder erlassen. Zu Schulgeld zahlte die Scheibert-Kleinsorge-Stiftung 115 M. 25 Pf.; die Kleinsorge-Stiftung 142 M. 50 Pf. Aus der Kasse des früheren Bürgerrettungs-Instituts wurden 200 M. Schulgeld gewährt. Aus der vom Direktor verwalteten Unterstützungskasse wurden dazu 147 M. verwendet. Aus derselben flossen zu anderweitiger Beihilfe noch 49 M. Dies sind zusammen 3902 M. 75 Pf. Schülerbenefizien.

Von den Abiturienten unserer Schule erhielt aus der Hellwig'schen Stiftung Herr Stud. Kusserow 162 M., Herr Stud. Miltz desgleichen, aus der Scheibert-Kleinsorge-Stiftung Herr Stud. Schuld 250 M., aus der Kleinsorge-Stiftung Herr Stud. Krüger 300 M. und vom Verein der früheren Friedrich-Wilhelms-Schüler derselbe 100 M. Dies sind zusammen 674 M. Universitäts-Stipendien.

1. Die Hellwig'sche Stiftung,

verwaltet von einem Wohllöblichen Magistrat, zahlte ausser den schon oben in Absatz 2 dieses Abschnittes erwähnten 324 M. Universitäts-Stipendien an die Lehrerwitwen-Kasse der Anstalt 216 M.; zusammen 640 M.

2. Die Scheibert-Kleinsorge-Stiftung,

verwaltet von einem Kuratorium, bestehend aus den Herren E. Rabbow (Rendant), Hintze, Dr. Creutz (der an die Stelle des verstorbenen Buchhändlers Saunier trat), Prof. Dr. Claus und dem Direktor, hat folgendes Jahresconto:

1. Schulgelder- und Stipendienfonds.

Einnahme.

Zinsen der Hypothek der 7800 M. $4^1/_2$ % für 1886	M. 351.—
„ von 600 M. Pommersche Pfandbriefe 4 %	„ 24.—
„ „ der Spar-Kasse von M. 272.90	„ 10.50
	M. 385.50

Ausgabe.

Schulgeldbeiträge an Schüler	M. 120.—	
Stipendium für Stud. Krüger und Schuld	„ 250.—	
Zahlung an Stipendienfonds	„ 15.50	
	M. 385.50	

2. Stiftungsfonds.

Der Stiftungsfond betrug Ende 1885		M. 8678.90
Dazu: aus dem Schulgeld- und Stipendienfonds	M. 15.50	
ab: Kursverlust auf 600 M. Pfandbriefe	M. 6.—	„ 9.50
also beträgt der Stiftungsfond Ende 1886		M. 8688.40
Belegt in Hypotheken, Paradeplatz 29		M. 7800.—
„ „ Sparkassenbuch No. 205,898		„ 90.88
„ „ „ „ 243,692		„ 797.52
		M. 8688.40

3. Die Kleinsorge-Stiftung,

verwaltet von demselben Kuratorium, gewährt folgenden Abschluss:

1. Schulgelder- und Stipendienfonds.

Einnahme.

Zinsen der Hypotheken 8700 M. 5 % für 1886		M. 435.—
„ von der Sparkasse an M. 636.06		„ 21.33
		M. 456.33

Ausgabe.

Schulgeld-Beiträge an 4 Schüler	M. 146.25	
Stipendium an Stud. Loeck und M. Krüger	„ 300.—	
Zahlung an den Stiftungsfonds	„ 8.73	
		M. 454.98
Bestand für 1887		M. 1.35

2. Stiftungsfonds.

Der Stiftungsfond betrug Ende 1885	M. 9336.06
Dazu: aus dem Schulgeld- und Stipendienfond	„ 8.73
also beträgt der Stiftungsfond Ende 1886	M. 9344.79
Belegt in Hypothek, Rosengarten 22/23	M. 6000.—
„ „ „ Baumstrasse 1	„ 2700.—
„ „ Sparkassenbuch No. 216,261	„ 644.79
	M. 9344.79

4. Die Witwenkasse der Friedrich-Wilhelms-Schule,

verwaltet von Herrn Prof. Dr. Lieber, hatte am 1. Januar 1886 ein Vermögen von 20,960 M. 13 Pf., am 1. Januar 1887 21,551 M. 92 Pf.; mithin hat es sich um 591 M. 79 Pf. vermehrt. Geschenkt sind in diesem Jahre 150 M. aus der Unterstützungskasse und 100 M. von dem Verein früherer Schüler, letztere zur sofortigen Verteilung an die Witwen. Die Zinsen, sowie 216 M. aus der Hellwig'schen Stiftung (siehe oben No. 1) wurden an fünf Witwen verteilt.

5. Die Unterstützungskasse,

verwaltet vom Direktor, hat folgende Beträge eingenommen und ausgegeben:

Einnahme.

	ℳ	₰
Bestand nach Programm XLVI	35	25
Geschenke von		
Herrn Kommerzienrat Schlutow	72	—
„ Oberlehrer Th. Schmidt	20	—
„ Kaufmann Riedel-Swinemünde	20	—
„ Studiosus Gaster	6	—
den Abiturienten Schuld, Östreich, Behne, Wraske, Bandlow, Götsch je 3 M.	18	—
den Abiturienten Rutkowski und Zapp je 4 ℳ	8	—
dem U.-I. v. Mansberg	3	—
„ O.-II. Böhm	12	—
den O.-II. Grützmacher, Krämer, Nicol, Dobrin, Franz Schmidt je 3 ℳ	15	—
dem O.-II. Hennig	6	—
den O.-II. Cohen und Colas je 5 ℳ	10	—
den U.-II. Helpap, Albrecht, Möllendorf, Kühl, Bandtlow, Fürstenberg, Grauert je 3 ℳ	21	—
den U.-II. Poss und Grimm je 2 ℳ	4	—
dem O.-III. Poss	2	—
Einnahme vom Konzert am 9. April 1886	105	—
Sammlung am Sedanfest	57	15
Verkauf von Censurbüchern	18	75
Überschuss einer Repartition	—	85
Für altes Papier	4	50
Summa	438	50

Ausgabe.

	ℳ	₰
Zu Schulgeld	147	—
Zu anderweitigen Unterstützungen von Schülern	49	—
An die Witwenkasse	100	—
Eine Klassenfahne zum Sedanfest	18	—
Am Sedanfest ausserdem für Musik etc.	42	20
Unkosten des Konzerts	37	50
Summa	393	70

Bestand am 1. März 1887 ..... 44 ℳ 80 ₰

Die Weidmann'sche Buchhandlung schenkte eine Partie Exemplare des in ihrem Verlage erschienenen Lesebuchs von Bellermann und Imelmann. Dieselben sind an arme Schüler verteilt.

Allen gütigen Gebern, und denen, die durch ihre Hilfe der Schule bei Gelegenheit der Aufführungen und sonst freundliche Teilnahme bewiesen haben, sage ich meinen herzlichen Dank.

Es ist sehr zu wünschen, dass die wissenschaftlichen Sammlungen und die Stiftungen im Verhältnis zu unserer grossen Anstalt stetig vermehrt werden. Insbesondere leidet die zoologische Sammlung, Abteilung der Wirbeltiere, noch immer an empfindlichen Mängeln. Wer daher die Sammlung von Säugetieren, Vögeln, Amphibien, Fischen durch Geschenk von ausgestopften, präparierten oder rohen Exemplaren vermehren will, wird unseres besten Dankes gewiss sein. Es kommt dabei zunächst keineswegs auf Seltenheiten, sondern gerade auf die gewöhnlichsten Tiere an, wo möglich in den verschiedenen Stadien ihrer Entwickelung.

VII. Mitteilung an die Schüler und ihre Eltern.

Alle Schüler, die um Neugewährung freier Schule bei dem Wohllöblichen Magistrat einkommen oder ihre freie Schule zu behalten wünschen, haben jedes Halbjahr eine beglaubigte Abschrift ihres letzten Zeugnisses dem Gesuche beizufügen. Wer also nach Ostern eine derartige Vergünstigung behalten oder erlangen will, versäume nicht, sein Oster-Zeugnis einzureichen. Wer sein Gesuch, aber noch nicht das Zeugnis eingereicht hat, hole Letzteres nach. Es ist also besser, mit jedem Gesuch um Freischule bis zum Oster- oder Michaelis-Zeugnis zu warten.

Die Schule schliesst am 30. März mit der Versetzung der Osterklassen und der Censur. Zur Aufnahme neuer Schüler bin ich am Mittwoch, den 13. April, 10 Uhr vormittags, in dem Konferenzzimmer bereit. Neu einzuschulende haben Tauf- oder Geburtsschein sowie Impfattest mitzubringen, andere ausserdem das Abgangszeugnis der Schule, die sie bis dahin besucht, und wenn sie über 12 Jahre alt sind, das Zeugnis der Wiederimpfung.

Das Schulgeld beträgt für Einheimische in Prima, Sekunda, Tertia jährlich 120 M., in Quarta, Quinta, Sexta 96 M., in der Vorschule 72 M., für Auswärtige überall 24 M. mehr, also 144, 120, 96 M.

Die Schule beginnt wieder Donnerstag, den 14. April, morgens 8 Uhr.

Fritsche.