Jahresbericht

über das

Königliche Katholische Gymnasium

zu

Braunsberg

in dem Schuljahre 1852—53,

mit welchem zu der

Oeffentlichen Prüfung am 4. August

und zu den

Entlassungsfeierlichkeiten am 5. August

ergebenst eingeladen wird.

Inhalt: 1. **De figuris quadrangulis, circum quas vel in quas circulus perscribi potest,** vom Herrn Oberlehrer Kolberg.
2. **Jahresbericht** vom Direktor Dr. Schultz.

Braunsberg,
gedruckt bei C. A. Heyne.

De figuris quadrangulis, circum quas vel in quas circulus perscribi potest.

Annis 1846 et 1850 in programmatis Progymnasii Roesseliensis aequationes tetragonometricas typis imprimendas curavi, ut eas ad nonnulla systemata problematum tetragonometricorum adhiberem. Illuc igitur paragraphi spectant, quae in hoc libello commemoratae sunt. Notae, quibus usus sum, hae sunt: si angulos figurae eo ordine, quo se subsequuntur, literis $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ signavisti, literae a, b, c, d denotant latera $\alpha\beta$, $\beta\gamma$, $\gamma\delta$, $\delta\alpha$ et literae e, e^1 lineas diagonales $\alpha\gamma$, $\beta\delta$. Ad has accedunt: r, ϱ radii circulorum, qui circum figuram et in figuram perscribi possunt, ϱ_1 radius circuli, qui latus a et producta latera b, d tangit, et eodem modo ϱ_2, ϱ_3, ϱ_4 radii circulorum, qui latus b, c, d et producta latera finitima tangunt.

A. Figurae quadrangulae, circum quas circulus perscribi potest.

1) Quum in hujusmodi figuris summae angulorum oppositorum aequales sint $(\alpha+\gamma=\beta+\delta)$, quattuor quantitatibus definiuntur. Si igitur latera et anguli figurae locum quantitatum definientium tenent, summum duo anguli dati esse possunt iique sibi finitimi sint oportet. Quamobrem data esse possunt:

1) a, b, c, d. 3) a, b, α, β.

2) a, b, c, β. 4) a, c, α, β.

Aequatio $\alpha+\gamma=\beta+\delta$ non patitur, has figuras quandrangulas esse secundi generis.

2) Problema 1. Datis 4 lateribus $(a, b, c, d,)$, quaerantur anguli $(\alpha, \beta, \gamma, \delta)$, area (J), radius circuli (r).

Solutio. Datis quantitabus 2 figurae quadrangulae satisfaciunt, una primi, altera tertii generis. Quod attinet ad priorem, ex §. 12. sequitur

$$\sin\frac{\alpha}{2}=\sqrt{\frac{[(b+c)+(a-d)]\,[(b+c)-(a-d)]}{4\,(bc+ad)}}$$

$$\sin\frac{\beta}{2}=\sqrt{\frac{[(c+d)+(a-b)]\,[(c+d)-(a-b)]}{4\,(cd+ab)}}$$

$$\gamma=180^{\circ}-\alpha,\ \text{vel}\ \sin\frac{\gamma}{2}=\sqrt{\frac{[(a+d)+(b-c)]\,[(a+d)-(b-c)]}{4\,(ad+bc)}}$$

$$\delta=180^{\circ}-\beta,\ \text{vel}\ \sin\frac{\delta}{2}=\sqrt{\frac{[(a+b)+(c-d)]\,[(a+b)-(c-d)]}{4\,(ab+cd)}}$$

1

Area figurae $J=\frac{1}{2}ab\sin\beta+\frac{1}{2}cd\sin\delta$. Quum vero hic $\sin\beta=\sin\delta$, $J=\frac{1}{2}(ab+cd)\sin\beta$ $=(ab+cd)\sin\frac{\beta}{2}\cos\frac{\beta}{2}=(ab+cd)\sin\frac{\beta}{2}\sin\frac{\delta}{2}$. Igitur

$$J=\frac{1}{4}\sqrt{(a+b+c-d)(a+b-c+d)(a-b+c+d)(-a+b+c+d)}$$

sive, posito $a+b+c+d=2s$

$$J=\sqrt{(s-a)(s-b)(s-c)(s-d)}$$

Circulus circum figuram quadrangulam perscriptus idem est, qui circum triangulum $\alpha\beta\gamma$ perscribi potest. In hoc vero est $r=\frac{e}{2\sin\beta}$ et

$$e^2=(a-b)^2+4ab\sin^2\frac{\beta}{2}=(a-b)^2+\frac{ab(c+d+a-b)(c+d-a+b)}{ab+cd}$$

$$=\frac{(ac+bd)(bc+ad)}{ab+cd}.$$ Quum praeterea $\sin\beta=\frac{2J}{ab+cd}$,

$$r=\frac{1}{4J}\sqrt{(ab+cd)(ac+bd)(bc+ad)},$$ sive

$$r=\sqrt{\frac{(ab+cd)(ac+bd)(bc+ad)}{(a+b+c-d)(a+b-c+d)(a-b+c+d)(-a+b+c+d)}}$$

Quod attinet ad figuram quadrangulam tertii generis, ex §. 34. sequitur:

$$\sin\frac{\alpha}{2}=\sin\frac{\gamma}{2}=\sqrt{\frac{[(a-d)+(b-c)][(a-d)-(b-c)]}{4(bc-ad)}}$$

$$\sin\frac{\beta}{2}=\sin\frac{\delta}{2}=\sqrt{\frac{[(a-b)+(c-d)][(a-b)-(c-d)]}{4(cd-ab)}}$$

Quaeri potest, qui sit valor (liceat mihi hoc vocabulo uti) harum quantitatum, si $bc-ad=0$. Ex aequatione $a:b=c:d$, i. e. $bc-ad=0$, sequitur $\triangle\,\alpha\beta\gamma\sim\triangle\,\alpha\gamma\delta$, et quum latus $\alpha\gamma$ iis commune sit, etiam $\triangle\,\alpha\beta\gamma\cong\alpha\gamma\delta$; igitur $a=c$, et $b=d$. Si vero $b=d$, (unde sequitur, $a \parallel c$),

$$\sin\frac{\alpha}{2}=\sqrt{\frac{(a-c)(a+c-2b)}{4b(c-a)}}=\sqrt{\frac{2b-a-c}{4b}},$$

igitur $\cos\alpha=1-2\sin^2\frac{\alpha}{2}=\frac{a+c}{2b}=\cos\beta$.

Quoniam praeterea $a=c$, $\cos\alpha=\cos\beta=\frac{a}{b}$, quod idem ex eo sequitur, quod, posita aequatione $ad=bc$, b et d diametri circuli circum figuram perscripti sunt.

Quum in hujusmodi figuris $\sin\beta=-\sin\delta$, area $J={}^1/_2\,(ab-cd)\sin\beta$. Est vero

$$\sin\beta=\frac{1}{2(cd-ab)}\sqrt{[(c+d)+(a+b)][(c+d)-(a+b)][(a-b)+(c-d)][(a-b)-(c-d)]};$$

$$\text{igitur } J = \frac{1}{4}\sqrt{[(c+d)+(a+b)]\,[(c+d)-(a+b)]\,[(a-b)+(c-d)]\,[(a-b)-(c-d)]}$$
$$= \sqrt{s\,[s-(a+d)]\,[s-(b+d)]\,[s-(c+d)]}$$
$$r = \sqrt{\frac{(ab-cd)\,(ac-bd)\,(bc-ad)}{s\,[s-(a+d)]\,[s-(b+d)]\,[s-(c+d)]}}.$$

3) Problema 2. Datis 3 lateribus (a, b, c) et 1 angulo (β), quaerantur quartum latus (d), anguli non dati (α, γ, δ), area (J); radius circuli (r).

Solutio. Si $\beta < 180^\circ$, secundum §. 10

$$0 = a \sin\alpha - b \sin(\alpha+\beta) - c \sin\beta,$$

$$\text{unde sequitur: } \frac{a - b\cos\beta}{b\sin\beta}\sin\alpha - \cos\alpha = \frac{c}{b}$$

$$\text{et } \sin(\alpha-\varphi) = \frac{c}{b}\sin\varphi, \quad \text{si } \cot\varphi = \frac{a-b\cos\beta}{b\sin\beta}.$$

Quum forma $\cot\varphi = \dfrac{a-b\cos\beta}{b\sin\beta}$ ad calculum logarithmicum minus apta sit, quaeras angulos $\angle\,(ae)$, $\angle\,(be)$, utens aequationibus $\tang\,[\angle\,(ae) - \angle\,(be)] = \dfrac{b+a}{b-a}\cot\beta$ et $\angle\,(ae) + \angle\,(be) = 180^\circ - \beta$. Quum porro $a : e = \sin\angle\,(be) : \sin\beta$ et $e : c = \sin\delta : \sin\angle\,(\delta e) = \sin\beta : \sin\angle\,(de)$, $a : c = \sin\angle\,(be) : \sin\angle\,(de)$, ergo $\sin\angle\,(de) = \dfrac{c\sin\angle\,(be)}{a}$.

Angulus $\angle\,(de)$ inde 2 valores sibi assumere potest. Si $\beta > 90^\circ$ et $c > \sqrt{a^2+b^2-2ab\cos\beta}$, 2 figurae quadrangulae primi generis exoriuntur. Si $\beta > 90^\circ$ et $c < \sqrt{a^2+b^2-2ab\cos\beta}$, aut si $\beta < 90^\circ$ et $c < \sqrt{a^2+b^2-2ab\cos\beta}$, 1 figura quadrangula primi et 1 tertii generis exoritur. Si postremo $\beta < 90^\circ$ et $c > \sqrt{a^2+b^2-2ab\cos\beta}$, 2 figurae quadrangulae tertii generis exoriuntur.

In figuris quadrangulis primi generis est $\alpha = \angle\,(ae) + \angle\,(de)$, in figuris quadrangulis tertii generis $\alpha = \angle\,(ae) - \angle\,(de)$.

Latus quartum figurarum quadrangularum primi generis ex §. 11. invenitur:

$$d = -c\cos\beta \pm \sqrt{a^2+b^2-2ab\cos\beta - c^2\sin^2\beta},$$

unde apparet, $c\sin\beta < \sqrt{a^2+b^2-2ab\cos\beta}$ esse debere. Quum autem haec forma ad calculum logarithmicum minus apta sit et quum anguli $\angle\,(ce)$ et $\angle\,(de)$ jam inventi sint, d facilius computatur aequatione

$$d = \frac{c\sin\angle\,(ce)}{\sin\angle\,(de)}$$

$$J = {}^1\!/_2\,(ab+cd)\sin\beta,$$

ubi in locum lateris d valor modo repertus substitui debet.

Aequationes, quae quantitates quaesitas figurarum quadrangularum tertii generis definiunt, eodem modo ex §§. 33, 34. deducuntur.

Radius circuli jam 3 quantitatibus a, b, β definitur. Secundum No. 2. enim est

$$r = \frac{e}{2\sin\beta} = \frac{1}{2\sin\beta}\sqrt{(a-b)^2 + 4ab\sin^2\frac{\beta}{2}}$$

$$= \frac{a-b}{2\sin\beta\cos\varphi}, \text{ si } \tan\varphi = \frac{2\sin\frac{\beta}{2}}{a-b}\sqrt{ab}.$$

Si $\beta > 180^\circ$, eodem modo 2 figurae quadrangulae tertii generis inveniuntur.

4) Problema 3. Datis 2 lateribus finitimis (a, b) et 2 angulis finitimis (α, β), quaerantur latera non data (c, d), area (J), radius circuli (r).

Solutio. Sit et α et $\beta < 180^\circ$. Quaerantur anguli $\angle(ae)$ et $\angle(be)$ aequationibus $\tan[\angle(ae) - \angle(be)] = \frac{b+a}{b-a}\cot\beta$ et $\angle(ae) + \angle(be) = 180^\circ - \beta$. Si tum $\alpha > \angle(ae)$, figura quadrangula primi generis oritur; si autem $\alpha < \angle(ae)$, tertii generis.

Quod attinet ad figuram quadrangulam primi generis, ex §. 10. invenitur:

$$c = \frac{a\sin\alpha - b\sin(\alpha+\beta)}{\sin\beta} = \frac{a\sin\alpha\cos2\varphi}{\sin\beta\cos^2\varphi}, \text{ si } \tan\varphi = \sqrt{\frac{b\sin(\alpha+\beta)}{a\sin\alpha}},$$

$$d = \frac{a\sin(\beta-\alpha) + b\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{b\sin\alpha}{\sin\beta\cos^2\omega}, \text{ si } \tan\omega = \sqrt{\frac{a\sin(\beta-\alpha)}{b\sin\alpha}}.$$

Porro $J = \frac{1}{2}(ad + bc)\sin\alpha$, et si in locum laterum c et d valores inventi substituuntur,

$$J = \frac{ab\sin^2\alpha}{\sin\beta} + \frac{a^2\sin\alpha\sin(\beta-\alpha)}{2\sin\beta} - \frac{b^2\sin\alpha\sin(\alpha+\beta)}{2\sin\beta}.$$

Valor radii r idem est atque in problemate praecedente.

Eodem modo ex §§. 33. et 34. aequationes evolvuntur, quae de figura quadrangula tertii generis valent, si $\alpha < \angle(ae)$, aut si unus angulorum α et β, aut si uterque $> 180^\circ$.

5) Problema 4. Datis 2 lateribus oppositis (a, c) et 2 angulis finitimis (α, β), quaerantur latera non data (b, d), area (J), et radius circuli (r).

Solutio. Si non solum α et $\beta < 180^\circ$, sed etiam $\alpha + \beta < 180^\circ$, 1 figura quadrangula primi, et 1 tertii generis problemati convenit; si autem $\alpha + \beta > 180^\circ$, 1 tantum primi generis.

Quod attinet ad figuram quadrangulam primi generis, ex §. 10. invenitur:

$$b = \frac{a\sin\alpha - c\sin\beta}{\sin(\alpha+\beta)} = \frac{a\sin\alpha\cos2\varphi}{\sin(\alpha+\beta)\cos^2\varphi}, \text{ si } \tan\varphi = \sqrt{\frac{c\sin\beta}{a\sin\alpha}},$$

$$d = \frac{a\sin\beta - c\sin\alpha}{\sin(\alpha+\beta)} = \frac{a\sin\beta\cos2\omega}{\sin(\alpha+\beta)\cos^2\omega}, \text{ si } \tan\omega = \sqrt{\frac{c\sin\alpha}{a\sin\beta}}.$$

Quum quantitates $a \sin \alpha - c \sin \beta$ et $a \sin \beta - c \sin \alpha$ simul aut positivae aut negativae sint, prout $\alpha + \beta < 180^\circ$ aut $\alpha + \beta > 180^\circ$, $(a^2 + c^2) \sin \alpha \sin \beta > ac (\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta)$ esse debet.

Postquam in aequatione $J = \frac{1}{2}(ab + cd) \sin \beta$ in locum luterum b et d valores supra reperti substituti sunt, fit

$$J = \frac{(a+c)(a-c) \sin \alpha \sin \beta}{2 \sin (\alpha + \beta)}$$

Secundum Nro. 2. est $r = \frac{1}{2 \sin \beta} \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos \beta}$. In hoc igitur casu fit

$$r = \frac{1}{2 \sin (\alpha + \beta)} \sqrt{a^2 + c^2 + 2ac \cos (\alpha + \beta)} = \frac{1}{2 \sin (\alpha + \beta)} \sqrt{(a+c)^2 - 4ac \sin^2 \frac{\alpha + \beta}{2}}$$

$$= \frac{(a+c) \sin \psi}{2 \sin (\alpha + \beta)}, \text{ si } \cos \psi = \frac{2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2}}{a + c} \sqrt{ac}$$

Aequationes figuram quadrangulam tertii generis definientes, secundum §. 33. evolvuntur.

$$b = \frac{a \sin \alpha + c \sin \beta}{\sin (\alpha + \beta)} = \frac{a \sin \alpha}{\sin (\alpha + \beta) \cos^2 \varphi}$$

$$d = \frac{a \sin \beta + c \sin \alpha}{\sin (\alpha + \beta)} = \frac{a \sin \beta}{\sin (\alpha + \beta) \cos^2 \omega}$$

$$J = \frac{1}{2} (ab - cd) \sin \beta = \frac{(a+c)(a-c) \sin \alpha \sin \beta}{2 \sin (\alpha + \beta)}.$$

$$r = \frac{1}{2 \sin \beta} \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos \beta} = \frac{1}{2 \sin (\alpha + \beta)} \sqrt{a^2 + c^2 - 2ac \cos (\alpha + \beta)}$$

$$= \frac{(a+c) \sin \psi}{2 \sin (\alpha + \beta)}, \text{ si } \cos \psi = \frac{2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2}}{a + c}.$$

B. Figurae quadrangulae, in quas circulus perscribi potest.

a) Figurae quadrangulae, in quibus summae laterum oppositorum aequales sunt $(a + c = b + d)$.

6) Propter conditionem $a + c = b + d$ hae figurae 4 quantitatibus definiuntur, inter quas summum 3 latera. Data esse igitur possunt.

1) a, b, c, β. 4) a, b, α, γ. 7) a, c, α, δ.
2) a, b, α, β. 5) a, b, β, δ. 8) a, c, α, γ.
3) a, b, α, δ. 6) a, c, α, β. 9) a, α, β, γ.

Eadem conditio non patitur, has figuras quandrangulas esse tertii generis.

7) Problema 1. Datis 3 lateribus (a, b, c) et 1 angulo (β), quaerantur quartum latus (d), anguli non dati (α, γ, δ), area (J), radius circuli (ϱ).

Solutio. $d = a + c - b$.

Ex §. 16. sequitur $\sin\frac{\delta}{2} = \sin\frac{\beta}{2}\sqrt{\frac{ab}{c\,(a+c-b)}}$

Secundum §. 17. est $ac\sin^2\frac{\beta+\gamma}{2} = ab\sin^2\frac{\beta}{2} + bc\sin^2\frac{\gamma}{2}$,

unde sequitur $\sin\gamma + \frac{b-a\cos\beta}{a\sin\beta}\cos\gamma = \frac{ab+bc-ab\cos\beta}{ac\sin\beta}$.

Si hic ponitur $\operatorname{tang}\varphi = \frac{b-a\cos\beta}{a\sin\beta}$, invenitur $\sin(\gamma+\varphi) = \frac{ab+bc-ab\cos\beta}{ac\sin\beta}\cos\varphi$.

Quum vero haec forma ad calculum logarithmicum minus apta sit, quaerantur anguli $\angle(ae)$ et $\angle(be)$ aequationibus $\operatorname{tang}\frac{\angle(ae)-\angle(be)}{2} = \frac{b+a}{b-a}\cot\frac{\beta}{2}$ et $\angle(ae)+\angle(be) = 180^\circ - \beta$; porro anguli $\angle(ce)$ et $\angle(de)$ aequationibus $\operatorname{tang}\frac{\angle(ce)-\angle(de)}{2} = \frac{d+c}{d-c}\cot\frac{\delta}{2}$ et $\angle(ce)+\angle(de) = 180^\circ - \delta$. Si tum $\beta < 180^\circ$ et $\angle(de) < \angle(ae)$ 1 figura quadrangula primi generis oritur, in qua $\alpha = \angle(ae) + \angle(de)$ et $\gamma = \angle(be) + \angle(ce)$, atque 1 figura quadrangula secundi generis, in qua $\alpha = \angle(ae) - \angle(de)$ et $\gamma = \angle(be) - \angle(ce)$. Ad illam pertinet $\frac{1}{2}\delta < 90^\circ$, ad hanc $\frac{1}{2}\delta > 90^\circ$.

Si $\beta > 180^\circ$, 1 figura quadrangula secundi generis oritur, in qua $\frac{1}{2}\delta < 90^\circ$.

$$J = \frac{1}{2}ab\sin\beta + \frac{1}{2}cd\sin\delta. \text{ Est vero } \sin\frac{\delta}{2} = \sin\frac{\beta}{2}\sqrt{\frac{ab}{cd}},$$

igitur $\cos\frac{\delta}{2} = \pm\sqrt{\frac{cd - ab\sin^2\frac{\beta}{2}}{cd}}$ et $\sin\delta = \pm\frac{2\sin\frac{\beta}{2}}{cd}\sqrt{abcd - a^2b^2\sin^2\frac{\beta}{2}}$.

$$\text{Ergo } J = \frac{1}{2}ab\sin\beta \pm \sin\frac{\beta}{2}\sqrt{abc\,(a-b+c) - a^2b^2\sin^2\frac{\beta}{2}}$$

$$= \frac{ab\sin\frac{\beta}{2}\sin(\varphi \pm \frac{\beta}{2})}{\sin\varphi}, \text{ si } \sin\varphi = \sin\frac{\beta}{2}\sqrt{\frac{ab}{c\,(a-b+c)}}$$

Signum superius congruit cum $\delta < 180^\circ$, inferius cum $\delta > 180^\circ$.

Quum $J = \frac{1}{2}(a+b+c+d)\varrho$, hic igitur propter conditionem $a+c = b+d$, $J = (a+c)\varrho$,

$$\varrho = \frac{J}{a+c} = \frac{\frac{1}{2}ab\sin\beta + \sin\frac{\beta}{2}\sqrt{abc\,(a+c-b) - a^2b^2\sin^2\frac{\beta}{2}}}{a+c} = \frac{ab\sin\frac{\beta}{2}\sin(\varphi \pm \frac{\beta}{2})}{(a+c)\sin\varphi}.$$

8) Problema 2. Datis 2 lateribus finitimis (a, b) et 2 angulis, qui ad unum horum laterum adjacent (α, β), quaerantur latera non data (c, d), anguli non dati (γ, δ), area (J), radius circuli (ϱ).

Solutio. Secundum §. 17. est $bd \sin^2 \frac{\alpha+\beta}{2} = ad \sin^2 \frac{\alpha}{2} + ab \sin^2 \frac{\beta}{2}$, igitur

$$d = \frac{ab \sin^2 \frac{\beta}{2}}{b \sin^2 \frac{\alpha+\beta}{2} - a \sin^2 \frac{\alpha}{2}} = \frac{a \sin^2 \frac{\beta}{2} \cos^2 \varphi}{\sin^2 \frac{\alpha+\beta}{2} \cos^2 \varphi}, \text{ si tang } \varphi = \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\sin \frac{\alpha+\beta}{2}} \sqrt{\frac{a}{b}}.$$

$$c = b - a + d.$$

Secundum §. 14. est $a \sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\beta+\gamma}{2} = b \sin \frac{\gamma}{2} \sin \frac{\alpha+\beta}{2}$, unde sequitur

$$\cot \frac{\gamma}{2} = \frac{b \sin \frac{\alpha+\beta}{2} - a \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2}}{a \sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\beta}{2}} = \frac{\sin (\frac{\beta}{2} - \varphi)}{\sin \frac{\beta}{2} \sin \varphi}, \text{ si } \cot \varphi = \frac{b \sin \frac{\alpha+\beta}{2}}{a \sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\beta}{2}}.$$

$$\text{Porro } a = \varrho (\cot \frac{\alpha}{2} + \cot \frac{\beta}{2}) = \frac{\varrho \sin \frac{\alpha+\beta}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\beta}{2}}; \text{ igitur}$$

$$\varrho = \frac{a \sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\beta}{2}}{\sin \frac{\alpha+\beta}{2}}$$

$$J = (b + d) \varrho$$

$$= \frac{b^2 \sin^2 \frac{\alpha+\beta}{2} - ab (\sin^2 \frac{\alpha}{2} - \sin^2 \frac{\beta}{2})}{b \sin^2 \frac{\alpha+\beta}{2} - a^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}} \times \frac{a \sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\beta}{2}}{\sin \frac{\alpha+\beta}{2}}$$

$$J = \frac{[b \sin \frac{\alpha+\beta}{2} - a \sin \frac{\alpha-\beta}{2}]\, ab \sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\beta}{2}}{b \sin^2 \frac{\alpha+\beta}{2} - a^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}$$

9) Problema 3. Datis 2 lateribus finitimis (a, b) et 2 angulis, qui ad unum laterum non datorum adjacent (α, δ), quaerantur latera non data (c, d), anguli non dati (β, γ), area (J), radius circuli (ϱ).

Solutio. Secundum §. 14. est $a \sin\frac{\alpha}{2} \sin\frac{\beta+\gamma}{2} = b \sin\frac{\gamma}{2} \sin\frac{\alpha+\beta}{2}$,

sive $a \sin\frac{\alpha}{2} \sin\frac{\alpha+\delta}{2} = b \sin\frac{\gamma}{2} \sin\frac{\gamma+\delta}{2} = \frac{1}{2} b \cos\frac{\delta}{2} - \frac{1}{2} b \cos(\gamma+\frac{\delta}{2})$.

Igitur $\cos(\gamma+\frac{\delta}{2}) = \dfrac{b\cos\frac{\delta}{2} - 2a\sin\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\alpha+\delta}{2}}{b} = \dfrac{\cos\frac{1}{2}\delta\cos 2\varphi}{\cos^2\varphi}$,

$$\text{si } \tang \varphi = \sqrt{\frac{2a\sin\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\alpha+\delta}{2}}{b\cos\frac{\delta}{2}}}.$$

Angulus γ, igitur etiam β 2 valores assumere potest, quamobrem 2 figurae quadrangulae oriuntur.

Ex §. 17. sequitur $ac\sin^2\frac{\alpha+\delta}{2} = c(a+c-b)\sin^2\frac{\delta}{2} + a(a+c-b)\sin^2\frac{\alpha}{2}$,

$$\text{igitur } c = \frac{2a\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha+\delta}{2} + b\sin\frac{\delta}{2} \pm \sqrt{b^2 - (2a\sin\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\alpha+\delta}{2} - b\cos\frac{\delta}{2})^2}}{2\sin\frac{\delta}{2}}.$$

Quum haec forma ad calculum logarithmicum inutilis, et angulus β jam notus sit, ex §. 14. invenitur

$$c = \frac{b\sin\frac{\beta}{2}\sin\frac{\alpha+\beta}{2}}{\sin\frac{\delta}{2}\sin\frac{\alpha+\delta}{2}},$$

$$d = \frac{a\sin\frac{\beta}{2}\sin\frac{\alpha+\delta}{2}}{\sin\frac{\delta}{2}\sin\frac{\alpha+\beta}{2}}.$$

Si in aequatione $J = \frac{1}{2} ab\sin\beta + \frac{1}{2} cd\sin\delta$ secundum §. 16. $cd\sin^2\frac{\delta}{2} = ab\sin^2\frac{\beta}{2}$ substitueris, erit

$$J = \frac{ab\sin\frac{\beta}{2}\sin\frac{\beta+\delta}{2}}{\sin\frac{\delta}{2}},$$

ubi pro β valorem supra inventum substitui necesse est.

Idem fiat in aequatione

$$\varrho = \frac{a \sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\beta}{2}}{\sin \frac{\alpha + \beta}{2}};$$

nam si ϱ quantitatibus datis definitur, est

$$\varrho = \frac{(2a-b) \sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\delta}{2} + 2a \cos \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha+\delta}{2} \pm \sqrt{b^2 - (2a \sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\alpha+\delta}{2} - b \cos^2 \frac{\delta}{2})^2}}{2 \sin \frac{\alpha+\delta}{2}}$$

10) Problema 4. Datis 2 lateribus finitimis (a, b) et 2 angulis sibi oppositis, quorum neuter est inclusus (α, γ), quaerantur latera non data (c, d), anguli non dati (β, δ), area (J), radius circuli (ϱ).

Solutio. Ex aequatione §. 14. $a \sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\beta+\gamma}{2} = b \sin \frac{\gamma}{2} \sin \frac{\alpha+\beta}{2}$ sequitur:

$$\cot \frac{\beta}{2} = \frac{b \cot \frac{\alpha}{2} - a \cot \frac{\gamma}{2}}{a - b} = \frac{b \cot \frac{\alpha}{2} \cos 2\varphi}{(a-b) \cos^2 \varphi}, \text{ si } \tang \varphi = \sqrt{\frac{a \cot \frac{\gamma}{2}}{b \cot \frac{\alpha}{2}}}.$$

Quum sit $d - c = a - b$ et secundum §. 16. $\frac{c}{d} = \frac{a \sin^2 \frac{\alpha^2}{2}}{b \sin^2 \frac{\gamma}{2}}$, invenitur

$$c = \frac{a\,(a-b) \sin^2 \frac{\alpha}{2}}{b \sin^2 \frac{\gamma}{2} - a \sin^2 \frac{\alpha}{2}} = \frac{(a-b) \sin^2 \varphi}{\cos 2\varphi} \text{ et}$$

$$d = \frac{b\,(a-b) \sin^2 \frac{\gamma}{2}}{b \sin^2 \frac{\gamma}{2} - a \sin^2 \frac{\alpha}{2}} = \frac{(a-b) \cos^2 \varphi}{\cos 2\varphi}, \text{ si } \cot \varphi = \frac{\sin \frac{\gamma}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{b}{a}}.$$

Si in aequatione $J = \frac{1}{2}\, ad \sin \alpha + \frac{1}{2}\, bc \sin \gamma$ valores laterum c et d substitueris, erit

$$J = \frac{ab\,(a-b) \sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\gamma}{2} \sin \frac{\alpha+\gamma}{2}}{b \sin^2 \frac{\gamma}{2} - a \sin^2 \frac{\alpha}{2}} = \frac{a\,(a-b) \sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\alpha+\gamma}{2} \cos^2 \varphi}{\sin \frac{\gamma}{2} \cos 2\varphi}$$

$$\varrho = \frac{J}{a+c}\text{; est autem } a+c = \frac{ab\left(\sin^2\frac{\gamma}{2} - \sin^2\frac{\alpha}{2}\right)}{b\sin^2\frac{\gamma}{2} - a\sin^2\frac{\alpha}{2}} = \frac{ab\sin\frac{\gamma+\alpha}{2}\sin\frac{\gamma-\alpha}{2}}{b\sin^2\frac{\gamma}{2} - a\sin^2\frac{\alpha}{2}};$$

$$\text{ergo } \varrho = \frac{(a-b)\sin\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\gamma}{2}}{\sin\frac{\gamma-\alpha}{2}}$$

11) Problema 5. Datis 2 lateribus finitimis (a, b) et 2 angulis sibi oppositis, inter quos angulus est inclusus (β, δ), quaerantur latera non data (c, d), anguli non dati (α, γ), area (J), radius circuli (ϱ).

Solutio. Quum sit $c - d = b - a$ et secundum §. 16.

$$cd = \frac{ab\sin^2\frac{\beta}{2}}{\sin^2\frac{\delta}{2}},\quad c+d = \sqrt{(b-a)^2 + \frac{4ab\sin^2\frac{\beta}{2}}{\sin^2\frac{\delta}{2}}} = (b-a)\sec\varphi,$$

$$\text{si } \tan\varphi = \frac{2\sin\frac{\beta}{2}\sqrt{ab}}{(b-a)\sin\frac{\delta}{2}}.\ \text{Inde sequitur}$$

$$c = \frac{(b-a)\cos^2\frac{\varphi}{2}}{\cos\varphi},\ \text{et } d = \frac{(b-a)\sin^2\frac{\varphi}{2}}{\cos\varphi}.$$

Quum aequatio, qua anguli α et γ definiuntur, ad calculum logarithmicum inutilis sit, quaerantur anguli $\angle(ae)$ et $\angle(be)$ aequationibus $\tan\frac{\angle(ae) - \angle(be)}{2} = \frac{b+a}{b-a}\cot\frac{\beta}{2}$ et $\angle(ae) + \angle(be) = 180^\circ - \beta$. Quum porro $c+d = \frac{b-a}{\cos\varphi}$, igitur $\frac{c+d}{c-d} = \frac{\frac{b-a}{\cos\varphi}}{b-a} = \frac{1}{\cos\varphi}$, quaerantur etiam anguli $\angle(ce)$ et $\angle(de)$ aequationibus $\tan\frac{\angle(de) - \angle(ce)}{2} = \frac{\cot\frac{\delta}{2}}{\cos\varphi}$ et $\angle(de) + \angle(ce) = 180^\circ - \delta$. Si tum et β et $\delta < 180^\circ$, $\alpha = \angle(ae) + \angle(de)$ et $\gamma = \angle(be) + \angle(ce)$. Si $\beta > 180^\circ$, $\alpha = \angle(de) - \angle(ae)$, $\gamma = \angle(ce) - \angle(be)$. Si $\delta > 180^\circ$, $\alpha = \angle(ae) - \angle(de)$ et $\gamma = \angle(be) - \angle(ce)$.

Sicut in problemate 3. invenitur.

$$J = \frac{ab \sin \frac{\beta}{2} \sin \frac{\beta + \delta}{2}}{\sin \frac{\delta}{2}} \cdot$$

Denique $\varrho = \frac{J}{a+c} = \frac{ab \sin \frac{\beta}{2} \sin \frac{\beta+\delta}{2}}{(a+c) \sin \frac{\delta}{2}}$. Est autem

$$a + c = \frac{a+b}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(b-a)^2 + \frac{4ab \sin^2 \frac{\beta}{2}}{\sin^2 \frac{\delta}{2}}} \,.$$ Igitur

$$\varrho = \frac{2ab \sin \frac{\beta}{2} \sin \frac{\beta+\delta}{2}}{(a+b)^2 \sin \frac{\delta}{2} + \sqrt{(b-a)^2 \sin^2 \frac{\delta}{2} + 4ab \sin^2 \frac{\beta}{2}}}$$

$$= \frac{(a+b) \sin \frac{\beta}{2} \sin \frac{\delta}{2} - (b-a) \sin \frac{\beta}{2} \sin \frac{\delta}{2} \sqrt{1 + \frac{4ab \sin^2 \frac{\beta}{2}}{(b-a)^2 \sin^2 \frac{\delta}{2}}}}{2 \sin \frac{\delta - \beta}{2}}$$

$$\text{sive } \varrho = \frac{\left[(b+a) - \frac{b-a}{\sin \varphi}\right] \sin \frac{\beta}{2} \sin \frac{\delta}{2}}{2 \sin \frac{\delta - \beta}{2}}$$

12) Problema 6. Datis 2 lateribus oppositis (a, c) et 2 angulis, qui ad unum eorum adjacent (α, β), quaerantur latera non data (b, d), anguli non dati (γ, δ), area (J), radius circuli (ϱ).

Solutio. Secundum §. 15. est $a \sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\beta}{2} = c \sin \frac{\gamma}{2} \sin \frac{\alpha + \beta + \gamma}{2}$.

Igitur $$\frac{a \sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\beta}{2}}{c} = \sin^2 \frac{\gamma}{2} \cos \frac{\alpha+\beta}{2} + \sin \frac{\gamma}{2} \cos \frac{\gamma}{2} \sin \frac{\alpha+\beta}{2}$$

$$= \frac{\cos \frac{\alpha+\beta}{2} - \cos \gamma \cos \frac{\alpha+\beta}{2} + \sin \gamma \sin \frac{\alpha+\beta}{2}}{2} = \frac{\cos \frac{\alpha+\beta}{2} - \cos \frac{\alpha+\beta+2\gamma}{2}}{2},$$

unde sequitur:

$$\cos\frac{\alpha+\beta+2\gamma}{2} = \frac{c\cos\frac{\alpha+\beta}{2} - 2a\sin\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\beta}{2}}{c} = \frac{c\cos\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\beta}{2} - (2a+c)\sin\frac{\alpha}{\beta}\sin\frac{\beta}{2}}{c}$$

$$= \frac{\cos\frac{\alpha}{2}\sin\left(\varphi - \frac{\beta}{2}\right)}{\sin\varphi}, \quad \text{si } \cot\varphi = \frac{2a+c}{c}\operatorname{tang}\frac{\alpha}{2}.$$

Quum haec aequatio 2 valores anguli γ praebeat, 2 figurae quandrangulae problemati respondent.

Ex aequatione §. 17. $bd\sin^2\frac{\alpha+\beta}{2} = ad\sin^2\frac{\alpha}{2} + ab\sin^2\frac{\beta}{2}$,

sive $b\,(a-b+c)\sin^2\frac{\alpha+\beta}{2} = a\,(a-b+c)\sin^2\frac{\alpha}{2} + ab\sin^2\frac{\beta}{2}$ deducitur

$$b = \frac{(a+c)\sin\frac{\alpha+\beta}{2} + a\sin\frac{\alpha-\beta}{2} \pm \sqrt{[(a+c)\sin\frac{\alpha+\beta}{2} + a\sin\frac{\alpha-\beta}{2}]^2 - 4a\,(a+c)\sin^2\frac{\alpha}{2}}}{2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}}$$

Quum autem haec forma ad calculum logarithmicum inutilis et anguli jam inventi sint, latera b et d quaerantur aequationibus

$$b = \frac{a\sin\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\beta+\gamma}{2}}{\sin\frac{\gamma}{2}\sin\frac{\alpha+\beta}{2}}, \qquad d = \frac{a\sin\frac{\beta}{2}\sin\frac{\alpha+\delta}{2}}{\sin\frac{\delta}{2}\sin\frac{\alpha+\beta}{2}}:$$

$$\varrho = \frac{a\sin\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\beta}{2}}{\sin\frac{\alpha+\beta}{2}}$$

$$J = (a+c)\,\varrho = \frac{a\,(a+c)\sin\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\beta}{2}}{\sin\frac{\alpha+\beta}{2}}$$

13) Problema 7. Datis 2 lateribus oppositis (a, c) et 2 angulis, qui ad latus non datum adjacent (α, δ), quaerantur latera non data (b, d), anguli non dati (β, γ), area (J), radius circuli (ϱ).

Solutio. Secundum §. 17. est $ac\sin^2\frac{\alpha+\delta}{2} = cd\sin^2\frac{\delta}{2} + ad\sin^2\frac{\alpha}{2}$,

$$\text{igitur } d = \frac{ac\sin^2\frac{\alpha+\delta}{2}}{a\sin^2\frac{\alpha}{2} + c\sin^2\frac{\delta}{2}} = \frac{c\sin^2\frac{\alpha+\delta}{2}\cos^2\varphi}{\sin^2\frac{\alpha}{2}}, \quad \text{si } \operatorname{tang}\varphi = \frac{\sin\frac{\delta}{2}}{\sin\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{c}{a}}.$$

$b = a + c - d.$

Ex aequatione §. 15. $a \sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\alpha + \gamma + \delta}{2} = c \sin \frac{\gamma}{2} \sin \frac{\delta}{2}$ sequitur

$$\cot \frac{\gamma}{2} = \frac{c \sin \frac{\delta}{2} - a \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha + \delta}{2}}{a \sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\alpha + \delta}{2}} = \frac{\sin \left(\frac{\alpha + \delta}{2} - \varphi \right)}{\sin \frac{\alpha + \delta}{2} \sin \varphi}, \text{ si } \cot \varphi = \frac{c \sin \frac{\delta}{2}}{a \sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\alpha + \delta}{2}}$$

Eadem ratione invenitur

$$\cot \frac{\beta}{2} = \frac{a \sin \frac{\alpha}{2} - c \sin \frac{\delta}{2} \cos \frac{\alpha + \delta}{2}}{c \sin \frac{\delta}{2} \sin \frac{\alpha + \delta}{2}} = \frac{\sin \left(\frac{\alpha + \delta}{2} - \psi \right)}{\sin \frac{\alpha + \delta}{2} \sin \psi}, \text{ si } \cot \psi = \frac{a \sin \frac{\alpha}{2}}{c \sin \frac{\delta}{2} \sin \frac{\alpha + \delta}{2}}$$

Si in aequatione $\varrho = \dfrac{d \sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\delta}{2}}{\sin \frac{\alpha + \delta}{2}}$ valorem lateris d supra inventum posueris, erit

$$\varrho = \frac{ac \sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\delta}{2} \sin \frac{\alpha + \delta}{2}}{a \sin^2 \frac{\alpha}{2} + c \sin^2 \frac{\delta}{2}} = \frac{c \sin \frac{\delta}{2} \sin \frac{\alpha + \delta}{2} \cos^2 \varphi}{\sin \frac{\alpha}{2}}$$

$$J = (a + c)\, \varrho = \frac{ac\, (a + c) \sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\delta}{2} \sin \frac{\alpha + \delta}{2}}{a \sin^2 \frac{\alpha}{2} + c \sin^2 \frac{\delta}{2}} = \frac{c\, (a + c) \sin \frac{\delta}{2} \sin \frac{\alpha + \delta}{2} \cos^2 \varphi}{\sin \frac{\alpha}{2}}.$$

14. Problema 8. Datis 2 lateribus oppositis (a, c) et 2 angulis oppositis (α, γ), quaerantur latera non data (b, d), anguli non dati (β, δ), area (J), radius circuli (ϱ).

Solutio. Ex aequatione §. 16. $ad \sin^2 \frac{\alpha}{2} = c\, (c + a - d) \sin^2 \frac{\gamma}{2}$ sequitur

$$d = \frac{c\, (a + c) \sin^2 \frac{\gamma}{2}}{a \sin^2 \frac{\alpha}{2} + c \sin^2 \frac{\gamma}{2}} = (a + c) \cos^2 \varphi, \text{ si } \tang \varphi = \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\sin \frac{\gamma}{2}} \sqrt{\frac{a}{c}}$$

$$b = a + c - d = \frac{a\, (a + c) \sin^2 \frac{\alpha}{2}}{a \sin^2 \frac{\alpha}{2} + c \sin^2 \frac{\gamma}{2}} = (a + c) \sin^2 \varphi.$$

Ex aequatione §. 15. $a \sin\frac{\alpha}{2} \sin\frac{\beta}{2} = c \sin\frac{\gamma}{2} \sin\frac{\alpha+\beta+\gamma}{2}$ deducitur

$$\cot\frac{\beta}{2} = \frac{a\sin\frac{\alpha}{2} - c\sin\frac{\gamma}{2}\cos\frac{\alpha+\gamma}{2}}{c\sin\frac{\gamma}{2}\sin\frac{\alpha+\gamma}{2}} = \frac{\sin\left(\frac{\alpha+\gamma}{2}-\psi\right)}{\sin\frac{\alpha+\gamma}{2}\sin\psi}, \text{ si } \cot\psi = \frac{a\sin\frac{\alpha}{2}}{c\sin\frac{\gamma}{2}\sin\frac{\alpha+\gamma}{2}}$$

Eodem modo invenitur

$$\cot\frac{\gamma}{2} = \frac{c\sin\frac{\gamma}{2} - a\sin\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\alpha+\gamma}{2}}{a\sin\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\alpha+\gamma}{2}} = \frac{\sin\left(\frac{\alpha+\gamma}{2}-\omega\right)}{\sin\frac{\alpha+\gamma}{2}\sin\omega}, \text{ si } \cot\omega = \frac{c\sin\frac{\gamma}{2}}{a\sin\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\alpha+\gamma}{2}}$$

Valoribus modo repertis loco laterum b et d positis aequatio $J = {}^1\!/_2\, ad \sin\alpha + {}^1\!/_2\, bc \sin\gamma$ mutatur in

$$J = \frac{ac\,(a+c)\sin\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\gamma}{2}\sin\frac{\alpha+\gamma}{2}}{a\sin^2\frac{\alpha}{2} + c\sin^2\frac{\gamma}{2}} = \frac{a\,(a+c)\sin\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\alpha+\gamma}{2}\cos^2\varphi}{\sin\frac{\gamma}{2}}$$

$$\varrho = \frac{J}{a+c} = \frac{ac\sin\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\gamma}{2}\sin\frac{\alpha+\gamma}{2}}{a\sin^2\frac{\alpha}{2} + c\sin^2\frac{\gamma}{2}} = \frac{a\sin\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\alpha+\gamma}{2}\cos^2\varphi}{\sin\frac{\gamma}{2}}$$

15) Problema 9. Datis 1 latere (a) et 3 angulis (α, β, γ), quaerantur latera non data (b, c, d), area (J), radius circuli (ϱ).

Solutio. Ex §. 14. sequitur

$$b = \frac{a\sin\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\beta+\gamma}{2}}{\sin\frac{\gamma}{2}\sin\frac{\alpha+\beta}{2}}, \qquad d = \frac{a\sin\frac{\beta}{2}\sin\frac{\beta+\gamma}{2}}{\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha+\beta+\gamma}{2}}$$

et ex §. 15. $$c = \frac{a\sin\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\beta}{2}}{\sin\frac{\gamma}{2}\sin\frac{\alpha+\beta+\gamma}{2}}$$

$$\varrho = \frac{a\sin\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\beta}{2}}{\sin\frac{\alpha+\beta}{2}}$$

In problemate 5. inventum est $J = \dfrac{ab \sin \frac{\beta}{2} \sin \frac{\beta + \delta}{2}}{\sin \frac{\delta}{2}}$; igitur

$$J = \frac{a^2 \sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\beta}{2} \sin \frac{\alpha + \gamma}{2} \sin \frac{\beta + \gamma}{2}}{\sin \frac{\gamma}{2} \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha + \beta + \gamma}{2}}.$$

Nota. Si in aequatione $J = (a + c)\,\varrho$ loco lateris c posueris

$\dfrac{a \sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\beta}{2}}{\sin \frac{\gamma}{2} \sin \frac{\alpha + \beta + \gamma}{2}}$, erit $J = \dfrac{a^2 \sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\beta}{2}}{\sin \frac{\gamma}{2} \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha + \beta + \gamma}{2}} \left[\sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\beta}{2} + \sin \frac{\gamma}{2} \sin \frac{\alpha + \beta + \gamma}{2}\right]$.

Est igitur $\sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\beta}{2} + \sin \frac{\gamma}{2} \sin \frac{\alpha + \beta + \gamma}{2} = \sin \frac{\alpha + \gamma}{2} \sin \frac{\beta + \gamma}{2}$, quod idem nonnullis mutationibus facilibus probatur.

Eodem modo invenitur $\cos \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2} + \cos \frac{\gamma}{2} \cos \frac{\alpha + \beta + \gamma}{2} = \sin \frac{\alpha + \gamma}{2} \sin \frac{\beta + \gamma}{2}$.

Est igitur in quaque figura quadrangula primi ut secundi generis

I. $\sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\beta}{2} + \sin \frac{\gamma}{2} \sin \frac{\delta}{2} = \cos \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2} + \cos \frac{\gamma}{2} \cos \frac{\delta}{2} = \sin \frac{\alpha + \gamma}{2} \sin \frac{\beta + \gamma}{2}$.

II. $\cos \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2} - \sin \frac{\gamma}{2} \sin \frac{\delta}{2} = \cos \frac{\alpha + \gamma}{2} \cos \frac{\beta + \gamma}{2}$.

III. $\sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2} - \sin \frac{\gamma}{2} \cos \frac{\delta}{2} = \sin \frac{\alpha + \gamma}{2} \cos \frac{\beta + \gamma}{2}$.

IV. $\sin \alpha \sin \beta - \sin \gamma \sin \delta = \cos \alpha \cos \beta - \cos \gamma \cos \delta = \sin (\alpha + \gamma) \sin (\beta + \gamma)$.

V. $\cos \alpha \cos \beta + \sin \gamma \sin \delta = \sin \alpha \sin \beta + \cos \gamma \cos \delta = \cos (\alpha + \gamma) \cos (\beta + \gamma)$.

VI. $\sin \alpha \cos \beta + \sin \gamma \cos \delta = \sin (\alpha + \gamma) \cos (\beta + \gamma)$.

Ex I. et III. sequitur

VII. $$\frac{\sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\beta}{2} + \sin \frac{\gamma}{2} \sin \frac{\delta}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2} - \sin \frac{\gamma}{2} \cos \frac{\delta}{2}} = \frac{\cos \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2} + \cos \frac{\gamma}{2} \cos \frac{\delta}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2} - \sin \frac{\gamma}{2} \cos \frac{\delta}{2}} = \operatorname{tang} \frac{\beta + \gamma}{2}$$

Ex II. et III.

VIII. $$\frac{\cos \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2} - \sin \frac{\gamma}{2} \sin \frac{\delta}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2} - \sin \frac{\gamma}{2} \cos \frac{\delta}{2}} = \cot \frac{\alpha + \gamma}{2}$$

Ex IV. et VI.

$$\text{IX.}\quad \frac{\sin\alpha\sin\beta-\sin\gamma\sin\delta}{\sin\alpha\cos\beta+\sin\gamma\cos\delta}=\frac{\cos\alpha\cos\beta-\cos\gamma\cos\delta}{\sin\alpha\cos\beta+\sin\gamma\cos\delta}=\operatorname{tang}(\beta+\gamma).$$

Ex V. et VI.

$$\text{X.}\quad \frac{\cos\alpha\cos\beta+\sin\gamma\sin\delta}{\sin\alpha\cos\beta+\sin\gamma\cos\delta}=\frac{\sin\alpha\sin\beta+\cos\gamma\cos\delta}{\sin\alpha\cos\beta+\sin\gamma\cos\delta}=\cot(\alpha+\gamma).$$

Ex I. et IV.

$$\text{XI.}\quad \frac{\sin\alpha\sin\beta-\sin\gamma\sin\delta}{\sin\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\beta}{2}+\sin\frac{\gamma}{2}\sin\frac{\delta}{2}}=\frac{\cos\alpha\cos\beta-\cos\gamma\cos\delta}{\cos\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\beta}{2}+\cos\frac{\gamma}{2}\cos\frac{\delta}{2}}=4\cos\frac{\alpha+\gamma}{2}\cos\frac{\beta+\gamma}{2}.$$

Ex II. et IV.

$$\text{XII.}\quad \frac{\sin\alpha\sin\beta-\sin\gamma\sin\delta}{\cos\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\beta}{2}-\sin\frac{\gamma}{2}\sin\frac{\delta}{2}}=\frac{\cos\alpha\cos\beta-\cos\gamma\cos\delta}{\cos\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\beta}{2}-\sin\frac{\gamma}{2}\sin\frac{\delta}{2}}=4\sin\frac{\alpha+\gamma}{2}\sin\frac{\beta+\gamma}{2}.$$

etc.

Quum, ut notissimum, sit

$$\begin{aligned}8\sin u\sin x\sin y\sin z&=\cos(u+x+y+z)-\cos(u+x+y-z)-\cos(u+x-y+z)\\&\quad-\cos(u-x+y+z)-\cos(-u+x+y+z)+\cos(u+x-y-z)\\&\quad+\cos(u-x-y+z)+\cos(u-x+y-z)\end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned}8\cos u\cos x\cos y\cos z&=\cos(u+x+y+z)+\cos(u+x+y-z)+\cos(u+x-y+z)\\&\quad+\cos(u-x+y+z)+\cos(-u+x+y+z)+\cos(u+x-y-z)\\&\quad+\cos(u-x-y+z)+\cos(u-x+y-z),\end{aligned}$$

si pro u, x, y z anguli figurae quadrangulae ponuntur, est

$$8\sin\alpha\sin\beta\sin\gamma\sin\delta=1-\cos2\alpha-\cos2\beta-\cos2\gamma-\cos2\delta+\cos2(\alpha+\beta)+\cos2(\alpha+\gamma)+\cos2(\alpha+\delta)$$

et

$$8\cos\alpha\cos\beta\cos\gamma\cos\delta=1+\cos2\alpha+\cos2\beta+\cos2\gamma+\cos2\delta+\cos2(\alpha+\beta)+\cos2(\alpha+\gamma)+\cos2(\alpha+\delta).$$

Igitur

$$4\sin\alpha\sin\beta\sin\gamma\sin\delta+4\cos\alpha\cos\beta\cos\gamma\cos\delta=1+\cos2(\alpha+\beta)+\cos2(\alpha+\gamma)+\cos2(\alpha+\delta)$$

sive

$$\text{XIII.}\quad \sin\alpha\sin\beta\sin\gamma\sin\delta+\cos\alpha\cos\beta\cos\gamma\cos\delta=\frac{\cos^2(\alpha+\beta)+\cos^2(\alpha+\gamma)+\cos^2(\alpha+\delta)-1}{2}$$

$$=\frac{2-\sin^2(\alpha+\beta)-\sin^2(\alpha+\gamma)-\sin^2(\alpha+\delta)}{2}.$$

Porro

$$4\cos\alpha\cos\beta\cos\gamma\cos\delta-4\sin\alpha\sin\beta\sin\gamma\sin\delta=\cos2\alpha+\cos2\beta+\cos2\gamma+\cos2\delta,$$

$$\text{XIV.}\quad 1+\sin\alpha\sin\beta\sin\gamma\sin\delta-\cos\alpha\cos\beta\cos\gamma\cos\delta=\frac{\sin^2\alpha+\sin^2\beta+\sin^2\gamma+\sin^2\delta}{2}$$

et

$$\text{XV.}\quad 1-\sin\alpha\sin\beta\sin\gamma\sin\delta+\cos\alpha\cos\beta\cos\gamma\cos\delta=\frac{\cos^2\alpha+\cos^2\beta+\cos^2\gamma+\cos^2\delta}{2}$$

Si autem pro u, x, y, z posueris $\frac{\alpha}{4}, \frac{\beta}{4}, \frac{\gamma}{4}, \frac{\delta}{4}$, evadent aequationes

$$\text{XVI.}\ \cos\frac{\alpha}{4}\cos\frac{\beta}{4}\cos\frac{\gamma}{4}\cos\frac{\delta}{4}+\sin\frac{\alpha}{4}\sin\frac{\beta}{4}\sin\frac{\gamma}{4}\sin\frac{\delta}{4}=\frac{\sin\frac{\alpha+\beta}{2}+\sin\frac{\alpha+\gamma}{2}+\sin\frac{\alpha+\delta}{2}}{4}$$

et

$$\text{XVII.}\ \cos\frac{\alpha}{4}\cos\frac{\beta}{4}\cos\frac{\gamma}{4}\cos\frac{\delta}{4}-\sin\frac{\alpha}{4}\sin\frac{\beta}{4}\sin\frac{\gamma}{4}\sin\frac{\delta}{4}=\frac{\sin\frac{\alpha}{2}+\sin\frac{\beta}{2}+\sin\frac{\gamma}{2}+\sin\frac{\delta}{2}}{4}$$

etc.

Quum sit $\operatorname{tang} u+\operatorname{tang} x+\operatorname{tang} y=\frac{\sin(u+x)\cos y+\cos u\cos x\sin y}{\cos u\cos x\cos y}$

$$=\frac{\sin(u+x)\cos y+[\cos(u+x)+\sin u\sin x]\sin y}{\cos u\cos x\cos y}$$

i. e. $\operatorname{tang} u+\operatorname{tang} x+\operatorname{tang} y=\frac{\sin(u+x+y)}{\cos u\cos x\cos y}+\operatorname{tang} u\operatorname{tang} x\operatorname{tang} y$, est quoque

$$\operatorname{tang} u+\operatorname{tang} x+\operatorname{tang} y+\operatorname{tang} z=\frac{\sin(u+x+y)\cos z+\sin u\sin x\sin y\cos z+\cos u\cos x\cos y\sin z}{\cos u\cos x\cos y\cos z}$$

Sed $\cos(u+x+y)=\cos u\cos x\cos y-\sin u\sin x\cos y-\sin u\cos x\sin y-\cos u\sin x\sin y$

Ergo $\operatorname{tang} u+\operatorname{tang} x+\operatorname{tang} y+\operatorname{tang} z$

$$=\frac{\sin(u+x+y)\cos z+\cos(u+x+y)\sin z+\sin u\sin x\sin y\cos z}{\cos u\cos x\cos y\cos z}$$

$$+\frac{\sin u\sin x\cos y\sin z+\sin u\cos x\sin y\sin z+\cos u\sin x\sin y\sin z}{\cos u\cos x\cos y\cos z}$$

i. e. $\operatorname{tang} u+\operatorname{tang} x+\operatorname{tang} y+\operatorname{tang} z=\frac{\sin(u+x+y+z)}{\cos u\cos x\cos y\cos z}+\operatorname{tang} u\operatorname{tang} x\operatorname{tang} y$

$$+\operatorname{tang} u\operatorname{tang} x\operatorname{tang} z+\operatorname{tang} u\operatorname{tang} y\operatorname{tang} z+\operatorname{tang} x\operatorname{tang} y\operatorname{tang} z.$$

Si igitur pro u, x, y, z anguli figurae quadranguli ponuntur, oritur aequatio

$$\text{XVIII.}\ \operatorname{tang}\alpha+\operatorname{tang}\beta+\operatorname{tang}\gamma+\operatorname{tang}\delta=\operatorname{tang}\alpha\operatorname{tang}\beta\operatorname{tang}\gamma+\operatorname{tang}\alpha\operatorname{tang}\beta\operatorname{tang}\delta$$
$$+\operatorname{tang}\alpha\operatorname{tang}\gamma\operatorname{tang}\delta+\operatorname{tang}\beta\operatorname{tang}\gamma\operatorname{tang}\delta$$

et si ponitur $u=\frac{\alpha}{2}, x=\frac{\beta}{2}, y=\frac{\gamma}{2}, z=\frac{\delta}{2}$,

XIX. $\operatorname{tang}\frac{\alpha}{2}+\operatorname{tang}\frac{\beta}{2}+\operatorname{tang}\frac{\gamma}{2}+\operatorname{tang}\frac{\delta}{2}=\operatorname{tang}\frac{\alpha}{2}\operatorname{tang}\frac{\beta}{2}\operatorname{tang}\frac{\gamma}{2}+\operatorname{tang}\frac{\alpha}{2}\operatorname{tang}\frac{\beta}{2}\operatorname{tang}\frac{\delta}{2}$

$$+\operatorname{tang}\frac{\alpha}{2}\operatorname{tang}\frac{\gamma}{2}\operatorname{tang}\frac{\delta}{2}+\operatorname{tang}\frac{\beta}{2}\operatorname{tang}\frac{\gamma}{2}\operatorname{tang}\frac{\delta}{2}$$

Eadem ratione invenitur

$$\cot u+\cot x+\cot y+\cot z=\cot u\cot x\cot y+\cot u\cot x\cot z+\cot u\cot y\cot z$$
$$+\cot x\cot y\cot z-\frac{\sin(u+x+y+z)}{\sin u\sin x\sin y\sin z}$$

Ergo

XX. $\cot\alpha+\cot\beta+\cot\gamma+\cot\delta=\cot\alpha\cot\beta\cot\gamma+\cot\alpha\cot\beta\cot\delta+\cot\alpha\cot\gamma\cot\delta+\cot\beta\cot\gamma\cot\delta$

et

XXI. $\cot\frac{\alpha}{2}+\cot\frac{\beta}{2}+\cot\frac{\gamma}{2}+\cot\frac{\delta}{2}=\cot\frac{\alpha}{2}\cot\frac{\beta}{2}\cot\frac{\gamma}{2}+\cot\frac{\alpha}{2}\cot\frac{\beta}{2}\cot\frac{\delta}{2}$

$$+\cot\frac{\alpha}{2}\cot\frac{\gamma}{2}\cot\frac{\delta}{2}+\cot\frac{\beta}{2}\cot\frac{\gamma}{2}\cot\frac{\delta}{2}.$$

Porro

$$\operatorname{tang}u+\operatorname{tang}x+\operatorname{tang}y-\cot z=\operatorname{tang}u\operatorname{tang}x\operatorname{tang}y-\operatorname{tang}u\operatorname{tang}x\cot z$$
$$-\operatorname{tang}u\operatorname{tang}y\cot z-\operatorname{tang}x\operatorname{tang}y\cot z-\frac{\cos(u+x+y+z)}{\cos u\cos x\cos y\cos z}$$

Ergo

XXII. $\operatorname{tang}\frac{\alpha}{4}+\operatorname{tang}\frac{\beta}{4}+\operatorname{tang}\frac{\gamma}{4}-\cot\frac{\delta}{4}=\operatorname{tang}\frac{\alpha}{4}\operatorname{tang}\frac{\beta}{4}\operatorname{tang}\frac{\gamma}{4}-\operatorname{tang}\frac{\alpha}{4}\operatorname{tang}\frac{\beta}{4}\cot\frac{\delta}{4}$

$$-\operatorname{tang}\frac{\alpha}{4}\operatorname{tang}\frac{\gamma}{4}\cot\frac{\delta}{4}-\operatorname{tang}\frac{\beta}{4}\operatorname{tang}\frac{\gamma}{4}\cot\frac{\delta}{4}$$

$$\cot u+\cot x-\operatorname{tang}y-\operatorname{tang}z=\frac{\sin(u+x+y+z)}{\sin u\sin x\cos y\cos z}-\cot u\cot x\operatorname{tang}y$$
$$-\cot u\cot x\cot z+\cot u\operatorname{tang}y\operatorname{tang}z+\cot x\operatorname{tang}y\operatorname{tang}z.$$

Ergo

XXIII. $\cot\alpha+\cot\beta-\operatorname{tang}\gamma-\operatorname{tang}\delta=-\cot\alpha\cot\beta\operatorname{tang}\gamma-\cot\alpha\cot\beta\operatorname{tang}\delta$

$$+\cot\alpha\operatorname{tang}\gamma\operatorname{tang}\delta+\cot\beta\operatorname{tang}\gamma\operatorname{tang}\delta$$

et

XXIV. $\cot\frac{\alpha}{2}+\cot\frac{\beta}{2}-\operatorname{tang}\frac{\gamma}{2}-\operatorname{tang}\frac{\delta}{2}=-\cot\frac{\alpha}{2}\cot\frac{\beta}{2}\operatorname{tang}\frac{\gamma}{2}-\cot\frac{\alpha}{2}\cot\frac{\beta}{2}\operatorname{tang}\frac{\delta}{2}$

$$+\cot\frac{\alpha}{2}\operatorname{tang}\frac{\gamma}{2}\operatorname{tang}\frac{\delta}{2}+\cot\frac{\beta}{2}\operatorname{tang}\frac{\gamma}{2}\operatorname{tang}\frac{\delta}{2}$$

Figurae quadrangulae, in quibus differentiae laterum oppositorum aequales, omittantur, quia aequationes, quae in eas valent, eodem modo ex §§. 37—42 deducuntur.

b. Figurae quadrangulae, in quibus et summae et differentiae laterum oppositorum aequales sunt. $(a+c=b+d,\ a-c=d-b.)$

16) In has figuras quadrangulas 2 circuli perscribi possunt, qui omnia latera aut ipsa aut producta tangant.

Quum in iis $a=d$, $b=c$, $\beta=\delta$, 3 quantitatibus definiuntur. Data igitur esse possunt.

1) $a,\ b,\ \beta.$ 3) $a,\ \alpha,\ \gamma.$

2) $a,\ b,\ \alpha.$ 4) $a,\ \alpha.\ \beta.$

ϱ^1 denotet radium circuli, qui extra figuram situs est.

17) Problema 1. Datis 2 lateribus inaequalibus (a, b) et 1 angulorum aequalium (β), quaerantur anguli non dati (α, γ), area (J), radii circulorum (ϱ, ϱ^1).

Solutio. Ex aequatione §. 43. $b \sin \frac{\gamma}{2} = a \sin \frac{\gamma+2\beta}{2}$ sequitur

$$\cot \frac{\gamma}{2} = \frac{b - a\cos\beta}{a\sin\beta} = \frac{\sin(\beta-\varphi)}{\sin\beta\sin\varphi},\ \text{si}\ \cot\varphi = \frac{b}{a\sin\beta},$$

et ex aequatione $a \sin \frac{\alpha}{2} = b \sin \frac{\alpha+2\beta}{2}$

$$\cot \frac{\alpha}{2} = \frac{a - b\cos\beta}{b\sin\beta} = \frac{\sin(\beta-\psi)}{\sin\beta\sin\psi},\quad \text{si}\ \cot\psi = \frac{a}{b\sin\beta}.$$

Aut quaerantur anguli α, γ aequationibus

$$\operatorname{tang} \frac{\alpha-\gamma}{4} = \frac{b-a}{b+a} \cot \frac{\beta}{2} \quad \text{et} \quad \frac{\alpha+\gamma}{2} = 180^\circ - \beta.$$

$J = \frac{1}{2}ab \sin\beta + \frac{1}{2}cd \sin\gamma$. Sed in his figuris $ab \sin\beta = cd \sin\gamma$, ergo

$$J = ab \sin\beta,$$

$$\varrho = \frac{J}{a+c} = \frac{ab\sin\beta}{a+b}$$

Quum $J = \frac{1}{2}(a-b-c-d)\,\varrho^1 = (a-b)\,\varrho^1$,

$$\varrho^1 = \frac{J}{a-b} = \frac{ab\sin\beta}{a-b}.$$

18) Problema 2. Datis 2 lateribus inaequalibus (a, b) et 1 angulorum inaequalium (α), quaerantur anguli non dati (β, γ), area (J), radii circulorum (ϱ, ϱ^1).

Solutio. Ex §. 43. sequitur $\sin \frac{\gamma}{2} = \frac{a \sin \frac{\alpha}{2}}{b}$

$$\text{et}\ \sin\beta = \frac{a\cos\frac{\alpha}{2} \pm \sqrt{b^2 - a^2\sin^2\frac{\alpha}{2}}}{b} \sin\frac{\alpha}{2},\quad \text{aut}\ \beta = 180^\circ - \frac{\alpha+\gamma}{2}$$

$$J = ab \sin\beta = (a \cos\frac{\alpha}{2} \pm \sqrt{b^2 - a^2 \sin^2\frac{\alpha}{2}})\, a \sin\frac{\alpha}{2}$$

$$\varrho = \frac{ab \sin\beta}{a+b} = \frac{a \cos\frac{\alpha}{2} \pm \sqrt{b^2 - a^2 \sin^2\frac{\alpha}{2}}}{a+b}\, a \sin\frac{\alpha}{2}$$

$$\varrho^1 = \frac{ab \sin\beta}{a-b} = \frac{a \cos\frac{\alpha}{2} \pm \sqrt{b^2 - a^2 \sin^2\frac{\alpha}{2}}}{a-b}\, a \sin\frac{\alpha}{2}.$$

$b > a \sin\frac{\alpha}{2}$ esse oportet. Si $\alpha < 180^0$ et $a > b$, 1 figura quadrangula primi et 1 tertii generis problemati satisfacit, si autem $a < b$ 1 primi generis.

19) Problema 3. Datis 1 latere (a) et 2 angulis inaequalibus (α, γ), quaeratur latus non datum (b), angulus non datus (β), area (J), radii circulorum (ϱ, ϱ^1).

Solutio. $\beta = \delta = 180^0 - \frac{\alpha+\gamma}{2}$ et secundum §. 43. $b = \dfrac{a \sin\frac{\alpha}{2}}{\sin\frac{\gamma}{2}}$

$$J = ab \sin\beta = \frac{a^2 \sin\frac{\alpha}{2} \sin\frac{\alpha+\gamma}{2}}{\sin\frac{\gamma}{2}}$$

$$\varrho = \frac{ab \sin\beta}{a+b} = \frac{a^2 \sin\frac{\alpha}{2} \sin\frac{\alpha+\gamma}{2}}{a\,(\sin\frac{\alpha}{2} + \sin\frac{\gamma}{2})} = \frac{a \sin\frac{\alpha}{2} \cos\frac{\alpha+\gamma}{4}}{\sin\frac{\alpha-\gamma}{4}}$$

$$\varrho^1 = \frac{ab \sin\beta}{a-b} = \frac{a \sin\frac{\alpha}{2} \sin\frac{\alpha+\gamma}{4}}{\sin\frac{\alpha-\gamma}{4}}.$$

20) Problema 4. Datis 1 latere (a), 1 angulorum inaequalium (α) et 1 aequalium (β), quaeratur latus non datum (b), angulus non datus (γ), area (J), radii circulorum (ϱ, ϱ^1).

Solutio. $\gamma = 360^0 - (\alpha + 2\beta)$ et secundum §. 43. $b = \dfrac{a \sin\frac{\alpha}{2}}{\sin\frac{\alpha+\beta}{2}}$

$$J = ab \sin\beta = \frac{a^2 \sin\frac{\alpha}{2} \sin\beta}{\sin\frac{\alpha+2\beta}{2}} \qquad \varrho = \frac{ab \sin\beta}{a+b} = \frac{a \sin\frac{\alpha}{2} \sin\frac{\beta}{2}}{\sin\frac{\alpha+\beta}{2}} \qquad \varrho^1 = \frac{ab \sin\beta}{a-b} = \frac{a \sin\frac{\alpha}{2} \cos\frac{\beta}{2}}{\cos\frac{\alpha+\beta}{2}}$$

C. Figurae quadrangulae, circum quas et in quas circulus perscribi potest.

21. Si earum tantum figurarum rationem habemus, in quibus summae laterum oppositorum aequales sint, propter 2 aequationes $\alpha + \gamma = \beta + \delta$, $a + c = b + d$ primi generis esse debent et 3 quantitatibus definiuntur, inter quas summum 2 anguli iique finitimi. Data igitur esse possunt

1) a, b, c. 3) a, b, γ. 5) a, α, δ.
2) a, b, β. 4) a, c, α.

22) Problema 1. Datis 3 lateribus (a, b, c) quaerantur latus quartum (d), anguli $(\alpha, \beta, \gamma, \delta)$, area (J), radii circulorum (r, ϱ).

Solutio. $d = a + c - b$. Ex §. 27. sequitur

$$\operatorname{tang} \frac{\beta}{2} = \sqrt{\frac{c\,(a+c-b)}{ab}} = \cot \frac{\delta}{2}$$

$$\operatorname{tang} \frac{\gamma}{2} = \sqrt{\frac{a\,(a+c-b)}{bc}} = \cot \frac{\alpha}{2}$$

Nro. 2) inventum est $J = {}^1/_4 \sqrt{(a+b+c-d)\,(a+b-c+d)\,(a-b+c+d)\,(-a+b+c+d)}$

Ergo $J = \sqrt{abcd} = \sqrt{abc\,(a-b+c)}$

$$\varrho = \frac{J}{a+c} = \frac{1}{a+c} \sqrt{abc\,(a-b+c)}$$

$$r = \frac{1}{4J} \sqrt{(ab+cd)\,(ac+bd)\,(bc+ad)}$$

$$= \sqrt{\frac{[a\,(b+c) - c\,(b-c)]\,[a\,(b+c) - b\,(b-c)]\,[a\,(a+c) - b\,(a-c)]}{abc\,(a-b+c)}}$$

23) Problema 2. Datis 2 lateribus finitimis (a, b) et angulo iis incluso (β), quaerantur latera non data (c, d), anguli non dati (α, γ), area (J), radii circulorum (r, ϱ).

Solutio. Ex aequatione §. 27. $ab \operatorname{tang}^2 \frac{\beta}{2} = c\,(a + c - b)$ derivatur

$$c = \frac{b - a + \sqrt{(b-a)^2 + 4ab \operatorname{tang}^2 \frac{\beta}{2}}}{2} = \frac{(b-a) \cos^2 \frac{\varphi}{2}}{\cos \varphi}, \text{ si } \operatorname{tang} \varphi = \frac{2 \operatorname{tang} \frac{\beta}{2} \sqrt{ab}}{b-a}$$

$$d = a - b + c = \frac{a - b + \sqrt{(b-a)^2 + 4ab \operatorname{tang}^2 \frac{\beta}{2}}}{2} = \frac{(b-a) \sin^2 \frac{\varphi}{2}}{\cos \varphi}$$

Secundum §. 25. est $b \operatorname{tang} \frac{\beta}{2} \operatorname{tang} \frac{\gamma}{2} = d = \dfrac{a - b + \sqrt{(b-a)^2 + 4ab \operatorname{tang}^2 \frac{\beta}{2}}}{2}$

ergo $\operatorname{tang} \frac{\gamma}{2} = \cot \frac{\alpha}{2} = \dfrac{a - b + \sqrt{(b-a)^2 + 4ab \operatorname{tang}^2 \frac{\beta}{2}}}{2b \operatorname{tang} \frac{\beta}{2}} = \operatorname{tang} \frac{\varphi}{2} \sqrt{\frac{a}{b}}$

$$J = \frac{1}{2}\,(ab + cd) \sin \beta \text{ et secundum §. 27. } cd = ab \operatorname{tang}^2 \frac{\beta}{2},$$

$$\text{ergo } J = \frac{1}{2} ab \left(1 + \operatorname{tang}^2 \frac{\beta}{2}\right) \sin\beta = ab \operatorname{tang} \frac{\beta}{2}$$

$$r = \frac{1}{2\sin\beta} \sqrt{(b-a)^2 + 4ab \sin^2 \frac{\beta}{2}} = \frac{b-a}{2\sin\beta\cos\psi}, \text{ si } \operatorname{tang}\psi = \frac{2\sin\frac{\beta}{2}\sqrt{ab}}{b-a}$$

$$\varrho = \frac{J}{a+c} = \frac{2ab \operatorname{tang}\frac{\beta}{2}}{a+b+\sqrt{(b-a)^2 + 4ab\operatorname{tang}^2\frac{\beta}{2}}} = \frac{\operatorname{tang}\frac{\beta}{2}\left[a+b-\sqrt{(b-a)^2+4ab\operatorname{tang}^2\frac{\beta}{2}}\right]}{2\left(1-\operatorname{tang}^2\frac{\beta}{2}\right)}$$

$$= \frac{1}{4}\operatorname{tang}\beta\left[a+b-\sqrt{(b-a)^2+4ab\operatorname{tang}^2\frac{\beta}{2}}\right] = \frac{1}{4}\operatorname{tang}\beta\left[a+b-\sqrt{(a+b)^2-\frac{4ab\cos\beta}{\cos^2\frac{\beta}{2}}}\right]$$

$$\text{Igitur } \varrho = \frac{1}{2}(a+b)\operatorname{tang}\beta\sin^2\frac{\omega}{2}, \quad \text{si } \omega = \frac{2\sqrt{ab\cos\beta}}{(a+b)\cos\frac{\beta}{2}}.$$

24) Problema 3. Datis 2 lateribus finitimis (a, b) et 1 angulo, qui ad unum laterum datorum adjacet (γ), quaerantur latera non data (c, d), anguli non dati (β, δ), area (J), radii circulorum (r, ϱ).

Solutio. Ex aequatione §. 27. $bc \operatorname{tang}^2 \frac{\gamma}{2} = ad = a(a+c-b)$ sequitur

$$c = \frac{a(a-b)}{b\operatorname{tang}^2\frac{\gamma}{2}-a} = \frac{(a-b)\sin^2\varphi}{\cos 2\varphi}, \quad \text{si } \cot\varphi = \operatorname{tang}\frac{\gamma}{2}\sqrt{\frac{b}{a}}$$

$$d = a-b+c = \frac{b(a-b)\operatorname{tang}^2\frac{\gamma}{2}}{b\operatorname{tang}^2\frac{\gamma}{2}-a} = \frac{(a-b)\cos^2\varphi}{\cos 2\varphi}.$$

$$\text{Secundum §. 25. est } b\operatorname{tang}\frac{\beta}{2}\operatorname{tang}\frac{\gamma}{2} = d = \frac{b(a-b)\operatorname{tang}^2\frac{\gamma}{2}}{b\operatorname{tang}^2\frac{\gamma}{2}-a},$$

$$\text{ergo } \operatorname{tang}\frac{\beta}{2} = \cot\frac{\delta}{2} = \frac{(a-b)\operatorname{tang}\frac{\gamma}{2}}{b\operatorname{tang}^2\frac{\gamma}{2}-a} = \frac{(a-b)\operatorname{tang}\frac{\gamma}{2}\sin^2\varphi}{a\cos 2\varphi}.$$

In problemate praecedenti inventum est $J = ab\sin\frac{\beta}{2}$,

$$\text{ergo } J = \frac{ab(a-b)\operatorname{tang}\frac{\gamma}{2}}{b\operatorname{tang}^2\frac{\gamma}{2}-a} = \frac{b(a-b)\operatorname{tang}\frac{\gamma}{2}\sin^2\varphi}{\cos 2\varphi}$$

$$r = \frac{1}{2\sin\gamma}\sqrt{(b-c)^2 + 4bc\sin^2\frac{\gamma}{2}}, \quad \text{sed } b - c = \frac{b^2\tang^2\frac{\gamma}{2} - a^2}{b\tang^2\frac{\gamma}{2} - a} \quad \text{et}$$

$$4bc\sin^2\frac{\gamma}{2} = \frac{4a^2 b\sin^2\frac{\gamma}{2} - 4ab^2\sin^2\frac{\gamma}{2}}{b\tang^2\frac{\gamma}{2} - a}; \quad \text{ergo}$$

$$r = \frac{1}{2\sin\gamma\,(b\tang^2\frac{\gamma}{2} - a)}\sqrt{(b\tang^2\frac{\gamma}{2} + a^2)\,(b^2\tang^2\frac{\gamma}{\alpha} + a^2 - 4ab\sin^2\frac{\gamma}{2})}$$

Secundum No. 10. est $\varrho = \dfrac{(a-b)\sin\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\gamma}{2}}{\sin\frac{\gamma-\alpha}{2}}$; quum vero in his figuris $\alpha = 180^0 - \gamma$,

$$\varrho = \frac{(a-b)\cos\frac{\gamma}{2}\sin\frac{\gamma}{2}}{\cos\gamma} = \frac{1}{2}(a-b)\tang\gamma.$$

25) Problema 4. Datis 2 lateribus oppositis (a, c) et 1 angulo (α), quaerantur latera non data (b, d), anguli non dati (β, δ), area (J), radii circulorum (r, ϱ).

Solutio. Quum sit secundum §. 27. $ad\tang^2\dfrac{\alpha}{2} = bc = c(c+a) - cd$,

$$d = \frac{c(a+c)}{a\tang^2\frac{\alpha}{2} + c} = (a+c)\cos^2\varphi, \quad \sin\tang\varphi = \tang\frac{\alpha}{2}\sqrt{\frac{a}{c}},$$

$$b = a + c - d = \frac{a(a+c)\tang^2\frac{\alpha}{2}}{a\tang^2\frac{\alpha}{2} + c} = (a+c)\sin^2\varphi$$

Ex §. 25. sequitur $\quad \tang\dfrac{\beta}{2} = \cot\dfrac{\delta}{2} = \dfrac{c}{a}\cot\dfrac{\alpha}{2}.$

Secundum No. 12. est $J = \dfrac{a(a+c)\sin\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\beta}{2}}{\sin\frac{\alpha+\beta}{2}} = \dfrac{a(a+c)}{\cot\frac{\beta}{2} + \cot\frac{\alpha}{2}}$, ergo

$$J = \frac{ac(a+c)\cot\frac{\alpha}{2}}{a + c\cot^2\frac{\alpha}{2}} = a(a+c)\tang\frac{\alpha}{2}\cos^2\varphi.$$

$$r = \frac{1}{2\sin\alpha}\sqrt{(a-d)^2 + 4ad\sin^2\frac{\alpha}{2}}. \quad \text{Sed } a - d = \frac{a^2\tang^2\frac{\alpha}{2} - c^2}{a\tang^2\frac{\alpha}{2} + c}; \quad \text{igitur}$$

$$r = \frac{1}{2 \sin \alpha \, (a^2 \operatorname{tang}^2 \frac{\alpha}{2} + c)} \sqrt{(a^2 \operatorname{tang}^2 \frac{\alpha}{2} + c^2)(a^2 \operatorname{tang}^2 \frac{\alpha}{2} + c^2 + 4ac \sin^2 \frac{\alpha}{2})}$$

$$\varrho = \frac{J}{a + c} = \frac{ac \cot \frac{\alpha}{2}}{a + c \cot^2 \frac{\alpha}{2}} = a \operatorname{tang} \frac{\alpha}{2} \cos^2 \varphi .$$

26) Problema 5. Datis 1 latere (a) et 2 angulis finitimis (α, δ), quaerantur latera non data (b, c, d), area (J), radii circulorum (r. ϱ).

Solutio. Ex §. 23. sequitur $d = \dfrac{a \sin \frac{\alpha + \delta}{2}}{\operatorname{tang} \frac{\delta}{2} \cos \frac{\alpha - \delta}{2}}$, $b = \dfrac{a \operatorname{tang} \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\alpha + \delta}{2}}{\cos \frac{\alpha - \delta}{2}}$

et ex §. 26. $c = a \operatorname{tang} \frac{\alpha}{2} \cot \frac{\delta}{2}$.

$$\varrho = \frac{a \sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\beta}{2}}{\sin \frac{\alpha + \beta}{2}} = \frac{a \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\delta}{2}}{\cos \frac{\alpha - \delta}{2}}$$

$$J = (a + c) \varrho = a (1 + \operatorname{tang} \frac{\alpha}{2} \cot \frac{\delta}{2}) \frac{a \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\delta}{2}}{\cos \frac{\alpha - \delta}{2}}, \text{ i.e. } J = \frac{a^2 \sin \frac{\alpha + \delta}{2} \operatorname{tang} \frac{\alpha}{2} \cot \frac{\delta}{2}}{\cos \frac{\alpha - \delta}{2}}$$

$$r = \frac{1}{2 \sin \alpha} \sqrt{(d - a)^2 + 4ad \sin^2 \frac{\alpha}{2}}; \text{ est vero}$$

$$d - a = \frac{a (\sin \frac{\alpha + \delta}{2} - \operatorname{tang} \frac{\delta}{2} \cos \frac{\alpha - \delta}{2})}{\operatorname{tang} \frac{\delta}{2} \cos \frac{\alpha - \delta}{2}} = \frac{a \sin \frac{\alpha}{2} \cos \delta}{\sin \frac{\delta}{2} \cos \frac{\alpha - \delta}{2}} \text{ et}$$

$$(d - a)^2 + 4ad \sin^2 \frac{\alpha}{2} = a^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \left(\frac{\cos^2 \delta}{\sin^2 \frac{\delta}{2} \cos^2 \frac{\alpha - \delta}{2}} + \frac{4 \cos \frac{\delta}{2} \sin \frac{\alpha + \delta}{2}}{\sin \frac{\delta}{2} \cos \frac{\alpha - \delta}{2}} \right)$$

$$= \frac{a^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}{\sin^2 \frac{\delta}{2} \cos^2 \frac{\alpha - \delta}{2}} (\cos^2 \delta + 4 \sin \frac{\delta}{2} \cos \frac{\delta}{2} \sin \frac{\alpha + \delta}{2} \cos \frac{\alpha - \delta}{2} = \frac{a^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}{\sin^2 \frac{\delta}{2} \cos^2 \frac{\alpha - \delta}{2}} (1 + \sin \alpha \sin \delta)$$

$$\text{Ergo } r = \frac{a}{4 \cos \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\delta}{2} \cos \frac{\alpha - \delta}{2}} \sqrt{1 + \sin \alpha \sin \delta} .$$

Kolberg.

Schulnachrichten.

I. Allgemeine Lehrverfassung.

Prima.

Ordinarius: der Direktor.

A. Sprachen: 1) Deutsch. Literaturgeschichte von der Mitte des 18ten Jahrhunderts ab. Außer kürzeren Dichtungen Lessings Nathan erklärt. Theorie des Dramas, namentlich der Tragödie. Aufsätze und Dispositionsübungen. 3 St. Herr Oberlehrer Dr. Otto. — 2) Latein. Cic. de off. I. lib. XXIV. Hor. carm. I. und II. Ars poetica. Aufsätze und Uebersetzungen ins Lateinische. Während der Krankheit wurde der Direktor von Dr. Otto, im Horaz zum Theil auch vom Gymnasiallehrer Dr. Fuuge vertreten. — 3) Griechisch. Plato Phädon. Hom. Il. I. II. III. Aus der Grammatik die Modi und Tempora. Schriftliche Arbeiten. Anfangs der Direktor, später Oberlehrer Dr. Saage. Soph. Oed. R. Der Direktor. 6 St. — 4) Französisch. Grammatische Wiederholungen. Lamartine Voyage III. und IV. Schriftliche Arbeiten. 2 St. Herr Dr. Fuuge. — 5) Hebräisch. Exod. 1—12. und 7 ausgewählte Psalmen. Gramm. nach Gesenius. 2 St. Herr Religionslehrer Wien. — 6) Polnisch. Polsfus Lesebuch S. 28—45. Gramm. nach Poplinski. Schriftliche Uebungen. 2 St. Herr Gymnasiallehrer Brandenburg.

B. Wissenschaften: 1) Religionslehre. Wiederholung und Beendigung der Glaubenslehre. Kirchengeschichte bis Carl d. Gr. nach Siemers. Uebersetzung und Erklärung des Evangeliums nach Lucas im Grundtexte. 2 St. Herr Wien. Für die evangelischen Schüler: Religionsunterricht nach Thomasius §. 24. bis 41. Wiederholung der Kirchengeschichte bis zur Reformation. Evang. Marci in der Ursprache. Herr Pfarrer Liedke. 2) Philosophische Propädeutik. Logik. Wiederholung der Psychologie. 1 St. Der Direktor. — 3) Mathematik. A. Wiederholung der Zins- und Rentenrechnung und der Trigonometrie. Stereometrie nach Uebungen im Koppe. Lösen geometrischer und stereometrischer Aufgaben. 3 St. Herr Oberlehrer Kolberg. — B. Arithmetische und geometrische Reihen, mit Anwendungen auf Zinseszins- und verwandte Rechnungen. Kreisrechnung, so wie Oberflächen-Bestimmungen der runden Körper. Ebene Trigonometrie nach Koppe. Schriftliche Bearbeitung arithmetischer und geometrischer Uebungsaufgaben. 3 St. Herr Gymnasiallehrer Weierstraß. — 4) Physik. Gesetze des Gleichgewichts und der Bewegung tropfbar-flüssiger und luftförmiger Körper. Wärmelehre. Optik. 2 St. Herr Weierstraß. — 5) Geschichte. Römische Kaisergeschichte. Mittelalter. Geschichtliche und geographische Wiederholungen. 2 St. Herr Oberlehrer Dr. Bender. — 6) Naturgeschichte: Wiederholungen aus den drei Reichen. Herr Dr. Saage.

Sekunda.

Ordinarius Herr Oberlehrer Dr. Saage.

A. Sprachen: 1. Deutsch. Poetik. Erklärung prosaischer und poetischer Stücke. Leitung der Privatlektüre. Aufsätze. 3 St. Herr Fuuge. — 2. Latein. Cic. or. Cat. I. u. 2. Liv. VI. Die erste Catilinarische Rede wurde memorirt. Die Moduslehre nach Schultz nebst den entsprechenden Beispielen aus August. Uebersetzungen aus Kraft's Griech. Geschichte. Wöchentlich ein Exerzitium. Die Obersekundaner machten nach Ostern zwei Aufsätze. — Privatlektüre: Caes. b. c. II. 6 St. Herr Dr. Saage. Virg. Aen. I. II. und 2 Eclogen. Metrische Uebungen. 2 St. Herr Dr Otto.

— 3. Griechisch. Plut. Cic. Syntax nach Buttmann. Schriftliche Arbeiten — Privatim Jacobs Lesebuch: Europa. 4 St. Herr Dr. Saage. Hom. Odyss. XIII. XIV. XV. 2 St. Anfangs Herr Wien dann Herr Dr. Saage. — 4. Französisch. Volt. Charles XII. L. I. u. II. Grammatik, Schriftliche Arbeiten. 2 St. Herr Fuuge. — 5. Hebräisch. Mos. I. 1. 6. 7. 8. 25. 39. 41. nach Vater's Lesebuch. Grammatik nach Gesenius. 2 St. Herr Wien. — 6. Polnisch. Grammatik nach Poplinski: das Nomen. Uebersetzung nach Polsfus A. 12—25. B. 1—15. 2 St. Herr Brandenburg.

B. Wissenschaften: 1. Religionslehre. Sittenlehre. 2 St. Herr Wien. Für die evangelischen Schüler: Das kirchliche Bekenntniß mit Einleitung und Erklärung der 14 ersten Artikel der confessio Augustana. Kirchengeschichte von der 2ten Hälfte der ersten Periode des Mittelalters bis zur Reformation. Herr Pfarrer Liedke.

Anm. Aus Sekunda und den folgenden Klassen wurden im Ganzen 25 Schüler zur ersten heiligen Kommunion vorbereitet durch den Herrn Religionslehrer Wien.

2. Mathematik. A. Weitere Ausführung der Theorie der quadratischen Gleichungen. Wiederholung der Potenz- und Logarithmenlehre. Binomischer Lehrsatz. Wiederholung der Aehnlichkeitslehre. Ausmessung der Figuren. Die letzten Abschnitte der Planimetrie. Nach Koppe. Schriftliche Arbeiten. 3 St. Herr Weierstraß. B. Quadratische Gleichungen, Kettenbrüche, Combinationslehre, der binomische und polynomische Lehrsatz für ganze positive Exponenten. Aehnlichkeit der Figuren. Nach Koppe. 3 St. Herr Kolberg. — 3. Physik. Die ersten Grundbegriffe und die wichtigsten Lehren aus der Statik und der Mechanik der festen Körper. 1 St. Herr Weierstraß. — 4. Geschichte und Geographie. Einleitung in die Geschichte. Orientalen. Griechen. Macedonier. Die Römischen Kaiser. Die 4 außereuropäischen Erdtheile. 3 St. Herr Dr. Bender. — Naturgeschichte. Mineralogie. 1 St. Herr Dr. Saage.

Terzia.

Ordinarius von Oberterzia Herr Oberlehrer Dr. Otto, von Unterterzia Herr Oberlehrer Kolberg.

A. Sprachen: 1. Deutsch. Ob.-T. Lesung und Erklärung prosaischer und poetischer Stücke, größtentheils aus Otto's Lesebuch mit daran geknüpften Bemerkungen über die verschiedenen Stilarten. Besprechung sinnverwandter Wörter, verbunden mit schriftlichen Arbeiten über denselben Gegenstand. Uebungen im mündlichen Vortrag. Deutsche Aufsätze. 3 St. Herr Weierstraß. Unt.-T. Etymologik und Synonymik der Konjunkzionen und Präposizionen. Die Lehre vom Satze und vom Periodenbau. Ueber beides schriftliche Uebungen. Bemerkungen über die wesentlichen Eigenschaften des Stiles. Entsprechende schriftliche Arbeiten. Mündlicher Vortrag. 3 St. Herr Dr. Bender. — Latein. Ob.-T. Caes. b. G. IV. V. VI. (VII. privatim.) b. c. I. bis c. 41. Memorirt Caes. b. g. VI. c. 11—28. und einiges andere. Ovid lib. I—VI. Das Wichtigste aus der Prosodie mit einfachen metrischen Uebungen. Memorirt 100 V. Grammat. nach Schultz: syntaxis casuum Extemporalien. Wöchentliche Exerzizien. 9 St. Herr Dr. Otto. Unt.-T. Caes. b. g. I. cap. 31. memorirt. Gramm. nach Schultz: Tempora und Modi, die dazu gehörigen Beispiele aus Litzinger. Wöchentlich 1 Exerzizium. Wiederholungen. 6 St. Anfangs Herr Dr. Saage, dann Herr Wien. Ovid mit Oberterzia zusammen. 2 St. Herr Dr. Otto. — 3. Griechisch. Ob.-T. Xenoph. Anab. II. u. III. bis c. 3. Seit Pfingsten Hom. Od. I. bis V. 200., davon 50 V. memorirt. Gramm. nach Buttmann. Unregelmäßige Verba, Partikeln. Wiederholung. Mündliches und schriftliches Uebersetzen aus dem Deutschen ins Griechische. 6 St. Herr Dr. Otto. Unt.-T. Jacob's Lesebuch. Verbum. Aesopische Fabeln. Anekdoten. Wiederholung der Grammatik. Verbum auf $\mu\iota$. Unregelmäßige Verba. Schriftliche Uebungen. 5 St. Herr Kolberg. — 4. Französisch. Ob.-T. Heckers Lesebuch II. 70 bis zu Ende. Grammatik: Hauptwort, Beiwort, Fürwort, unregelmäßige Verba. Schriftliche Arbeiten. 2 St. Herr Dr. Fuuge. Unt.-T. Leseübungen, Formenlehre bis zum unregelmäßigen Verbum. Heckers Lesebuch II. bis 80. Schriftliche und mündliche Uebungen. 2 St. Herr Kolberg.

B. Wissenschaften: 1. Religionslehre. Glaubenslehre bis zur Lehre von der Schöpfung nach Eichhorns Handbuch. Herr Wien. — Für die evangel. Schüler: Einleitung in die Bücher des N. T.

bis auf die letzten Briefe und die Offenbarung Joh. vorgetragen und wiederholt. Evangel. Matth. gelesen und erklärt. Herr Pfr. Liedke. — 2. Mathematik. Ob.-T. Gleichungen des ersten und zweiten Grades mit einer und mit mehreren unbekannten Größen mit vielen Beispielen. Wiederholung und weitere Fortführung der Kreislehre. Vergleichung der Figuren hinsichtlich des Flächeninhalts. Nach Koppe. Schriftliche Arbeiten. 3 St. Herr Weierstraß. Unt.-T. Wiederholung der Buchstabenrechnung und Potenzlehre. Rechnung mit Wurzelgrößen und imaginären Größen. Proportionen und deren Anwendung auf die einfache und zusammengesetzte Regeldetri. Die Zins-, Gesellschafts- und Mischungs-Rechnung. Wiederholung der Congruenz der Dreiecke. Von den Vierecken und Vielecken. Nach Koppe. 3 St. Herr Kolberg. — 3. Geschichte. Römische Geschichte bis zum Untergange des Kaiserthums. Europa außer Deutschland, Preußen und Oesterreich. Landkartenzeichnen. 4 St. Herr Dr. Bender. — 4. Naturgeschichte. Mirozoa. Botanik. 2 St. Herr Dr. Saage.

Quarta.

Ordinarius Herr Gymnasiallehrer Dr. Fuuge.

A. Sprachen: 1. Deutsch. Die Satzlehre bis zum Periodenbau. Lektüre. Vortrag aus Otto's Lesebuch. Schriftliche Arbeiten. 3 St. Herr Dr. Fuuge. — 2. Latein. Corn. Nep. 6 vitae. Phaedrus ausgewählte Fabeln, von denen die meisten memorirt wurden. Wiederholung der Formenlehre. Syntax der Casus. Wortbildung nach Schultz mit Beispielen aus Högg. Schriftliche Arbeiten. 10 St. Herr Dr. Fuuge. — 3. Griechisch. Formenlehre bis zu den Verbis auf $\mu\iota$. Jacobs I. Curs. bis Abschnitt X. Auswendig gelernt wurden 7 Fabeln. 5 St. Herr Dr. Otto, später Herr Candidat Oestreich.

B. Wissenschaften: Religionslehre. Biblische Geschichte bis zu Ende nach Kabath. Die Lehre von den heil. Sacramenten und die Sittenlehre nach Ontrup. 2 St. Herr Wien. — Für die evangel. Schüler: Aus dem Katechismus das zweite Hauptstück erklärt und Sprüche und Liederverse dazu gelernt. Alttestamentliche Geschichte mit den nöthigen Erklärungen. Hr. Pf. Liedke. — 2. Mathematik. Anfangsgründe der Buchstabenrechnung. Dezimalrechnung. Einfache Gleichungen. Die ersten Abschnitte der Geometrie (I. bis IV.). Nach Koppe. Schriftliche Arbeiten. 4 St. Herr Weierstraß. — 3. Geschichte u. Geographie. Alte Geschichte bis auf Alexander verbunden mit der alten Geographie der betreffenden Länder nach Welter. 2 St. Anfangs Herr Dr. Otto und Dr. Bender, dann Herr Oestreich. — 4. Naturgeschichte. Säugethiere. Amphibien. 2 St. Herr Brandenburg.

Quinta.

Ordinarius Herr Gymnasiallehrer Brandenburg.

A. Sprachen: 1. Deutsch. Der erweiterte Satz. Verhältniß der Satztheile. Die beiordnenden Conjunkzionen. Nebensätze mit dem Relativ. Wiederholung der Deklinazion mit den Präposizionen. Die Conjugazion. Ubungen im mündlichen und schriftlichen Erzählen. Kleine Beschreibungen. Lese- und Deklamazionsübungen. 3 St. Herr Kolberg. — 2. Latein. Formenlehre nach Schultz. Die entsprechenden Beispiele aus Högg. Exerzizien. Memoriren von Fabeln. 10 St. Herr Brandenburg.

B. Wissenschaften: 1. Religionslehre. Biblische Geschichte nach Kabath. Glaubenslehre. Das katholische Kirchenjahr. 2 St. Herr Wien. — Für die evangelischen Schüler: Alle Erzählungen aus dem N. T. nach Kohlrausch. Aus dem Katechismus das erste Hauptstück wiederholt, das zweite Hauptstück gelernt. Herr Pf. Liedke. — 2. Rechnen. Wiederholung der Bruchrechnung. Dezimalbrüche. Regeldetri. Kopf- und Tafelrechnen. Häusliche Arbeiten. 4 St. Herr Kolberg. — 3. Geschichte u. Geographie. Mittlere Geschichte in zusammenhängender Erzählung bis auf Otto I., in Biographieen bis zum Ende des Mittelalters. — Wiederholung der Oceanographie. Südeuropa. Frankreich. Deutschland. 4 St. Anfangs Herr Dr. Fuuge und Herr Brandenburg, dann Herr Oestreich. — 4. Naturgeschichte. Die Vögel. 2 St. Herr Brandenburg.

Sexta.

Ordinarius Herr Oberlehrer Dr. Bender.

A. Sprachen: 1. Deutsch. Entwickelung der Redetheile. Deklamiren und Lesen. Schriftliche Uebungen. 3 St. Herr Brandenburg. — 2. Latein. Regelmäßige Formlehre nach Schultz. Uebersetzen entsprechender Beispiele aus Högg. Jede Woche 3 schriftliche Arbeiten. 9 St. Herr Bender.

B. Wissenschaften: 1. Religionslehre. Biblische Geschichte nach Kabath. Katechesen über einzelne Glaubens- und Sittenlehren. 2 St. Herr Wien. — Für die evangel. Schüler: Geschichte des A. T. nach Kohlrausch, von 1—56. Im Katechismus die 10 Gebote und den Schluß gelernt, nebst den nöthigen Sprüchen und Liederversen. Herr Pfarrer Liedke. — 2. Rechnen. Die 4 Spezies in ganzen und gebrochenen Zahlen. Schriftliche Uebungen. 4 St. Herr Weierstraß. — 3. Geschichte u. Geographie. Das Wichtigste aus der alten Geschichte. Geographische Vorbegriffe und Oceanographie. 3 St. Herr Brandenburg. — 4. Naturgeschichte. Anschauungen, namentlich der Rückgratthiere. 2 St. Herr Brandenburg.

C. Fertigkeiten: 1. Schönschreiben. In Quarta 1, in Quinta 3, in Sexta 4 St. Herr Zeichenlehrer Höpffner, später die Herren Bender, Fuuge, Brandenburg. — 2. Zeichnen. In Quarta, Quinta und Sexta je 2 St. Anfangs Herr Höpffner, später Herr Seminarlehrer Sabrinna. — 3. Singen. In Sekunda, Terzia, Quarta, Quinta und einer Selecta aus allen Klassen je 1 St. Herr Seminarlehrer Wilhelm. — 4. Turnen. Uebungen der Schüler jeden Mittwoch und Sonnabend von 5—7 Uhr in zwei Abtheilungen unter Leitung des Herrn Gymnasiallehrers Dr. Fuuge und dankend anerkannter, thätiger Mitwirkung des Herrn Oberlehrers Kolberg.

II. Höhere Verfügungen.

1. Verfügung des Königl. Provinzial-Schulkollegiums vom 12. Oktober 1852, wodurch die Einführung des Eichhornschen Religions-Handbuchs genehmigt wird.

2. Vom 27. Novbr. pr., wodurch mitgetheilt wird, daß „das bloße Verzichten auf eine wissenschaftliche Laufbahn eine Dispensazion von der Theilnahme am griechischen Unterricht nicht begründen kann." Im Allgemeinen ist es hiernach durch Beschluß des Lehrer-Kollegiums als Grundsatz beim hiesigen Gymnasium aufgestellt worden, daß Niemand, weder auf den bloßen Wunsch der Eltern, noch wegen mangelnden Talentes, noch in Rücksicht auf irgend eine bestimmte Berufsart vom Griechischen dispensirt werden soll, wenn nicht etwa ein anderer nöthigender Grund hinzutritt.

3. Vom 4. März c. Nach einem neuerdings wiederholten Reskripte Sr. Exzellenz des Herrn Ministers der Geistlichen und Unterrichts-Angelegenheiten, Herrn Freiherr v. Raumer, sollen diejenigen Abiturienten, welche bei der schriftlichen oder mündlichen Prüfung den Versuch der Täuschung machen, unnachsichtlich bis zum nächsten Prüfungstermin zurückgesetzt werden. Das Reskript ist den diesjährigen Abiturienten vor der Prüfung bekannt gemacht.

4. Vom 19. Mai c. Mittheilung, daß beim Progymnasium zu Rößel die Sekunda definitiv eingerichtet ist, so daß am Schlusse des Schuljahrs eine Entlassungs-Prüfung mit der Berechtigung für den Eintritt in die Prima eines vollständigen Gymnasiums unter dem Vorsitze des Provinzial-Schulraths stattfinden wird.

III. Chronik des Gymnasiums.

1. Wegen der während der Ferien ausgebrochenen und den September hindurch mit Heftigkeit fortdauernden Cholera wurde das neue Schuljahr erst am 1. Oktober pr. wieder eröffnet. Von den einheimischen Schülern starb an der Cholera der Terzianer Bielau; die anwesenden Angehörigen des Gymnasiums begleiteten seine Leiche zum Grabe; nach Eröffnung des Schuljahres wohnte das ganze Gymnasium einer heiligen Todtenmesse für ihn bei.

Auch für den in Weichselmünde ebenfalls an der Cholera verstorbenen Gymnasiallehrer Lilienthal aus Kulm, der früher als Lehrer am hiesigen Gymnasium gearbeitet, so wie für den bei seinen Eltern verstorbenen Sekundaner Lingk aus Komainen wurde gleichfalls Seitens des Gymnasiums nach Wiedereröffnung der Schulen eine heilige Todtenmesse gehalten.

2. Der Geburtstag Sr. Majestät des Königs wurde von der Anstalt in gewohnter Weise gefeiert. Die Festrede hielt Herr Gymnasiallehrer Dr. Fuuge.

3. Sonntag den 31. Oktober pr. um $6^1/_2$ Uhr früh starb der erste Oberlehrer der Anstalt, Herr Professor Joseph Lingnau; am 4. November wurde er unter feierlichem Geleite zu Grabe gebracht. Ich theile aus dem hiesigen Kreisblatte vom 6. November pr. den nachfolgenden von mir verfaßten Nekrolog mit:

„Joseph Lingnau war geboren zu Cominen im Kreise Rößel den 26. Februar 1798. Nachdem er zuvor das Progymnasium in Rößel besucht, wurde er im Jahre 1814 in die Sekunda des hiesigen Gymnasiums aufgenommen und gehörte demselben bis zum August 1819 als Schüler an. Mit einem sehr ehrenvollen Zeugniß der Reife entlassen, widmete er sich vom Herbst 1819 bis ebendahin 1824 auf der Universität Königsberg dem Studium der Philologie und Geschichte, und erwarb sich durch die Prüfung pro facultate docendi unter dem 12. Dezember 1824 die Lehrfähigkeit in diesen Wissenschaften für alle Klassen des Gymnasiums. Am 21. September 1825 wurde er als ordentlicher Lehrer am hiesigen Gymnasium angestellt und durch den seligen Direktor Schmülling in sein neues Amt eingeführt. Wie bei diesem, so fand auch bei dessen Nachfolger, dem seligen Direktor Gerlach, Lingnau's Wirksamkeit die wohlverdiente Anerkennung, und schon unter dem 14. Dezember 1828 wurde ihm eine ordentliche Oberlehrerstelle verliehen. In den letzten Jahren war er erster Oberlehrer der Anstalt und Ordinarius der Prima; unter dem 26. März 1851 wurde er von Sr. Exzellenz dem Königlichen Geheimen Staatsminister und Minister der Geistlichen und Unterrichts-Angelegenheiten Herrn von Raumer „in Anerkennung seiner Tüchtigkeit und langjährigen beifallswerthen Dienstführung" zum Professor ernannt."

„Es ist hier nicht der Ort, auf Lingnau's Verdienste in seiner amtlichen Thätigkeit näher einzugehen; die immer gleiche Anerkennung, welche er eine Reihe von Jahren hindurch bei allen seinen Vorgesetzten gefunden, ist ein Zeugniß dafür, das durch sich selbst vernehmlich genug spricht. Lingnau war entschieden, fest und strenge in seinem Amte, strenge am Allermeisten gegen sich selbst; eine unerschütterlichere Treue im Dienste dürften wenige Menschen zu bewähren im Stande sein. Aber auch sein häusliches und bürgerliches Leben mußte ihm die vielseitigste Hochachtung gewinnen. Ein Muster der Mäßigkeit, für sich selbst auf Alles verzichtend, kannte er als Familienvater keinen andern Genuß, keine andere Freude, als sich selbst und seine eigenen Wünsche für die Freude der Seinigen aufzuopfern. Als Bürger durch das allgemeine Vertrauen seiner Mitbürger geehrt, saß er viele Jahre lang im Rathe der Stadtverordneten, war Mitglied der städtischen Schul-Deputation, des katholischen Kirchen-Kollegiums und zuletzt auch des Kuratoriums der Seligerschen Erziehungs-Anstalt; und Alle, die mit ihm zu Rathe gesessen, legen einstimmig dafür Zeugniß ab, daß Lingnau durch Einsicht, Geradheit und Festigkeit sich in allen diesen Verhältnissen auf's Ehrenvollste verdient gemacht habe. Immer ein Mann der Gesetzlichkeit und Ordnung, bewährte er die Treue seiner Gesinnung auch unter den schwierigsten Verhältnissen. Durch das Vertrauen des Braunsberger Kreises Anfangs November 1848 als Abgeordneter nach Berlin gesandt, bewies er seinem Könige den unbedingten Gehorsam des treuen Unterthans auch in den dunkelsten Tagen, da selbst der Guten Viele den rechten Weg nicht fanden.

Lingnau hatte sich fast immer der vorzüglichsten Gesundheit erfreut. Im Sommer 1851 zeigten sich die ersten Spuren einer Herzkrankheit, die trotz der äußersten Sorgfalt immer weiter um sich griff. Unter Leiden und Anstrengung wollte er dennoch von seiner Berufsthätigkeit nicht ablassen, und auch in den letzten beiden Monaten, da er kaum noch einen Schritt zu thun vermochte, sehnte er sich nach Nichts so sehr, als nach dem Wiederbeginn seiner Arbeiten — bis Gott ihn zu sich rief. Requiescat in pace!" —

4. Am 2. Januar c. trat der Schulamts-Kandidat Theodor Oestreich bei der Anstalt sein Probejahr an.

5. Schon Ende Dezember v. J. erkrankte der Berichterstatter am Nervenfieber und war bis Anfangs März zu jedem Dienste unfähig. Seine Arbeiten wurden bereitwillig von den Kollegen übernommen. Er benutzt gern die gegenwärtige Veranlassung denselben, sowohl hierfür, als auch besonders für die Theilnahme und Liebe, die sie ihm wie immer, so namentlich bei dieser Gelegenheit, sowohl einzeln als auch im Vereine mit dem gesammten Gymnasium auf eine so innige und wohlthuende Weise an den Tag gelegt haben, hierdurch seinen wärmsten und aufrichtigsten Dank auszudrücken.

6. Durch Verf. des Königl. Provinz.-Schul-Kolleg. vom 5. Januar c. wurde mitgetheilt, daß der Schreib- und Zeichenlehrer Herr Höpffner vom 1. April d. J. mit Pension in den Ruhestand versetzt sei. Herr Höpffner und seine vielfachen Tugenden sind unter seinen Mitbürgern so bekannt, und werden von ihm selbst mit solcher Anspruchlosigkeit geübt, daß wir an dieser Stelle eine öffentliche Hervorhebung derselben unterlassen zu müssen glauben. — Herr Carl Emil Höpffner ist geboren den 21. Juni 1783 zu Königsberg in Pr. Im Dezember 1811 trat er zunächst als Zeichenlehrer, dann 1830 auch als Schreiblehrer bei dem hiesigen Gymnasium ein, welchem er demnach länger als 40 Jahre hindurch seine Thätigkeit mit Gewissenhaftigkeit und Pflichttreue gewidmet hat. Es begleitet ihn bei seinem Scheiden von der Anstalt die Liebe und Hochachtung seiner zahlreichen Schüler und aller seiner Amtsgenossen und die treuesten Wünsche, daß der Himmel ihm ein frieden- und freudenreiches Alter verleihen möge.

7. Die Verwaltung der Gymnasialbibliothek wurde durch Verf. des Königl. Prov.-Schul-Kolleg. vom 5. Februar c. dem Oberlehrer Dr. Otto übertragen.

8. Am 13. April d. J. um 4 Uhr früh starb Herr Dr. Carl Biester, ordentlicher Professor in der philosophischen Fakultät des hiesigen Lycei Hosiani. Bei seinem Leichenbegängnisse am 16. April nahm das Gymnasium, welches in ihm einen seiner würdigsten Lehrer verehrt, in corpore Antheil.

Herr Carl Biester wurde am 1. Oktober 1788 zu Berlin geboren, wo sein Vater, ein naher Freund Philipp Buttmanns, Oberbibliothekar und geheimer Archivar war. Seine wissenschaftliche Vorbildung wurde zunächst in Berlin selbst durch die namhaftesten Gelehrten, Spalding, Heindorf u. s. w. geleitet. Im Alter von 17 Jahren verließ er das Gymnasium zum grauen Kloster und bezog nach einander die Universitäten Göttingen und Halle, wo zunächst Friedr. August Wolf, später Christ. Gottfr. Schütz auf seine Studien den entschiedensten Einfluß übten. Gegen das Jahr 1810 begab er sich nach Wien und sah sich hier veranlaßt, eine Stelle als literärischer Hausgenosse bei einem reichen Polnischen Magnaten anzunehmen. Hier wurde auch sein Entschluß gefaßt und ausgeführt, zur katholischen Kirche zurückzukehren. Im März 1813, als der Aufruf Sr. Majestät König Friedrich Wilhelms III. „An mein Volk" erschien, eilte Biester ohne Zögern mit Theodor Körner u. A. nach Schlesien, trat in das Lützowsche Jägerchor ein und machte die Deutschen Freiheitskämpfe mit. Von 1814 bis 1820 war er Ingenieur-Offizier zu Koblenz. Nach dem 1. Januar 1820 wurde er als Oberlehrer an das hiesige Gymnasium berufen und gehörte demselben an bis zum 1. April 1846. Ueber seine segensreiche Wirksamkeit am Gymnasium ist in dem Programm v. 1846 S. 8. u. f. Bericht erstattet. Ein möglichst vollständiger Nekrolog, von Herrn Dr. Jacobson verfaßt, befindet sich in den Preußischen Provinzial-Blättern von 1853 Bd. III. S. 453. f.

9. Zu Mitgliedern der Commission zur Prüfung solcher jungen Leute, die ein Schulzeugniß erwerben wollen, ohne Schüler des Gymnasiums zu sein, sind, außer dem Berichterstatter, der bereits früher bestellt war, die Herren Oberlehrer Dr. Saage und Gymnasiallehrer Weierstraß vermittelst Verf. vom 16. März c. ernannt worden.

10. Am 7, 8. u. 9. v. Mts. fand im Auftrage Sr. Bischöflichen Gnaden des Hochwürdigsten Herrn Bischofs Herrn Dr. Geritz durch den Herrn Domkapitular Herrn Dr. Eichhorn eine Revision des katholischen Religionsunterrichts am Gymnasium statt.

11. Da das Gymnasium nach und nach in den Besitz mehrer zum Theil werthvoller preußischer Alterthümer gekommen, so wurde durch Konferenz-Beschluß vom 26. April c. festgesetzt, daß diese Sachen geordnet und in einem besondern Zimmer aufgestellt werden sollten. Dieses Geschäft, so wie die fernere Aufsicht über das neu angelegte Antiquarium übernahm mit dankenswerther Bereitwilligkeit Herr Oberlehrer Dr. Bender, unter Mitwirkung des Herrn Kandidaten Oestreich.

12. Das Stipendium Schmüllingianum wurde durch Beschluß des Lehrer-Kollegiums vom 26. April c. dem Unter-Sekundaner Carl Seeberger verliehen.

13. Durch Verfügung des Königl. Provinzial-Schul-Kollegiums vom 23. v. Mts. erhielt der Unterzeichnete auf sein Ansuchen einen Urlaub von Mitte Juli bis zum Schlusse des Schuljahres, und zugleich die

Genehmigung, während dieser Zeit und der Ferien zur Wiederherstellung seiner Gesundheit zu verreisen. Zugleich wurde er autorisirt, den Herrn Oberlehrer Dr. Saage, wie hiedurch geschieht, mit der Leitung des Gymnasiums und der Geschäfte für diese Zeit zu beauftragen.

IV. Statistische Uebersicht.

1. Während des verflossenen Schuljahres haben am Unterrichte Theil genommen in

Prima I. u. II.	55 Schüler,
Sekunda I. u. II.	49 „
Terzia I. u. II.	66 „
Quarta	62 „
Quinta	49 „
Sexta	50 „
zusammen	331 Schüler.

Zu Anfang und im Laufe des Schuljahrs sind 94 Schüler aufgenommen; abgegangen sind aus Prima 6, aus Sekunda 6, aus Terzia 9, aus Quarta 3, aus Quinta 3, aus Sexta 2, zusammen 29 Schüler. Die Zahl der gegenwärtigen Schüler der Anstalt beträgt also 302.

2. Am 10. u. 11. Februar c. fand unter dem Vorsitze des Königl. Provinzial-Schulrathes Herrn Dr. Giesebrecht eine Abiturienten-Prüfung mit 7 Schülern des Gymnasiums und einem Extraneus Statt, von denen folgende das Zeugniß der Reife erhielten.

Namen.	Alter.	Geburtsort.	Konfession.	War in Prima.	Gewähltes Studium.	Ort.
1. Leo Drews	20½ J.	Guttstadt	kathol.	2½ J.	Jura	Königsberg.
2. Joseph Festag	23 J.	Drewenz	kathol.	2½ J.	Theologie	Braunsberg.
3. August Kalohr	19½ J.	Schmolainen	kathol.	2½ J.	Jura	Königsberg.
4. Kasimir Koitka	22 J.	Kirschleinen	kathol.	2½ J.	Theologie	Braunsberg.
5. Anton Schulz	22½ J.	Perwilten	kathol.	2½ J.	Theologie	Braunsberg.

Auch der Extraneus Carl Neumann aus Ortelsburg erhielt das Zeugniß der Reife.

3. Am 5., 6., 7. und 8. Juli wurden in gleicher Weise unter dem Vorsitze des Königl. Provinzial-Schulraths Herrn Dr. Dillenburger 17 Abiturienten geprüft. Einer trat während der Prüfung zurück, da er keine Hoffnung hatte, dieselbe zu bestehen. Von den übrigen erhielten das Zeugniß der Reife:

Namen.	Alter.	Geburtsort.	Konfession.	War in Prima.	Gewähltes Studium.	Ort.
1. Friedrich Arndts	20 J.	Arnsberg	kathol.	2 J.	Rechtswiss.	München.
2. Julius Karlewski	20¼ J.	Christburg	kathol.	2 J.	Theologie	Braunsberg.
3. Benno Kursikowski	22 J.	Danzig	kathol.	1 J.	Theologie	Pelplin
4. Adalbert Laaser	19¼ J.	Königsberg	evangel.	2 J.	Medicin	Königsberg.
5. Julius Pohl	23 J.	Frauenburg	kathol.	3 J.	Theologie	Braunsberg.
6. Hermann Salomon	18¼ J.	Pr. Eylau	evangel.	2 J.	Kameral.	Königsberg.
7. Ludwig Schultz	16½ J.	Iserlohn	kathol.	2 J.	Rechtswiss.	Löwen.
8. August Steffen	19 J.	Allenstein	kathol.	2 J.	Theologie	Braunsberg.
9. Adalbert Strehl	19¾ J.	Heilsberg	kathol.	2 J.	Theologie	Braunsberg.
10. Joseph Temma	22¾ J.	Bischofsburg	kathol.	2 J.	Theologie	Braunsberg.
11. Joseph Tietz	22½ J.	Lokau	kathol.	2 J.	Theologie	Braunsberg.

Dem Abiturienten Ludwig Schultz wurde als Auszeichnung die mündliche Prüfung in den Sprachen auf Antrag der Prüfungs-Kommission durch den Königlichen Kommissarius vollständig erlassen.
Über Einen ist die Entscheidung dem Königlichen Provinzial-Schul-Kollegium vorbehalten.
Außerdem hat ein Extraneus Hermann Friedrich aus Kulligkehmen die Prüfung bestanden und das Zeugniß der Reife erhalten.

4. Für die Erhaltung und Vermehrung der Bibliothek und der Sammlungen wurde die etatsmäßige Summe verwendet. Außerdem erhielt die Anstalt durch die Hohen Behörden eine nicht unbedeutende Auswahl recht werthvoller Bücher. Ferner wurden von Ferdinand Hirts Verlagshandlung in Breslau wiederum mehrere Verlagsgegenstände eingesandt, mit deren Prüfung behufs etwaiger Einführung die betreffenden Lehrer beschäftigt sind. Auch übersandte die Viewegsche Buchhandlung in Braunschweig ein Exemplar des lateinisch-deutschen Schul-Wörterbuchs von Dr. Ingerslev. Endlich schenkte Herr Professor Hagen in Königsberg: „Nordische Alterthumskunde". Die Anstalt verfehlt nicht, den schuldigen Dank für diese Geschenke öffentlich auszudrücken.

V. Oeffentliche Prüfung und Schulfeierlichkeiten.

Die öffentliche Prüfung wird Donnerstag den 4. August c. in folgender Weise stattfinden:

Vormittags von 9 bis 12 Uhr.

Prima. Griechisch, Mathematik, Französisch.
Sekunda. Virgil, Geschichte, Deutsch.
Terzia. Latein, Griechisch, Naturgeschichte.

Nachmittags von 2 bis 4 Uhr.

Quarta. Latein, Griechisch, Mathematik.
Quinta. Latein, Rechnen, Geschichte.
Sexta. Latein, Rechnen, Deutsch.

2. Freitag den 5. August Morgens um 8 Uhr Schlußgottesdienst. Um 9 Uhr finden auf dem großen Rathhaussaale die Entlassungsfeierlichkeiten in folgender Ordnung Statt: Gesang; Deklamazion der Schüler; Abschiedsrede des Abiturienten Julius Pohl; Erwiederung derselben durch den Primaner v. Heyking; Bekanntmachung der Versetzungen und Entlassung der Abiturienten; Gesang.
Nach Beendigung der öffentlichen Feierlichkeiten Zensurakt im Gymnasium.

Schlußbemerkung.

Das neue Schuljahr wird Donnerstag den 15. September c. mit einem feierlichen Gottesdienste Morgens um 7½ Uhr eröffnet, wozu sich alle Schüler pünktlich einzufinden haben.
Nachträgliche Versetzungs-Prüfungen und die Aufnahme neuer Schüler werden am 15. und 16. September Statt finden.

Braunsberg, den 14. Juli 1853.

Der Gymnasial-Direktor
Schultz.